

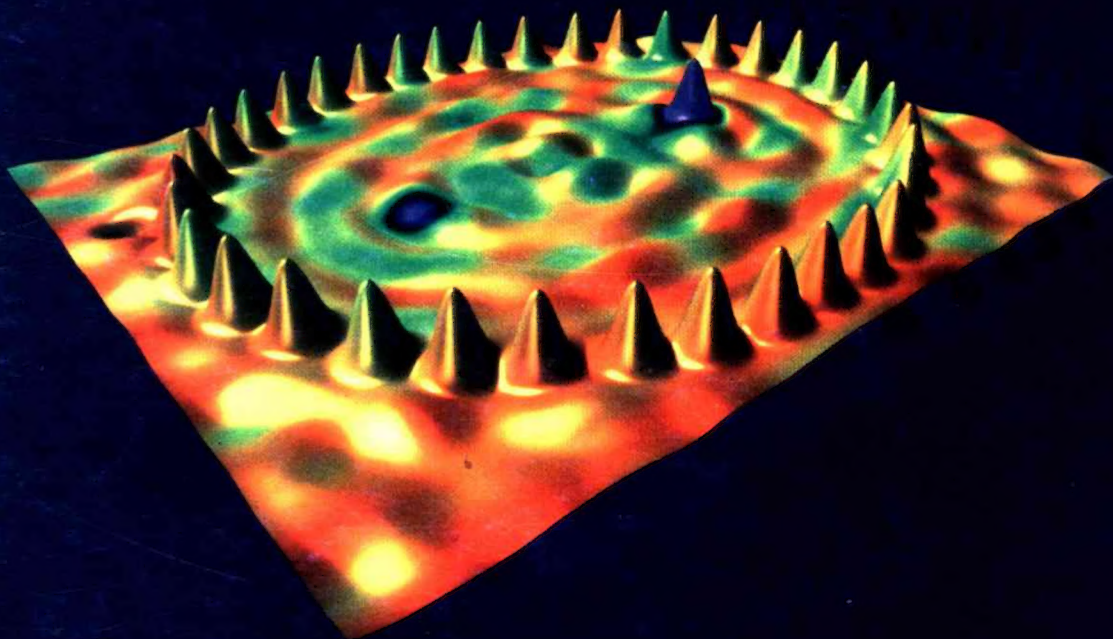


فیزیک

جلد سوم: الکتریسیته و مغناطیس

رابرت رزنیک، دیوید هالیدی، کینت اس. کرین

ویراست پنجم



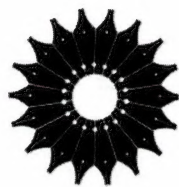
ترجمه جلال الدین پاشایی راد

KRANE

HALLIDAY

Physics Volume 3

KRANE



فیزیک

جلد سوم: الکتریسیته و مغناطیس
(ویراست پنجم)

رابرت رزنیك، دیوید هالیدی، کنت اس. کرین

ترجمه جلال الدین پاشایی راد

مرکز نشر دانشگاهی

وزارت معارف و اوقاف و صنایع مستظرفه



Physics
(Fifth Edition)
Volume 2

Robert Resnick, David Halliday, Kenneth S. Krane

John Wiley & Sons 2002

فیزیک، ویراست پنجم
جلد سوم: الکتریسیته و مغناطیس
تألیف رابرت رزنیکی، دیوید هالیدی، کنت اس. کرین

ترجمه جلال‌الدین پاشایی‌راد

ویراسته هوشنگ سپهری
طراح جلد: آرزو امینی
نسخه‌پرداز: مسعود رزدام، نازنین خسروی
حروفچین و صفحه‌آرا: مینا مهرابی‌فرد
ناظر چاپ: خشایار نصیری‌منش
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۸۸
چاپ دوم ۱۳۸۹
ویراست سوم ۱۳۶۶ (۲۰ بار چاپ)
ویراست چهارم ۱۳۸۳ (۶ بار چاپ)
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: وسمه
تعداد ۱۰۰۰۰
۹۷۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، رویه‌روی سینما سپیده، پاساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۰۸۸۹۱، ۶۶۴۱۰۶۸۶

فروش اینترنتی: <http://eshop.iup.ir>

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است
فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

Halliday, David. م. ۱۹۱۶ -	سرشناسه
فیزیک / رابرت رزنیکی، دیوید هالیدی، کنت اس. کرین؛ ترجمه جلال‌الدین پاشایی‌راد، منیژه رهبر.	عنوان و نام پدیدآور
تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۸.	مشخصات نشر
ج. ۴: مصور، نمودار، جدول.	مشخصات ظاهری
مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۲۷۲. ۱۳۴۵. فیزیک؛ ۱۳۱، ۱۴۰.	فروست
دوره: 978-964-01-8189-8؛ ج. ۲: 978-964-01-1272-4؛ ج. ۳: 978-964-01-1345-5	شابک
وضعیت فهرست‌نویسی: فیا	
فهرست نویسی بر اساس جلد دوم، ۱۳۸۷.	یادداشت
عنوان اصلی: Physics, 5th. Ed, c2002.	یادداشت
جلد سوم کتاب توسط جلال‌الدین پاشایی‌راد ترجمه شده است.	یادداشت
ج. ۳ (چاپ دوم: ۱۳۸۹) (فیا).	یادداشت
نمایه	یادداشت
چاپ دوم: ۱۳۸۹.	
ج. ۳. الکتریسیته و مغناطیس	مندرجات
فیزیک	موضوع
Resnick, Robert - ۱۹۲۳ - م.	شناسه افزوده
کرین، کنت	شناسه افزوده
Krane, Kenneth S.	شناسه افزوده
پاشایی‌راد، جلال‌الدین، ۱۳۲۴ - مترجم	شناسه افزوده
رهبر، منیژه، ۱۳۲۴ - مترجم	شناسه افزوده
مرکز نشر دانشگاهی	شناسه افزوده
QC ۲۱/۳/۵ ۹ ف ۱۳۸۰	رده‌بندی کنگره
۵۳۰	رده‌بندی دیویی
۱۵۲۸۲۲۲	شماره کتابشناسی ملی

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
			پیشگفتار
۳۸	۴-۲۶ میدان الکتریکی توزیع پیوسته بار	۱	
۴۱	۵-۲۶ خطوط میدان الکتریکی		
۴۴	۶-۲۶ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی	۵	۲۵ بار الکتریکی و قانون کولن
۴۸	۷-۲۶ دوقطبی در میدان الکتریکی	۵	۱-۲۵ الکترومغناطیس: مقدمه
۵۰	۸-۲۶ مدل هسته‌ای اتم (اختیاری)	۶	۲-۲۵ بار الکتریکی
۵۲	چندگزینه‌ای	۱۰	۳-۲۵ رسانا و عایق
۵۴	پرسشها	۱۲	۴-۲۵ قانون کولن
۵۶	تمرینها	۱۶	۵-۲۵ توزیع پیوسته بار
۶۰	مسئله‌ها	۲۲	۶-۲۵ پایستگی بار الکتریکی
۶۱	مسئله‌های کامپیوتری	۲۳	چندگزینه‌ای
		۲۴	پرسشها
۶۳	۲۷ قانون گاوس	۲۶	تمرینها
۶۳	۱-۲۷ قانون گاوس درباره چیست؟	۲۹	مسئله‌ها
۶۴	۲-۲۷ شار میدان برداری	۳۰	مسئله‌های کامپیوتری
۶۶	۳-۲۷ شار میدان الکتریکی		
۶۹	۴-۲۷ قانون گاوس	۳۱	۲۶ میدان الکتریکی
۷۱	۵-۲۷ کاربردهای قانون گاوس	۳۱	۱-۲۶ میدان چیست؟
۷۶	۶-۲۷ قانون گاوس و رساناها	۳۲	۲-۲۶ میدان الکتریکی
۸۰	۷-۲۷ آزمونهای تجربی قانون گاوس و قانون کولن	۳۵	۳-۲۶ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای

عنوان	صفحه	عنوان	صفحه
چندگزینه‌ای	۸۲	تمرینها	۱۴۶
پرسشها	۸۴	مسئله‌ها	۱۴۹
تمرینها	۸۶	مسئله کامپیوتری	۱۵۰
مسئله‌ها	۸۹		
مسئله‌های کامپیوتری	۹۲	ظرفیت ۳۰	۱۵۲
		۱-۳۰ خازنها	۱۵۲
۲۸ انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی	۹۳	۲-۳۰ ظرفیت	۱۵۲
۱-۲۸ انرژی پتانسیل	۹۳	۳-۳۰ محاسبه ظرفیت	۱۵۵
۲-۲۸ انرژی پتانسیل الکتریکی	۹۴	۴-۳۰ خازنهای سری و موازی	۱۵۷
۳-۲۸ پتانسیل الکتریکی	۹۸	۵-۳۰ ذخیره انرژی در میدان الکتریکی	۱۶۰
۴-۲۸ محاسبه پتانسیل از میدان	۱۰۰	۶-۳۰ خازن دارای دی‌الکتریک	۱۶۳
۵-۲۸ پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای	۱۰۲	چندگزینه‌ای	۱۶۷
۶-۲۸ پتانسیل الکتریکی توزیعهای پیوسته بار	۱۰۵	پرسشها	۱۷۰
۷-۲۸ محاسبه میدان از پتانسیل	۱۰۸	تمرینها	۱۷۱
۸-۲۸ سطحهای هم‌پتانسیل	۱۱۰	مسئله‌ها	۱۷۵
۹-۲۸ پتانسیل رسانای باردار	۱۱۲	مسئله‌های کامپیوتری	۱۷۹
۱۰-۲۸ شتابدهنده الکتروستاتیکی (اختیاری)	۱۱۴		
چندگزینه‌ای	۱۱۵	۳۱ مدارهای جریان مستقیم (DC)	۱۸۰
پرسشها	۱۱۸	۱-۳۱ جریان الکتریکی	۱۸۰
تمرینها	۱۱۹	۲-۳۱ نیروی محرکه الکتریکی	۱۸۲
مسئله‌ها	۱۲۴	۳-۳۱ تحلیل مدارها	۱۸۴
مسئله‌های کامپیوتری	۱۲۷	۴-۳۱ میدانهای الکتریکی در مدارها	۱۹۰
		۵-۳۱ اتصال سری و موازی مقاومتها	۱۹۲
۲۹ خواص الکتریکی مواد	۱۲۸	۶-۳۱ انتقال انرژی در مدار الکتریکی	۱۹۵
۱-۲۹ انواع ماده	۱۲۸	۷-۳۱ مدارهای RC	۱۹۷
۲-۲۹ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط		چندگزینه‌ای	۲۰۰
استاتیکی	۱۲۹	پرسشها	۲۰۲
۳-۲۹ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط		تمرینها	۲۰۳
دینامیکی	۱۳۱	مسئله‌ها	۲۰۸
۴-۲۹ مواد اهمی	۱۳۴	مسئله‌های کامپیوتری	۲۱۱
۵-۲۹ قانون اهم: دیدگاه میکروسکوپی	۱۳۸		
۶-۲۹ جسم عایق در میدان الکتریکی	۱۴۰	۳۲ میدان مغناطیسی	۲۱۲
چندگزینه‌ای	۱۴۳	۱-۳۲ برهم‌کنشهای مغناطیسی و قطبهای مغناطیسی	۲۱۲
پرسشها	۱۴۵	۲-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک	۲۱۵

عنوان	صفحه	عنوان	صفحه
۳-۳۲ بارهای چرخنده	۲۲۰	تمرینها	۳۰۲
۴-۳۲ اثر هال	۲۲۴	مسئله‌ها	۳۰۶
۵-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان	۲۲۷	مسئله کامپیوتری	۳۰۹
۶-۳۲ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان	۲۲۹		
چندگزینه‌ای	۲۳۲	۳۵ خواص مغناطیسی ماده	۳۱۰
پرسشها	۲۳۴	۱-۳۵ دوقطبی مغناطیسی	۳۱۰
تمرینها	۲۳۶	۲-۳۵ نیروی وارد بر دوقطبی در میدان نایک‌نواخت	۳۱۳
مسئله‌ها	۲۳۹	۳-۳۵ مغناطیس اتمی و هسته‌ای	۳۱۵
مسئله‌های کامپیوتری	۲۴۳	۴-۳۵ مغناطش	۳۱۷
		۵-۳۵ مواد مغناطیسی	۳۱۹
۳۳ میدان مغناطیسی جریان	۲۴۴	۶-۳۵ خواص مغناطیسی سیاره‌ها (اختیاری)	۳۲۴
۱-۳۳ میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک	۲۴۴	۷-۳۵ قانون گاوس برای مغناطیس	۳۲۷
۲-۳۳ میدان مغناطیسی جریان	۲۴۸	چندگزینه‌ای	۳۲۹
۳-۳۳ دو جریان موازی	۲۵۲	پرسشها	۳۳۰
۴-۳۳ میدان مغناطیسی سیم‌لوله	۲۵۶	تمرینها	۳۳۲
۵-۳۳ قانون آمپر	۲۵۹	مسئله‌ها	۳۳۵
۶-۳۳ الکترومغناطیس و چارچوبهای مرجع (اختیاری)	۲۶۳	۳۶ القاوری	۳۳۷
چندگزینه‌ای	۲۶۵	۱-۳۶ القاوری	۳۳۷
پرسشها	۲۶۷	۲-۳۶ محاسبه ضریب القا	۳۳۸
تمرینها	۲۶۹	۳-۳۶ مدارهای LR	۳۴۱
مسئله‌ها	۲۷۴	۴-۳۶ ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی	۳۴۳
مسئله‌های کامپیوتری	۲۷۶	۵-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کیفی	۳۴۷
		۶-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کمی	۳۴۹
۳۴ قانون القای فاراده	۲۷۷	۷-۳۶ نوسانهای میرا و واداشته	۳۵۱
۱-۳۴ آزمایشهای فاراده	۲۷۷	چندگزینه‌ای	۳۵۴
۲-۳۴ قانون القای فاراده	۲۷۸	پرسشها	۳۵۵
۳-۳۴ قانون لنز	۲۸۰	تمرینها	۳۵۸
۴-۳۴ نیروی محرکه الکتریکی حرکتی	۲۸۳	مسئله‌ها	۳۶۲
۵-۳۴ مولدها و موتورها	۲۸۶	مسئله کامپیوتری	۳۶۴
۶-۳۴ میدانهای الکتریکی القایی	۲۸۸		
۷-۳۴ القایش و حرکت نسبی (اختیاری)	۲۹۳	۳۷ مدارهای جریان متناوب	۳۶۵
چندگزینه‌ای	۲۹۵	۱-۳۷ جریانهای متناوب	۳۶۵
پرسشها	۲۹۸	۲-۳۷ سه جزء جداگانه	۳۶۶

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۴۰۴	پرسشها	۳۷۰	۳-۳۷ مدار RLC تک حلقه‌ای
۴۰۶	تمرینها	۳۷۳	۴-۳۷ توان در مدارهای AC
۴۱۰	مسئله‌ها	۳۷۵	۵-۳۷ مبدل (اختیاری)
		۳۷۷	چندگزینه‌ای
۴۱۵	پیوستها	۳۷۹	پرسشها
۴۱۶	پیوست الف سیستم بین‌المللی یکاها (SI)	۳۸۰	تمرینها
۴۱۸	پیوست ب بعضی ثابتهای بنیادی فیزیک	۳۸۳	مسئله‌ها
۴۲۰	پیوست ج اطلاعات نجومی	۳۸۵	مسئله کامپیوتری
۴۲۲	پیوست د خواص عناصر		
۴۲۶	پیوست ه جدول تناوبی عناصر	۳۸۶	۳۸ معادله‌های ماکسول و موجهای الکترومغناطیسی
۴۲۷	پیوست و ذرات بنیادی	۳۸۶	۱-۳۸ معادله‌های بنیادی نظریه الکترومغناطیس
۴۲۹	پیوست ز ضرایب تبدیل		۲-۳۸ میدانهای مغناطیسی القایی و جریان
۴۳۳	پیوست ح بردارها	۳۸۷	جابه‌جایی
۴۳۶	پیوست ط فرمولهای ریاضی	۳۹۰	۳-۳۸ معادله‌های ماکسول
۴۳۹	پیوست ی برندگان جایزه نوبل	۳۹۳	۴-۳۸ تولید موج الکترومغناطیسی
		۳۹۵	۵-۳۸ موجهای رونده و معادله‌های ماکسول
۴۴۷	پاسخ به تمرینها و مسئله‌های فرد	۳۹۸	۶-۳۸ انتقال انرژی و بردار پوئینتینگ
		۴۰۰	۷-۳۸ فشار تابش
۴۵۲	نمایه	۴۰۳	چندگزینه‌ای

پیشگفتار

این پنجمین ویراست کتابی درسی است که ابتدا در سال ۱۹۶۰ با عنوان فیزیک برای دانشجویان علوم و مهندسی تألیف دیوید هالیدی و رابرت رزینیک به چاپ رسید. این کتاب به مدت چهار دهه استاندارد برای دوره درسی مقدماتی بر مبنای حسابان بوده و به خاطر روشنی و کامل بودن مطالب ارائه شده شهرت داشته است. در ویراست فعلی تلاش کرده‌ایم، بدون قربانی کردن سطح یا جدی بودن محتوای کتاب، قابل فهم بودن آن را افزایش دهیم. کتاب به میزان قابل ملاحظه‌ای بازنویسی شده است تا مطالب به صورت هموارتری جریان داشته باشند و ورود دانشجویان به موضوعهای جدید راحت‌تر شود. کوشیده‌ایم مثالهای عملی بیشتری را در اختیار بگذاریم، و در هنگام معرفی موضوعهای جدید از مطالب خاص به عام برسیم.

در این ویراست، توجه به آموزش نقش مهمی در تغییرهای انجام شده و همین‌طور در ترتیب فصلها دارد. کسانی که با ویراست چهارم این کتاب آشنا هستند موضوعهای مشابه را با ترتیب تجدیدنظر شده خواهند یافت. در این تجدیدنظرها، از راهنمایی استفاده‌کنندگان ویراستهای قبلی بهره گرفته‌ایم و نتیجه‌های پژوهش در زمینه آموزش فیزیک را منظور کرده‌ایم. برخی از تغییرهای انجام گرفته در این ویراست به قرار زیرند:

۱. به دلیل بازآرایی کتاب که منجر به حذف ۲ فصل از جلدهای قبلی شد، این جلد با فصل ۲۵ آغاز می‌شود (که نظیر فصل ۲۷ در ویراست چهارم است).

۲. دانشجویان برای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از توزیعهای پیوسته بار اغلب در انتگرال‌گیری روی این‌گونه توزیعها با مشکلاتی

مواجه‌اند. این روش به لحاظ مفهومی مجرد و به لحاظ محاسباتی چالش‌برانگیز است. به منظور رفع سریعتر مشکلات مفهومی، در ابتدا این روش را برای نیروهای الکتریکی به کار می‌بندیم و نه برای میدانهای الکتریکی؛ مثلاً در فصل ۲۵، محاسبه نیروی ناشی از بار خطی بر بار نقطه‌ای را مورد بحث قرار می‌دهیم. دانشجویان معمولاً استنباط فیزیکی بیشتری از نیروها دارند تا میدانها، و به این طریق می‌توانیم روش ریاضی را با محتوای فیزیکی تری ریزی کنیم. بعداً این محاسبات را برای میدانها و پتانسیلها تکرار می‌کنیم. به همین دلایل، قضیه‌های مربوط به پوسته را در فصل ۲۵ با محتوای نیروها مطرح می‌کنیم، که با طرح همین قضیه در فصل ۱۴ برای نیروی گرانشی مشابهت دارد.

۳. مبحث مربوط به پراکندگی رادرفورد را از فصل مربوط به قانون گاوس در ویراست پیشین به مبحث مربوط به میدانهای الکتریکی در فصل ۲۶ منتقل کرده‌ایم.

۴. در فصل ۲۷ (قانون گاوس)، مبحث مربوط به ارتباط بین شار الکتریکی و خطهای میدان را توسعه داده‌ایم، و اکنون کاربردهای متداول قانون گاوس در مورد توزیعهای پیوسته بار را قبل از کاربردهای آن در رساناها بررسی و مطالعه می‌کنیم.

۵. فصل ۲۹ (خواص الکتریکی ماده) فصل جدیدی است که شامل مطالبی درباره رساناها و دی‌الکتریکها می‌شود. در ویراست پیشین این مطالب در دو فصل خازنها و جریانها مطرح شده بودند. بر این باوریم که این مطالب هر کدام جایگاه خود را دارد و با ارائه آنها به این صورت به آسانی می‌توانیم رفتار رساناها و عایقها را در میدانهای الکتریکی با هم مقایسه کنیم.

در سراسر کتاب ادامه داده‌ایم، اما بخشهای جداگانه مربوط به فیزیک جدید را در فصلهای ۴۵ تا ۵۲ (که به موضوعهای فیزیک کوانتومی و کاربرد آن در اتمها، جامدها، و هسته‌ها می‌پردازد) گرد آورده‌ایم. ما جداً باور داریم که نسبیت و فیزیک کوانتومی بخشهای ضروری دوره درسی مقدماتی در این سطح هستند، اما ارائه منسجم و یکپارچه این موضوعها بهتر از مجموعه‌ای از نمایشهای منزوی حق این مطالب را ادا می‌کند. مانند ویراست چهارم، فصل مربوط به نسبیت خاص را همچنان در بین فصلهای مکانیک کلاسیک قرار داده‌ایم، که باور جدی ما را به تعلق مستقیم نسبیت خاص به فصلهای سینماتیک و مکانیک فیزیک کلاسیک نشان می‌دهد. فصلهای ۴۵ تا ۴۸ که فیزیک کوانتومی کاربردهای آن در اتمها را بررسی می‌کند، عمدتاً از ویراست چهارم بازنویسی شده‌اند. فصل ۴۵ آزمایشهای متداول اولیه‌ای را ارائه می‌دهد که حاکی از خواص ذره‌گونه تابش الکترومغناطیسی (تابش گرمایی، اثر فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون) هستند. اما شواهد انکارناپذیر مربوط به دوگانگی ذره-موج نور فقط از آزمایشهای جدید تأخیری حاصل می‌شوند، که آنها را هم‌اکنون در فصل ۴۵ بررسی می‌کنیم. مبانی نظریهٔ شرودینگر را اکنون در فصل ۴۶ مطالعه می‌کنیم، و کاربردهای تفصیلی آن در مورد چاههای پتانسیل و اتم هیدروژن را در فصل ۴۷ مورد بررسی قرار می‌دهیم. فصل ۴۸، که به ساختار اتمی می‌پردازد، با فصل ۵۲ در ویراست چهارم شباهت دارد که در اینجا مطالب جدیدی نیز دربارهٔ مغناطیس اتمی بدان افزوده شده است.

مواد پایان فصلهای این ویراست با ویراست قبلی تفاوت قابل ملاحظه‌ای دارد. مجموعهٔ مسائل قبلی (که همه با بخشهای متناظر در فصل نشانه‌گذاری شده بودند) به دقت ویرایش شده و در دو گروه تمرینها و مسئله‌ها قرار گرفته‌اند. تمرینها، که با بخشهای متناظر در فصل نشانه‌گذاری شده‌اند، معمولاً نشانگر کاربردهای مستقیم مواد موجود در بخشهای مربوط‌اند. هدف آنها معمولاً کمک به آشنا کردن دانشجویان با مفاهیم، فرمولهای مهم، یکاها، ابعاد، و مانند آن است. مسئله‌ها، که با بخشهای فصل نشانه‌گذاری نشده‌اند، اغلب به استفادهٔ مفاهیم بخشهای مختلف یا حتی فصلهای قبل نیاز دارند. بعضی از مسائل از دانشجویان می‌خواهند تا داده‌های لازم برای حل مسئله را برآورد یا حتی آنها را مستقلاً پیدا کنند. در ویرایش و گروه‌بندی مسئله‌ها، بعضی از مسئله‌های ویراست قبل را حذف کرده‌ایم. در سال آینده یک متمم مسئله عرضه خواهد شد که شامل اغلب مسئله‌های حذف‌شده و نیز گزیده‌ای از تمرینها و مسئله‌های جدید است. مانند قبل، پاسخ به تمرینها و مسئله‌های فرد

۶. پژوهشهای آموزش فیزیک به‌طور سازگاری نشان می‌دهند که دانشجویان در درک رفتار مدارهای سادهٔ DC با مشکلات زیادی روبه‌رو می‌شوند. بنابراین در این ویراست ارائهٔ مطالب مربوط به این عنوان را گسترده‌تر کرده‌ایم، در حالی‌که به‌طور همزمان حجم مطالب مربوط به مدارهای چندحلقه‌ای و ابزارهای اندازه‌گیری را کاهش داده‌ایم. ۷. اکنون آشنایی با چشمه‌های میدان مغناطیسی (فصل ۳۳) را با ارائهٔ میدان ناشی از تک بار متحرک آغاز می‌کنیم و سپس موضوع را با میدان ناشی از جزء جریان ادامه می‌دهیم. این روش ما را قادر می‌سازد که تناظر بهتری با سبکی که میدانهای مغناطیسی را در فصل پیش از آن (فصل ۳۲) معرفی کردیم، برقرار کنیم (یعنی اول نیروی وارد بر تک بار متحرک را مطالعه می‌کنیم و سپس نیروی وارد بر جزء جریان را). همچنین اکنون روش محاسبهٔ مستقیم میدان محوری سیموله را با استفاده از قانون بیوساوار، و قبل از تکرار محاسبات با بهره‌گیری از قانون آمپر، ارائه می‌دهیم.

۸. معرفی گشتاور دوقطبی مغناطیسی را تا فصل ۳۵ (خواص مغناطیسی ماده) به تأخیر انداخته‌ایم. این امر تا حدی به خاطر دوری جستن از انباشت مطالب جدید در اولین فصلی که دانشجویان با میدانهای مغناطیسی آشنا می‌شوند و نیز به خاطر فراهم آوردن رهیافتی هموارتر با معرفی دوقطبی مغناطیسی در مفهومی با بیشترین کاربرد مستقیم صورت گرفته است. در اینجا بحث مربوط به مغناطیس اتمی و هسته‌ای را تا حدودی به اختصار مطرح کرده‌ایم و ترجیح داده‌ایم که بحث مفصلتر در این باره را به فصلهای بعدتر و بعد از آشنایی با بعضی از مبانی ساختار اتمی همراه با اسپین الکترون موکول کنیم.

۹. فصلهای ۴۰، ۴۱، ۴۲ و ۴۳ ویراست پیشین را در قالب فصلهای ۳۸ و ۳۹ ویراست جدید آورده‌ایم. فصل ۳۸، اکنون معادله‌های ماکسول و کاربردهای آن را در مورد امواج الکترومغناطیسی ارائه می‌دهد، مطالبی که در ویراست چهارم فصلهای ۴۰ و ۴۱ را در برمی‌گرفت. فصل ۳۹ خواص امواج نور، از جمله بازتاب و شکست را مورد بررسی و مطالعه قرار می‌دهد و به این ترتیب مطالبی را در برمی‌گیرد که در ویراست قبلی محتوای فصلهای ۴۱، ۴۲ و ۴۳ را تشکیل می‌دادند. اکنون چگونگی تشکیل تصویر در آینهٔ تخت در فصل بعدی (فصل ۴۰) ارائه می‌شود، که به‌طور طبیعی خیلی مناسبتر در مبحث مربوط به تشکیل تصویر توسط آینه‌ها و عدسیها می‌گنجد.

۱۰. در ویراست چهارم، موضوعهای فیزیک جدید در سراسر کتاب، معمولاً در بخشهایی "پراکنده شده بودند" که با عنوان "اختیاری" مشخص می‌شوند. در این ویراست به استفاده از مثالهای فیزیک جدید

بیشتر است“ می‌نامند) می‌تواند مسیر مورد نظر خودش را از بین این مسیرها انتخاب کند. برخی بخشها یا زیربخشها صراحتاً با برچسب “اختیاری” مشخص شده‌اند که نشان می‌دهند می‌توان بدون از دست رفتن پیوستگی موضوع، نخوانده از آنها رد شد. بسته به چگونگی طرح درس، از برخی بخشها یا حتی تمامی برخی از فصلها می‌توان نخوانده گذشت یا آنها را به اختصار مطالعه کرد. در کتاب راهنمای مدرس، که به‌عنوان یک جلد کتاب جداگانه مرتبط موجود است، توصیه‌هایی برای چگونگی خلاصه کردن پوشش کتاب مطرح شده است. با وجود این، ارائه کامل مباحث در کتاب وجود دارد که دانشجویان کنجکاو می‌توانند به آن رجوع کنند و با مطالعه بخشهای حذف‌شده دیدگاه گسترده‌تری از موضوع به‌دست آورند. امیدواریم که کتاب به‌عنوان “نقشه راه” در فیزیک در نظر گرفته شود؛ جاده‌های بسیار خوش‌منظره یا مستقیم را می‌توان انتخاب کرد و لازم نیست که در اولین سفر از همه جاده‌ها استفاده کنیم. ممکن است که مسافر مشتاق تشویق شود به نقشه برگردد و مناطقی را که در سفرهای قبلی از دست داده دوباره مورد جستجو قرار دهد.

در کتاب داده شده است و پاسخ تمرینها و مسئله‌های زوج را می‌توان در راهنمای مدرس مربوط به این کتاب یافت.

پرسشهای چندگزینه‌ای و مسئله‌های کامپیوتری نیز به مواد پایان فصل افزوده شده‌اند. سرشت پرسشهای چندگزینه‌ای عموماً مفهومی است و اغلب بصیرتی فوق‌العاده در مورد مطالب را طلب می‌کند. پاسخ پرسشهای چندگزینه‌ای را می‌توان در کتاب راهنمای مدرس یافت. حل مسئله‌های کامپیوتری ممکن است نیازمند آشنایی با روشهای صفحه گسترده یا کار با برنامه‌های نمادین مانند Maple یا Mathematica باشد.

تلاش کرده‌ایم یک کتاب درسی به‌وجود آوریم که تا حد امکان مرور کامل و دقیقی را از فیزیک پایه در این سطح ارائه دهد. با این همه، باید تأکید کنیم که به‌ندرت ممکن است مدرسانی بخواهند (اگر اصلاً چنین مدرسانی وجود داشته باشند) تمام محتوای کتاب را از آغاز تا پایان، به‌ویژه در دوره‌ای یک‌ساله، دنبال کنند. از آن‌رو مسیرهای میان‌بر متفاوتی در این کتاب وجود دارد. مدرسی که بخواهد موضوعهای کمتری را با عمق بیشتری آموزش دهد (که معمولاً آن را رهیافت “کمتر

بار الکتریکی و قانون کولن

در اینجا مطالعه دقیق و مفصل الکترومغناطیس را آغاز می‌کنیم، که در بخش اعظم بقیه این کتاب ادامه خواهد یافت. نیروهای الکترومغناطیسی در ساختار اتمها و در پیوند اتمها در مولکولها و جامدات مؤثرند. بسیاری از خواص مواد که تاکنون مطالعه کرده‌ایم سرشت الکترومغناطیسی دارند، که کشسانی جامدات و کشش سطحی مایعات از آن جمله‌اند. نیروی فنر، اصطکاک و نیروی عمود بر سطح تماس، همه، از نیروی الکترومغناطیسی بین اتمها سرچشمه می‌گیرند. در بین مثالهای پدیده الکترومغناطیس که بررسی خواهیم کرد می‌توان به نیروی بین بارهای الکتریکی، مانند آنچه بین الکترون و هسته در یک اتم وجود دارد؛ حرکت یک جسم باردار تحت تأثیر میدان الکتریکی خارجی، مانند حرکت یک الکترون در یک باریکه نوسان‌نا؛ شارش بارهای الکتریکی در مدارها و رفتار اجزای مدارها؛ نیروی بین آهنرباهای دائمی و خواص مواد مغناطیسی؛ و تابش الکترومغناطیسی اشاره کرد، که سرانجام به مطالعه اپتیک، و سرشت انتشار نور می‌انجامد.

این فصل را با بحث درباره بار الکتریکی، برخی از خواص اجسام باردار و نیروی الکتریکی بنیادی بین دو جسم باردار آغاز می‌کنیم.

۲۵-۱ الکترومغناطیس: مقدمه

وجه اشتراک سه پدیده زیر کدام است؟

۱. کلید چراغ را در اتاقان روشن می‌کنید. مصرف سوخت در نیروگاه انرژی الکترومغناطیسی تولید می‌کند. این کار با چرخاندن حلقه‌ای از سیم رسانای الکتریکی در نزدیکی یک مغناطیس صورت می‌گیرد. سرانجام قسمتی از این انرژی به الکترونها موجود در رشته لامپ اتاق شما منتقل می‌شود، که انرژی الکتریکی را به نور مرئی تبدیل می‌کند.

۲. دستوری را روی صفحه کلید کامپیوترتان وارد می‌کنید. جویباری از الکترونها تشکیل می‌شود تا دستور شما را منتقل کند. چندین هزار

مسیر ممکن برای الکترونها در مدارهای کامپیوتر وجود دارد، ولی اغلب آنها به وسیله دریچه‌های الکترونیکی بسته‌اند. الکترونها فقط می‌توانند از دریچه‌هایی عبور کنند که بنابر دستور شما باز شده‌اند به طوری که باریکه الکترونها به مقصدشان می‌رسند و فرمان شما اجرا می‌شود. ۳. دکمه انتخاب کانال را روی دستگاه کنترل از راه دور تلویزیون خود فشار می‌دهید. امواج الکترومغناطیسی از دستگاه کنترل از راه دور به گیرنده‌ای در داخل تلویزیون می‌رسد، که به وسیله آن تلویزیون برای دریافت امواج الکترومغناطیسی دیگری تنظیم می‌شود که از ماهواره گردنده به دور زمین در ارتفاع زیاد سرچشمه می‌گیرد. امواجی که از ماهواره به دستگاه تلویزیون می‌رسند، دستورهایی را فراهم می‌آورند



شکل ۱-۲۵ مقیاس زمانی پیشرفتهای اصلی الکترومغناطیس.

ارتقا یافته است. سومین پیشرفت نظریه الکترومغناطیس در قرن بیستم عبارت بود از وحدت بخشیدن الکترومغناطیس با یک نیروی دیگر، به نام "نیروی ضعیف". نیروی ضعیف عامل برخی از فرایندهای واپاشی مواد پرتوزا و بعضی از برهمکنشهای بین ذرات است. درست به همان صورت که آثار الکتریکی و مغناطیسی در برهمکنش الکترومغناطیسی وحدت یافتند، آثار الکترومغناطیسی و ضعیف در سالهای دهه ۱۹۶۰ در برهمکنش الکتروضعیف به وحدت رسیدند. اما در حوزه مطالعه ما درباره نیروهای الکتریکی و مغناطیسی، برهمکنش الکتروضعیف هیچ نتیجه جدیدی ارائه نمیدهد، و مناسبتر است که برهمکنش الکترومغناطیسی را جداگانه مورد بررسی قرار دهیم.

در شکل ۱-۲۵ مقیاس زمان مربوط به برخی از رویدادهای اصلی در گسترش درک ما از الکترومغناطیس را ترسیم کرده ایم.

۲-۲۵ بار الکتریکی

پس از آنکه یک شانه پلاستیکی را چند بار از میان موهای سرتان گذرانید، درمی یابید که شانه به هریک از تارهای موی شما نیرو وارد می کند. همچنین ممکن است مشاهده کنید که، چنانچه تار موی شما به سمت شانه کشیده شد و در تماس با آن قرار گرفت، دیگر ربایشی بین آنها وجود ندارد.

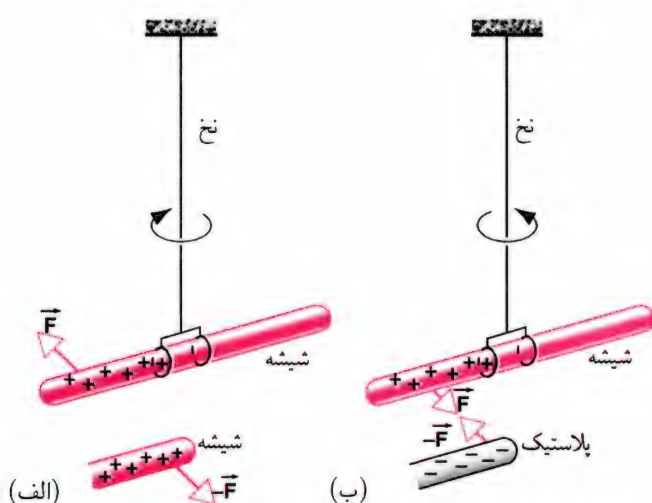
منطقی به نظر می رسد چنین نتیجه گیری کنیم که ربایش بین شانه و مو حاصل یک جوهر فیزیکی است که بر اثر مالش از یکی به دیگری

که دستگاه با استفاده از نیروهای الکتریکی و مغناطیسی باریکه ای از الکترونها را متمرکز و هدایت می کند تا به صفحه نمایش لامپ تصویر برخورد کرده تصویری مرئی به وجود آورد.

عامل مشترک بین این پدیده های گوناگون، آن است که همه آنها به نیروهایی وابسته اند که آنها را با عنوان الکتریکی یا مغناطیسی توصیف می کنیم. این نیروها برای کنترل و هدایت جریان انرژی یا ذرات به کار می روند. این نیروها اساس مطالعه پدیده الکترومغناطیس را تشکیل می دهند. در مطالعه این مبحث در خواهیم یافت که تمام آثار الکترومغناطیسی را می توان به وسیله مجموعه ای متشکل از چهار معادله بنیادی تشریح کرد که به آنها معادلات ماکسول می گوئیم. این معادلات قوانین منفرد الکترومغناطیس را نشان می دهند، درست به همان صورت که قبلاً معادلاتی را مورد بحث قرار داده ایم که قوانین مکانیک نیوتون یا قوانین ترمودینامیک را نمایش می دادند.

مطالعات خود را ابتدا با بررسی پدیده الکتریسیته شروع می کنیم و سپس با پدیده مغناطیس ادامه می دهیم. بعداً نشان خواهیم داد که این دو پدیده را نمی توان از هم جدا کرد؛ بعضی از پدیده های الکتریکی آثار مغناطیسی به وجود می آورند، و برخی از پدیده های مغناطیسی آثار الکتریکی ایجاد می کنند. این ارتباط ما را و به وحدت بخشیدن پدیده های الکتریکی و مغناطیسی هدایت می کند که آن را با نام مشترک الکترومغناطیس می خوانیم. پیدایش قوانین الکترومغناطیس و وحدت بخشیدن آنها پیروزی بسیار بزرگ فیزیک قرن نوزدهم بود. کاربرد این قوانین مستقیماً منجر به پدید آمدن گستره وسیعی از ابزارهای کاربردی، مانند موتورها، رادیو و تلویزیون، رادار، اجاقهای میکروویو، و تلفنهای همراه شد.

گسترش نظریه الکترومغناطیس، در قرن بیستم، با سه پیشرفت بسیار قابل توجه، ادامه یافت. در سال ۱۹۰۵، آلبرت اینشتین نشان داد که، برای یک ناظر متحرک، اثرهای الکتریکی ممکن است به صورت پدیده های مغناطیسی جلوه کنند، و از آن رو امکان دارد بین ناظرانی که نسبت به هم در حرکت اند، عدم توافق در مورد اندازه گیریهای مرتبط با مسائل الکتریکی یا مغناطیسی پیش بیاید. این نتیجه گیری اساس نظریه نسبیت خاص را به وجود آورد که سرانجام برداشت ما از مفاهیم فضا و زمان را دستخوش انقلاب کرد. تحول دومی که در این زمینه رخ داد عبارت بود از معرفی نظریه الکترومغناطیس، که به آن الکتروپنایمیک کوانتومی می گوئیم. این نظریه در حوالی سال ۱۹۴۹ به بار نشست و فیزیکدانان را قادر ساخت که خواص اتمها را با دقتی باورنکردنی محاسبه کنند، به طوری که این دقت در زمان حاضر به ۱۱ رقم بامعنی



شکل ۲۵-۲ (الف) دو میله که به طور یکسان باردار شده‌اند یکدیگر را دفع می‌کنند. (ب) دو میله که بارهای مخالف دارند یکدیگر را جذب می‌کنند.

اگر بارش مالش دهیم و مشاهده کنیم که هر دوی آنها باردار شده‌اند و می‌توانند یکدیگر را برابند. در هر یک از این دو مورد، تعداد نسبتاً کمی الکترون را منتقل کرده‌ایم و خنثایی الکتریکی این اجسام را برهم زده‌ایم. حالا یک میله شیشه‌ای را با مالش دادن یک تکه ابریشم به یک انتهای آن باردار می‌کنیم و آن را مطابق شکل ۲۵-۲ از یک رشته نخ می‌آویزیم. اگر یک میله شیشه‌ای را که به همین صورت باردار شده است در نزدیکی میله آویخته‌شده قرار دهیم، در می‌یابیم که دو میله همدیگر را دفع می‌کنند (شکل ۲۵-۲ الف) و از هم دور می‌شوند. اما، اگر یک میله پلاستیکی باردارشده را (که با مالش پوست باردار شده است) به نزدیکی آن بیاوریم، دو میله یکدیگر را جذب می‌کنند (شکل ۲۵-۲ ب)).

وجود دو نوع نیرویی را که در بالا مشاهده کردیم برحسب دو نوع بار توضیح می‌دهیم. وقتی پلاستیک را با پوست مالش می‌دهیم، الکترون‌ها به پلاستیک منتقل می‌شوند و میله پلاستیکی دارای بار منفی می‌شود. وقتی شیشه را با ابریشم مالش می‌دهیم، الکترون‌ها به ابریشم منتقل می‌شوند، شیشه با کمبود الکترون مواجه شده و در نتیجه دارای بار خالص مثبت می‌شود. نیروهای مشاهده‌شده در شکل ۲۵-۲ را می‌توان در قاعده زیر به طور خلاصه معرفی کرد:

بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را می‌رانند، و بارهای الکتریکی ناهمنام همدیگر را می‌ربایند.

در بخش ۴-۲۵، این قاعده را به صورت قانون نیروی کولن، به صورت کمی در می‌آوریم. در اینجا فقط بارهایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم

منتقل می‌شود، و همین جوهر فیزیکی وقتی دو جسم در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند به جای اولش باز می‌گردد تا ربایش را خنثی کند. این جوهر فیزیکی را بار الکتریکی می‌نامیم، و امروزه این انتقال را چنین درک می‌کنیم که می‌توان الکترون‌ها را از اتمهای یک جسم برداشت و آنها را به اتمهای جسم دیگر چسباند.

انتقال بار الکتریکی بر اثر مالش یک پدیده مشهود و متداول است. این پدیده توسط یونانیان باستان شناخته شده بود، آنها مشاهده کرده بودند که وقتی یک قطعه کهربا را با پوست مالش می‌دادند، می‌توانست قطعات کوچک کاه را بر بایند. وقتی روی قالی راه می‌روید و به هنگام تماس دستتان با دستگیره فلزی دچار گزش می‌شوید، یا وقتی که آذرخشی بین ابر و زمین کشیده می‌شود، شما شاهد وقوع آثار این گونه انتقال بار هستید.

وقتی که جسمی را "باردار" می‌کنیم (یعنی، وقتی باری را به جسمی منتقل می‌کنیم)، در می‌یابیم که این جسم می‌تواند نیرویی به جسم دیگر وارد کند. مشاهدات اولیه، که این نیرو ممکن است ربایشی یا رانشی باشد، منجر به این نتیجه شد که باید دو نوع بار الکتریکی وجود داشته باشد که آنها را بارهای مثبت و منفی نامیدیم.*

گرچه آثار ناشی از انتقال بار ممکن است پر قدرت باشد، شگفت‌آور است که این آثار از انتقال کسر بسیار کوچکی از بار الکتریکی موجود در جسم سرچشمه می‌گیرد. مواد معمولی از اتم‌ها یا مولکولهای خنثی ساخته شده‌اند که حاوی مقدار مساوی بار مثبت (هسته) و بار منفی (الکترون‌ها) هستند. وقتی دو جسم را به هم مالش می‌دهیم، تعداد نسبتاً کمی الکترون از اتمهای یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود؛ اغلب الکترون‌ها دست‌نخورده باقی می‌مانند. این عدم توازن بسیار کوچک بین مقادیر بسیار بزرگ ولی برابر بارهای مثبت و منفی در یک جسم است که سبب ایجاد متداول‌ترین آثار مشهود الکتریکی می‌شود.

وقتی یک میله پلاستیکی را با یک تکه پوست مالش دهیم، الکترون‌ها به میله منتقل می‌شوند؛ چون میله دارای الکترونهای اضافی است (که بار منفی حمل می‌کند) دارای بار منفی می‌شود. حالا پوست با کمبود الکترون مواجه است، و در نتیجه دارای بار مثبت است. می‌توانیم ربایش هر یک از رشته‌های پوست را به وسیله میله مشاهده کنیم، که ناشی از بارهایی است که روی هر یک از آن دو وجود دارد. به صورتی مشابه، می‌توانیم یک میله شیشه‌ای را به وسیله یک تکه

* برچسبهای مثبت و منفی برای بارهای الکتریکی به صورت دلخواه توسط بنیامین فرانکلین (۱۷۰۶ تا ۱۷۹۰) انتخاب شدند که فضایل بسیار داشت و دانشمندی با شهرت و اعتباری جهانی بود. در واقع، احتمالاً اعتبار علمی فرانکلین بوده است که در خلال جنگهای استقلال آمریکا سبب موفقیت‌های دیپلماتی او در فرانسه شده است.

که یکای اصلی آن را به هر دو روش مناسبی تعریف کنیم. یکی از روشهای ممکن، عبارت است از تعریف بار برحسب نیروی مؤثر بین دو بار استاندارد که در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند، مانند مقدار باری که بر یک بار مشابه که در فاصله یک متری از آن قرار دارد نیروی یک نیوتون را وارد کند. ولی، اندازه‌گیری نیروی بین بارهای ساکن کاری دشوار است، و از آن رو، در عمل، بهتر است که کولن را برحسب نیروی مغناطیسی بین سیمهای حامل جریان تعریف کنیم (این موضوع را در فصل ۳۳ مورد بحث قرار داده‌ایم). این نیرو را می‌توانیم با دقت خیلی بیشتری از نیروی بین بارهای ساکن اندازه‌گیری کنیم. بنابراین مناسب‌تر است که یکای مبنای SI را برحسب جریان (آهنگ شارش بار الکتریکی در واحد زمان) تعریف کنیم. در آن صورت کولن به عنوان یکای بار الکتریکی یک یکای فرعی است، که از یکاهای اصلی جریان و زمان به دست آمده است (پیوست الف را ببینید).

بار الکتریکی کوانتیده است

وقتی که بار الکتریکی را از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌کنیم، امکان انتقال یکاهای کوچک دلخواه وجود ندارد. یعنی، شارش بار به صورت یک جریان، یک شارش پیوسته نیست، بلکه از اجزای گسسته‌ای تشکیل شده است.* آزمایش نشان می‌دهد که بار الکتریکی همواره فقط از مقادیری تشکیل شده است که مضربهای درستی از یک کمیت بنیادی معین بار، یعنی e ، هستند. یعنی داریم

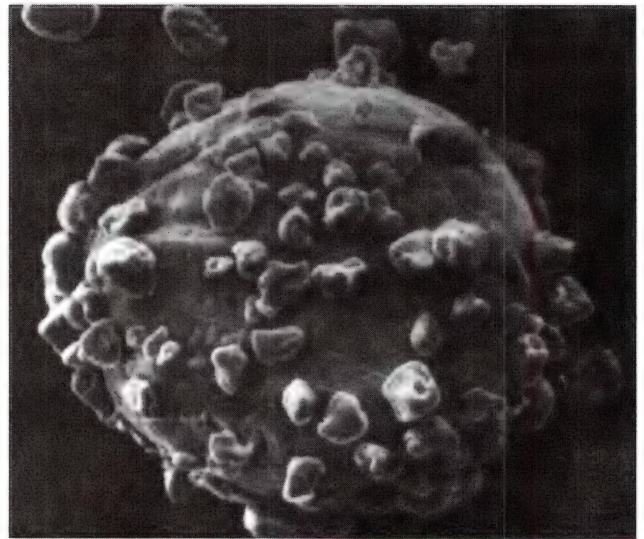
$$q = ne \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1-25)$$

که در اینجا بار (e) (تا چهار رقم بامعنی) چنین است:

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

بار بنیادی e از ثابتهای بنیادی طبیعت است که مقدار تجربی آن با عدم قطعیت ۴ قسمت در 10^8 قسمت معین شده است.

الکترون و پروتون نمونه‌هایی از ذرات متداولی هستند که هر کدام حامل یک بار بنیادی‌اند. الکترون دارای بار $-e$ است و پروتون بار $+e$ دارد. بعضی از ذرات، مانند نوترون، حامل هیچ بار الکتریکی خالصی نیستند. مشخص شده است که بعضی از ذرات بنیادی دیگر حامل مضربهای کوچکی از e هستند، معمولاً $1, \pm 2, \pm 3$ ، یا ± 3 . هر ذره‌ای * در روزگار فرانکلین، بار الکتریکی را به صورت یک ماده در نظر می‌گرفتند و می‌پنداشتند که مانند یک شاره پیوسته جاری می‌شود. ولی اکنون می‌دانیم که شاره‌ها از اتمها و مولکولهای منفرد تشکیل شده‌اند، یا به عبارتی ماده گسسته است. به صورتی مشابه "شاره الکتریکی" نیز پیوسته نیست بلکه گسسته است.



شکل ۲۵-۳ یک گوی حامل در یک دستگاه فتوکپی زیراکس، پوشیده از ذرات تونر که بر اثر جاذبه الکتروستاتیکی به گوی چسبیده‌اند. قطر گوی در حدود ۳ mm^۰ است.

که یا نسبت به هم ساکن‌اند و یا با سرعت خیلی کمی حرکت می‌کنند، محدودیتی که موضوع علم الکتروستاتیک را تعریف می‌کند.

نیروهای الکتریکی بین اجسام باردار کاربردهای صنعتی فراوانی دارد که از آن میان می‌توان به رنگ‌پاشی و اندود کردن اجسام با پودر به صورت الکتروستاتیکی، رسوبدهی، چاپ با مرکب بدون تماس و فتوکپی کردن اشاره کرد. برای مثال، شکل ۲۵-۳، گوی کوچک حاملی را در یک دستگاه فتوکپی نشان می‌دهد، که پوشیده از ذرات یک پودر به نام تونر است، تونر با نیروهای الکتروستاتیکی به گوی حامل چسبیده است. ذرات تونر دارای بار منفی را، سرانجام، یک تصویر نهان دارای بار مثبت از مدرکی که قرار است کپی شود، جذب می‌کند. این تصویر نهان روی یک استوانه چرخان تشکیل می‌شود. سپس یک برگ کاغذ باردار ذرات تونر را از استوانه به خود جذب می‌کند و این ذرات به کمک گرما در محل مورد نظر قرار می‌گیرند تا تصویر یا کپی نهایی را به وجود آورند. بار الکتریکی خالص هر جسم معمولاً با نماد q نمایش داده می‌شود.

بار الکتریکی یک کمیت نرده‌ای است. بار الکتریکی ممکن است مثبت یا منفی باشد، که مثبت یا منفی بودن آن بستگی دارد به اینکه بار خالص جسم چه علامتی داشته باشد. بار الکتریکی را برحسب یکای کولن (C) اندازه‌گیری می‌کنیم. کولن یکای بسیار بزرگی از بار است؛ و در حدود $10^{18} \times 6$ الکترون لازم است تا یک کولن بار تشکیل دهد.

کولن را نمی‌توان از یکاهای تعریف شده قبلی به دست آورد. نظر به اینکه بار الکتریکی یک کمیت جدید است، این آزادی عمل را داریم

درک کرد که نیروی ربایشی که یک کوآرک بر کوآرک دیگر وارد می‌کند با افزایش فاصله بین آنها افزایش می‌یابد. که این رفتار برخلاف نیروهای الکترومغناطیسی و گرانشی است که وقتی فاصله بین یک زوج از ذرات برهم‌کنش‌کننده افزایش می‌یابد، نیروی بین آنها، کاهش پیدا می‌کند.

مسئله نمونه ۱-۲۵ یک سکه، که از نظر الکتریکی خنثی است، حاوی مقدار یکسان بارهای الکتریکی مثبت و منفی است. اندازه این بارهای مساوی چقدر است؟

حل. بار موجود در سکه، q ، از رابطه NZe به دست می‌آید. که در این عبارت N تعداد اتمهای موجود در سکه است و Ze عبارت است از مقدار بارهای مثبت و منفی موجود در هر اتم. برای سادگی فرض می‌کنیم که سکه مسی باشد، که در این صورت تعداد اتمهای موجود در سکه، N ، برابر است با $N_A m/M$ که در اینجا N_A ثابت آووگادرو است. جرم m سکه ۳۱۱ g و جرم M یک مول مس (که به آن جرم مولی می‌گوییم) ۶۳۵ g است. با بهره‌گیری از رابطه بالا، نتیجه می‌گیریم

$$N = \frac{N_A m}{M} = \frac{(۳۱۱\text{ g})(۶۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ اتم/مول})}{۶۳۵\text{ g/مول}}$$

$$= ۲۹۵ \times ۱۰^{۲۲} \text{ اتم}$$

هر اتم خنثی حاوی بار منفی Ze مربوط به الکترون‌ها و همان مقدار بار مثبت است که به هسته آن مربوط می‌شود. در اینجا e مقدار بار مربوط به هر الکترون است که برابر با $۱۰^{-۱۹}\text{ C} \times ۱۶۰$ است، و Z عدد اتمی عنصر مورد مطالعه است. برای مس، Z برابر با ۲۹ است. در نتیجه، مقدار کل بار مثبت یا منفی موجود در یک سکه برابر است با

$$q = NZe = (۲۹۵ \times ۱۰^{۲۲})(۲۹)(۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}\text{ C})$$

$$= ۱۳۷ \times ۱۰^۵\text{ C}$$

که این، بار الکتریکی فوق‌العاده زیادی است. برای مقایسه، مقدار باری را که می‌توانید به وسیله مالش روی یک میله پلاستیکی قرار دهید شاید در حدود $۱۰^{-۹}\text{ C}$ باشد، که تقریباً $۱۰^{۱۴}$ مرتبه کوچکتر است. برای مقایسه‌ای دیگر، مدت ۱ تا ۲ روز طول می‌کشد تا بار $۱۰^۵\text{ C} \times ۱۳۷$ از رشته تنگستن یک لامپ معمولی عبور کند. در مواد عادی بار الکتریکی بسیار زیادی وجود دارد.

یک پادذره متناظر با خود دارد، که جرمش با خود ذره برابر است ولی بار الکتریکی آن مخالف است؛ پادالکترون، که آن را با نام پوزیترون می‌شناسیم، دارای بار $+e$ است. پادذره‌ها به‌طور متداول در طبیعت وجود ندارند، بلکه آنها را می‌توان در واپاشیها و واکنشهای هسته‌ای و ذرات بنیادی به وجود آورد.

معادله (۱-۲۵) نشان می‌دهد که می‌توان، ذره‌ای یافت که، به عنوان مثال، حامل بار $+۱۰e$ یا $-۶e$ باشد ولی هرگز نمی‌توان ذره‌ای با بار $۳۷۵e$ در طبیعت پیدا کرد. هرگاه مقادیر مربوط به یک خاصیت اجسام به مضربهای گسسته‌ای از یک کمیت بنیادی محدود شده باشد، می‌گوییم که آن خاصیت کوانتیده است.

نظر به اینکه بار بنیادی کوچک است، در شرایط عادی از ماهیت گسسته شارش بار آگاه نمی‌شویم. به عنوان مثال، در یک سیم مداری الکترونیکی که جریانهای میلی آمپری جریانهایی نوعی هستند، در هر ثانیه از هر سطح مقطع سیم ۶×۱۰^{۱۵} الکترون می‌گذرد!

اتمها در شرایط عادی از نظر بار الکتریکی خنثی هستند و این بدان معناست که اتمها حاوی تعداد مساوی بار مثبت و منفی اند. هسته هر اتم حاوی Z پروتون است (که Z را عدد اتمی آن اتم می‌خوانیم) و از آن رو حاوی بار $+Ze$ است. در یک اتم خنثی، تعداد Z الکترون با بار منفی گرد هسته می‌چرخند. اغلب این امکان وجود دارد که یک یا چند الکترون از یک اتم برداریم، و یونی ایجاد کنیم که حاوی بار اضافی مثبت $+e$ ، $+۲e$ ، ... باشد. مثلاً، اگر می‌توانستیم تمام الکترونهای یک اتم اورانیم ($Z = ۹۲$) را برداریم، در آن صورت یک ذره به وجود آورده بودیم که بار الکتریکی آن $+۹۲e$ بود. در شرایط معینی، می‌توانیم یک الکترون را به یک اتم خنثی بچسبانیم، و یونی با بار منفی ایجاد کنیم.

با آنکه باور داریم که الکترونها ذراتی بنیادی‌اند و هیچ زیرساختاری ندارند، پروتونها ذراتی بنیادی نیستند. آنها از جوهرهای بنیادی‌تری به نام کوآرک ساخته شده‌اند. به کوآرکها بارهای الکتریکی کسری $۱/۳e$ - و $۲/۳e$ + را نسبت داده‌ایم. هر پروتون از سه کوآرک تشکیل شده است، دو کوآرک با بار $۲/۳e$ + و یک کوآرک با بار $۱/۳e$ -، که حاصل جمع آنها بار خالص $+e$ است. شواهد تجربی وجود کوآرکها در داخل پروتون بسیار قوی است (مثلاً، می‌توان شرایطی ایجاد کرد که الکترونهای پراثری از کوآرکهای حامل بار کسری داخل پروتون پراکنده شوند)، ولی، هر چقدر هم سخت پروتونها را وادار به برخورد کنیم، هیچ کوآرک آزادی مشاهده نخواهیم کرد. در نتیجه، تا به امروز هیچ ذره آزادی با بار کسری مشاهده نشده است. این واقعیت را می‌توان به این ترتیب

۲۵-۳ رسانا و عایق

مواد را معمولاً براساس توانایی شارش الکترونها در داخل آنها طبقه‌بندی می‌کنند. در برخی از مواد، مانند فلزات، الکترونها می‌توانند به‌صورت نسبتاً آزاد حرکت کنند. این گونه مواد را رسانا می‌نامیم. الکترونیایی که در یک مکان از ماده به آن منتقل می‌شوند می‌توانند به آسانی در سرتاسر ماده حرکت کنند. آب لوله‌کشی و بدن انسان نمونه‌های دیگری از مواد رسانا هستند.

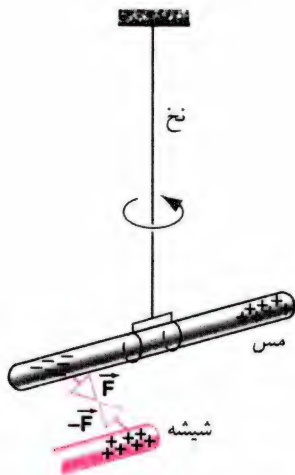
در سایر مواد، الکترونها اصلاً نمی‌توانند حرکت کنند. الکترونیایی که در یک مکان از ماده به آن انتقال داده شوند در همان مکان باقی می‌مانند. این گونه مواد را عایق می‌خوانیم. شیشه، پلاستیک، و بسیاری از مواد بلورین مانند NaCl نمونه‌هایی از مواد عایق‌اند.

اگر بخواهیم یک میله مسی را در دست نگه داشته با مالش دادن به یک تکه پوست باردار کنیم، موفق نخواهیم شد. ممکن است که الکترونها بر اثر اصطکاک از میله به پوست انتقال پیدا کنند، ولی الکترونهای دیگری به آسانی از طریق دستمان به میله وارد می‌شوند که جایگزین الکترونهای خارج‌شده خواهند شد. در نتیجه، بر اثر مالش هیچ‌گونه تجمع خالص بار الکتریکی در میله صورت نمی‌گیرد. می‌توانیم تصور کنیم که زمین یک چشمه بی‌انتهای از الکترونها باشد، که برخی از آنها به بدن شما وارد می‌شوند تا آنهایی را که از بدن شما به میله مسی انتقال یافته است جبران کنند. وقتی مسیری وجود دارد که از طریق آن الکترونها می‌توانند بین یک جسم و زمین شارش پیدا کنند، گفته می‌شود که آن جسم به زمین متصل شده است.

حال اگر به میله مسی یک دسته پلاستیکی متصل شود، درمی‌یابیم که بر اثر مالش امکان تجمع بار روی آن وجود دارد. دسته عایق مسیر شارش الکترونها بین میله و بدن شما را می‌بندد.

اتمه‌ای منزوی در مواد رسانا مانند مس عموماً حاوی الکترونیایی هستند که پیوند سستی دارند و به آسانی می‌توان آنها را جدا کرد، و یک یون با بار مثبت بر جای گذاشت. وقتی اتمهای مس در کنار هم قرار می‌گیرند تا قطعه مس جامد را به‌وجود آورند، این الکترونها که پیوند سستی با هسته اتم دارند دیگر متصل به اتمهای منفرد باقی نمی‌مانند و آزاد می‌شوند که در سرتاسر ماده پرتاب شوند. این الکترونهای آزاد را الکترونهای رسانش می‌خوانیم؛ در مس، به‌عنوان یک رسانای نوعی، در هر سانتی‌متر مکعب در حدود 10^{23} الکترون رسانش وجود دارد. یونهای دارای بار مثبت آزاد نیستند که حرکت کنند و در داخل ساختار شبکه جامد مس ثابت باقی می‌مانند.

آزمایش شکل ۲۵-۴ قابلیت تحرک بار الکتریکی در یک رسانا را



شکل ۲۵-۴ هر یک از دو سر یک میله مسی منزوی بدون بار به‌وسیله یک میله باردار، اعم از مثبت یا منفی، جذب می‌شود. در این حالت، الکترونهای رسانش موجود در میله مسی به طرف انتهای نزدیک به میله شیشه‌ای کشیده می‌شوند و انتهای دور از میله شیشه‌ای را با بار خالص مثبت بر جای می‌گذارند.

نشان می‌دهد. یک میله مسی بدون بار خالص به‌وسیله یک رشته نخ عایق آویخته شده است. وقتی یک میله شیشه‌ای دارای بار مثبت را به هر یک از دو انتهای میله مسی نزدیک کنیم، الکترونهای رسانش، آماده به حرکت، در میله مسی به‌وسیله بارهای مثبت روی میله شیشه‌ای جذب می‌شوند. شارش الکترونها به سمت انتهای نزدیک به میله شیشه‌ای سبب کمبود آن در انتهای دور از میله شیشه‌ای می‌شود و یک بار خالص مثبت در آن انتها بر جای می‌گذارد. انتهای دارای بار منفی میله مسی و انتهای با بار مثبت میله شیشه‌ای نیروهای ربایشی بر یکدیگر وارد می‌کنند. توجه داشته باشید که این مورد خیلی با مورد نشان داده شده در شکل ۲۵-۲ تفاوت دارد؛ در شکل ۲۵-۴ میله شیشه‌ای میله مسی را جذب می‌کند که حامل هیچ بار خالصی نیست. (همان‌طور که در بخش بعدی مورد بحث قرار خواهیم داد، نیروی الکتریکی به‌طور وارونه به فاصله بین دو بار وابسته است؛ بنابراین نیروی ربایشی بین شیشه و انتهای منفی میله مسی خیلی قویتر از نیروی رانشی بین شیشه و انتهای مثبت میله مسی است.)

اگر به جای میله شیشه‌ای با بار مثبت شکل ۲۵-۴ از یک میله پلاستیکی دارای بار منفی استفاده می‌کردیم، حاصل به همان صورت بود: یک نیروی ربایشی بین میله پلاستیکی و میله مسی. در این حالت میله پلاستیکی دارای بار منفی الکترونهای رسانش موجود در مس را دفع می‌کرد، و انتهای میله مسی نزدیک به میله پلاستیکی دارای بار مثبت می‌شد. در نتیجه بین انتهای منفی میله پلاستیکی و انتهای مثبت میله مسی یک نیروی ربایشی ایجاد می‌شد.

همچنین امکان دارد که بین یک جسم باردار و یک جسم عایق

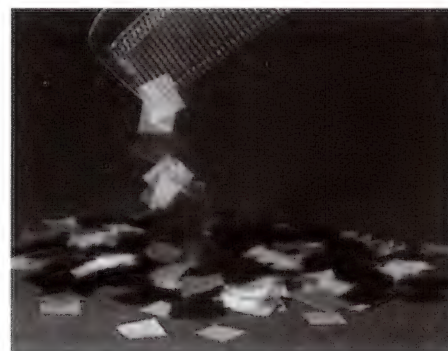
میله مسی شکل ۴-۲۵ یا در سطح مولکولی، مانند مورد مطرح شده در شکل ۵-۲۵.

باردار کردن اجسام با تماس و با القا

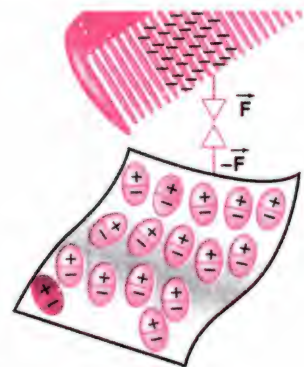
اکنون تصور کنید که میله شیشه‌ای دارای بار مثبت را با یک میله مسی بدون بار در تماس قرار می‌دهیم (شکل ۶-۲۵). الکترون‌ها از مس جاری می‌شوند که بارهای مثبت روی میله شیشه‌ای را خنثی کنند. ولی، به دلیل اینکه الکترون‌ها نمی‌توانند در داخل شیشه جاری شوند، فقط می‌توانند آن بارهای مثبتی را خنثی کنند که در نقطه تماس با مس قرار دارند. برای اینکه الکترون‌های بیشتری را از مس جدا کنیم، می‌توانیم میله شیشه‌ای را روی میله مسی "بکشیم"، و به این وسیله الکترون‌هایی را به نواحی تازه و خنثی‌نشده میله شیشه‌ای که به این ترتیب در تماس با مس قرار می‌گیرد منتقل کنیم (شکل ۶-۲۵ الف)). حال اگر میله شیشه‌ای را دور کنیم، میله مسی با کمبود الکترون باقی می‌ماند و در نتیجه دارای بار خالص مثبت است. الکترون‌ها در سرتاسر مس جاری می‌شوند به طوری که بارهای مثبت (هسته‌های یونی) به طور یکنواخت در سرتاسر سطح میله مسی توزیع شوند. این انتقال مستقیم بار الکتریکی از یک جسم به جسم دیگر را باردار کردن از طریق تماس می‌گوییم. با آنکه، واقعاً این الکترون‌های دارای بار منفی هستند که انتقال پیدا کرده‌اند، اغلب مناسب است تصور کنیم که در آزمایش شکل ۶-۲۵ این بارهای مثبت‌اند که از میله شیشه‌ای به مس انتقال یافته‌اند.



شکل ۶-۲۵ الف) باردار کردن یک جسم از طریق تماس. الکترون‌ها از میله مسی جاری می‌شوند تا بارهای مثبت موجود در نقطه تماس با میله مسی را خنثی کنند. ب) بار حاصل روی میله مسی پس از دور شدن میله شیشه‌ای.



(الف)

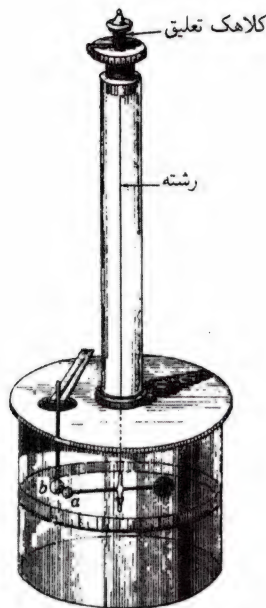


(ب)

شکل ۵-۲۵ الف) یک شانه دارای بار الکتریکی قطعات کوچک کاغذ را جذب می‌کند. ب) شانه دارای بار منفی بارهای موجود در مولکول‌ها را قطبیده کرده، سبب ایجاد یک نیروی ربایشی بین شانه و قطعات ریز کاغذ می‌شود.

بدون بار یک نیروی ربایشی به وجود آید. در شکل ۵-۲۵ الف) یک شانه باردار را نشان داده‌ایم که قطعات کوچک کاغذ بدون بار را جذب می‌کند. توضیح این‌گونه ربایش از ربایش بین میله شیشه‌ای و میله مسی متفاوت است. در این حالت، قطعات کاغذ عایق‌اند، و امکان ندارد که الکترون‌ها را به یک انتهای کاغذ جمع کنیم (آن‌طور که در شکل ۴-۲۵ در مورد رسانا اتفاق می‌افتاد). در عوض، در اینجا الکترون‌های مربوط به هر مولکول منفرد در قطعات ریز کاغذ توسط شانه باردار دفع می‌شود، و در نتیجه الکترون‌ها به صورت ترجیحی در سمتی از هر مولکول قرار می‌گیرند که دورتر از شانه است. در هر مولکول، انتهای مثبت (انتهایی که کمبود الکترون پیدا کرده است) به شانه نزدیک‌تر است و با نیروی قویتری به شانه جذب می‌شود. همین اثر سبب نیروی ربایشی خالصی بین شانه و قطعات کاغذ می‌شود (شکل ۵-۲۵ ب)). اگر شانه دارای بار مثبت هم باشد همین نیروی ربایشی به وجود می‌آید.

جدا شدن بارهای مثبت و منفی در یک جسم منزوی تحت تأثیر یک جسم باردار را، که در نزدیکی آن قرار گرفته است، قطبش می‌گوییم. قطبش ممکن است در سطح ماکروسکوپی هم رخ دهد، مانند مورد



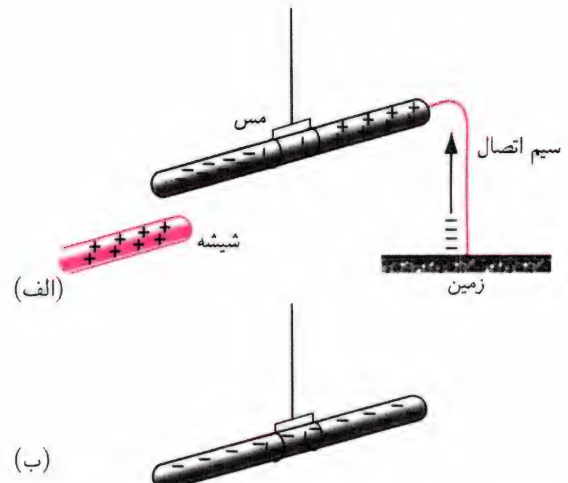
شکل ۸-۲۵ ترازوی پیچشی کولن، از هدایای سال ۱۷۸۵ او به آکادمی علوم پاریس.

می‌کرد که در شکل ۸-۲۵ با نمادهای a و b نشان داده شده‌اند. اگر گویهای a و b باردار شده باشند، نیروی الکتریکی وارد بر گوی a سبب پیچش رشتهٔ معلقی می‌شود. کولن اثر این پیچش را با چرخاندن کلاهک تعلیق به اندازهٔ θ خنثی کرد تا دو جسم باردار را در فاصلهٔ مشخصی از یکدیگر نگه دارد. در این صورت زاویهٔ θ معیاری نسبی از نیروی الکتریکی وارد بر بار a است. ابزار شکل ۸-۲۵ یک ترازوی پیچشی است؛ بعدها کاوندیش ابزار مشابهی برای اندازه‌گیری جاذبهٔ گرانشی به‌کار برد (بخش ۱۴-۳).

آزمایشهای کولن و معاصرانش نشان داد نیروی الکتریکی که یک جسم باردار بر جسم باردار دیگر وارد می‌کند با حاصلضرب مقدار بار دو جسم نسبت مستقیم و با مجذور فاصلهٔ بین آنها نسبت عکس دارد. یعنی

$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

که در این رابطه F مقدار نیروی متقابلی است که بر هر یک از بارهای q_1 و q_2 وارد می‌شود، و r فاصلهٔ بین مرکزهای این دو گوی است. نیروی وارد بر هر بار از طرف بار دیگر در امتداد خط واصل این دو بار قرار می‌گیرد. همان‌طور که قانون سوم نیوتون ایجاب می‌کند، نیرویی که از طرف بار q_1 به بار q_2 وارد می‌شود از نظر مقدار برابر و از نظر جهت برعکس نیرویی است که از طرف بار q_2 به بار q_1 وارد می‌شود، حتی اگر مقدار بارها روی هر کدام از دو گوی متفاوت باشد.



شکل ۷-۲۵ (الف) باردار کردن یک جسم به روش القا. الکترون‌ها از زمین به سمت میلهٔ مسی جاری می‌شوند تا بارهای مثبت موجود در سر دورتر از میلهٔ شیشه‌ای را خنثی کنند. (ب) بار حاصل روی میلهٔ مسی پس از دور شدن میلهٔ شیشه‌ای.

بار دیگر به مورد نشان داده‌شده در شکل ۴-۲۵ بازمی‌گردیم. اگر بین انتهای دارای بار مثبت میلهٔ مسی و زمین یک سیم وصل کنیم (شکل ۷-۲۵ الف)، الکترون‌ها از زمین به میلهٔ مسی جریان پیدا می‌کنند تا بارهای مثبت مس را خنثی کنند. اگر زمانی که میلهٔ شیشه‌ای در جای خودش در نزدیکی میلهٔ مسی قرار دارد سیم اتصال به زمین را قطع کنیم، میلهٔ مسی مقداری بار خالص منفی را در خود نگه می‌دارد. حال اگر میلهٔ شیشه‌ای را دور کنیم بارهای منفی چنان خودشان را روی سطح میلهٔ مسی توزیع می‌کنند (شکل ۷-۲۵ ب)) که در دورترین فاصله از همدیگر قرار بگیرند. این نحوهٔ باردار کردن اجسام را باردار کردن القایی می‌گوییم. توجه کنید که در اینجا با کاربرد میلهٔ شیشه‌ای با بار مثبت هم توانستیم با تماس به میلهٔ مسی بار مثبت انتقال دهیم و هم به وسیلهٔ القا بار منفی (از زمین) بدهیم.

۴-۲۵ قانون کولن

در این فصل تا به اینجا ثابت کردیم که دو نوع بار الکتریکی وجود دارد که بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. در این بخش هدف ما شناخت ماهیت این نیروست.

نخستین آزمایش کمی موفق در مطالعهٔ نیروی بین بارهای الکتریکی توسط شارل آگوستین کولن (۱۷۳۶ تا ۱۸۰۶) صورت گرفت. کولن ربایش و رانش الکتریکی را اندازه‌گیری کرد و قانونی به‌دست آورد که این نیروها از آن پیروی می‌کردند. در اصل، ابزار کولن چیزی شبیه شکل ۲-۲۵ بود، جز آنکه او از کره‌های باردارشدهٔ کوچکی استفاده

مقدار دقیق ثابت الکتریکی چنین است

$$\epsilon_0 = 8.85418781762 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

مقدار ثابت کولن، K ، متناظر با این مقدار (تا سه رقم بامعنی) به قرار زیر است

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

با این گزینش برای ثابت K ، قانون کولن را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (۴-۲۵)$$

در این معادله اگر ثابت K دارای مقدار بالا باشد و q را برحسب کولن و r را برحسب متر در نظر بگیریم نیروی F برحسب نیوتون به دست می‌آید.

اهمیت قانون کولن بسیار فراتر از توصیف نیروهای مؤثر بین کره‌های باردار است. این قانون، وقتی وارد ساختار فیزیک کوانتومی می‌شود، توصیف درستی از (۱) نیروهای الکتریکی که الکترونهای یک اتم را به هسته آن پیوند می‌زنند، (۲) نیروهایی که اتمها را به هم متصل می‌کنند تا مولکولها را به وجود آورند، و (۳) نیروهایی که اتمها و مولکولها را به هم می‌چسبانند تا جامدها و مایعها را به وجود آورند، ارائه می‌دهد. به این ترتیب اغلب نیروهای مؤثر در تجربیات روزمره ما که سرشت گرانشی ندارند الکتریکی هستند.

مسئله نمونه ۲-۲۵ در مسئله نمونه ۱-۲۵ دیدیم که سکه مسی حاوی بارهای مثبت و منفی است و مقدار هر کدام از این بارها در حدود $1.37 \times 10^5 \text{ C}$ است. فرض کنید می‌توانستیم این بارها را به صورت دو بسته جدا از هم در فاصله 1.0 متری از یکدیگر قرار می‌دهیم. نیروی ربایشی وارد بر هر بسته چقدر می‌شد؟

حل. از معادله (۴-۲۵) داریم

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|^2}{r^2} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1.37 \times 10^5 \text{ C})^2}{(1.0 \text{ m})^2} \\ &= 1.69 \times 10^{16} \text{ N} \end{aligned}$$

برای تبدیل تناسب بالا به معادله، یک ضریب تناسب وارد می‌کنیم که آن را با نماد K نمایش می‌دهیم و به آن ثابت کولن می‌گوییم. به این ترتیب، برای نیروی بین اجسام باردار رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$F = K \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (۲-۲۵)$$

معادله (۲-۲۵)، که قانون کولن نامیده می‌شود، معمولاً برای اجسام باردار برقرار است که ابعادشان خیلی کوچکتر از فاصله بین آنها باشد. اغلب می‌گوییم که این قانون فقط برای بارهای نقطه‌ای معتبر است.

باور ما به درستی قانون کولن از لحاظ کمی متکی بر آزمایشهای کولن نیست. این گونه اندازه‌گیریها نمی‌توانند ما را متقاعد کنند که، به عنوان مثال، توان r در معادله (۲-۲۵) دقیقاً برابر با ۲ است و مثلاً 10^{10} نیست. در بخش ۷-۲۷ نشان می‌دهیم که قانون کولن را می‌توان از یک آزمایش غیرمستقیم نیز به دست آورد، که این آزمایش نشان می‌دهد، اگر نمای r در معادله (۲-۲۵) دقیقاً برابر با ۲ نباشد، حداکثر به اندازه $10^{-16} \times 1$ با ۲ تفاوت دارد.

قانون کولن شبیه قانون عکس مجذوری نیوتون برای گرانش، $F = Gm_1m_2/r^2$ است، که در زمان انجام آزمایشهای کولن بیش از ۱۰۰ سال سابقه داشت. هر دو قانون، قانونهای عکس مجذوری اند و بار q در قانون کولن همان نقشی را دارد که جرم m در قانون گرانش نیوتون. یک تفاوت بین این دو قانون آن است که، تا آنجا که می‌دانیم، نیروهای گرانشی همواره نیروهای ربایشی یا جاذبه هستند، در حالی که نیروهای الکتروستاتیکی برحسب اینکه بارها هم علامت یا با علامت مخالف باشند، ممکن است به صورت رانشی یا ربایشی باشند.

در سیستم SI، ثابت K به صورت زیر بیان می‌شود:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (۳-۲۵)$$

گرچه به نظر می‌رسد که انتخاب این شکل برای ثابت K قانون کولن را بی‌جهت پیچیده می‌کند، سرانجام این گزینش به ساده‌سازیهایی در فرمولهای الکترومغناطیس می‌انجامد که خیلی بیشتر از قانون کولن مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند.

ثابت ϵ_0 ، که ثابت الکتریکی نامیده می‌شود (و ثابت گذردهی نیز خوانده می‌شود) دارای مقداری است که از مقدار پذیرفته شده برای سرعت سیر نور به دست می‌آید و آن را در فصل ۳۹ بررسی می‌کنیم.

گرانشی عظیمی را پدید آورد. از طرف دیگر، نیروی الکتروستاتیکی برای بارهای هم علامت رانشی است و از آن رو انباشت مقدار زیادی از بارهای مثبت یا منفی وجود ندارد. باید همواره دو نوع بار را در کنار هم داشته باشیم تا اثر یکدیگر را خنثی کنند. بارهایی که در زندگی روزمره با آنها سروکار داریم اختلالها یا آشفته‌گیهای کوچکی بر این توازن همیشگی‌اند.

مسئله نمونه ۴-۲۵ شعاع هسته اتم آهن در حدود $4 \times 10^{-15} \text{ m}$ است و این هسته حاوی ۲۶ پروتون است. نیروی رانشی الکتروستاتیکی مؤثر بین دو پروتون که در این هسته در فاصله یک شعاع از هم قرار دارند، چقدر است؟
حل. از معادله (۴-۲۵) داریم

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 14 \text{ N}$$

این نیروی عظیم الکتروستاتیک رانشی، که روی تک پروتون اثر می‌کند باید توسط نیروی ربایشی هسته‌ای، که اجزای هسته را به هم پیوند می‌زند، خنثی شود. برد این نیرو به قدری کوتاه است که خیلی بیرون از هسته نمی‌توان آثار آن را احساس کرد، این نیرو به درستی "نیروی هسته‌ای قوی" نامیده می‌شود.

قانون کولن: شکل برداری

تا اینجا فقط بزرگی نیروی بین دو بار را براساس قانون کولن به دست آوردیم. نیرو، که یک کمیت برداری است، ویژگیهای جهتی هم دارد. در مورد قانون کولن، جهت نیرو را علامت نسبی دو بار الکتریکی معین می‌کند.

همان‌طور که در شکل ۹-۲۵ نشان داده‌ایم، فرض می‌کنیم که دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r_{12} از هم قرار گرفته‌اند. ابتدا فرض می‌کنیم که این دو بار هم علامت باشند، در این صورت یکدیگر را دفع می‌کنند. اکنون نیروی وارد بر ذره ۱ توسط ذره ۲ را در نظر بگیرید، که طبق معمول آن را به صورت \vec{F}_{12} می‌نویسیم. بردار مکانی که محل ذره ۱ را نسبت به ذره ۲ مشخص می‌کند با \vec{r}_{12}

که این مقدار در حدود $10^{-12} \times 2$ تن نیرو است! حتی اگر این بارها در فاصله‌ای برابر با قطر زمین از یکدیگر قرار گیرند، باز هم نیروی ربایشی بین آنها در حدود 10^2 تن خواهد شد. در آنچه در اینجا ارائه شد، مشکل ایجاد یک "بسته" از بارهای جدانشده از هم را که ابعادشان در مقایسه با فاصله بین آنها کوچک باشد نادیده گرفتیم. چنین بسته‌هایی از بار، حتی اگر به فرض محال به وجود هم بیایند، بر اثر نیروهای رانشی کولنی متلاشی خواهند شد.

درسی که از این مثال می‌گیریم آن است که خنثایی الکتریکی مواد عادی را نمی‌توانیم خیلی برهم بزنیم. اگر سعی کنیم که بخش قابل ملاحظه‌ای از بار موجود در یک جسم را از آن جدا کنیم، به طور خودکار یک نیروی کولنی قوی به وجود می‌آید، که سعی می‌کند آن بار را پس بکشد.

مسئله نمونه ۳-۲۵ میانگین فاصله بین الکترون و پروتون در اتم هیدروژن 10^{-11} m $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ است. (الف) مقدار میانگین نیروی الکتروستاتیکی بین این دو ذره چقدر است؟ (ب) مقدار میانگین نیروی گرانشی بین این دو ذره چقدر است؟
حل. (الف) برای نیروی الکتروستاتیکی، از معادله (۴-۲۵) داریم،

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

گرچه ممکن است این نیرو کوچک به نظر بیاید (تقریباً برابر وزن یک ذره گردوغبار است) شتاب بسیار بزرگی در الکترون در داخل اتم به وجود می‌آورد، که در حدود 10^{23} m/s^2 است.
(ب) در مورد نیروی گرانشی داریم

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 3.6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

می‌بینیم که نیروی گرانشی بسیار ضعیفتر از نیروی الکتروستاتیکی است و نسبت آنها از مرتبه 10^{39} است. نیروی گرانشی گرچه ضعیف است، همواره ربایشی است. این نیرو می‌تواند در تشکیل جرمهای بسیار بزرگ، مانند ستارگان و کهکشانها، مؤثر باشد، به طوری که نیروهای

در اینجا \hat{r}_{21} بردار یکه‌ای است که جهت آن از ذره ۱ به ذره ۲ است؛ یعنی، اگر مبدأ مختصات را در محل ذره ۱ در نظر بگیریم این بردار یکه در جهت بردار مکان ذره ۲ قرار می‌گیرد.

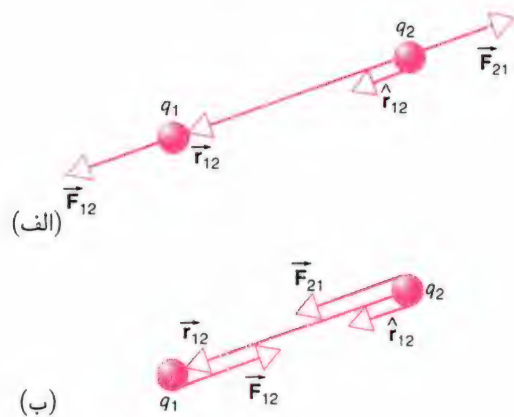
شکل برداری قانون کولن از آن‌رو مفید است که حاوی اطلاعاتی در مورد جهت بردار \vec{F} است و مشخص می‌کند که بردار ربایشی است یا رانشی. استفاده از شکل برداری قانون کولن در مطالعه نیروهای وارد بر مجموعه‌ای بیش از دو ذره باردار اهمیتی اساسی دارد. در این حالت معادله (۵-۲۵) برای هر زوج ذره باردار برقرار است و نیروی کل وارد بر یک ذره باردار از جمع برداری نیروهای ناشی از ذرات دیگر به‌دست می‌آید. مثلاً نیروی وارد بر ذره ۱ در یک مجموعه به‌صورت زیر است

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots \quad (۸-۲۵)$$

در اینجا نیروی \vec{F}_{12} نیروی وارد بر ذره ۱ از طرف ذره ۲ است، \vec{F}_{13} نیروی وارد بر ذره ۱ از طرف ذره ۳ است، و الی‌آخر. معادله (۸-۲۵) نمایش ریاضی اصل برهم‌نهی است که در مورد نیروهای الکتریکی به‌کار می‌رود. این معادله بیانگر آن است که نیروی وارد بر هر ذره از طرف ذره دیگر مستقل از حضور ذرات باردار دیگر در مجاورت آنهاست، و بنابراین می‌توانیم نیروی وارد بر هر زوج ذره را به‌طور جداگانه محاسبه کنیم و سپس نیروی خالص وارد بر هر ذره را از حاصل جمع برداری این نیروها به‌دست آوریم. مثلاً نیروی \vec{F}_{13} که ذره ۳ بر ذره ۱ وارد می‌کند مطلقاً تحت تأثیر حضور ذره ۲ نیست. اصل برهم‌نهی به هیچ‌وجه واضح و بدیهی نیست و این امکان وجود دارد که در مورد نیروهای الکتریکی خیلی قوی با شکست مواجه شود. فقط با آزمایش می‌توان مناسب بودن آن را بررسی کرد. اما، برای همه مواردی که در این کتاب با آن مواجه می‌شویم، اصل برهم‌نهی معتبر است.

مسئله نمونه ۵-۲۵ در شکل ۵-۲۵ سه ذره باردار را نشان داده‌ایم، که توسط نیروهایی نامرئی در محل مربوط نگهداری شده‌اند. نیروی الکتروستاتیکی وارد بر بار q_1 از طرف دو بار دیگر چقدر است؟ فرض کنید $q_1 = -1.2 \mu C$ ، $q_2 = +3.7 \mu C$ ، $q_3 = -2.3 \mu C$ ، $r_{12} = 15 \text{ cm}$ ، $r_{13} = 10 \text{ cm}$ و $\theta = 32^\circ$ است.

حل. حل این مثال نیازمند استفاده از اصل برهم‌نهی است. این کار را با محاسبه مقدار نیروهایی که بارهای q_2 و q_3 بر q_1 وارد می‌کنند شروع می‌کنیم. بزرگی بارها را بدون توجه به علامتشان در



شکل ۵-۲۵ (الف) دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که هم‌علامت‌اند نیروهای رانشی مساوی و در جهت مخالف به یکدیگر وارد می‌کنند. بردار \vec{F}_{12} محل ذره q_1 را نسبت به q_2 مشخص می‌کند و بردار یکه \hat{r}_{12} در جهت بردار \vec{F}_{12} است. توجه کنید که \vec{F}_{12} موازی با \vec{r}_{12} است. (ب) اکنون بارها دارای علامت مخالف‌اند و نیرو ربایشی است. توجه کنید که در این مورد نیروی \vec{F}_{12} با بردار \vec{r}_{12} پادموازی است.

نشان می‌دهیم؛ یعنی، اگر مبدأ دستگاه مختصات را در محل ذره ۲ قرار دهیم، بردار \vec{r}_{12} بردار مکان ذره ۱ است.

اگر دو بار هم‌علامت باشند، نیروی وارد بر بارهای نیروی رانشی است و همان‌طور که در شکل ۵-۲۵ (الف) نشان داده‌ایم، نیروی \vec{F}_{12} باید موازی با بردار مکان \vec{r}_{12} باشد. اگر علامت بارها مختلف باشد، همان‌طور که در شکل ۵-۲۵ (ب) نشان داده‌ایم، نیروی \vec{F}_{12} یک نیروی ربایشی و پادموازی با بردار \vec{r}_{12} است. در هر حالت، می‌توانیم نیرو را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (۵-۲۵)$$

در اینجا r_{12} بزرگی بردار \vec{r}_{12} است و \hat{r}_{12} بردار یکه‌ای در جهت بردار \vec{r}_{12} است. یعنی

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad (۶-۲۵)$$

قبلاً برای بیان نیروی گرانشی از معادله‌ای مانند معادله (۵-۲۵) استفاده کردیم (معادله‌های ۲-۱۴ و ۳-۱۴).

شکل ۵-۲۵ ویژگی دیگری هم دارد. بنابر قانون سوم نیوتون، نیروی وارد بر ذره ۲ از طرف ذره ۱، یعنی نیروی \vec{F}_{21} در خلاف جهت نیروی \vec{F}_{12} است. این نیرو را هم می‌توانیم دقیقاً به همان شکل بیان کنیم:

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (۷-۲۵)$$

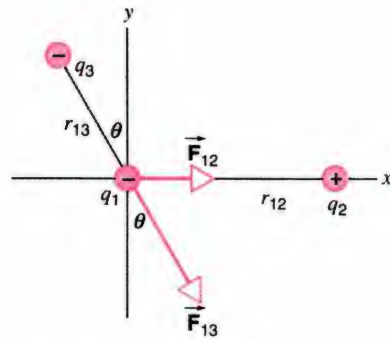
از این مؤلفه‌ها می‌توانید نشان دهید که بزرگی بردار \vec{F}_1 برابر با 3.73 N است و این بردار با محور x زاویه $34^\circ -$ می‌سازد.

۵-۲۵ توزیع پیوسته بار

تا اینجا دیدیم که چگونه می‌توان نیروهای ناشی از بارهای نقطه‌ای را محاسبه کرد. ولی، در اغلب کاربردها، نیروهای الکتریکی به وسیله اجسام بارداری اعمال می‌شوند که به شکل میله، صفحه، یا سایر اجسام توپر هستند. برای سادگی فرض می‌کنیم که این اجسام عایق بوده و بار در سرتاسر سطح یا در تمامی حجم آنها گسترده شده است و یک توزیع پیوسته بار را به وجود آورده است.

در شکل ۵-۲۵ نیروهایی را که یک میله باردار بر میله باردار دیگر وارد می‌کند نشان دادیم. قانون کولن فقط در مورد بارهای نقطه‌ای کاربرد دارد، و بنابراین نمی‌توانیم از قانون کولن مربوط به بار نقطه‌ای برای محاسبه نیرویی که یک میله باردار بر میله باردار دیگر وارد می‌کند استفاده کنیم. ممکن است تصور کنیم که میله‌ها توسط بارهای نقطه‌ای پوشیده شده باشند و آن وقت از قانون کولن استفاده کنیم تا نیرویی را که یک بار نقطه‌ای روی یک میله بر تک‌تک بارهای نقطه‌ای روی میله دیگر وارد می‌کند محاسبه کنیم، ولی چنین رهیافتی به‌گونه‌ای بی‌حاصل پیچیده و دشوار می‌شود، اگر هر کدام از میله‌ها فقط مقدار ناچیزی در حدود 1 nC بار داشته باشند، باید 10^{10} بار نقطه‌ای را روی هر میله مورد توجه قرار دهیم!

به جای این کار، برمی‌گردیم به عصر فرانکلین، و بار را به صورت یک خاصیت پیوسته در نظر می‌گیریم. روال مقدماتی آن است که بار را به اجزا و عناصر بسیار کوچکی تقسیم می‌کنیم و با بهره‌گیری از روشهای حسابان نیروی کل ناشی از کلیه عناصر را به دست می‌آوریم. اگر جسمی حاوی بار خالص q باشد، تصور می‌کنیم که این بار به تعداد زیادی اجزای کوچک با بار dq تقسیم شده باشد. هر عنصر دارای طول، مساحت، یا حجم معینی است، که این بستگی دارد به اینکه بار مورد نظر به ترتیب در یک، دو، یا سه بعد توزیع شده باشد. بار dq را برحسب اندازه عنصر و چگالی بار بیان می‌کنیم. چگالی بار تشریح می‌کند که بار چگونه روی طول، سطح، یا حجم جسم توزیع شده است. در مورد اغلب مسئله‌هایی که در این کتاب بررسی می‌کنیم، بارها به طور یکنواخت در سرتاسر جسم توزیع شده‌اند. این امر بدان معنی است که چگالی بار در همه جای جسم دارای مقدار یکسانی است. در برخی موارد، بارها در یک بعد توزیع شده‌اند، مانند میله‌های



شکل ۵-۲۵ مسئله نمونه ۵-۲۵. سه ذره باردار سه زوج نیروی کشش-واکنش بر یکدیگر وارد می‌کنند. در اینجا فقط دو نیرویی را که بر ذره q_1 وارد می‌شوند نشان داده‌ایم.

معادله (۵-۲۵) قرار می‌دهیم. به این ترتیب داریم

$$\begin{aligned} F_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \\ &= \frac{(8.99 \times 10^{-9} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(3.7 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.15 \text{ m})^2} \\ &= 1.77 \text{ N} \end{aligned}$$

بارهای q_1 و q_2 دارای علامت مخالف‌اند و در نتیجه نیروی بین آنها نیرویی ربایشی است. در نتیجه جهت نیروی \vec{F}_{12} در شکل ۵-۲۵ به طرف راست است. همچنین داریم

$$\begin{aligned} F_{13} &= \frac{(8.99 \times 10^{-9} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(2.3 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.10 \text{ m})^2} \\ &= 2.48 \text{ N} \end{aligned}$$

این دو ذره باردار هم‌علامت (منفی) هستند و در نتیجه نیرویی که بار q_3 بر بار q_1 وارد کند رانشی است. از آن رو نیروی \vec{F}_{13} همان جهتی را دارد که در شکل ۵-۲۵ نشان داده است.

مؤلفه‌های بردار براینند \vec{F}_1 که روی ذره q_1 اثر می‌کند از مؤلفه‌های متناظر در معادله (۵-۲۵) به دست می‌آیند، یا به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13}\sin\theta \\ &= 1.77 \text{ N} + (2.48 \text{ N})(\sin 32^\circ) = 3.08 \text{ N} \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} F_{1y} &= F_{12y} + F_{13y} = 0 - F_{13}\cos\theta \\ &= -(2.48 \text{ N})(\cos 32^\circ) = -2.10 \text{ N} \end{aligned}$$

۱. تصور کنید که توزیع بار پیوسته به تعداد بسیار زیادی عناصر بار کوچک تقسیم شده باشد.

۲. یک عنصر بار دلخواه انتخاب کرده و بار dq آن را، برحسب تناسب و مورد، چنانچه در امتداد یک خط، روی یک سطح، یا در کل یک حجم توزیع شده باشد، به ترتیب برحسب معادله‌های (۹-۲۵)، (۱۰-۲۵)، یا (۱۱-۲۵) بیان کنید.

۳. چون dq بسیار بسیار کوچک است، می‌توانیم آن را به صورت یک بار نقطه‌ای در نظر بگیریم. بزرگی جزء نیروی dF را که به وسیله بار dq بر بار q_0 وارد می‌شود برحسب قانون کولن، معادله (۴-۲۵)، بیان می‌کنیم:

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|dq||q_0|}{r^2} \quad (۱۲-۲۵)$$

که در اینجا r فاصله بین بار dq و q_0 است.

۴. با در نظر گرفتن علامت بارهای dq و q_0 و موقعیت آنها جهت عنصر نیروی $d\vec{F}$ را معین می‌کنیم.

۵. سپس نیروی کل را با افزودن این عناصر بسیار کوچک نیرو به همدیگر به دست می‌آوریم، این کار شامل انتگرال زیر می‌شود

$$\vec{F} = \int d\vec{F} \quad (۱۳-۲۵)$$

در انجام محاسبه این انتگرال، معمولاً لازم است که به این نکته توجه کنیم که عناصر بار متفاوت dq منجر به نیروهای در جهتهای متفاوت $d\vec{F}$ می‌شود. معادله (۱۳-۲۵)، واقعاً به معنی سه معادله متفاوت برای سه مؤلفه نیروی \vec{F} است:

$$F_x = \int dF_x, F_y = \int dF_y, F_z = \int dF_z \quad (۱۴-۲۵)$$

گاهگاهی با بهره‌گیری از استدلال مبتنی بر تقارن از محاسبه یکی یا دو تا از این انتگرالها خودداری می‌کنیم.

توزیع یکنواخت بار در امتداد یک خط

در شکل ۱۱-۲۵ یک میله باریک به طول L را نشان داده‌ایم که در امتداد محور z قرار گرفته است و حامل بار مثبت q است که به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است، به طوری که چگالی بار خطی آن برابر با $\lambda = q/L$ است. می‌خواهیم نیروی وارد از طرف میله به بار نقطه‌ای q_0 را محاسبه کنیم. بار q_0 روی عمود منصف میله (در جهت مثبت محور y) و در فاصله y از مرکز میله قرار گرفته است.

باردار شده نازک شکل ۲۵-۲. در این حالت، بار dq را برحسب چگالی خطی بار (بار بر واحد طول) λ ، که یکای پایه آن C/m است بیان می‌کنیم. یک عنصر کوچک از میله به طول dx دارای بار dq است که با عبارت زیر مشخص می‌شود

$$dq = \lambda dx \quad (۹-۲۵)$$

اگر میله به طور یکنواخت باردار شده باشد، به طوری که کل بار q به طور یکنواخت روی تمام طول L توزیع شده باشد، در آن صورت $\lambda = q/L$. مثلاً، برای میله‌ای به طول $L = ۰.۱۲\text{ m}$ که حامل بار یکنواخت توزیع شده $q = ۵.۴ \times ۱۰^{-۶}\text{ C}$ است، چگالی خطی بار عبارت است از $\lambda = q/L = ۴.۵ \times ۱۰^{-۵}\text{ C/m}$. یک قطعه کوچک از این میله با طول $dx = ۱.۰\text{ mm}$ حامل باری برابر با $dq = \lambda dx = ۴.۵ \times ۱۰^{-۸}\text{ C}$ است.

در موارد دیگر، ممکن است بار روی یک سطح دوبعدی، مانند سطح گوی حامل در شکل ۲۵-۳ توزیع شود. در این حالت dq را برحسب چگالی سطحی بار (بار موجود در یکای سطح) σ ، بیان می‌کنیم، در یکای SI این کمیت به صورت C/m^2 اندازه‌گیری می‌شود. یک عنصر سطحی کوچک مانند dA در این حالت دارای بار

$$dq = \sigma dA \quad (۱۰-۲۵)$$

است. اگر مقدار بار q به طور یکنواخت روی سطح A توزیع شود، در آن صورت، داریم $\sigma = q/A$.

این امکان نیز وجود دارد که بار در تمامی حجم یک جسم سه بعدی توزیع شود. در این حالت، ما از چگالی حجمی بار (بار بر واحد حجم) ρ استفاده می‌کنیم، که در یکای SI برحسب C/m^3 بیان می‌شود. در این صورت بار dq موجود در عنصر حجمی کوچک dV برابر است با

$$dq = \rho dV \quad (۱۱-۲۵)$$

اگر بار q در حجم V به طور یکنواخت توزیع شده باشد، در آن صورت $\rho = q/V$ است.

برای اینکه این مفاهیم را به تصویر بکشیم، عبارت مربوط به نیرویی که یک توزیع بار پیوسته را بر بار نقطه‌ای q_0 وارد می‌کند محاسبه می‌کنیم. با گسترش این روش، می‌توان نیرویی را که یک توزیع پیوسته بار بر توزیع پیوسته بار دیگری وارد می‌کند محاسبه کرد.

سلسله مراحل یافتن نیروی وارد از طرف یک توزیع بار پیوسته بر یک بار نقطه‌ای به شرح زیر است:

در نتیجه

$$dF_y = dF \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \lambda dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}} y$$

$$F_y = \int dF_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \lambda y \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$$

از محاسبه این انتگرال (به پیوست ط مراجعه کنید و توجه داشته باشید که y یک مقدار ثابت است) نتیجه می‌گیریم

$$F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{y \sqrt{y^2 + L^2/4}} \quad (۱۵-۲۵)$$

این نیرو در جهت مثبت محور y است در صورتی که هر دو بار q و q_0 مثبت باشند. اگر بار q_0 در موقعیتهای دیگری در صفحه xy قرار بگیرد، ممکن است عبارت مربوط به نیرو تغییر کند (تمرین ۱۴ را ببینید).

اغلب محاسبه این‌گونه عبارتها، در یکی از شرایط حدی گوناگون، آموزنده است. در اینجا، این عبارت را برای وقتی که $y \gg L$ است محاسبه می‌کنیم، در این حالت نیرو به صورت زیر در می‌آید

$$F_y \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{y^2}$$

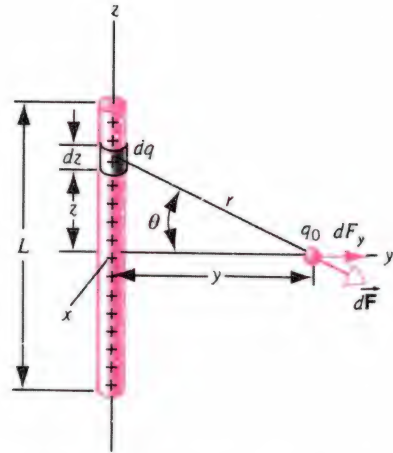
که این عبارت، همان عبارت مربوط به نیروی یک بار نقطه‌ای روی بار نقطه‌ای دیگر است. یعنی، وقتی که در فاصله بسیار دوری از میله قرار گرفته‌ایم، یا وقتی که طول میله بسیار کوتاه است، میله به صورت یک بار نقطه‌ای به نظر می‌آید.

حلقه‌ای از بار الکتریکی

در شکل ۱۲-۲۵ یک حلقه نازک با شعاع R را نشان داده‌ایم که حامل بار یکنواخت توزیع شده مثبت q است، به طوری که چگالی بار خطی آن برابر با $\lambda = q/2\pi R$ است. می‌خواهیم نیروی را که این حلقه بر بار مثبت نقطه‌ای q_0 وارد می‌کند محاسبه کنیم. بار q_0 روی محور حلقه (برای سادگی محور حلقه را در امتداد محور مثبت z در نظر می‌گیریم) و در فاصله z از مرکز آن قرار دارد. عنصر بار کوچکی از حلقه به طول $Rd\phi$ را در نظر می‌گیریم. این عنصر حامل بار $dq = \lambda R d\phi$ است.

نیروی وارد بر بار q_0 از طرف بار dq چنین است

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \lambda R d\phi}{(z^2 + R^2)}$$



شکل ۱۱-۲۵ یک میله به طور یکنواخت باردار شده. برای اینکه نیروی وارد از طرف میله بر بار نقطه‌ای q_0 را معین کنیم، فرض می‌کنیم که میله از تعداد بسیار زیادی عناصر بار منفرد مانند dq تشکیل شده است.

در شکل گامهای ۱، ۲، و ۳ از سلسله مراحل انجام این محاسبه را نشان داده‌ایم. فرض می‌کنیم که میله را به عناصر کوچکی به طول dz تقسیم کرده‌ایم. یک عنصر دلخواه با بار $dq = \lambda dz$ را که در موقعیت z از مرکز میله قرار گرفته است و نیروی dF را بر بار q_0 وارد می‌کند در نظر می‌گیریم، که در اینجا

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2}$$

جهت نیروی $d\vec{F}$ را در شکل نشان داده‌ایم. نیروی $d\vec{F}$ هیچ مؤلفه‌ای در امتداد محور x (عمود بر صفحه کاغذ) ندارد، بنابراین $F_x = 0$. همچنین می‌توانیم با استفاده از استدلالی مبتنی بر تقارن نشان دهیم که $F_z = 0$ است. به ازای هر عنصر بار dq که در موقعیت $+z$ قرار گرفته، عنصر بار دیگری به اندازه dq در موقعیت $-z$ واقع شده است. وقتی نیروهای ناشی از بارهای واقع در $+z$ و $-z$ را به هم بیفزاییم، درمی‌یابیم که مؤلفه‌های z آنها از لحاظ بزرگی با هم برابر ولی در جهت‌های مخالف یکدیگرند، به طوری که حاصل جمع آنها برابر با صفر است. نظر به اینکه بار q_0 در صفحه منصف میله قرار گرفته است، این‌گونه حذف مؤلفه‌های z برای هر زوج عنصر بار در دو طرف این صفحه منصف برای تمامی طول میله اتفاق می‌افتد. بنابراین نتیجه می‌گیریم که $F_z = 0$.

تنها مؤلفه‌ای که باقی می‌ماند و باید محاسبه شود F_y است. عنصر نیروی $dF_y = dF \cos \theta$ را در شکل ۱۱-۲۵ نشان داده‌ایم. در اینجا داریم $\cos \theta = y/r$ ، $r^2 = y^2 + z^2$ ، $dq = \lambda dz$

که باز همان نتیجه مربوط به بار نقطه‌ای را به دست می‌دهد. وقتی در فاصله بسیار دوری از حلقه قرار داشته باشیم، حلقه به صورت یک بار نقطه‌ای جلوه می‌کند.

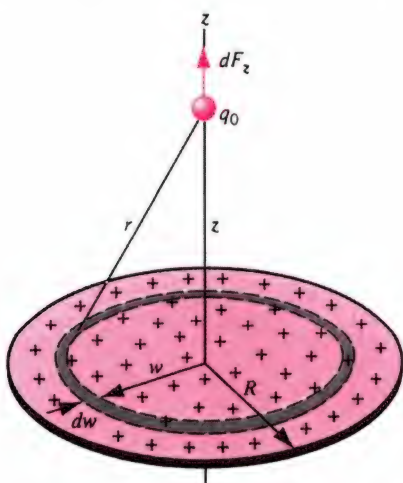
همچنین توجه کنید که وقتی $z = 0$ است نیروی $F_z = 0$ است. این نتیجه منطقی است، زیرا وقتی بار q_0 در مرکز حلقه قرار گیرد به وسیله عناصر باری که حلقه را تشکیل داده‌اند در همه جهات به یک اندازه کشیده یا رانده می‌شود.

قرصی از بار الکتریکی

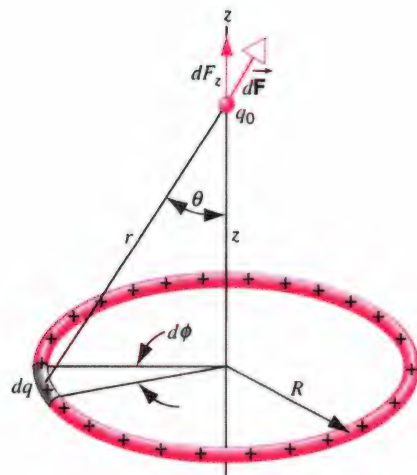
در شکل ۱۳-۲۵ قرصی دایره‌ای را نشان داده‌ایم که حاوی بار مثبت q است که به طور یکنواخت در سرتاسر سطح آن توزیع شده است، به طوری که چگالی بار سطحی آن برابر با $\sigma = q/\pi R^2$ است. بار نقطه‌ای مثبت q_0 روی محور این قرص (در امتداد محور مثبت z) و در فاصله z از مرکز آن قرار دارد. برای اینکه نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای از طرف قرص را پیدا کنیم، می‌توانیم قرص را به مجموعه‌ای از حلقه‌های باریک متحدالمرکز تقسیم کنیم. مقدار بار موجود روی حلقه‌ای به شعاع w و ضخامت dw ، که در شکل ۱۳-۲۵ نشان داده شده است، برابر با $dq = \sigma dA = \sigma(2\pi w dw) = 2\pi\sigma w dw$ است. با استفاده از معادله (۱۶-۲۵) و با جایگزین کردن q با dq و R با w می‌توان نیروی dF_z وارد از طرف این حلقه به بار q_0 را معین کرد:

$$dF_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 (2\pi\sigma w dw) z}{(z^2 + w^2)^{3/2}}$$

برای اینکه عناصر نیروی حاصل از تمامی حلقه‌ها را به هم بیفزاییم،



شکل ۱۳-۲۵ قرصی دایره‌ای با چگالی بار سطحی یکنواخت. نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q_0 با تقسیم کردن قرص به حلقه‌های دایره‌ای باریک معین می‌شود.



شکل ۱۳-۲۵ حلقه‌ای که به طور یکنواخت باردار شده است. برای محاسبه نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q_0 ، فرض می‌کنیم که حلقه از تعداد بسیار زیادی عناصر بار منفرد مانند dq تشکیل شده است.

می‌توانیم از استدلالی مبتنی بر تقارن استفاده کنیم و نشان دهیم که تنها مؤلفه غیرصفر نیروی \vec{F} ، همانا مؤلفه z آن است. به ازای هر عنصر dq حلقه، عنصر دیگری با بار dq ، در انتهای دیگر قطری که از مرکز حلقه می‌گذرد قرار دارد؛ که وقتی نیروی ناشی از این دو عنصر بار را بر بار q_0 محاسبه کنیم و به هم بیفزاییم، تمام مؤلفه‌های دیگر نیرو به غیر از مؤلفه F_z حذف می‌شوند. با توجه به اینکه $\cos\theta = z/r$ ، درمی‌یابیم که

$$\begin{aligned} F_z &= \int dF_z = \int dF \cos\theta \\ &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \lambda R d\phi}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi \end{aligned}$$

وقتی انتگرال را در گرداگرد حلقه محاسبه کنیم مقدار 2π را به دست می‌آوریم، و بنابراین نتیجه نهایی برای نیروی وارد از طرف یک حلقه به یک بار نقطه‌ای چنین است:

$$F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (۱۶-۲۵)$$

آیا این نتیجه وقتی که بار q_0 در سمت منفی محور z قرار دارد نیز معتبر است؟ (تمرین ۱۵ را ببینید.)

می‌توانیم این نتیجه را برای حالت حدی وقتی $z \rightarrow \infty$ مورد بررسی قرار دهیم. وقتی $z \gg R$ باشد، نتیجه می‌گیریم

$$F_z \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{z^2}$$

روی w در تمام گستره از 0 تا R انتگرال می‌گیریم:

$$F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0^2 \pi \sigma z \int_0^R \frac{w dw}{(z^2 + w^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0^2}{R^2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (۱۷-۲۵)$$

توجه کنید که این انتگرال دارای شکل $\int u^{-3/2} du$ است، که می‌توان آن را مستقیماً محاسبه کرد. اگر در این رابطه $z < 0$ باشد نتیجه چگونه تغییر خواهد کرد؟ (تمرین ۱۵ را ببینید.) هرگاه z به طرف بی‌نهایت برود، می‌توانید از بسط دوجمله‌ای (پیوست ط) استفاده کنید و نشان دهید که این عبارت به قانون کولن برای بارهای نقطه‌ای تبدیل خواهد شد. در هر سه مثال بالا فرض کردیم که بارهای الکتریکی مثبت باشند. اگر بار نقطه‌ای یا بار موجود بر روی جسم گسترده (ولی نه هر دو!) منفی شود، جهت نیرو برعکس آنچه در شکل‌های ۱۱-۲۵ تا ۱۳-۲۵ نشان داده شده است، خواهد شد.

مسئله نمونه ۶-۲۵ دو قرص دایره‌ای به شعاع $R = 5.0 \text{ cm}$ در فاصله 6.0 cm از یکدیگر در امتداد یک محور مشترک عمود بر سطح زمین قرار گرفته‌اند. این قرصها دارای بارهای الکتریکی مساوی ولی با علامت مخالف‌اند که به‌طور یکنواخت روی سطح آنها گسترده شده است. روی هر کدام از این دو قرص چه مقدار بار q قرار دهیم تا یک قطره بسیار ریز روغن به جرم 10^{-15} kg و با بار الکتریکی $-e$ روی محور قرصها و در نقطه وسط بین آن دو قرار گرفته است، معلق بماند؟

حل. فرض کنید که بار قرص بالایی مثبت و بار قرص پایینی منفی باشد. در آن صورت قرص بالایی قطره را می‌رباید و قرص پایینی آن را می‌راند. از آنجا که قطره در نقطه وسط دو قرص قرار دارد نیروهای F_z مقدار یکسانی دارند که با معادله (۱۷-۲۵) مشخص شده است. برای اینکه قطره در حال تعادل قرار بگیرد، باید نیروی الکتروستاتیک بالاسوی خالص $2F_z$ برابر با وزن mg قطره شود. از برابر قرار دادن این دو نیرو و با استفاده از معادله (۱۷-۲۵)، می‌رسیم به:

$$q = \frac{mg}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e}{R^2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)}$$

از حل این معادله، بار روی هر قرص را برابر با $q = 35 \text{ nC}$ به دست می‌آوریم.

رابرت ا. میلیکان در مجموعه آزمایشهایی در سال ۱۹۰۶ برای اندازه‌گیری بار الکترون شروع کرد از این روش بهره گرفت. (بخش ۶-۲۶ را ببینید.)

یک حالت خاص

حالت خاصی وجود دارد که در آن می‌توان توزیع پوسته بار را به صورت یک بار نقطه‌ای پنداشت، و در این مورد خاص مجاز به استفاده از قانون کولن برای بار نقطه‌ای هستیم. این مورد وقتی رخ می‌دهد که بار الکتریکی روی جسمی با تقارن کروی توزیع شده باشد. یعنی، اینکه ممکن است توزیع حجمی بار برحسب شعاع تغییر کند، ولی چگالی بار روی هر پوسته نازکی در هر شعاعی یکنواخت است.

نخست یک پوسته نازک کروی را در نظر می‌گیریم. در بخش ۵-۱۴ دو ویژگی نیروی گرانش اعمال شده به وسیله یک پوسته کروی با چگالی یکنواخت ماده را بر روی یک جرم نقطه‌ای اثبات کردیم. این دو ویژگی عبارت‌اند از: (۱) نیروی وارد بر هر ذره در داخل پوسته صفر است، و (۲) نیروی وارد بر هر ذره‌ای در خارج از پوسته برابر است با نیروی حاصل وقتی که کل ماده موجود در پوسته در مرکز آن متمرکز می‌شود.

تقارن بین قوانین نیروی گرانش و الکتروستاتیک (که هر دو به $\frac{1}{r^2}$ بستگی دارند) ما را مجاز می‌دارد که مقایسه‌های بی‌شماری را بین گرانش و الکتروستاتیک انجام دهیم. اغلب می‌توانیم نتایج مربوط به گرانش را مستقیماً در مورد الکتروستاتیک اعمال کنیم بدون آنکه نیاز داشته باشیم محاسبه یا اثبات مضاعفی را انجام دهیم. این قضیه در مورد ویژگیهای مربوط به پوسته‌های یکنواخت صادق است. اثبات این دو نتیجه مهم در حوزه الکتروستاتیک دقیقاً از اثباتهای متناظر مربوط به نیروی گرانشی در بخش ۵-۱۴ حاصل می‌شود.

یک پوسته کروی با توزیع یکنواخت بار یکنواخت، هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر یک بار نقطه‌ای که در جایی در داخل پوسته قرار گرفته است، وارد نمی‌کند.

یک پوسته کروی با توزیع یکنواخت بر یک بار نقطه‌ای واقع در خارج پوسته نیرویی وارد می‌کند که گویی تمامی بار پوسته در نقطه‌ای مستقر در مرکز پوسته متمرکز شده است.

بین موارد گرانشی و الکتروستاتیکی یک تفاوت وجود دارد: نیروی گرانشی همواره ربایشی است، ولی نیروی الکتروستاتیکی ممکن است

بر رفتار بسیاری از هسته‌هاست)، چگالی حجمی بار چنین است:

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

وقتی الکترون در شعاع $r = R$ قرار دارد، کل هسته را می‌توان با یک بار نقطه‌ای به مقدار $q = Ze$ که در مرکز کره مستقر است جایگزین کرد، که در آن صورت نیروی وارد بر الکترون در $r = R$ برابر است با

$$F(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{R^2}$$

وقتی الکترون در فاصله $r = R/2$ قرار می‌گیرد، تمامی بارهایی که در فواصل دورتری از این مقدار قرار دارند هیچ نیرویی بر الکترون وارد نمی‌کنند (بنابر قاعده اول مربوط به پوسته‌های کروی). در این حالت بار موجود در داخل فاصله $R/2$ را می‌توان با یک بار نقطه‌ای جایگزین کرد. چه مقدار بار در داخل کره‌ای به شعاع $R/2$ قرار دارد؟ چون حجم کره به r^3 وابسته است، حجم داخل شعاع $r = R/2$ برابر با $1/8 = (1/2)^3$ حجم کره اصلی است. بنابراین، بار موجود در داخل فاصله $r = R/2$ برابر با $1/8$ بار موجود در کل کره است، و از اینجا نتیجه می‌گیریم که

$$\frac{F(R/2)}{F(R)} = \frac{1}{8}$$

(ب) در این حالت می‌توانیم چگالی بار را به صورت $\rho(r) = br$ بنویسیم. در آغاز باید ضریب تناسب b را محاسبه کنیم. می‌دانیم که کل بار موجود در داخل هسته باید Ze باشد، بنابراین

$$\int_0^R \rho dV = \int_0^R (br) 4\pi r^2 dr = Ze$$

که در معادله بالا $dV = 4\pi r^2 dr$ عبارت است از حجم پوسته کروی. با انجام انتگرال‌گیری، می‌رسیم به $b = Ze/\pi R^4$.

از قاعده دوم مربوط به پوسته‌های کروی، می‌دانیم که نیروی $F(R)$ برای هر دو توزیع بار یکسان است. ولی، $F(R/2)$ برای دو توزیع متفاوت خواهد بود. برای آنکه $F(R/2)$ را معین کنیم، باید بدانیم چه مقدار بار q' در داخل کره‌ای به شعاع $R/2$ وجود دارد، زیرا می‌دانیم بارهای خارج از شعاع $R/2$ نیرویی بر این الکترون وارد نمی‌کنند. مقدار بار چنین است:

$$q' = \int_0^{R/2} \rho dV = \int_0^{R/2} \frac{Ze r}{\pi R^4} 4\pi r^2 dr = \frac{Ze}{16}$$

ربایشی یا رانشی باشد. با این همه، این اختلاف تأثیری در تبدیل دو قاعده بالا از گرانشی به نیروی الکتروستاتیکی ندارد.

از این قواعد می‌توانیم برای به دست آوردن نتایج معتبر برای توزیعهای بار کروی استفاده کنیم. تصور کنید که یک توزیع بار کروی داریم که در آن چگالی حجمی بار، یعنی ρ ، یا ثابت است یا برحسب تابعی فقط از شعاع r تغییر می‌کند. که در آن صورت می‌توانیم کره را متشکل از مجموعه‌ای از پوسته‌های نازک کروی در نظر بگیریم. هرکدام از این پوسته‌های کروی به طور یکنواخت باردار شده‌اند؛ یعنی، با آنکه امکان دارد چگالی بار یک پوسته با چگالی بار پوسته دیگر تفاوت داشته باشد، ولی بار توزیع شده روی هر پوسته منفرد یکنواخت است. در آن صورت می‌توانیم هر یک از دو قانون بالا را در مورد هر یک از پوسته‌های کروی به کار ببریم. اگر بار آزمون مورد نظر ما در جایی در داخل کره قرار داشته باشد، پوسته‌های کروی بیرونی، بنابر قاعده و قانون اول، هیچ نیرویی بر آن وارد نمی‌کنند. (این نتیجه در مسئله نمونه ۱۴-۴ مربوط به نیروی گرانشی مورد استفاده قرار گرفته بود.) اگر بار در خارج از کره قرار گرفته باشد، در آن صورت می‌توانیم هر پوسته را با یک بار نقطه‌ای در مرکز آن جایگزین کنیم، و در نتیجه کل کره را می‌توانیم با یک بار نقطه‌ای جایگزین کنیم که بار آن برابر با بار کل کره است.

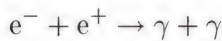
به همین دلیل نیرویی که به وسیله هسته یک اتم بر الکترونهایش وارد می‌شود در حالت کلی نمی‌تواند هیچ‌گونه اطلاعاتی درباره چگونگی توزیع بار مثبت در داخل هسته در اختیار ما قرار دهد. در تمام هسته‌های کروی که چگالی بار آنها فقط به شعاع r وابسته است، کلیه توزیعهای بار، نیروهای یکسانی بر یک الکترون خارج از هسته وارد می‌کنند. با این همه، گاه‌گاهی ممکن است الکترونی در داخل هسته سرگردان شود و اطلاعاتی درباره چگونگی توزیع بار مثبت در داخل هسته ارائه دهد.

مسئله نمونه ۲۵-۷ هسته کروی اتم معینی حاوی بار مثبت Ze در حجمی به شعاع R است. برای هسته‌ای که در آن (الف) توزیع بار در تمامی حجم ثابت است، و (ب) چگالی بار به صورت مستقیم با شعاع r افزایش می‌یابد، نیروی وارد بر یک الکترون در داخل هسته به شعاع $R/5$ را با نیروی وارد بر آن در شعاع R برای هسته‌ای که در آن (الف) چگالی بار در سرتاسر حجم آن ثابت است و (ب) چگالی بار مستقیماً متناسب با شعاع r است مقایسه کنید.

حل. (الف) برای یک هسته یکنواخت باردار شده (که تقریب خوبی

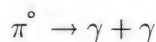
در هر فرایندی که در یک سیستم منزوی رخ می‌دهد بار الکتریکی خالص آغازی باید با بار خالص پایانی برابر باشد. در مشخص کردن بار خالص، در نظر گرفتن علامت مربوط به هر یک از بارهای الکتریکی منفرد حایز اهمیت است.

مثال جالبی از پایداری بار الکتریکی وقتی مطرح می‌شود که یک الکترون (با بار $-e$) و یک پادالکترون یا پوزیترون (با بار $+e$) به هم نزدیک شوند. این امکان وجود دارد که دو ذره یکدیگر را نابود کنند و کل انرژی سکون آنها به انرژی تابشی تبدیل شود. انرژی تابشی هم ممکن است به صورت دو پرتو گاما (بسته‌های با انرژی بالا از تابش الکترومغناطیسی، که بدون بار الکتریکی هستند) ظاهر شود:

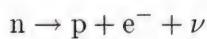


بار خالص در این برهم‌کنش چه قبل و چه بعد از رویداد، صفر و پایسته است.

برخی از ذرات بدون بار، مانند مزون π خنثی، وجود دارند که ممکن است، گاهی اوقات به دو پرتو گاما واپاشند:

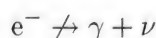


در این واپاشی بار پایسته است، باز هم در اینجا بار کل قبل و بعد از واپاشی صفر است. مثال دیگری در این مورد واپاشی نوترون ($q = 0$) به یک پروتون ($q = +e$) و یک ذره خنثای دیگر، یک نوترینو ($q = 0$) است:



بار الکتریکی قبل و بعد از واپاشی صفر است، و بار پایسته است. در جستجوی واپاشیهایی که در آن نوترون به یک پروتون واپاشد و هیچ الکترونی گسیل نشود که پایداری بار را نقض کند، آزمایشهایی صورت گرفته است اما تاکنون چنین رویدادی یافت نشده است.

واپاشی یک الکترون ($q = -e$) به ذرات خنثی، مانند پرتو گاما (γ) یا نوترینو (ν) ممنوع است؛ مثلاً



زیرا این واپاشی پایداری بار الکتریکی را نقض می‌کند. تلاشهای انجام‌شده برای مشاهده این‌گونه واپاشیها هم به جایی نرسیده است، که نشان می‌دهد اگر این واپاشی صورت بگیرد، طول عمر الکترون باید حداقل 10^{23} سال باشد!

نیروی وارد بر الکترون موجود در فاصله $R/2$ را می‌توان با جایگزین کردن بار داخل این کره با یک بار نقطه‌ای q' در مرکز کره معین کرد، که نتیجه $1/16$ نیروی وارد بر الکترون در سطح هسته است:

$$\frac{F(R/2)}{F(R)} = \frac{1}{16}$$

این جواب با جواب به‌دست‌آمده در قسمت (الف) برای توزیع بار یکنواخت بسیار تفاوت دارد، و نشان می‌دهد که گرچه الکترون در خارج از هسته نمی‌تواند بین دو توزیع تفاوت قائل شود، در داخل هسته امکان شناسایی را دارد.

الکترونهاى اتمى گاهی به داخل هسته نفوذ می‌کنند، و می‌توان آنها را به‌وسیله شتاب‌دهنده به داخل هسته شلیک کرد. این دو روش می‌تواند اطلاعاتی درباره چگونگی توزیع بار در داخل هسته به ما بدهد. یک نتیجه از چنین آزمایشهایی آن است که چگالی بار برای اغلب هسته‌ها تقریباً یکنواخت است. با وجود نیروی رانشی کولنی بین پروتونها (که انتظار می‌رود پروتونها را به سطح هسته براند) و با وجود نیروی هسته‌ای قوی بین پروتونها (که انتظار می‌رود پروتونها را در نزدیکی مرکز هسته متمرکز کند)، پروتونها در داخل هسته تقریباً با چگالی یکنواخت توزیع شده‌اند. علاوه بر آن، این چگالی تقریباً برای هسته‌های سبک و سنگین یکسان است. این نتایج شگفت‌آور، درک و شناخت عمیقی از خواص مهم نیروی هسته‌ای را فراهم می‌آورند.

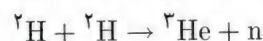
۲۵-۶ پایداری بار الکتریکی

وقتی یک میله شیشه‌ای را با ابریشم مالش می‌دهیم، بار مثبتی روی میله ظاهر می‌شود. اندازه‌گیری نشان می‌دهد که به همان اندازه بار منفی روی پارچه ابریشمی پدید می‌آید. این آزمایش نشان می‌دهد که عمل مالش، بار را به‌وجود نمی‌آورد بلکه صرفاً آن را از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌کند و خنثایی الکتریکی هر یک از دو جسم را اندکی مختل می‌کند. این فرضیه پایداری بار الکتریکی در آزمایشهای بسیار دقیق هم برای اجسام بزرگ‌مقیاس و هم در مورد اتم، هسته، و ذرات بنیادی به‌دقت بررسی شده است؛ تاکنون هیچ مورد نقض یافت نشده است.

از مقایسه با سایر قوانین پایداری، مانند پایداری تکانه یا پایداری انرژی، پایداری بار الکتریکی را می‌توانیم به‌صورت زیر بیان کنیم:

$$\sum q = \text{ثابت} \quad \text{یا} \quad q_i = q_f \quad (18-25)$$

نمونه دیگری از پایستگی بار الکتریکی در همجوشی دو هسته دوتریم ${}^2\text{H}$ (به نام "هیدروژن سنگین") برای تولید یک اتم هلیوم رخ می‌دهد. در میان واکنشهای ممکن می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:



هسته دوتریم دارای یک پروتون و یک نوترون است و بنابراین دارای بار $+e$ است. هسته ایزوتوپ هیدروژن با جرم ۳، که آن را به صورت ${}^3\text{H}$ می‌نویسیم و به نام تریتم می‌شناسیم، یک پروتون و دو نوترون دارد و از آن رو هسته این ایزوتوپ نیز دارای بار $+e$ است. بنابراین واکنش اول در هر دو طرف دارای بار $+2e$ و در آن بار پایسته است. در واکنش دوم نوترون بدون بار است، در حالی که هسته ایزوتوپ هلیوم با جرم ۳ حاوی ۲ پروتون و ۱ نوترون است و بنابراین دارای بار الکتریکی $+2e$ است. به این ترتیب در واکنش دوم هم بار پایسته است. پایستگی بار الکتریکی توجیه می‌کند که چرا در واکنش دوم هرگز یک پروتون به همراه ${}^3\text{He}$ و در واکنش اول هرگز یک نوترون به همراه ${}^3\text{H}$ گسیل نمی‌شود.

خلاصه اینکه، بار الکتریکی در تمام برهم‌کنشهای شناخته شده بین ذرات پایسته است؛ و تا به امروز هیچ استثنایی بر آن مشاهده نشده است.

چندگزینه‌ای

۱-۲۵ الکترومغناطیس: مقدمه

۲-۲۵ بار الکتریکی

۱. بارهای الکتریکی A و B یکدیگر را می‌ربایند. بارهای الکتریکی C و B همدیگر را می‌رانند. اگر بارهای A و C را در نزدیکی هم قرار دهیم، آنها

(الف) یکدیگر را می‌ربایند. (ب) همدیگر را می‌رانند.

(ج) تأثیری بر هم ندارند.

(د) برای پاسخگویی به اطلاعات بیشتری نیاز داریم.

۲. بارهای الکتریکی A و B یکدیگر را می‌ربایند. بارهای الکتریکی B و C نیز یکدیگر را می‌ربایند. اگر بارهای A و C را در نزدیکی همدیگر قرار دهیم، آنها

(الف) یکدیگر را می‌ربایند. (ب) همدیگر را می‌رانند.

(ج) تأثیری بر هم ندارند.

(د) برای پاسخگویی به اطلاعات بیشتری نیاز داریم.

۳. بارهای الکتریکی A و B یکدیگر را می‌رانند. بارهای الکتریکی B و C نیز یکدیگر را می‌رانند. اگر بارهای A و C را در نزدیکی همدیگر قرار دهیم، آنها

(الف) یکدیگر را می‌ربایند. (ب) همدیگر را می‌رانند.

(ج) تأثیری بر هم ندارند.

(د) برای پاسخگویی به اطلاعات بیشتری نیاز داریم.

۳-۲۵ رسانا و عایق

۴. اگر جسمی را که از ماده A ساخته شده است بر جسمی که از ماده B ساخته شده است مالش دهیم، جسم A دارای بار مثبت می‌شود و جسم B دارای بار منفی. اما، اگر جسمی را که از ماده A ساخته شده است بر جسمی که از ماده C ساخته شده است مالش دهیم، در آن حالت جسم A دارای بار منفی می‌شود. اگر جسمی را که از ماده B ساخته شده است بر جسمی که از ماده C ساخته شده است مالش دهیم چه اتفاقی روی خواهد داد؟

(الف) B دارای بار مثبت و C هم دارای بار مثبت می‌شود.

(ب) B دارای بار مثبت و C دارای بار منفی می‌شود.

(ج) B دارای بار منفی و C دارای بار مثبت می‌شود.

(د) B دارای بار منفی و C هم دارای بار منفی می‌شود.

۵. میله‌ای را که دارای بار مثبت است در نزدیکی گویی قرار می‌دهیم که به وسیله نخ عایقی آویخته شده است. مشاهده می‌شود که گوی به سمت میله به حرکت در می‌آید. از این مشاهده چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

(الف) گوی باید دارای بار مخالف با بار میله باشد.

(ب) ممکن است که گوی در ابتدا خنثی باشد، اما وقتی که میله را در نزدیکی آن قرار می‌دهیم باردار می‌شود.

(ج) گوی باید رسانا باشد.

(د) گوی حاوی بار مثبت نیست، ولی ممکن است خنثی باشد.

۶. یک گوی کروی رسانا به وسیله نخ رسانایی آویخته شده است که به زمین اتصال دارد. یک بار نقطه‌ای مثبت به نزدیکی گوی آورده می‌شود. در این صورت گوی

(الف) به وسیله بار نقطه‌ای ربوده شده به سوی آن حرکت می‌کند.

(ب) از بار نقطه‌ای رانده شده از آن دور می‌شود.

(ج) تحت تأثیر بار نقطه‌ای قرار نمی‌گیرد.

۷. یک گوی کروی رسانا به وسیله نخ عایقی آویخته شده است. یک بار نقطه‌ای مثبت به نزدیکی گوی آورده می‌شود. در این صورت گوی

(الف) به وسیله بار نقطه‌ای رپوده شده به سوی آن حرکت می‌کند.

(ب) از بار نقطه‌ای رانده شده از آن دور می‌شود.

(ج) تحت تأثیر بار نقطه‌ای قرار نمی‌گیرد.

۴-۲۵ قانون کولن

۸. بار نقطه‌ای $q_1 = 3\mu C$ در فاصله d از بار نقطه‌ای دیگر $q_2 = -6\mu C$ قرار گرفته است. نسبت نیروهای F_{12} و F_{21} چقدر است؟

(الف) $1/2$ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۱۸

۹. دو گلوله سربی 20° پوندی در فاصله یک متر از یکدیگر قرار دارند. این دو گلوله حامل بار مثبت یکسان q اند. چه مقدار بار سبب ایجاد نیروی الکتروستاتیکی بین دو گلوله می‌شود که برابر با وزن یکی از توپهاست؟

(الف) $1 \times 10^{-14} C$ (ب) $1 \times 10^{-7} C$ (ج) $3 \times 10^{-4} C$ (د) $2 \times 10^{-2} C$

۱۰. دو کره رسانای کوچک یکسان در فاصله 1 m از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این دو کره در آغاز حامل بار مثبت یکسانی هستند و نیروی بین آنها برابر با F_0 است. سپس نیمی از بار یک کره به کره دیگر منتقل می‌شود. نیروی بین کره‌ها در این حالت چقدر است؟

(الف) $F_0/4$ (ب) $F_0/2$ (ج) $3F_0/4$ (د) $3F_0/2$ (ه) $3F_0$

۱۱. دو کره رسانای کوچک یکسان در فاصله 1 m از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این دو کره در آغاز حامل مقدار بار الکتریکی مساوی ولی با علامت مخالف‌اند و نیروی بین آنها برابر با F_0 است. سپس نیمی از بار یک کره به کره دیگر منتقل می‌شود. نیروی بین کره‌ها در این حالت چقدر است؟

(الف) $F_0/4$ (ب) $F_0/2$ (ج) $3F_0/4$ (د) $3F_0/2$ (ه) $3F_0$

۵-۲۵ توزیع پیوسته بار

۱۲. بار نقطه‌ای q را در فاصله a از سطح کره‌ای به شعاع $2a$ قرار داده‌ایم. بار الکتریکی Q را به‌طور یکنواخت در سرتاسر حجم کره توزیع کرده‌ایم. اندازه نیروی الکتروستاتیک بین بار نقطه‌ای و کره برابر با F است، در صورتی‌که

$$F = |qQ|/4\pi\epsilon_0 a^2 \quad (\text{الف})$$

$$|qQ|/4\pi\epsilon_0 a^2 > F > |qQ|/12\pi\epsilon_0 a^2 \quad (\text{ب})$$

$$|qQ|/12\pi\epsilon_0 a^2 > F > |qQ|/20\pi\epsilon_0 a^2 \quad (\text{ج})$$

$$|qQ|/20\pi\epsilon_0 a^2 > F > |qQ|/36\pi\epsilon_0 a^2 \quad (\text{د})$$

$$F = |qQ|/36\pi\epsilon_0 a^2 \quad (\text{ه})$$

۶-۲۵ پایستگی بار الکتریکی

۱۳. یک میله باردار شده با بار الکتریکی مثبت را در نزدیکی کره رسانای خنثایی که از نخ عایقی آویخته شده است نگه می‌داریم. در این صورت کره

(الف) تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد، چون خنثی است.

(ب) خنثی باقی می‌ماند، ولی از میله رانده می‌شود.

(ج) خنثی باقی می‌ماند، ولی به وسیله میله رپوده می‌شود.

(د) بار منفی به دست می‌آورد و از میله رانده می‌شود.

(ه) بار منفی به دست می‌آورد و به وسیله میله رپوده می‌شود.

۱۴. اجسام A ، B ، و C سه کره رسانای عایق‌بندی شده یکسان‌اند. در آغاز کره‌های A و B هر دو دارای بار الکتریکی 3 mC بوده‌اند و کره C دارای بار الکتریکی -6 mC است. اجسام A و C را در تماس با یکدیگر قرار می‌دهیم، و سپس آنها را از هم جدا می‌کنیم. سپس اجسام B و C را در تماس با یکدیگر قرار می‌دهیم و بعد از هم جدا می‌کنیم.

(۱) اگر اجسام A و B را در نزدیکی هم قرار دهیم، آنها

(الف) همدیگر را می‌ربایند. (ب) یکدیگر را می‌رانند.

(ج) تأثیری بر همدیگر ندارند.

(۲) اگر اجسام A و C را در نزدیکی یکدیگر قرار دهیم، آنها

(الف) همدیگر را می‌ربایند. (ب) یکدیگر را می‌رانند.

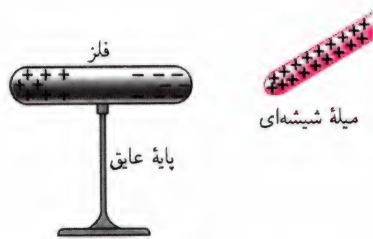
(ج) تأثیری بر همدیگر ندارند.

پرسشها

۱. دو کره فلزی در اختیار داریم که روی پایه‌های عایق قابل حمل نصب شده‌اند. روشی بیابید که بتوان بارهای مساوی و با علامت مخالف را روی آنها قرار داد. می‌توانید از میله شیشه‌ای که با ابریشم مالش داده شده است استفاده کنید، ولی میله نباید با کره‌ها تماس پیدا کند. برای اینکه روش پیشنهادی شما عملی شود، آیا ضرورت دارد که کره‌ها یک اندازه باشند؟

۲. در پرسش ۱، روشی را پیشنهاد کنید که به کره‌ها بارهای الکتریکی مساوی و هم‌علامت بدهد. بازهم، برای اینکه روش پیشنهادی شما عملی بشود، آیا ضرورت دارد که کره‌ها هم‌اندازه باشند؟

۳. یک میله باردار قطعات بسیار ریز چوب‌پنبه خشک را جذب می‌کند،



شکل ۲۵-۱۴ پرسش ۱۳ و ۱۴.

۱۶. (الف) یک میله شیشه‌ای دارای بار مثبت جسم آویخته‌ای را جذب می‌کند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که جسم آویخته بار منفی دارد؟ (ب) یک میله شیشه‌ای دارای بار مثبت جسم آویخته‌ای را می‌راند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که جسم آویخته بار مثبت دارد؟
۱۷. گزاره "نیروهای الکتروستاتیکی از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کنند" را توضیح دهید.
۱۸. آیا نیرویی که یک بار الکتریکی بر بار دیگر وارد می‌کند، با نزدیک شدن بارهای دیگر تغییر می‌کند؟
۱۹. محلول سولفات مس رساناست. در این مورد چه ذراتی نقش حاملان بار را به عهده دارند؟
۲۰. اگر الکترون‌ها در فلزی مانند مس آزادانه جابه‌جا شوند، اغلب اوقات در می‌یابیم که به طرف سطح فلز در حرکت‌اند. چرا الکترون‌ها به راه خودشان ادامه نمی‌دهند تا از فلز خارج شوند؟
۲۱. اگر بنیامین فرانکلین تصمیم گرفته بود که الکترون‌ها را مثبت و پروتون‌ها را منفی در نظر بگیرد، آیا هیچ تفاوت اساسی به وجود می‌آمد؟
۲۲. قانون کولن پیش‌بینی می‌کند نیرویی که یک بار نقطه‌ای بر بار نقطه‌ای دیگر وارد می‌کند با حاصلضرب دو بار متناسب است. برای تحقیق تجربی این موضوع در آزمایشگاه چه روشی را پیشنهاد می‌کنید؟
۲۳. توضیح دهید که چگونه هسته اتم متشکل از ذراتی که یا خنثی هستند (نوترون‌ها) یا بارهای یکسان دارند (پروتون‌ها) می‌تواند پایدار باشد.
۲۴. الکترونی (با بار $-e$) در اتم هلیوم دور هسته آن (با $+2e$) می‌چرخد. کدام ذره نیروی بیشتری بر ذره دیگر وارد می‌کند؟
۲۵. بار هر ذره یک ویژگی واقعی ذره و مستقل از وضعیت حرکت آن است. توضیح دهید که چگونه می‌توان درستی این عبارت را با انجام آزمایش‌های بسیار دقیق که نشان می‌دهند اتم هیدروژن واقعاً از لحاظ الکتریکی خنثی است، تحقیق کرد.
۲۶. فرض کنید که بار الکتریکی شکل ۲۵-۱۱ به‌طور یکنواخت در سراسر طول میله توزیع نشده باشد بلکه در عوض بیشترین چگالی بار

- که این ذرات پس از تماس با میله، اغلب به‌شدت از آن وا می‌جهند. در این باره توضیح دهید.
۴. اگر در پرسشهای چندگزینه‌ای ۱، ۲، و ۳ یکی از اجسام A و B ، و C بدون بار باشند، پاسخ شما چگونه تغییر خواهد کرد؟
۵. آزمایش‌های توصیف‌شده در بخش ۲۵-۲ می‌توان با فرض وجود چهار نوع بار؛ یعنی، بار روی شیشه، ابریشم، پلاستیک و پوست توضیح داد. چه استدلالی در مخالفت با این طرح می‌توان ارائه داد؟
۶. بار مثبتی را به یک رسانای عایق‌بندی‌شده بدون بار خیلی نزدیک کرده‌ایم. هنگامی که بار در نزدیکی رساناست، آن را به زمین متصل کرده‌ایم. آیا این رسانا در دو حالت زیر بار مثبت یا منفی دارد یا اصلاً بار ندارد: (الف) اول بار مثبت را دور و سپس سیم اتصال به زمین را قطع کنیم و (ب) ابتدا سیم اتصال به زمین را قطع و سپس بار مثبت را دور کنیم.
۷. یک عایق باردار را می‌توان با عبور دادن آن از بالای یک شعله تخلیه الکتریکی کرد. چگونگی این عمل را توضیح دهید.
۸. اگر سکه‌ای را به‌شدت با انگشتان مالش دهید، به نظر می‌رسد که با اصطکاک باردار نمی‌شود. چرا؟
۹. اگر به‌سرعت روی قالی راه بروید، اغلب به هنگام تماس با یک دستگیره فلزی شاهد جرقه‌زدن خواهید بود. (الف) چه عاملی سبب این جرقه می‌شود؟ (ب) چگونه می‌توان از وقوع آن جلوگیری کرد؟
۱۰. چرا آزمایش‌های مربوط به الکتروستاتیک در روزهای مرطوب خوب انجام نمی‌شوند؟
۱۱. چرا توصیه می‌شود که قبل از نصب هرگونه وسایل جنبی در داخل کامپیوتر شخصی خود ابتدا بدنه فلزی آن را لمس کنید؟
۱۲. به شما می‌گویند که یک میله عایق حاوی بار الکتریکی است. چگونه می‌توانید درستی این گفته را تأیید و علامت بار را تعیین کنید؟
۱۳. اگر یک میله شیشه‌ای باردار را مطابق شکل ۲۵-۱۴ به یک سر میله فلزی بی‌بار علائق‌بندی‌شده نزدیک کنیم، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، الکترون‌ها به یک سر آن کشیده می‌شوند. با وجود اینکه در میله فلزی چشمه تقریباً بی‌پایانی از الکترون‌ها وجود دارد، چرا جریان الکترون‌ها متوقف می‌شود؟
۱۴. آیا در شکل ۲۵-۱۴ هیچ نیروی الکتریکی خالصی بر میله فلزی وارد می‌شود؟ در این باره توضیح دهید.
۱۵. شخصی که روی یک چارپایه عایق‌بندی‌شده قرار دارد یک رسانای باردار عایق‌بندی‌شده را لمس می‌کند. آیا بار رسانا به‌طور کامل تخلیه می‌شود؟



شکل ۱۶-۲۵ تمرین ۱.

$۲.۵ \times 10^4 \text{ C/s}$ در مدت زمان $۲.0 \mu\text{s}$ جاری می‌شود. در این رویداد چقدر بار جابه‌جا می‌شود؟

۳-۲۵ رسانا و عایق

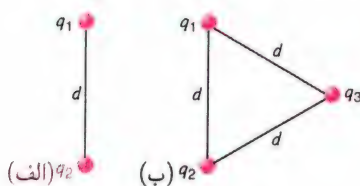
۴-۲۵ قانون کولن

۲. برای اینکه بزرگی نیروی ربایش الکتریکی بین بار نقطه‌ای $q_1 = ۲۶۳ \mu\text{C}$ و بار نقطه‌ای $q_2 = -۴۷۱ \mu\text{C}$ برابر با ۵.۶۶ N باشد، فاصله بین این دو بار باید چقدر باشد؟

۳. یک بار نقطه‌ای $۱۰^{-۶} \text{ C}$ با $۳.۱۲ \times ۱۰^{-۶} \text{ C}$ در فاصله ۱۲.۳ cm از بار نقطه‌ای دیگری به مقدار $۱.۴۸ \times ۱۰^{-۶} \text{ C}$ قرار گرفته است. بزرگی نیروی وارد بر هر کدام از بارها را محاسبه کنید.

۴. دو ذره دارای بار مساوی که در فاصله ۳.۲۰ mm از یکدیگر قرار گرفته‌اند، از حال سکون رها می‌شوند. مشاهده می‌کنیم که شتاب اولیه ذره اول ۷.۲۲ m/s^2 است و شتاب ذره دوم ۹.۱۶ m/s^2 . جرم ذره اول $۱۰^{-۷} \text{ kg}$ با $۶.۳۱ \times ۱۰^{-۷} \text{ kg}$ است. (الف) جرم ذره دوم و (ب) بزرگی بار هر یک از این دو ذره را معین کنید.

۵. در شکل ۱۷-۲۵ (الف) دو ذره باردار q_1 و q_2 را نشان داده‌ایم که در فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

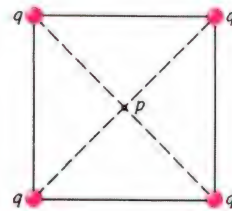


شکل ۱۷-۲۵ تمرین ۵.

(الف) شدت نیروی الکتریکی وارد بر ذره q_1 را معین کنید. فرض

در وسط میله باشد و با آهنگ یکنواختی به سمت دو سر کم شود. آیا اکنون نیرو دارای مؤلفه z است؟ اگر این میله دارای همان مقدار بار q باشد که در توزیع یکنواخت وجود داشت، بزرگی مؤلفه F_y با معادله (۱۵-۲۵) چگونه مقایسه می‌شود؟ این دو پرسش را برای وقتی که در وسط میله فقدان بار وجود دارد و چگالی بار با آهنگ یکسانی با دور شدن از مرکز میله افزایش پیدا می‌کند، پاسخ بدهید.

۲۷. بنابر قضیه یرن‌شاو هیچ ذره‌ای نمی‌تواند تحت تأثیر نیروهای الکتروستاتیکی صرف، در تعادل پایدار قرار بگیرد. اکنون نقطه P را در مرکز مربعی در نظر بگیرید که در چهار رأس آن چهار بار مثبت مساوی، مطابق شکل ۱۵-۲۵، قرار دارد. اگر یک بار آزمون مثبت را در آن نقطه بگذارید ممکن است به نظر آید که این بار در تعادل پایدار قرار دارد. هر کدام از چهار ذره خارجی بار آزمون را به سمت P هل می‌دهند. با وجود این، هنوز قضیه یرن‌شاو برقرار است. آیا می‌توانید بگویید چگونه؟



شکل ۱۵-۲۵ پرسش ۲۷.

۲۸. کوانتوم بار $۱.۹ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C}$ با $۱.۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C}$ کولن است. آیا یک کوانتوم جرم متناظر با آن وجود دارد؟

۲۹. معنی این عبارت که یک کمیت فیزیکی (الف) کوانتیده یا (ب) پایسته است، چیست؟ در این مورد مثالهایی بزنید.

۳۰. در مسئله نمونه ۳-۲۵ نشان دادیم که نیروی الکتریکی در حدود $۱۰^{۳۹}$ مرتبه قوی‌تر از نیروی گرانشی است. آیا می‌توانید از این موضوع نتیجه بگیرید که اساساً یک کهکشان، ستاره، یا سیاره باید از لحاظ الکتریکی خنثی باشد؟

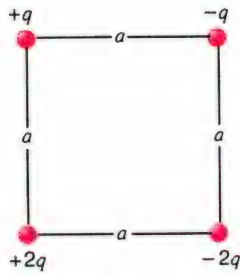
۳۱. از کجا می‌دانید که نیروهای الکتروستاتیکی عامل جاذبه گرانشی بین، مثلاً، زمین و ماه نیستند؟

تمرینها

۱-۲۵ الکترومغناطیس: مقدمه

۲-۲۵ بار الکتریکی

۱. در یک نمونه آذرخش (شکل ۱۶-۲۵) جریانی به شدت



شکل ۲۵-۲۰ تمرین ۸

ضلع 13 cm قرار داده‌ایم. نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی را معین کنید.

۱۰. دو کره کوچک دارای بار مثبت هستند، به طوری که بار الکتریکی کل هر دو کره برابر با $526\text{ }\mu\text{C}$ است. وقتی این دو کره در فاصله 194 m از یکدیگر قرار بگیرند با نیرویی برابر با 19 N همدیگر را دفع می‌کنند. بار الکتریکی هر یک از دو کره را محاسبه کنید.

۱۱. دو بار ثابت $+17\text{ }\mu\text{C}$ و $-328\text{ }\mu\text{C}$ در فاصله 618 cm از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی سوم را در کجا قرار دهیم که هیچ نیروی برآیندی بر آن وارد نشود؟

۱۲. سه گوی کوچک، هر یک به جرم 133 g ، به وسیله سه رشته نخ ابریشمی، هر یک به طول 17 m از نقطه مشترکی آویخته شده‌اند، گویها دارای بار مساوی و در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع 153 cm قرار گرفته‌اند. بار هر یک از گویها را معین کنید.

۱۳. مکعبی به ضلع a حاوی بار الکتریکی در هر یک از رأسهاست. نشان دهید که برآیند نیروی الکتریکی وارد بر هر یک از بارها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{9 \times 10^9 q^2}{\epsilon_0 a^2}$$

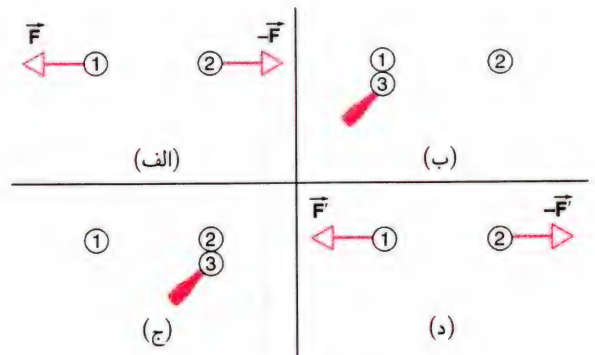
این نیرو در امتداد قطری از مکعب است که از آن رأس می‌گذرد و جهت آن به سمت خارج از مکعب است.

۵-۲۵ توزیع پیوسته بار

۱۴. معادله (۱۵-۲۵) با این فرض به دست آمد که بار q روی بخش مثبت محور y قرار داشته باشد. (الف) آیا معادله (۱۵-۲۵) برای وقتی که بار q روی بخش منفی محور y قرار داشته باشد معتبر است؟ در این باره توضیح دهید. (ب) معادله‌ای مشابه معادله (۱۵-۲۵) برای وقتی که بار q در فاصله x از میله روی بخش مثبت یا منفی محور x قرار گرفته باشد بنویسید. (ج) برای وقتی که بار q در فاصله d از میله و روی نیمساز بخش مثبت محورهای x و y ، یعنی در زاویه 45°

کنید $q_1 = q_2 = 213\text{ }\mu\text{C}$ و فاصله $d = 152\text{ m}$ است. (ب) ذره باردار سومی $q_3 = 213\text{ }\mu\text{C}$ را به این محدوده وارد می‌کنیم و آن را مطابق ۱۷-۲۵ (ب) قرار می‌دهیم. اکنون شدت نیروی الکتریکی وارد بر ذره q_1 را معین کنید.

۶. دو کره رسانای یکسان ۱ و ۲ حامل بارهای الکتریکی مساوی هستند و در فاصله‌ای که در مقایسه با قطر آنها بسیار بزرگ است تثبیت شده‌اند. این دو کره یکدیگر را با نیروی الکتریکی 88 mN دفع می‌کنند. اکنون فرض کنید که کره مشابه ۳ که دارای یک دسته عایق است و در آغاز هیچ بار الکتریکی ندارد، ابتدا با کره ۱ و سپس با کره ۲ تماس پیدا می‌کند و سرانجام آن را از محدوده این بارها دور می‌کنیم. اکنون نیروی بین کره‌های ۱ و ۲ را پیدا کنید. نگاه کنید به شکل ۱۸-۲۵.



شکل ۱۸-۲۵ تمرین ۶

۷. سه ذره باردار مطابق شکل ۱۹-۲۵ روی یک خط مستقیم و به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بارهای q_1 و q_2 ثابت نگه داشته شده‌اند. درمی‌یابیم، بار q_3 که امکان حرکت دارد، تحت تأثیر نیروهای الکتریکی در حال تعادل است. q_1 را برحسب q_2 به دست آورید.



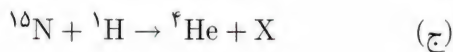
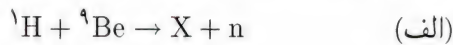
شکل ۱۹-۲۵ تمرین ۷

۸. در شکل ۲۰-۲۵، مؤلفه‌های (الف) افقی و (ب) عمودی نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار واقع در گوشه پایین سمت چپ را پیدا کنید. فرض کنید که $q = 113\text{ }\mu\text{C}$ و $a = 153\text{ cm}$ است. بارها در حال سکون‌اند.

۹. دو بار مثبت مساوی، هر یک به اندازه $418\text{ }\mu\text{C}$ ، و یک بار منفی به مقدار $-636\text{ }\mu\text{C}$ را در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع به

۲۵-۶ پایستگی بار الکتریکی

۲۱. در واکنشهای هسته‌ای زیر عنصر X را شناسایی کنید



(راهنمایی: به پیوست ه مراجعه کنید.)

۲۲. در واپاشی پرتوزای $({}^{238}\text{U} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^{234}\text{Th})$ ، مرکز

ذره خارج شده ${}^4\text{He}$ ، در یک زمان معین، در فاصله $12 \times 10^{-15}\text{m}$ از مرکز هسته بجا مانده ${}^{234}\text{Th}$ قرار دارد. در این لحظه، (الف) نیروی وارد بر ذره ${}^4\text{He}$ و (ب) شتاب آن چقدر است؟

۲۳. در یک بلور نمک، یک اتم سدیم یکی از الکترونهاش را به یکی از اتمهای کلر مجاورش منتقل می‌کند و یک پیوند یونی به وجود می‌آورد. یون مثبت سدیم و یون منفی کلر با نیروی الکتروستاتیکی یکدیگر را می‌ربایند. نیروی ربایش الکتروستاتیکی را در صورتی که فاصله بین یونها 282 پیکومتر باشد محاسبه کنید.

۲۴. نیروی الکتروستاتیکی بین دو یون یکسان که در فاصله $10^{-10}\text{m} \times 5$ از هم قرار گرفته‌اند برابر $9 \times 10^{-9}\text{N}$ است. (الف) بار هر یون را محاسبه کنید. (ب) هر یون چند الکترون از دست داده است؟

۲۵. تصور می‌شود که نوترون از یک کوارک "بالا" با بار $\frac{2}{3}e+$ و دو کوارک "پایین" با بار $\frac{1}{3}e-$ تشکیل شده است. اگر کوارکهای پایین در داخل نوترون در فاصله $10^{-15}\text{m} \times 2.6$ از هم قرار داشته باشند، نیروی رانش الکتریکی بین آنها چقدر است؟

۲۶. (الف) چند الکترون را باید از یک سکه خارج کنیم تا بار باقی مانده در آن $10^{-7}\text{C} \times 1.5+$ شود. (ب) این مقدار چه کسری از کل الکترونهاي موجود در سکه را تشکیل می‌دهد؟ مسئله نمونه ۱۲۵ را ببینید.

۲۷. الکترونی در نزدیکی سطح زمین در خلأ قرار دارد. یک الکترون دیگر را باید کجا قرار دهیم تا برآیند نیروی ناشی از الکترون دوم و گرانش وارد بر الکترون اول برابر صفر شود؟

۲۸. بار الکتریکی موجود در 75kg الکترون را برحسب کولن پیدا کنید.

۲۹. بارهای مثبت موجود در یک لیوان آب را برحسب کولن محاسبه کنید. فرض کنید که حجم یک لیوان آب برابر 250cm^3 باشد.

۳۰. دو دانشجوی فیزیک یکی به جرم 52kg و دیگری به جرم 7kg در فاصله 28m از هم قرار دارند. فرض کنید که هر کدام

قرار داشته باشد معادله‌ای به صورت مؤلفه‌های برداری برای نیروی وارد بر q بنویسید. (د) معادله مؤلفه‌ای بردار نیروی وارد بر بار q را، وقتی که این بار در یک نقطه دلخواه x, y در صفحه xy قرار گرفته است بنویسید. بررسی کنید، آیا وقتی که نقطه x, y در هریک از چهار ربع صفحه xy قرار می‌گیرد، مؤلفه‌های بردار نیرو علامت درست را به دست می‌دهند.

۱۵. (الف) با شروع از معادله (۱۶-۲۵)، معادله‌ای برداری بنویسید که نیروی وارد بر q را به دست دهد؛ اعم از اینکه q در جهت مثبت و یا منفی محور z بار حلقه‌ای قرار داشته باشد. (ب) همین کار را با بهره‌گیری از معادله (۱۷-۲۵) در مورد یک قرص حامل بار به کار ببرید.

۱۶. نیروی وارد بر بار مثبت نقطه‌ای q را که به فاصله x از یک سر میله باردار شده‌ای، در امتداد محور آن، مطابق شکل ۲۵-۲۱، قرار گرفته است، معین کنید. بار Q به طور یکنواخت در سرتاسر میله به طول L توزیع شده است.



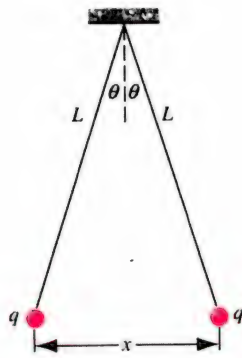
شکل ۲۵-۲۱ تمرین ۱۶.

۱۷. میله و بار q نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۱ را در نظر بگیرید. در کجا می‌توانید یک بار نقطه‌ای q (برابر با بار موجود روی میله) را قرار دهید که بار q در حال تعادل باشد (از گرانش چشم‌پوشید)؟ این مسئله را برای دو حالت زیر حل کنید: (الف) بار q مثبت است و (ب) بار q منفی است.

۱۸. نشان دهید که تعادل بار q در تمرین ۱۷ ناپایدار است. (راهنمایی: این مسئله را می‌توان از طریق استدلال مبتنی بر تقارن حل کرد، و درواقع فقط به اندکی محاسبه ریاضی نیاز دارد!)

۱۹. فرض کنید که میله شکل ۲۵-۱۱، در نیمه بالایی دارای چگالی بار یکنواخت مثبت λ باشد و در نیمه پایینی چگالی بار یکنواخت $-\lambda$ برآیند نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q را معین کنید.

۲۰. چهار میله باردار شده چهار ضلع یک مربع را در صفحه افقی xy تشکیل می‌دهند. طول هر کدام از میله‌ها 25cm و $L = 25$ است و هر یک از میله‌ها حامل بار مثبت یکنواخت توزیع شده Q است. کره کوچکی، که می‌توان آن را یک بار نقطه‌ای انگاشت، با جرم $4 \times 10^{-4}\text{g}$ و بار الکتریکی $12 \times 10^{-12}\text{C}$ و $q = +2.45$ ، در فاصله 21.4cm $z =$ بالای مرکز مربع در وضعیت تعادل است. مقدار Q را معین کنید.



شکل ۲۲-۲۵ مسئله‌های ۴، ۵، و ۶.

که x همان فاصله بین دو گوی است. (ب) اگر $L = ۱۲۲ \text{ cm}$ ، $m = ۱۱.۲ \text{ g}$ و $x = ۴۷.۰ \text{ cm}$ باشد، مقدار q چقدر است؟

۵. اگر گویهای شکل ۲۲-۲۵ رسانا باشند، (الف) پس از آنکه یکی از آنها تخلیه شد چه اتفاقی خواهد افتاد؟ درباره پاسخ خود توضیح دهید. (ب) فاصله جدایی حالت تعادل جدید را معین کنید.

۶. فرض کنید که گویهای مسئله ۴ با آهنگ ۱.۲۰ nC/s بار خود را از دست می‌دهند. گویها در ابتدا با چه سرعت لحظه‌ای نسبی (مساوی dx/dt) به هم نزدیک می‌شوند؟

۷. می‌خواهیم بار مشخص Q را به دو بخش q و $Q - q$ تقسیم کنیم. اگر این دو قسمت را در فاصله معینی از یکدیگر قرار دهیم و بخواهیم که نیروی رانشی کولنی در این حالت بیشینه باشد، q و Q باید چه ارتباطی با هم داشته باشند؟

۸. دو بار مثبت $+Q$ در فاصله d از یکدیگر ثابت شده‌اند. ذره‌ای با بار منفی $-q$ و جرم m را در وسط خطی که دو بار را به هم متصل می‌کند قرار داده‌ایم. سپس بار $-q$ را در جهت عمود بر خط اتصال بین دو بار Q جابه‌جا کرده آن را رها می‌کنیم. نشان دهید که حرکت این ذره یک حرکت هماهنگ ساده با دوره تناوب $(\epsilon_0 m \pi^3 d^3 / qQ)^{1/2}$ است. ۹. دوره تناوب مربوط به حرکت نوسانی یک ذره با بار مثبت $+q$ را که از نقطه وسط خط اتصال بین دو بار $+Q$ مسئله ۸ و در امتداد آن خط اندکی جابه‌جا شده باشد محاسبه کنید.

۱۰. در ترکیب CsCl (سزیم کلرید)، اتمهای سزیم در گوشه‌های مکعبی قرار گرفته‌اند که یک اتم کلر در مرکز آن وجود دارد. طول ضلع این مکعب ۴۰ nm است؛ شکل ۲۳-۲۵ را ببینید. هر کدام از اتمهای سزیم یک الکترون کم دارد و اتم کلر حامل یک الکترون اضافی است. (الف) شدت برآیند نیروی الکتریکی وارد بر اتم کلر از سوی هشت اتم سزیم نشان داده شده در شکل چقدر است؟ (ب) فرض

از آنها در میزان بارهای مثبت و منفیشان به اندازه ۱.۰% عدم توازن داشته باشند، یکی از این دانشجویان بار مثبت دارد و دیگری بار منفی. نیروی ربایش الکتروستاتیکی بین آنها را تخمین بزنید. (راهنمایی: دانشجویان را با کره‌هایی از آب جایگزین کنید و نتایج تمرین ۲۹ را مورد استفاده قرار دهید.)

۳۱. (الف) چه مقدار بار مثبت و به میزان مساوی باید روی زمین و روی ماه قرار داد تا ربایش گرانشی آنها را خنثی کند؟ آیا برای حل این مسئله نیاز به دانستن فاصله زمین تا ماه دارید؟ اگر پاسخ مثبت است، چرا و اگر منفی است، چرا؟ (ب) برای تأمین بار مثبت محاسبه شده در قسمت (الف) به چند تن متریک هیدروژن نیاز داریم؟ جرم مولی هیدروژن ۱.۰۰۸ g/mol است.

مسئله‌ها

۱. دو کره رسانای یکسان، که حامل بارهای با علامت مخالف‌اند، وقتی در فاصله ۵.۰ cm از یکدیگر قرار بگیرند با نیرویی برابر ۱.۰۸ N به یکدیگر را می‌ربایند. ناگهان دو کره را با یک رشته سیم رسانای نازک به هم متصل می‌کنیم، و سپس سیم را برمی‌داریم، پس از این رویداد کره‌ها یکدیگر را با نیرویی برابر با ۳.۶ N می‌رانند. بار اولیه روی هر یک از دو کره چقدر بوده است؟

۲. بار Q در هر یک از دو رأس مقابل یک مربع قرار گرفته است. بار دیگری مانند q را در هر یک از دو رأس مقابل دیگر مربع قرار می‌دهیم. (الف) اگر نیروی الکتریکی برآیند وارد بر Q برابر با صفر باشد، q با هم چه رابطه‌ای دارند؟ (ب) آیا می‌توان q را چنان انتخاب کرد که نیروی الکتریکی برآیند روی هر باری برابر با صفر شود؟ در این باره توضیح دهید.

۳. دو بار نقطه‌ای آزاد $+q$ و $+4q$ در فاصله L از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بار سوم را چنان قرار می‌دهیم که کل مجموعه در حال تعادل قرار می‌گیرد. (الف) علامت، مقدار و محل این بار سوم را معین کنید. (ب) نشان دهید که این تعادل ناپایدار است.

۴. دو گوی مشابه بسیار کوچک هر کدام به جرم m از دو رشته نخ ابریشمی به طول L آویخته شده‌اند و هر یک حامل بار یکسان q هستند (شکل ۲۲-۲۵). فرض کنید زاویه θ آن قدر کوچک است که می‌توانیم $\tan \theta$ را تقریباً با $\sin \theta$ جایگزین کنیم. (الف) نشان دهید که در این حد تقریب و در حالت تعادل داریم

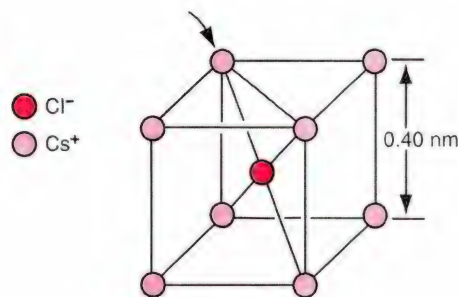
$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 m g} \right)^{1/3}$$

مسئله‌های کامپیوتری

۱. نیروی ربایشی بین دو حلقهٔ باردار را، که بارهای $+q$ و $-q$ به‌طور یکنواخت روی آنها توزیع شده است، محاسبه کنید. محور حلقه‌ها محور x و شعاع هر حلقه برابر با R و فاصلهٔ بین دو حلقه برابر با $2R$ است. پاسخ نهایی شما باید به‌صورت $F = C_r q^2 / 4\pi R^2$ باشد، که در اینجا به C_r یک ثابت بدون بعد است که باید آن را معین کنید.

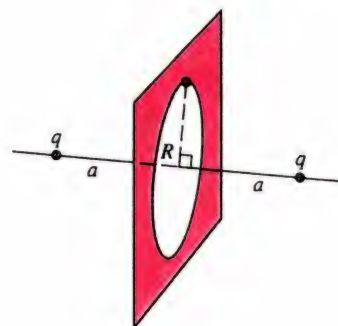
۲. مسئلهٔ رایانه‌ای ۱ را برای حالتی تکرار کنید که به‌جای دو حلقه، دو قرص داشته باشیم که بارهای $+q$ و $-q$ به‌طور یکنواخت روی آنها توزیع شده باشد. پاسخ نهایی شما باز هم به‌صورت $F = C_d q^2 / 4\pi \epsilon_0 R^2$ خواهد بود. در اینجا هم C_d یک ثابت بدون بعد است که آن را مشخص می‌کنید؛ اما C_d مربوط به قرص با C_r مربوط به حلقه تفاوت دارد. ۳. نیروی ربایش بین دو کرهٔ توپر را، که بارهای $+q$ و $-q$ به‌طور یکنواخت در آنها توزیع شده است، محاسبه کنید. کره‌ها روی محور x قرار دارند و شعاع هر کدام از آنها R است. فاصلهٔ بین مراکز این دو کره $d > 2R$ است. پاسخ نهایی شما باید به‌صورت $F = C_s q^2 / 4\pi \epsilon_0 d^2$ باشد، که در اینجا C_s یک ثابت بدون بعد است که آن را مشخص می‌کنید.

۴. شعاع یک حلقه یکنواخت با بار Q برابر $R = 1.0^\circ \text{ cm}$ است. الکترونی مقید به حرکت در داخل صفحهٔ این حلقه است. (الف) فرض کنید که $Q = -1.0^\circ \mu\text{C}$ است. سرعت الکترونی را معین کنید که در مسیری دایره‌ای و هم‌مرکز با حلقه در شعاع $r = 0.5^\circ \text{ cm}$ دوران می‌کند. (ب) فرض کنید که $Q = +1.0^\circ \mu\text{C}$ باشد، در این حالت سرعت الکترونی را معین کنید که در مسیری دایره‌ای و هم‌مرکز با حلقه در شعاع $r = 1.5^\circ \text{ cm}$ دوران می‌کند. (ج) با انتگرال‌گیری عددی از حرکت، نشان دهید که هیچ‌یک از دو مدار پایدار نیست.



شکل ۲۳-۲۵ مسئله ۱۰.

کنید اتم Cs که در شکل با علامت پیکان نشان داده شده است وجود ندارد (نقص بلور). در این صورت برآیند نیروی الکتریکی وارد بر اتم Cl از سوی هفت اتم باقی‌ماندهٔ Cs چقدر است؟ ۱۱. دو بار نقطه‌ای مثبت و مساوی q را در فاصلهٔ $2a$ از هم قرار داده‌ایم. یک بار آزمون نقطه‌ای را روی صفحهٔ عمود منصف خطی قرار داده‌ایم که بارها را به هم متصل می‌کند. شعاع R دایره‌ای را در این صفحه معین کنید که برای آن نیروی وارد بر ذرهٔ آزمون دارای بیشترین مقدار باشد. شکل ۲۴-۲۵ را ببینید.



شکل ۲۴-۲۵ مسئله ۱۱.

میدان الکتریکی

بارهای الکتریکی می‌توانند از فواصل بسیار دور با یکدیگر برهم‌کنش داشته باشند. الکترون‌ها یا اتم‌های یونیده در دورترین فواصل شناخته‌شدهٔ عالم می‌توانند نیروهایی را اعمال کنند که سبب حرکت الکترون‌ها در سطح زمین شوند.

چگونه می‌توانیم این‌گونه برهم‌کنش‌ها را توضیح دهیم؟ این کار را با بهره‌گیری از میدان الکتریکی انجام می‌دهیم — بارهای موجود در فواصل بسیار دور میدانی الکتریکی ایجاد می‌کنند، که در سرتاسر فضای بین زمین و سرچشمهٔ میدان وجود دارد. حرکت بارهای الکتریکی سبب پدید آمدن آشفتگی‌هایی در میدان می‌شود، این آشفتگی‌ها با سرعت مسیر نور در فضا حرکت می‌کنند و چند صباحی بعد، وقتی که سبب حرکت الکترون‌ها در مدارهای موجود در روی زمین شدند، (به صورت تابش) آشکارسازی می‌شوند.

در این فصل فقط به میدان الکتریکی استاتیک می‌پردازیم که از بارهای الکتریکی ساکن سرچشمه می‌گیرند. در قسمتهای بعدی این کتاب این مبحث را گسترش می‌دهیم تا نشان دهیم چگونه بارهای الکتریکی متحرک سبب ایجاد میدان‌هایی مرتبط با تابش الکترومغناطیسی، مانند امواج رادیویی یا نور، می‌شوند.

۱-۲۶ میدان چیست؟

در اتاقی که نشسته‌اید دما در هر نقطهٔ آن مقدار معینی دارد. شما می‌توانید با قرار دادن دماسنج در هر نقطه دما را اندازه‌گیری کنید. سپس می‌توانید توزیع دما را به دو صورت نمایش دهید: یا با ترسیم نقشهٔ اتاق و نشان دادن دما در هر نقطه، یا به صورتی دیگر با مشخص کردن یک تابع ریاضی $T(x, y, z)$ که می‌توان با قراردادن x, y, z دما را در آن نقطه محاسبه کرد. توزیع دما را، چه به صورت یک نقشه و چه به صورت یک تابع نمایش داده شود، میدان دما می‌خوانیم. به صورتی مشابه می‌توانیم فشار را در هر نقطه اندازه‌گیری کنیم و میدان فشار را معین کنیم. این میدان‌ها نمونه‌هایی از میدان‌های زنده‌ای هستند، زیرا دما

و فشار هر دو کمیت‌های زنده‌ای‌اند. اگر دما و فشار برحسب زمان تغییر نکنند، میدان‌های آن میدان‌های استاتیکی‌اند؛ در غیر این صورت این میدان‌ها، میدان‌های متغیر با زمان‌اند که می‌توان آنها را به صورت ریاضی با یک تابع وابسته به زمان مانند $T(x, y, z, t)$ نمایش داد. از سوی دیگر، اگر می‌خواستید سرعت شارش یک شاره در هر نقطه را اندازه‌گیری کنید، نیاز داشتید که مقدار بردار سرعت در هر نقطه را معین کنید. باز هم، می‌توانید یک نقشه ترسیم کنید و مقدار و جهت بردار سرعت را در آن نشان دهید، یا می‌توانید یک تابع ریاضی مانند $\vec{v}(x, y, z)$ مشخص کنید که به وسیلهٔ آن امکان محاسبهٔ سرعت شارش در هر نقطه وجود داشته باشد. این میدان نمونه‌ای

از یک میدان برداری است.

اینکه با یک نیرو سروکار داریم. میدان الکتریکی یک میدان برداری است. در اینجا فقط به میدانهای استاتیکی یا ایستا می‌پردازیم، ولی بعداً که تابش الکترومغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادیم، به میدانهای الکتریکی متغیر با زمان خواهیم پرداخت.

قبل از اینکه مفهوم میدانها به‌طور گسترده‌ای پذیرفته شود، چنین تصور می‌شد که نیروی اعمال‌شده توسط یک جسم گرانشی بر جسم دیگر یک برهم‌کنش مستقیم و لحظه‌ای است. این دیدگاه، که موسوم به کنش از دور است، در مورد نیروهای الکترومغناطیسی نیز به‌کار می‌رفت. در حالت مربوط به نیروهای گرانشی این برهم‌کنش را می‌توان به‌صورت شیمیایی زیر نشان داد

$$\text{جرم} \rightleftharpoons \text{جرم}$$

که حکایت از برهم‌کنش مستقیم دو جسم با یکدیگر دارد. براساس این دیدگاه اثر جابه‌جایی یک جسم به‌طور لحظه‌ای به جسم دیگر انتقال پیدا می‌کند. این دیدگاه ناقض نظریه نسبیت خاص است که بیشینه سرعت انتقال این‌گونه اطلاعات را به سرعت سیر نور، c ، محدود می‌کند. تعبیر حاضر را، که بر مفهوم میدان بنا نهاده شده است، می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد

$$\text{جرم} \rightleftharpoons \text{میدان} \rightleftharpoons \text{جرم}$$

که در این تعبیر هر جسم به‌طور مستقیم با جسم دیگر برهم‌کنش نمی‌کند بلکه با میدان گرانشی ایجادشده توسط آن برهم‌کنش می‌کند. یعنی، اینکه جرم اول میدانی ایجاد می‌کند که در هر نقطه از فضا مقدار معینی دارد؛ آنگاه جرم دوم با این میدان در محل خاص خودش برهم‌کنش می‌کند. میدان نقش میانجی بین دو جسم را بازی می‌کند. نیروی وارد بر جسم دوم را می‌توان از معادله (۲-۲۶) به‌دست آورد، مشروط بر آنکه مقدار میدان \vec{g} ناشی از جسم اول را بدانیم. موقعیت از دیدگاه جرم اول کاملاً متقارن است؛ یعنی جسم اول با میدان گرانشی ایجادشده توسط جسم دوم برهم‌کنش می‌کند. تغییر در موقعیت یک جرم سبب تغییراتی در میدان گرانشی آن می‌شود؛ این تغییرات با سرعت نور انتشار می‌یابند، به‌طوری که مفهوم میدان با محدودیت ایجادشده به‌وسیله نسبیت خاص همخوانی دارد.

۲-۲۶ میدان الکتریکی

توصیف پیشین میدان گرانش را می‌توان مستقیماً در مورد الکتروستاتیک به‌کار برد. قانون کولن در مورد نیرویی که یک بار الکتریکی بر بار دیگر

میدان گرانشی زمین نمونه دیگری از یک میدان برداری است. می‌توانید مقدار نیروی گرانشی در هر نقطه را با وصل کردن یک جرم m_0 به یک ترازوی فنری محاسبه کنید. سپس می‌توانید بزرگی و جهت بردار نیروی گرانشی \vec{F} را در هر نقطه تعیین کنید. آنگاه می‌توانید نتایج به‌دست‌آمده را با ترسیم نقشه‌ای که بزرگی و جهت نیروی گرانشی را نشان می‌دهد به نمایش بگذارید یا با مشخص کردن یک تابع ریاضی $\vec{F}(x, y, z)$ ، ولی، چنین نقشه یا نموداری برای سایرین چندان مفید نخواهد بود مگر آنکه دقیقاً همان جرم آزمونی را به‌کار ببرند که شما مورد استفاده قرار دادید. زیرا نیرویی را که شما اندازه‌گیری می‌کنید با مقدار جرم m_0 نسبت مستقیم دارد، روال بهتر آن است که نقشه با نموداری را ایجاد کنیم که به‌جای نیروی وارد بر جرم m_0 ، نیروی وارد به یکای جرم m_0 ، یعنی \vec{F}/m_0 ، را نشان دهد. این کمیت، که حالا دارای یکای N/kg است، مستقل از جرم m_0 آزمون است. انتخاب جرمهای آزمون با ابعاد و اندازه‌های متفاوت، در این حالت نقشه‌های دقیقاً یکسانی را به‌دست می‌دهد که مقادیر نیرو بر واحد جرم آنها در هر نقطه یکسان است. * کمیت \vec{F}/m_0 را میدان گرانشی می‌نامیم. همچنین، درمی‌یابیم که این کمیت برابر با شتاب سقوط آزاد \vec{g} در هر نقطه است:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_0} \quad (۱-۲۶)$$

میدان \vec{g} برداری است که جهتش جهت نیروی گرانش در هر نقطه را مشخص می‌کند و بزرگی آن مبین "شدت" اثر گرانش در آن نقطه است. می‌توانیم نیروی وارد بر هر جسم با جرم m در هر نقطه را با ضرب کردن \vec{g} مربوط به آن نقطه در مقدار جرم آن جسم معین کنیم:

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad (۲-۲۶)$$

در این فصل، مفهوم سودمند میدان الکتریکی را بسط می‌دهیم، که بر روند مشابهی پایه‌گذاری شده که شامل تعیین نیروی الکتریکی بر واحد بار الکتریکی است (و نه نیروی گرانشی بر واحد جرم). نظر به

* معمولاً می‌گوییم که جرم آزمون m_0 باید کوچک باشد. یعنی، نمی‌خواهیم که جرم آزمون میدان گرانشی زمین را تغییر دهد. مثلاً، اگر از جسمی به اندازه ماه به‌عنوان جرم آزمون استفاده می‌کردیم، نیروی گرانشی آن روی زمین سبب ایجاد نیروهای کشندی می‌شود که توزیع جرم روی زمین را تغییر می‌دهد و از آن رو سبب تغییر نیروی گرانشی در مکانهای مختلف می‌شود. برای جلوگیری از وقوع چنین تغییراتی، جرم آزمون m_0 را خیلی کوچکتر از جرم زمین در نظر می‌گیریم.

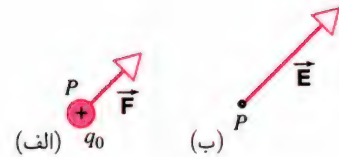
جدول ۱-۲۶ برخی از میدانهای الکتریکی

موقعیت	میدان الکتریکی (N/C)
روی سطح هسته اورانیم	3×10^{21}
در اتم هیدروژن، با شعاع میانگین	
الکترون	5×10^{11}
تخلیه الکتریکی در هوا	3×10^6
در روی غلتک باردار شده یک	
دستگاه فتوکپی	10^5
در شتابدهنده باریکه الکترونی در	
یک دستگاه تلویزیون	10^5
در نزدیکی یک شانه پلاستیکی	
باردار شده	10^3
در قسمت پایینی جو زمین	10^2
در داخل سیم مسی در مدارهای	
لوازم خانگی	10^{-2}

اجسام را در شکل نشان نداده‌ایم). سپس از معادله (۳-۲۶) میدان الکتریکی نشان داده شده در شکل ۱-۲۶ (ب) را به دست می‌آوریم. توجه کنید که \vec{E} و \vec{F} ، همان‌طور که از تعریف معادله (۳-۲۶) نتیجه می‌شود، موازی هستند.

از نظر ابعادی، میدان الکتریکی برابر است با نیرو بر واحد بار الکتریکی، و یکای آن در سیستم SI برابر با نیوتون بر کولن (N/C) است. گرچه، بعداً در فصل ۲۸ خواهیم دید، که اغلب از یکای معادل ولت بر متر (V/m) استفاده می‌کنیم. به شباهت آن با میدان گرانشی توجه کنید، که در آنجا g (که معمولاً برحسب یکای m/s^2 بیان می‌شود) را می‌توان برحسب نیرو بر واحد جرم یا نیوتون بر کیلوگرم (N/kg) نیز بیان کرد. توجه کنید که میدانهای گرانشی و الکتریکی را می‌توان به صورت نیرو تقسیم بر خاصیتی از جسم آزمون (جرم یا بار الکتریکی) بیان کرد. در جدول ۱-۲۶ برخی از میدانهای الکتریکی را که وجود دارند نمایش داده‌ایم.

همان‌طور که در معادله (۲-۲۶) در مورد نیروی گرانشی وارد بر یک جسم عمل کردیم، می‌توانیم از میدان الکتریکی برای محاسبه نیروی وارد بر یک جسم باردار استفاده کنیم. همین که میدان الکتریکی را در یک نقطه معین کردیم (مثلاً با بهره‌گیری از یک جسم آزمون)، می‌توانیم نیروی الکتریکی وارد بر هر جسمی با بار q را در آن موقعیت



شکل ۱-۲۶ (الف) اجسام باردار موجود در محیط نیروی \vec{F} را بر بار آزمون مثبت q_0 در نقطه P وارد می‌کنند. (ب) میدان الکتریکی ناشی از اجسام باردار موجود در محیط در نقطه P .

وارد می‌کند ما را تشویق می‌کند که به کنش از دور بیندیشیم، که می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد:

بار الکتریکی \rightleftharpoons بار الکتریکی

باز هم با معرفی میدان به عنوان میانجی بین بارها، برهم‌کنش را می‌توانیم به صورت دیگری نمایش دهیم

بار الکتریکی \rightleftharpoons میدان \rightleftharpoons بار الکتریکی

یعنی، اینکه بار الکتریکی اول یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند، و بار دوم با میدان ناشی از بار اول برهم‌کنش می‌کند. بنابراین، مسئله تعیین برهم‌کنش بین بارهای الکتریکی به دو مسئله جداگانه تبدیل می‌شود: (۱) تعیین میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بار اول در هر نقطه‌ای از فضا، از طریق اندازه‌گیری یا محاسبه، و (۲) محاسبه نیرویی که میدان ناشی از بار اول بر بار دوم که در نقطه مشخصی از فضا قرار گرفته است وارد می‌کند.

در قیاس با معادله (۱-۲۶) برای میدان گرانشی، می‌توانیم میدان الکتریکی \vec{E} وابسته به مجموعه معینی از بارهای الکتریکی را برحسب نیروی اعمال شده بر یک بار مثبت آزمون q_0 در یک نقطه مشخص تعریف کنیم، یا به عبارتی

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (3-26)$$

جهت بردار \vec{E} همان جهت بردار نیروی \vec{F} است، زیرا q_0 یک کمیت اسکالر مثبت است. میدان الکتریکی را که به این صورت تعریف کرده‌ایم مستقل از اندازه و بزرگی بار آزمون q_0 است.

در شکل ۱-۲۶ نشان داده‌ایم که چگونه می‌توان از این تعریف برای تعیین میدان الکتریکی در نقطه مشخص P استفاده کرد. بار آزمون مثبت q_0 را در نقطه P قرار می‌دهیم، و نیروی الکتروستاتیک وارد بر q_0 را که ناشی از اجسام موجود در اطراف آن است معین می‌کنیم (این

برای بهره‌گیری از معادله (۳-۲۶) به‌عنوان یک روند عملیاتی اندازه‌گیری میدان الکتریکی، باید همان احتیاطهایی را به‌جا آوریم که در مورد استفاده از جرم آزمون برای اندازه‌گیری میدان گرانشی رعایت کردیم: یعنی بار آزمون باید به قدر کافی کوچک باشد که سبب آشفتگی توزیع بارهایی نشود که میدان الکتریکی مورد نظر را به‌وجود آورده‌اند. یعنی، باید معادله (۳-۲۶) را به‌صورت مناسب‌تر زیر بازنویسی کنیم

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (۵-۲۶)$$

با آنکه از مطلب ارائه‌شده در فصل ۲۵ می‌دانیم که در واقع نمی‌توانیم این حد را به سمت صفر میل دهیم؛ زیرا که بار آزمون هرگز نمی‌تواند کمتر از بار بنیادی e بشود. البته، اگر میدان الکتریکی ناشی از مجموعه‌ای مشخص از بارهای ثابت را محاسبه کنیم (و اندازه‌گیری نکنیم) نه مقدار و نه علامت q_0 تأثیری در نتیجه نمی‌گذارد. در بخشهای بعدی این فصل نشان خواهیم داد که میدان الکتریکی ناشی از مجموعه‌ای از بارها را می‌توانیم، با استفاده از معادله (۳-۲۶) و قانون کولن، بدون مراجعه مستقیم به معادله (۵-۲۶) محاسبه کنیم.

مسئله نمونه ۱-۲۶ به الکترونی ($q = -e$) که در نزدیکی جسم بارداری قرار گرفته است نیروی $۳۶۰ \times ۱۰^{-۸} \text{N}$ در امتداد محور y وارد می‌شود. (الف) میدان الکتریکی در آن مکان چقدر است؟ (ب) نیروی وارد بر یک ذره آلفا ($q = +2e$) که در همان مکان الکترون قرار بگیرد، از طرف این جسم باردار، چقدر است؟ حل. (الف) با بهره‌گیری از معادله (۴-۲۶)، داریم

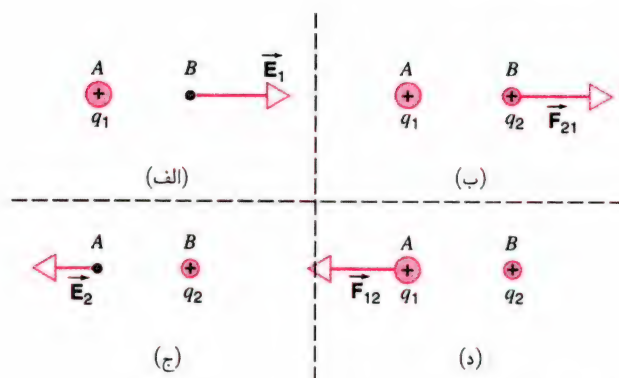
$$E_y = \frac{F_y}{q} = \frac{۳۶۰ \times ۱۰^{-۸} \text{N}}{-۱.۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{C}} = -۲.۲۵ \times ۱۰^{۱۱} \text{N/C}$$

میدان الکتریکی در جهت y منفی است.

(ب) از معادله (۴-۲۶)، نیروی وارد بر ذره آلفا برابر است با

$$F_y = qE_y = 2(+۱.۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{C})(-۲.۲۵ \times ۱۰^{۱۱} \text{N/C}) = -۷.۲۰ \times ۱۰^{-۸} \text{N}$$

نیروی وارد بر ذره آلفا در جهت منفی y است، که همان جهت میدان الکتریکی و برخلاف جهت نیروی وارد بر الکترون است. در همان میدان الکتریکی، نیروی وارد بر ذره آلفا از لحاظ مقداری دو برابر نیروی وارد بر الکترون است، زیرا بار ذره آلفا از لحاظ بزرگی دو برابر بار الکترون است.



شکل ۲۶-۲ (الف) بار الکتریکی q_1 در نقطه A یک میدان الکتریکی در نقطه B ایجاد می‌کند. (ب) میدان الکتریکی موجود در نقطه B نیرویی بر بار q_2 وارد می‌کند. (ج) بار q_2 در نقطه B یک میدان الکتریکی در نقطه A ایجاد می‌کند. (د) میدان الکتریکی موجود در نقطه A نیرویی بر بار q_1 وارد می‌کند. توجه کنید که $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ است.

محاسبه کنیم، یعنی

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (۴-۲۶)$$

در اینجا میدان الکتریکی \vec{E} به‌وسیله سایر بارهایی که ممکن است حضور داشته باشند ایجاد شده است، و نه به‌وسیله بار q . معادله (۴-۲۶) فقط روشی است برای مشخص‌کردن نیرویی که به‌وسیله بارهای دیگر بر بار q وارد می‌شود.

اکنون می‌توانیم درک کنیم که چرا میدان الکتریکی در برهم‌کنش بین دو بار q_1 و q_2 به‌صورت میانجی عمل می‌کند. همان‌طور که در شکل ۲۶-۲ (الف) نشان داده‌ایم، بار q_1 که در نقطه A قرار گرفته است در تمامی نقاط اطرافش میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. فرض کنید که این میدان در نقطه B برابر با \vec{E}_1 باشد. می‌توانیم با قراردادن بار آزمون در نقطه B و اندازه‌گیری نیروی وارد بر آن به‌وسیله بار q_1 مقدار میدان را معین کنیم. اگر بار دیگری مانند q_2 را در نقطه B قرار دهیم، این بار تحت تأثیر نیروی الکتریکی \vec{F}_{21} قرار خواهد گرفت، که می‌توان با استفاده از معادله (۴-۲۶) آن را محاسبه کرد: $\vec{F}_{21} = q_2 \vec{E}_1$ (شکل ۲۶-۲ (ب)). وضعیت در اینجا کاملاً متقارن است: می‌توانستیم ابتدا از بار آزمون برای تعیین میدان \vec{E}_2 ناشی از بار q_2 در نقطه A استفاده کنیم (شکل ۲۶-۲ (ج)). سپس بار q_1 را در نقطه A قرار دهیم و از آن طریق نیروی وارد بر q_1 به‌وسیله بار q_2 را محاسبه کنیم: $\vec{F}_{12} = q_1 \vec{E}_2$ (شکل ۲۶-۲ (د)). بنابراین قانون سوم نیوتون این نیروها مساوی و با جهت مخالف‌اند ($\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$)، با آنکه ممکن است میدانهای الکتریکی ایجادشده به‌وسیله هریک از دو بار متفاوت باشند.

را به صورت برداری با هم جمع می‌کنیم تا میدان برآیند \vec{E} را در آن نقطه مشخص کنیم. به صورت معادله‌ای، داریم:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \\ &= \sum \vec{E}_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (7-26)\end{aligned}$$

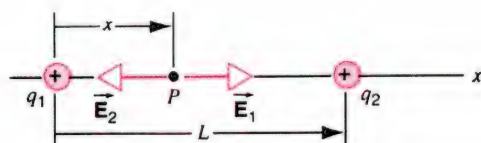
این جمع یک جمع برداری است، ورودی همه بارها انجام شده است. معادله (۷-۲۶) (مانند معادله ۸-۲۵) مثالی از کاربرد اصل برهم‌نهی است که به این صورت بیان می‌شود، که در یک نقطه مشخص میدانهای الکتریکی ناشی از توزیعهای بار جداگانه، به سادگی با هم جمع می‌شوند (به صورت برداری) یا به صورت مستقل برهم نهاده می‌شوند. این اصل ممکن است وقتی اندازه میدانها بسیار بزرگ باشد با شکست مواجه شود، ولی برای مواردی که در این کتاب مطرح می‌شوند معتبر است.

مسئله نمونه ۲-۲۶ در اتم هلیوم یونیده (اتم هلیومی که از آن یکی از دو الکترون جدا شده است)، فاصله الکترون و هسته برابر با 26.5 pm است. میدان ناشی از هسته در محل الکترون چقدر است؟
حل. با استفاده از معادله (۶-۲۶) و انتخاب بار q (بار هسته) برابر با $+2e$ داریم:

$$\begin{aligned}E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(26.5 \times 10^{-12} \text{ m})^2} \\ &= 4.10 \times 10^{12} \text{ N/C}\end{aligned}$$

این مقدار ۸ برابر میدان الکتریکی است که در اتم هیدروژن بر الکترون اثر می‌کند (جدول ۱-۲۶). این افزایش به دلایل زیر است (۱) بار هسته اتم هلیوم دو برابر هسته هیدروژن است و (۲) فاصله الکترون از هسته اتم هلیوم نصف فاصله الکترون از هسته هیدروژن است.

مسئله نمونه ۳-۲۶ در شکل ۴-۲۶ ذره q_1 با بار $1.5 \mu\text{C}$ و



شکل ۴-۲۶ در نقطه P میدانهای الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 با هم برابر و در جهت مخالف یکدیگر است، و بنابراین میدان خالص در نقطه P برابر صفر است.

۳-۲۶ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای

در این بخش میدان ناشی از بارهای نقطه‌ای را بررسی می‌کنیم، نخست یک بار نقطه‌ای را بررسی می‌کنیم و سپس مجموعه‌ای از بارهای منفرد را. بعداً مطلب را به توزیعهای پیوسته بار تعمیم می‌دهیم.

فرض کنید که بار آزمون q_0 در فاصله r از بار نقطه‌ای q قرار گرفته باشد. بزرگی نیروی وارد بر بار q_0 با استفاده از قانون کولن چنین است:

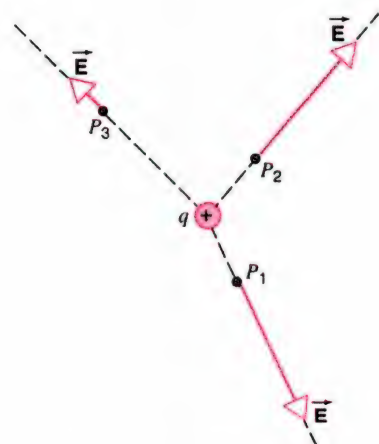
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 |q|}{r^2}$$

بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون، از معادله (۳-۲۶)، برابر است با

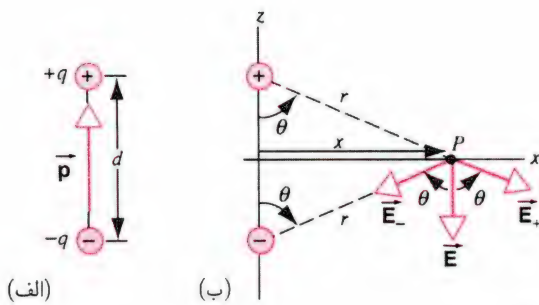
$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (6-26)$$

جهت بردار \vec{E} همان جهت بردار \vec{F} است، یعنی در امتداد خط شعاعی از q ، به سوی خارج اگر q مثبت باشد و به طرف داخل اگر q منفی باشد. شکل ۳-۲۶ اندازه و جهت میدان الکتریکی \vec{E} را در نقطه‌های مختلف در حوالی یک بار نقطه‌ای مثبت نشان می‌دهد. اگر این بار منفی بود، این شکل را چگونه رسم می‌کردید؟

برای پیدا کردن میدان \vec{E} ناشی از مجموعه‌ای متشکل از N بار نقطه‌ای، از روش زیر استفاده می‌کنیم: (۱) میدان \vec{E}_n ناشی از هر یک از بارهای n را در نقطه مورد نظر محاسبه و فرض می‌کنیم که هیچ بار دیگری وجود ندارد. (۲) این میدانهای جداگانه محاسبه شده



شکل ۳-۲۶ میدان الکتریکی \vec{E} در نقاط مختلف در حوالی بار نقطه‌ای مثبت q . توجه کنید که جهت \vec{E} در همه جا در امتداد شعاع و به سمت خارج از q است. میدانهای مربوط به نقطه‌های P_1 و P_2 که در فاصله مساوی از q قرار گرفته‌اند از نظر بزرگی با هم برابرند. بزرگی میدان مربوط به نقطه P_3 که فاصله‌اش از q دو برابر فاصله P_1 و P_2 است، یک‌چهارم میدان P_1 یا P_2 است.



شکل ۵-۲۶ (الف) بارهای مثبت و منفی با مقادیر یکسان تشکیل دوقطبی الکتریکی می‌دهند. (ب) میدان الکتریکی \vec{E} در هر نقطه برابر است با حاصل جمع برداری میدانهای ناشی از هر کدام از بارها. در نقطه P واقع بر محور x ، میدان فقط دارای مؤلفه z است.

مثبت و منفی $+q$ و $-q$ تشکیل شده است که در فاصله ثابت d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. مثلاً یک مولکول یونی مانند NaCl (در حالت بخاری در دمای بالا، نه در حالت بلوری شناخته‌شده آن) از نظر بار الکتریکی خنثی است ولی می‌توان آن را به صورت یک یون Na^+ که به یک یون Cl^- متصل شده است، در نظر گرفت. به عنوان مثالی دیگر، رفتار مشابهی در مولکول آب، به طور نسبی مسبب محلول‌پذیری زیاد مواد بسیاری در آب است.

پیکربندی دو بار مساوی با علامتهای مخالف را که در فاصله‌ای از یکدیگر قرار دارند دوقطبی الکتریکی می‌نامیم. در معادله‌هایی که دوقطبیهای الکتریکی را توصیف می‌کنند، درمی‌یابیم که بزرگی بار موجود روی هر کدام از اجزا، یعنی q ، و فاصله بین آنها یعنی d ، اغلب به صورت حاصلضرب، qd ، ظاهر می‌شوند. مناسب است که این کمیت را گشتاور دوقطبی الکتریکی، p ، تعریف کنیم:

$$p = qd \quad (۸-۲۶)$$

مشخص می‌شود که این کمیت به صورت یک بردار عمل می‌کند. تعریف می‌کنیم که بزرگی بردار گشتاور دوقطبی الکتریکی برابر، $p = qd$ ، باشد و جهت آن از بار منفی به سمت بار مثبت در امتداد خطی باشد که بارها را به هم متصل می‌کند. در شکل ۵-۲۶ (الف) یک دوقطبی الکتریکی و بردار گشتاور دوقطبی آن را نشان داده‌ایم. مثلاً در NaCl مقدار بار هر یک از یونها برابر با e است و فاصله اندازه‌گیری شده بین آنها ۰.۲۳۶ nm است و در نتیجه انتظار داریم که گشتاور دوقطبی این مولکول برابر مقدار زیر باشد

$$p = ed = (۱.۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C})(۰.۲۳۶ \times ۱۰^{-۹} \text{ m}) \\ = ۳.۷۸ \times ۱۰^{-۲۹} \text{ C} \cdot \text{m}$$

ذره q_2 با بار $۲.۳ \mu\text{C}$ را نشان داده‌ایم. ذره q_1 در مبدأ محور x قرار گرفته و ذره دوم در مکان $x = L$ است، که $L = ۱۳ \text{ cm}$. در چه نقطه‌ای (P) روی محور x میدان الکتریکی برابر با صفر است؟

حل. این نقطه باید بین دو بار قرار گیرد زیرا تنها در این ناحیه است که نیروهای وارد بر یک بار آزمون از طرف بارهای q_1 و q_2 مخالف هم هستند. اگر \vec{E}_1 میدان ناشی از بار q_1 و \vec{E}_2 میدان ناشی از بار q_2 باشد، بزرگی این دو بردار باید با هم برابر باشد، یا به عبارت دیگر

$$E_1 = E_2$$

از معادله (۶-۲۶) داریم

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(L-x)^2}$$

که در معادله بالا x همان مختصه نقطه P است. با استخراج ریشه دوم این معادله و حل آن برای x ، می‌رسیم به:

$$x = \frac{L}{1 \pm \sqrt{q_2/q_1}}$$

که در اینجا به این نکته توجه کردیم که ریشه دوم ممکن است مقدار مثبت یا منفی داشته باشد. از جانشانی مقادیر عددی به جای q_1 ، q_2 و L نتیجه می‌گیریم که

$$x = ۵.۸ \text{ cm} \quad \text{و} \quad x = -۵.۴۶ \text{ cm}$$

جواب اول، که یک نقطه بین دو بار را به دست می‌دهد، پاسخ مورد نظر ماست. جواب دوم، نقطه‌ای در سمت چپ هر دو بار است. درست است که در این نقطه $E_1 = E_2$ است، ولی هر دو میدان در این نقطه جهت یکسانی دارند و امکان ندارد که حاصل جمع برداری آنها برابر با صفر شود. و بنابراین حذف پاسخ دوم موجه است.

دوقطبی الکتریکی

تعداد زیادی از اجسامی را که در طبیعت یافت می‌شود می‌توانیم به گونه موفقیت‌آمیزی به صورت اجسام منفردی که دارای بار خالصی هستند تحلیل کنیم، که در این فصل تاکنون چنین کرده‌ایم. بعضی از اجسام رفتار دیگری از خود نشان می‌دهند. یکی از این رفتارها ویژگی جسمی است که هیچ بار خالصی ندارد ولی از مقدار مساوی بارهای

که در اینجا از معادله (۸-۲۶) $(p = qd)$ برای اندازه‌گشتاور دوقطبی استفاده کردیم.

معادله (۱۱-۲۶) بزرگی میدان الکتریکی ناشی از دوقطبی را در نقطه P به دست می‌دهد. توجه کنید که این مسئله دارای تقارن استوانه‌ای حول محور z است؛ یعنی اینکه، می‌توانیم هر راستای عمود بر محور دوقطبی را محور x اختیار کنیم، و در آن صورت میدان با معادله (۱۱-۲۶) مشخص می‌شود.

اغلب میدان ناشی از دوقطبی الکتریکی را در نقاطی مانند P که فاصله x آنها در مقایسه با فاصله بین دو بار، d ، بسیار زیاد است مشاهده می‌کنیم. در این حالت، می‌توان با استفاده از بسط دوجمله‌ای به صورت زیر میدان دوقطبی را تا حدودی ساده کرد

$$(1+y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{2!}y^2 + \dots$$

حالا معادله (۱۱-۲۶) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \frac{1}{[1 + (d/2x)^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} [1 + (\frac{d}{2x})^2]^{-3/2}$$

و بسط دوجمله‌ای را در مورد عبارت داخل کروشه به کار می‌بندیم، و نتیجه می‌گیریم که

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \left[1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \left(\frac{d}{2x}\right)^2 + \dots \right]$$

برای وقتی که $x \gg d$ است فقط کافی است که اولین جمله داخل کروشه (یعنی ۱) را نگه داریم تا عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی را در نقاط دوردست در صفحه عمودمنصف دو بار به دست آوریم:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \quad (12-26)$$

برای محاسبه میدان دوقطبی در امتداد محور آن (محور z شکل ۵-۲۶ ب)) و در فاصله‌های دور می‌توان عبارتی مشابه به دست آورد (مسئله ۱ را ببینید). می‌توان میدان دوقطبی را در هر نقطه‌ای از صفحه xz نیز به دست آورد (مسئله ۲ را ببینید). در همه موارد، میدان در فواصل دوردست و در فاصله r از دوقطبی به شکل $1/r^3$ رفتار می‌کند. این رفتار ویژگی میدان دوقطبی الکتریکی است. تغییرات

مقدار اندازه‌گیری شده گشتاور دوقطبی این مولکول برابر با $3.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$ است، که حاکی است الکترون به طور کامل از Na جدا و به Cl پیوند نشده است، که گشتاور دوقطبی کمتری از مقدار مورد انتظار به دست می‌دهد.

اکنون میدان الکتریکی \vec{E} مربوط به دوقطبی را در نقطه P روی عمودمنصف خط واصل بین دو بار و در فاصله x از این خط محاسبه می‌کنیم (شکل ۵-۲۶ ب)).

بارهای مثبت و منفی به ترتیب میدانهای \vec{E}_+ و \vec{E}_- را به وجود می‌آورند. مقدار این دو میدان در نقطه P برابر است، زیرا فاصله نقطه P از هر دو بار یکسان است. شکل ۵-۲۶ ب) جهت میدانهای \vec{E}_+ و \vec{E}_- را نیز نشان می‌دهد، که توسط جهت نیرویی که هر یک از دو بار به تنهایی بر یک بار آزمون مثبت واقع در نقطه P اعمال می‌کنند، معین می‌شود. بنابر معادله (۷-۲۶)، میدان الکتریکی کل در نقطه P از جمع این بردارها به دست می‌آید

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

بنابر معادله (۶-۲۶)، بزرگی شدت میدان ناشی از هر کدام از بارها عبارت است از

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + (d/2)^2} \quad (9-26)$$

چون میدانهای \vec{E}_+ و \vec{E}_- دارای بزرگی یکسان اند و با راستای z در شکل زاویه‌های مساوی θ را می‌سازند، مؤلفه x میدان کل برابر است با $E_+ \sin \theta - E_- \sin \theta = 0$. بنابراین میدان کل \vec{E} فقط دارای مؤلفه z با بزرگی زیر است

$$E = E_+ \cos \theta + E_- \cos \theta = 2E_+ \cos \theta \quad (10-26)$$

از شکل ۵-۲۶ ب) مشاهده می‌کنیم که کسینوس زاویه θ با نسبت زیر مشخص می‌شود

$$\cos \theta = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

از جانشانی این مقدار و معادله (۹-۲۶) در معادله (۱۰-۲۶) می‌رسیم به

$$E = (2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + (d/2)^2} \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

یا

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[x^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (11-26)$$

کنند، می‌توانیم بنویسیم

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \quad (۱۴-۲۶)$$

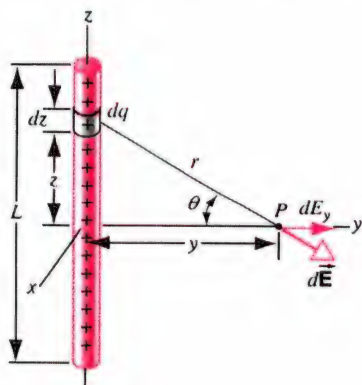
در واقع، معادله (۱۴-۲۶) نوعی تندنویسی برای نمایش معادلات مربوط به سه مؤلفه است؛ مثلاً در دستگاه مختصات دکارتی داریم:

$$E_x = \int dE_x, \quad E_y = \int dE_y, \quad E_z = \int dE_z \quad (۱۵-۲۶)$$

همان‌طور که خواهیم دید، اغلب می‌توان این محاسبات را ساده کرد، مثلاً با استدلال مبتنی بر تقارن می‌توان نتیجه گرفت که یک یا دو انتگرال صفر می‌شود و یا اینکه دو تا از انتگرالها مقادیر یکسانی دارند.

توزیع یکنواخت بار در امتداد یک خط

به‌عنوان مثالی از کاربرد معادله‌های (۱۳-۲۶) تا (۱۵-۲۶)، میدان الکتریکی ناشی از توزیع یکنواخت بار در امتداد یک خط (مثلاً یک میلهٔ باریک باردار) به طول L را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم چگالی بار خطی آن مثبت یکنواخت باشد، یا به عبارتی $\lambda = q/L$ ، که در اینجا q کل بار حمل‌شده توسط میله است. در شکل ۶-۲۶ چنین آرایشی را برای محاسبه نشان داده‌ایم. می‌خواهیم میدان را در نقطهٔ P و در فاصلهٔ y از میله و در امتداد عمود منصف آن (محور مثبت y) معین کنیم. مقدار معین الکتریکی $d\vec{E}$ در نقطهٔ P که از عنصر بار dq ناشی شده با معادله (۱۳-۲۶) معین می‌شود. در اینجا می‌توانیم نتیجه بگیریم که $E_x = 0$ ، زیرا هیچ‌کدام از عناصر بار dq روی میله یک میدان $d\vec{E}$ دارای مؤلفهٔ x ایجاد نمی‌کند. همچنین می‌توانیم از تقارن موجود در شکل نتیجه بگیریم که $E_z = 0$ ، زیرا به‌ازای هر



شکل ۶-۲۶ میله‌ای که به‌طور یکنواخت باردار شده است. میدان الکتریکی در نقطهٔ P عبارت است از حاصل جمع تمام میدانهای ایجادشده توسط عناصر باری مانند dq .

میدان برحسب فاصلهٔ r خیلی سریع‌تر از $1/r^2$ که ویژگی بار نقطه‌ای است صورت می‌گیرد.

توزیع بارهای پیچیده‌تری هم وجود دارند که منشأ میدانهای الکتریکی می‌شوند که با توانهای بالاتری از معکوس r تغییر می‌کنند. برای تغییرات $1/r^4$ میدان مربوط به یک چهارقطبی الکتریکی، تمرین ۱۱ و مسئلهٔ ۴ را ببینید.

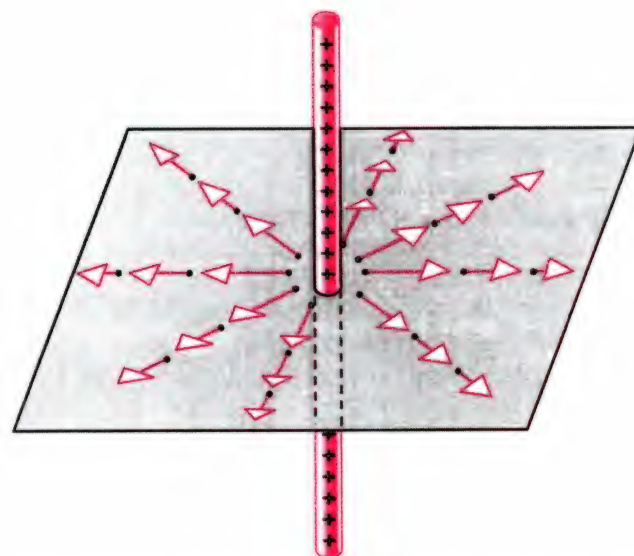
۴-۲۶ میدان الکتریکی توزیع پیوستهٔ بار

در بخش ۵-۲۵ نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای ناشی از توزیعهای گوناگون و پیوستهٔ بار را مورد بررسی قرار دادیم. آن توزیعهای پیوستهٔ بار را با تصور اینکه از مجموعه‌ای از عناصر بار بینهایت کوچک تشکیل یافته‌اند، که می‌توان آنها را بار نقطه‌ای به حساب آورد، تحلیل کردیم و سپس با انجام انتگرال‌گیری روی تمام توزیع بار، نیرو را به‌دست آوردیم. در اینجا هم برای محاسبهٔ میدان الکتریکی ناشی از توزیعهای پیوستهٔ بار از روش مشابهی استفاده می‌کنیم. در واقع، همان‌طور که خواهیم دید، می‌توانیم برای به‌دست آوردن میدان الکتریکی ناشی از توزیعهای پیوستهٔ بار که در بخش ۵-۲۵ مورد بررسی قرار دادیم، از نتایج همان بخش استفاده کنیم.

نخست روش کلی مربوط به یافتن میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوستهٔ بار را مورد بررسی قرار می‌دهیم. توزیع بار را به عناصر بینهایت کوچک dq تقسیم می‌کنیم، و عنصر بار dq را به‌صورت λds ، یا σdA ، یا ρdV بیان می‌کنیم، که بستگی دارد به اینکه توزیع بار روی یک خط (λ) = چگالی خطی بار یا بار بر واحد طول، یک صفحه (σ) = چگالی سطحی بار یا بار بر واحد مساحت، یا روی یک حجم (ρ) = چگالی حجمی بار یا بار بر واحد حجم باشد. با انتخاب یک عنصر بار دلخواه، اندازهٔ سهم آن را در میدان الکتریکی در نقطهٔ مورد مشاهدهٔ P می‌نویسیم و dq را بار نقطه‌ای در نظر می‌گیریم؛ با استفاده از معادله (۶-۲۶) داریم

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|dq|}{r^2} \quad (۱۳-۲۶)$$

جهت بردار $d\vec{E}$ به‌وسیلهٔ علامت بار dq معین می‌شود که هم‌جهت با نیرویی است که بار dq روی بار مثبت آزمون موجود در نقطهٔ P وارد می‌کند. میدان برابند کل در نقطهٔ P برای کل توزیع بار، با افزودن سهم میدان ناشی از تمام عناصر بار موجود در جسم به‌دست می‌آید، و با در نظر گرفتن راستاهای متفاوتی که تمام $d\vec{E}$ ها می‌توانند اختیار



شکل ۷-۲۶ میدان الکتریکی مربوط به میله‌ای که به‌طور یکنواخت بار مثبت دارد. میدان در امتداد محور میله دارای تقارن استوانه‌ای است.

dq در z مثبت یک بار متناظر dq در z منفی وجود دارد به‌طوری که، وقتی بردارهای $d\vec{E}$ مربوط به دو عنصر بار را به هم می‌افزاییم، مؤلفه z میدان برابری با صفر می‌شود. تنها مؤلفه غیرصفر میدان الکتریکی در نقطه P همانا E_y است. بنابراین داریم:

$$dE_y = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dz}{y^2 + z^2} \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

که در اینجا از معادله (۱۳-۲۶) برای dE استفاده کردیم و در آن $\cos \theta = y/r$ ، $dq = \lambda dz$ ، $r^2 = y^2 + z^2$ را قرار دادیم. میدان الکتریکی کل در نقطه P چنین است:

$$E_y = \int dE_y = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda y dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$$

با انتگرال‌گیری روی امتداد z ، وقتی y را ثابت نگه داشته‌ایم، می‌رسیم به (انتگرال ۱۸ پیوست ب را ببینید):

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{y\sqrt{y^2 + L^2/4}} \quad (۱۶-۲۶)$$

این معادله میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار یکنواخت خطی را در نقطه P روی محور مثبت y به دست می‌دهد. توجه کنید که این نتیجه را می‌توانستیم به‌طور مستقیم از معادله (۱۵-۲۵)، برای نیروی بین یک توزیع بار خطی و بار نقطه‌ای q به دست آوریم. این کار را با جانشانی λL به جای q و بهره‌گیری از معادله (۳-۲۶)، $E_y = F_y/q$ انجام می‌دهیم.

همان‌طور که در مورد گشتاور دوقطبی برقرار بود، این مسئله نیز دارای تقارن استوانه‌ای حول محور z است، و می‌توانیم محور y را در هر راستایی در صفحه عمودمنصف میله اختیار کنیم. در شکل ۷-۲۶ میدان ناشی از میله‌ای که به‌طور یکنواخت با بار مثبت باردار شده است در صفحه xy نمایش داده‌ایم.

همان‌طور که در فصل ۲۵ در مورد نیروی محاسبه شده انجام دادیم، در اینجا نیز برای بررسی محاسبات مربوط به میدان الکتریکی، مهم است که درستی مقادیر حدی را مورد تحقیق قرار دهیم. در حد $y \rightarrow \infty$ ، معادله (۱۶-۲۶) به سمت عبارت مربوط به میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای میل می‌کند،

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y^2}$$

که در اینجا $q = \lambda L$ است.

در اغلب موارد مرتبط با توزیع بار خطی، نقطه مشاهده خیلی نزدیک به خط بار است، به‌طوری که y در مقایسه با L کوچک است. با استخراج حد معادله (۱۶-۲۶) وقتی که $L \gg y$ و λ ثابت باقی می‌ماند، میدان الکتریکی ناشی از میله باردار نامتناهی را به دست می‌آوریم:

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \quad (۱۷-۲۶)$$

این میدان شعاعی و به سمت خارج از میله است و با فاصله نقطه مشاهده از میله نسبت عکس دارد.

ممکن است در مورد مفید بودن محاسبه میدان ناشی از یک توزیع بار خطی نامتناهی دچار شگفتی شویم زیرا هر توزیع بار خطی واقعی باید دارای طول محدود و معینی باشد. ولی، برای نقاط نزدیک به خط و دور از دو سر آن، معادله (۱۷-۲۶) تقریب بسیار خوب و مفیدی از میدان الکتریکی را به دست می‌دهد. اختلاف بین مقدار تقریبی به دست آمده از معادله (۱۷-۲۶) و مقدار دقیق به دست آمده از معادله (۱۶-۲۶)، اغلب اوقات چشم‌پوشیدنی است. در این مورد، مقدار تقریبی ممکن است شناخت فیزیکی عمیقتری را فراهم آورد، زیرا تغییرات E برحسب فاصله از میله به‌طوری واسطه‌تری قابل درک است.

توزیع یکنواخت بار الکتریکی روی یک حلقه یا یک قرص
برای مطالعه میدان الکتریکی ناشی از توزیع یکنواخت بار الکتریکی روی یک حلقه یا یک قرص به شعاع R ، ضرورت ندارد که محاسبه این میدان را از معادله (۱۳-۲۶) آغاز کنیم. قبلاً نیروی وارد بر بار

در واقع، اگر ما به قدر کافی از لبه‌های توزیع بار دور باشیم، نمی‌توانیم بگوییم که توزیع بار روی یک سطح دایره‌ای، مربعی، مستطیلی، یا یک شکل نامنظم صورت گرفته است. همان‌طور که در فصل بعدی به‌دست خواهیم آورد، این نتیجه برای هر توزیع بار یکنواختی روی یک برگه بزرگ معتبر است و هیچ ارتباطی با شکل آن ندارد. میدان در همه جا دارای مقدار یکسان بوده و جهت آن (برای یک برگه با بار مثبت) به سمت خارج از صفحه توزیع بار است.

توزیع یکنواخت بار روی یک پوسته کروی

در بخش ۲۵-۵، دو خاصیت یک پوسته کروی یکنواخت باردار شده را شناخته‌ایم. پوسته روی بار آزمونی که در داخل آن قرار گرفته است هیچ نیرویی وارد نمی‌کند، و در نقاط خارجی نیرویی که روی یک بار آزمون اعمال می‌کند برابر همان نیرویی است که اگر محل بار الکتریکی پوسته در مرکز آن متمرکز می‌شد. می‌توانیم از این دو خاصیت برای به‌دست آوردن میدان الکتریکی ناشی از یک پوسته یکنواخت باردار شده نازک استفاده کنیم. فرض می‌کنیم که شعاع پوسته برابر با R و بار موجودی روی آن برابر با q باشد. همچنین در این مرحله فرض می‌کنیم بار q مثبت باشد. با در نظر گرفتن این فرضها نتایج زیر را برای میدان الکتریکی ناشی از یک پوسته کروی، در فواصل گوناگون از مرکز پوسته، به‌دست می‌آوریم:

$$E = 0 \quad (r < R) \quad (۲۶-۲۱ \text{ الف})$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r \geq R) \quad (۲۶-۲۱ \text{ ب})$$

شاخص پایین r زوی میدان الکتریکی این مطلب را یادآوری می‌کند که میدان در امتداد شعاع است. این نتایج مستقیماً از نیروی وارد بر بار آزمون در مکانهای متفاوت به‌دست می‌آید. در داخل پوسته، میدان الکتریکی صفر است. در نقاط خارجی پوسته، میدان الکتریکی شعاعی و دقیقاً همانند میدان بار نقطه‌ای است، به‌طوری که این میدان دقیقاً مشابه میدان نشان داده‌شده در شکل ۳-۲۶ است. می‌توانیم از خواص پوسته‌های بار برای به‌دست آوردن میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار متقارن کروی روی کره‌ای به شعاع R استفاده کنیم. برای سادگی محاسبات فرض می‌کنیم که بار به‌طور یکنواخت در همه جای کره توزیع شده باشد، به‌طوری که چگالی حجمی بار ثابت باشد. اگر کل بار توزیع شده در سرتاسر کره برابر θ باشد، در آن صورت چگالی حجمی بار برابر است با:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (۲۶-۲۲)$$

نقطه‌ای q_0 از سوی یک حلقه یا یک قرص باردار را محاسبه کرده‌ایم. نیروی وارد بر بار نقطه‌ای q_0 واقع بر محور حلقه، از سوی حلقه باردار با معادله (۲۵-۱۶) مشخص شده است. با استفاده از معادله (۲۶-۳)، $E_z = F_z/q_0$ ، می‌توانیم مستقیماً از معادله (۲۵-۱۶)، میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه باردار را در نقطه‌ای روی محور مثبت z به‌دست آوریم:

$$E_z = \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{Rz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (۲۶-۱۸)$$

که در اینجا از تساوی $q = \lambda(2\pi R)$ استفاده کرده‌ایم. میدان الکتریکی در امتداد محور حلقه (محور z) و به سمت خارج است. معادله (۲۶-۱۸) هم برای جهت مثبت z و هم برای جهت منفی z معتبر است. اگر بار روی حلقه منفی باشد، میدان الکتریکی در امتداد محور حلقه و در جهت عکس (به سمت حلقه) است.

به روشی مشابه، می‌توانیم میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار را از معادله (۲۵-۱۷) به‌دست آوریم:

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (۲۶-۱۹)$$

در اینجا میدان الکتریکی را برحسب چگالی سطحی بار و با استفاده از تساوی $q = \sigma A = \sigma(\pi R^2)$ بیان کرده‌ایم. این عبارت مقدار میدان را در نقطه‌ای روی محور z و به فاصله z از مرکز قرص به‌دست می‌دهد. اگر بار موجود روی قرص مثبت باشد جهت میدان به سمت خارج از قرص است. معادله (۲۶-۱۹) فقط برای $z > 0$ معتبر است. اگر نقطه P روی محور منفی z قرار گرفته باشد، این معادله را چگونه باید اصلاح کرد؟

یک برگه باردار با ابعاد نامتناهی

اکنون وضعیت حدی، $R \rightarrow \infty$ را در معادله (۲۶-۱۹) مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این حالت قرص باردار تبدیل به یک برگه باردار با ابعاد نامتناهی می‌شود. فرض می‌کنیم که، با افزایش شعاع R ، بار روی قرص نیز افزوده شود به‌طوری که چگالی سطحی بار ثابت باقی بماند. در چنین شرایطی، می‌توانیم معادله (۲۶-۱۹) را به‌صورت زیر تقریب بزنیم

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (۲۶-۲۰)$$

این نتیجه، بسیار سودمند است، که برای یک قرص با چگالی بار یکنواخت و در نقاط نزدیک به قرص و دور از لبه‌ها، تقریباً معتبر است.

مسئله نمونه ۲۶-۴ یک میله پلاستیکی به طول $L = ۲۲\text{ cm}$ و شعاع $R = ۳۶\text{ mm}$ در نظر بگیرید که حامل بار منفی $q = ۳.۸ \times 10^{-۷}\text{ C}$ است که به طور یکنواخت در سرتاسر سطح آن گسترده شده است. میدان الکتریکی ناشی از این توزیع بار در نزدیکی وسط میله و برای نقطه‌ای روی سطح میله چقدر است؟

حل. گرچه طول میله نامتناهی نیست، برای نقطه‌ای در نزدیکی وسط میله و روی سطح آن، عملاً بسیار طویل است، به طوری که استفاده از معادله (۲۶-۱۷) برای این منظور موجه است. چگالی بار خطی روی میله چنین است:

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{-۳.۸ \times 10^{-۷}\text{ C}}{۲۲\text{ m}} = -۱.۷۳ \times 10^{-۷}\text{ C/m}$$

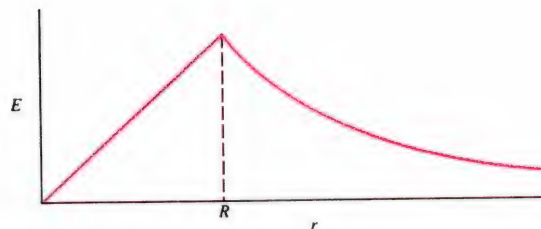
در آن صورت، از معادله (۲۶-۱۷)، برای $y = ۰.۰۳۶\text{ m}$ داریم

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \\ &= \frac{-۱.۷۳ \times 10^{-۷}\text{ C/m}}{(2\pi)(۸.۸۵ \times 10^{-۱۲}\text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(۰.۰۳۶\text{ m})} \\ &= -۸.۶ \times 10^۵\text{ N/C} \end{aligned}$$

علامت منفی به ما می‌گوید که، چون بار میله منفی است، جهت میدان الکتریکی، شعاعی و برون‌سو، به سمت محور میله است. جرقه‌زدن در هوای خشک و در فشار جو در یک میدان الکتریکی با شدتی در حدود $۳ \times 10^۶\text{ N/C}$ رخ می‌دهد. شدت میدانی را که در اینجا محاسبه کردیم با ضریبی در حدود ۳.۴ از این مقدار کمتر است، به طوری که جرقه‌زنی نباید رخ دهد.

۲۶-۵ خطوط میدان الکتریکی

مفهوم میدان الکتریکی در اوایل قرن نوزدهم توسط مایکل فاراده مطرح شد. فاراده نمایش ریاضی میدان الکتریکی را به وجود نیاورد؛ بلکه، یک نمایش نموداری ارائه داد، که در آن نمایش، فرض کرد فضای اطراف بار الکتریکی به وسیله خطوط نیرو پر شده است. امروزه واقعی بودن خطوط نیرو را که فاراده قائل بود تأیید نمی‌کنیم، بلکه آنها را فقط به عنوان روشی مناسب برای به تصویر کشیدن میدان الکتریکی مورد استفاده قرار می‌دهیم. به این خطوط، خطوط میدان الکتریکی می‌گوییم.



شکل ۲۶-۸ مقدار میدان الکتریکی ناشی از یک کره یکنواخت باردار شده با شعاع R .

تصور کنید که کره را به تعداد زیادی پوسته‌های نازک با شعاع r و ضخامت dr تقسیم کرده‌ایم. اگر یک بار آزمون را در فاصله r از مبدأ و در داخل پوسته قرار دهیم ($r < R$)، میدان الکتریکی در موقعیت بار آزمون فقط ناشی از پوسته‌هایی می‌شود که شعاع آنها کمتر از فاصله بار آزمون است؛ از معادله (۲۶-۲۱ الف)) می‌دانیم که برای تمام پوسته‌هایی که شعاع آنها بیشتر از r است، $E = 0$. علاوه بر آن، از معادله (۲۶-۲۱ الف)) می‌دانیم که میدان الکتریکی ناشی از تمامی پوسته‌هایی که شعاع آنها کمتر از نقطه مشاهده است برابر است با میدان مربوط به یک بار نقطه‌ای در مبدأ مختصات. مقدار آن بار نقطه‌ای برابر با کل باری است که روی تمامی پوسته‌هایی قرار گرفته که شعاع آنها کمتر از r است، یا به طور هم‌ارز برابر با کل بار q است که در داخل کره‌ای به شعاع r قرار گرفته است. مقدار این بار از حاصلضرب چگالی حجمی بار در حجم کره‌ای به شعاع r حاصل می‌شود:

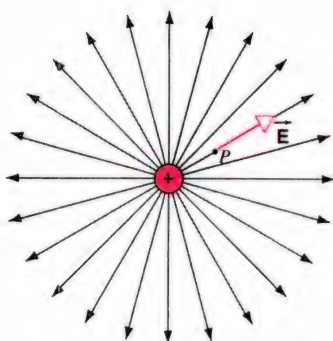
$$q = \rho \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \right) = Q \frac{r^3}{R^3} \quad (۲۶-۲۳)$$

که در اینجا از چگالی بار داده شده در معادله (۲۶-۲۲) استفاده کرده‌ایم.

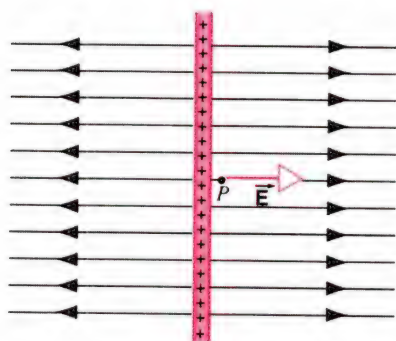
با توجه به مطالب بالا، معادله (۲۶-۲۱ ب)) مؤلفه شعاعی میدان الکتریکی را در این مکان در داخل کره به دست می‌دهد:

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3} \quad (r < R) \quad (۲۶-۲۴)$$

اگر، همان‌طور که فرض کرده‌ایم، Q مثبت باشد، میدان، شعاعی و برون‌سو است؛ اگر Q منفی باشد، میدان شعاعی و درون‌سو خواهد شد. برای $r > R$ ، میدان همانند میدان مربوط به بار نقطه‌ای Q است که در مبدأ مختصات قرار گرفته باشد (معادله ۲۶-۶). توجه کنید که برای شعاع‌های $r < R$ ، میدان به طور خطی با r افزایش یافته و برای شعاع‌های $r > R$ به صورت $1/r^2$ کاهش می‌یابد. در شکل ۲۶-۸ مقدار میدان الکتریکی را به صورت تابعی از r نشان داده‌ایم.



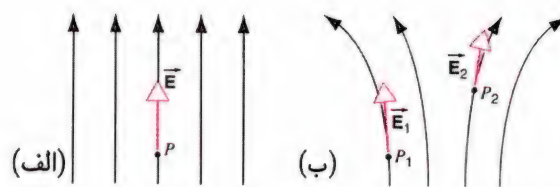
شکل ۱۰-۲۶ خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای مثبت منزوی یا یک کره با بار یکنواخت. میدان در نقطه اختیاری P نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۲۶ خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی یک برگه نازک با بار یکنواخت. در اینجا به لبه برگه باردار در راستای عمود بر صفحه نگاه می‌کنیم.

به عبارت دیگر، هر چه تعداد خطوط در نزدیکی یک نقطه بیشتر باشد، میدان در آن نقطه قویتر است. مثلاً، در شکل ۹-۲۶(ب)، میدان در قسمت پایینی شکل (نزدیک به نقطه P_1) قویتر از میدان در قسمت بالایی شکل (نزدیک به نقطه P_2) است. از طرف دیگر، در شکل ۹-۲۶(الف)، فاصله بین خطوط در همه جا یکسان است. این رفتار مبین آن است که مقدار میدان در همه جا یکسان است. در مورد یک بار نقطه‌ای (شکل ۱۰-۲۶)، خطوط میدان در نزدیکی بار خیلی نزدیک به هم‌اند و هر چه از بار دور شویم خطوط میدان از هم دورتر می‌شوند، و این حاکی از آن است که هر چه فاصله ما از بار دورتر شود، میدان ضعیفتر خواهد شد.

میدان یکنواخت موجود در نزدیکی یک صفحه بزرگ باردار مثبت در شکل ۱۱-۲۶ نشان داده شده است. جهت میدان عمود است بر صفحه باردار. در نزدیکی لبه‌های صفحه، میدان نایکنواخت شده و دیگر عمود بر صفحه هم نیست، ولی تا زمانی که در نزدیکی مرکز صفحه و دور از لبه‌ها قرار داشته باشیم، میدان با تقریب بسیار خوبی یکنواخت است. در اینجا هم خطوط میدان تا بینهایت ادامه می‌یابند.



شکل ۹-۲۶ (الف) خطوط میدان الکتریکی مربوط به یک میدان یکنواخت. (ب) خطوط میدان الکتریکی مربوط به یک میدان نایکنواخت.

در شکل ۹-۲۶(الف) خطوط میدان الکتریکی مربوط به یک میدان یکنواخت را نشان داده‌ایم. توجه کنید که در اینجا خطوط، موازی و با فاصله مساوی هستند. در شکل ۹-۲۶(ب) خطوط مربوط به یک میدان نایکنواخت را نشان داده‌ایم. بنابر قرارداد، خطوط میدان را با در نظر گرفتن خاصیت زیر رسم می‌کنیم:

خط مماس بر خط میدان الکتریکی که از هر نقطه‌ای از فضا می‌گذرد جهت میدان الکتریکی در آن نقطه را به دست می‌دهد. مثلاً، در شکل ۹-۲۶(الف)، جهت میدان الکتریکی در نقطه P به طور قائم به سمت بالا، و مماس بر خطوط میدان است. چون میدان یکنواخت است، میدان الکتریکی در تمامی نقاط موجود در این ناحیه از فضا در همین جهت است. در شکل ۹-۲۶(ب)، که میدان نایکنواخت را نشان داده‌ایم، میدان الکتریکی در نقطه‌های P_1 و P_2 جهت‌های متفاوتی دارند، که در هر مورد مماس است بر خط میدان الکتریکی که از آن نقطه می‌گذرد.

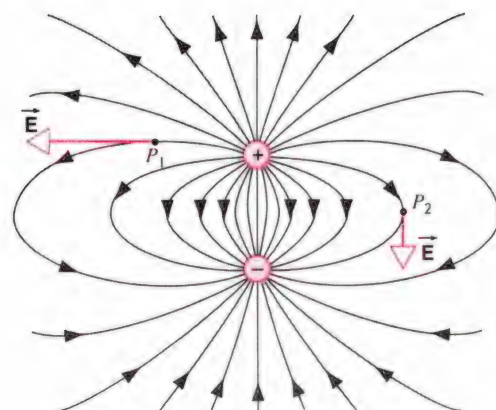
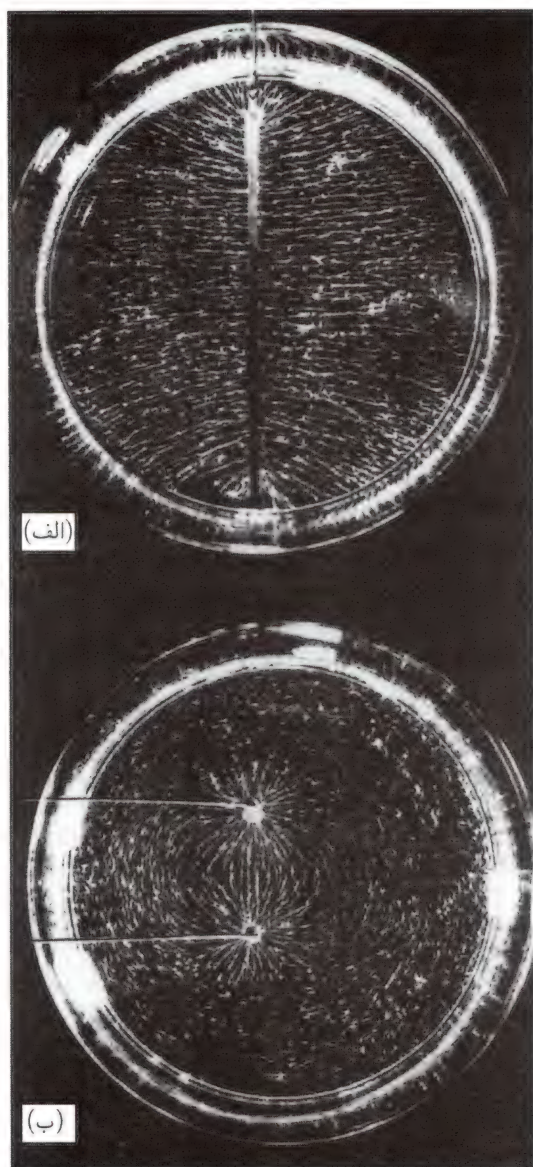
برای اینکه خطوط میدان الکتریکی این خاصیت را داشته باشند، همچنین باید به گونه‌ای ترسیم شوند که:

خطوط میدان الکتریکی از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم شوند.

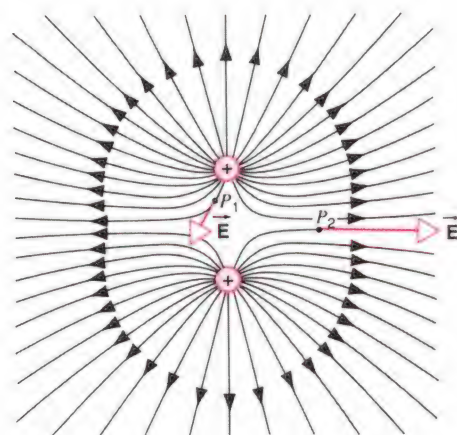
مثلاً در شکل ۱۰-۲۶ خطوط میدان مربوط به یک بار نقطه‌ای مثبت منزوی (یا یک گوی کوچک با بار مثبت) را نشان داده‌ایم. این خطوط، شعاعی و برون‌سو هستند، به طوری که در هر نقطه مانند P میدان در امتداد شعاعی است که از آن نقطه می‌گذرد. خطوط میدان از بار مثبت شروع می‌شوند و تا بینهایت ادامه می‌یابند، زیرا در این ناحیه هیچ بار منفی وجود ندارد. اگر بار الکتریکی منفی بود، جهت خطوط میدان برعکس می‌شد (یعنی شعاعی و درون‌سو).

یک خاصیت آخری خطوط میدان الکتریکی آن است که:

بزرگی میدان الکتریکی در هر نقطه با تعداد خطوط میدانی که از واحد سطح عمود بر خطوط، می‌گذرند متناسب است.



شکل ۱۲-۲۶ خطوط میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی.



شکل ۱۳-۲۶ خطوط میدان الکتریکی مربوط به دو بار مثبت مساوی.

در شکل ۱۲-۲۶ میدان را در نزدیکی یک دوقطبی نشان داده‌ایم (این شکل نشان می‌دهد که چگونه خطوط میدان از بار مثبت آغاز و به بار منفی منتهی می‌شوند)، و در شکل ۱۳-۲۶ میدان را در نزدیکی دو بار مثبت مساوی نشان داده‌ایم. به اختلاف بین این دو طرح توجه کنید. در ناحیه‌ای که مستقیماً بین دو جسم باردار قرار گرفته، چگالی خطوط میدان در شکل ۱۲-۲۶ بیشتر از شکل ۱۳-۲۶ است، که حاکی از آن است که در آن ناحیه میدان دوقطبی قویتر از میدان مربوط به دو بار مثبت است. نظر به اینکه در شکل ۱۳-۲۶ است، که حاکی از آن است که در آن ناحیه میدان دوقطبی قویتر از میدان مربوط به دو بار مثبت است. نظر به اینکه در شکل ۱۳-۲۶ در نقطه وسط بین دو بار، میدان الکتریکی برابر صفر است، در آن نقطه نمی‌توان هیچ خط میدان الکتریکی ترسیم کرد. وقتی که از بارهای شکل ۱۳-۲۶ دور شویم، طرح توزیع خطوط میدان تغییر می‌کند و شبیه طرح مربوط به یک بار منفرد (همانند شکل ۱۰-۲۶) می‌شود. برای نقاط بیرونی

شکل ۱۴-۲۶ تصاویر مربوط به طرحهای خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی (الف) یک صفحه باردار (که خطوط میدان موازی ایجاد می‌کند) و (ب) دو میله با بارهای مساوی و ناهمنام (شبهه دوقطبی الکتریکی شکل ۱۲-۲۶). این طرحها با ریختن تخم چمن در یک مایع عایق قابل مشاهده شده‌اند.

در صفحه عمودمنصف (صفحه عمود بر صفحه شکل و در نقطه وسط بین دو بار)، میدان مربوط به دوقطبی الکتریکی ضعیف شده و جهت آن به سمت پایین قرار می‌گیرد، در حالی که میدان مربوط به دو بار مساوی قویتر شده و در امتداد شعاع به سمت بیرون قرار می‌گیرد، که این موضوع در شکلهای ۱۲-۲۶ و ۱۳-۲۶ در نقطه P_2 نشان داده شده است.

این تصاویر در ترسیم طرح خطوط میدان الکتریکی به صورتی قابل مشاهده می‌توانند خیلی سودمند باشند. گرچه، باید به خاطر داشت که

برای ایجاد چنین آرایشی می‌توانیم دو پایانه یک باتری را به دو صفحه موازی متصل کنیم. در مثال زیر فرض می‌کنیم که میدان فقط در ناحیه بین دو صفحه وجود دارد و به محض اینکه ذره فضای بین دو صفحه را ترک می‌کند، میدان سریعاً به صفر فرو می‌افتد. در واقع وقتی فاصله بین صفحات کم باشد، میدان در فاصله‌ای که در حدود فاصله بین دو صفحه است به سرعت افت می‌کند و در نتیجه در محاسبات مربوط به حرکت ذره اگر اثر لبه‌ای را نادیده بگیریم خطای چندانی مرتکب نشده‌ایم.

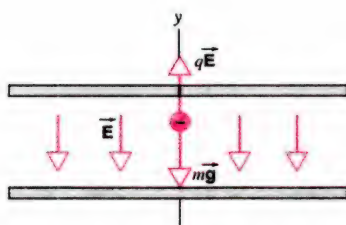
مسئله نمونه ۵-۲۶ یک قطره روغن بارداریه شعاع $R = ۲.۷۶ \mu\text{m}$ و چگالی $\rho = ۹۱۸ \text{ kg/m}^3$ تحت تأثیر برآیند نیروی وزن و یک میدان الکتریکی یکنواخت پایین‌سو به اندازه $E = ۱.۶۵ \times ۱۰^6 \text{ N/C}$ در حالت تعادل است (شکل ۱۵-۲۶). (الف) بزرگی و علامت بار قطره را محاسبه کنید. جواب را برحسب بار بنیادی e بیان کنید. (ب) این قطره در معرض تابش یک چشمه پرتوزا قرار می‌گیرد که الکترون گسیل می‌کند. دو الکترون با قطره برخورد می‌کنند و در آن گیر می‌افتند و در نتیجه بار آن را به اندازه دو واحد تغییر می‌دهند. اگر اندازه میدان الکتریکی ثابت بماند، شتاب قطره را محاسبه کنید.

حل. (الف) برای اینکه قطره در حالت تعادل بماند، باید وزن آن به وسیله یک نیروی الکتریکی به اندازه qE که به طرف بالا اثر می‌کند خنثی شود. چون میدان الکتریکی در این مسئله پایین‌سو است، پس باید بار q قطره منفی باشد تا نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان اثر کند. شرط تعادل چنین است

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + q\vec{E} = 0$$

با در نظر گرفتن مؤلفه y داریم

$$-mg + q(-E) = 0$$



شکل ۱۵-۲۶ مسئله نمونه ۵-۲۶. قطره‌ای با بار منفی در یک میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} قرار گرفته است. قطره تحت تأثیر ترکیب نیروی وزن $m\vec{g}$ و نیروی الکتریکی $q\vec{E}$ به حرکت در می‌آید.

آنها فقط یک "برش" دوبعدی را از طرحی که واقعاً سه‌بعدی است به نمایش می‌گذارند. فاصله نسبی بین خطوط میدان در دوبعد مطلقاً متناظر با فاصله این خطوط در طرح سه‌بعدی نیست و نیز اینکه فاصله بین خطوط در طرح دوبعدی ترسیم شده هیچ رابطه ریاضی مستقیمی با مقدار میدان ندارد، جز اینکه می‌تواند حاکی از یکنواختی یا افزایشی یا کاهششی بودن مقدار میدان باشد.

طرح مربوط به خطوط میدان را می‌توان با اعمال یک میدان الکتریکی به اجسام بسیار ریز معلق در یک شارء عایق، مشاهده کرد. شکل ۱۴-۲۶ تصاویر طرحهایی را نشان می‌دهد که به خطوط میدان الکتریکی یک برگه بارداریه و یک دوقطبی الکتریکی شباهت دارند.

۶-۲۶ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

در بخشهای پیش، قسمت اول برهم‌کنش بار \leftrightarrow میدان \leftrightarrow بار را مورد بررسی قرار دادیم: میدان الکتریکی توزیع مشخصی از بارهای الکتریکی چگونه است؟ در این بخش و بخش بعد قسمت دوم برهم‌کنش را مطالعه می‌کنیم: وقتی یک ذره باردار را در یک میدان الکتریکی معلوم قرار دهیم چه روی می‌دهد؟

از معادله (۴-۲۶)، می‌دانیم که اگر ذره‌ای با بار q در یک میدان الکتریکی \vec{E} قرار گیرد نیروی \vec{F} وارد بر آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

برای بررسی حرکت ذره در میدان الکتریکی، تنها کاری که باید انجام دهیم استفاده از قانون دوم نیوتن، $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ است، که در آن نیروی برآیند وارد بر ذره شامل نیروی الکتریکی و هر نوع نیروی دیگری است که بر ذره وارد شود.

مانند مورد مطالعه نخستین قوانین نیوتن، اگر موردی را در نظر بگیریم که برای آن نیرو ثابت است، می‌توانیم مسئله را ساده کنیم. بنابراین مطلب را با مطالعه مواردی آغاز می‌کنیم که در آنها میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی متناظر با آنها یکنواخت (یعنی، با تغییر موقعیت تغییر نمی‌کند) و ثابت است (یعنی برحسب زمان تغییر نمی‌کند). در عمل، چنین وضعیتی در نزدیکی یک صفحه بارداریه، بزرگ حاصل می‌شود، که آن را در بخش ۴-۲۶ مورد بررسی قرار دادیم. حتی برای رسیدن به یکنواختی بیشتر، می‌توانیم از یک جفت صفحه باردار با علامت مخالف که در فاصله کمی از هم قرار گرفته‌اند استفاده کنیم.

حرکت قطره افزایش می‌یابد و در نتیجه بزرگی شتاب قطره کاهش پیدا می‌کند.

این آرایش تجربی اساس آزمایش قطره روغن میلیکان را تشکیل می‌دهد، که از آن برای اندازه‌گیری بزرگی بار الکترون استفاده شد. این آزمایش را در همین بخش بررسی می‌کنیم.

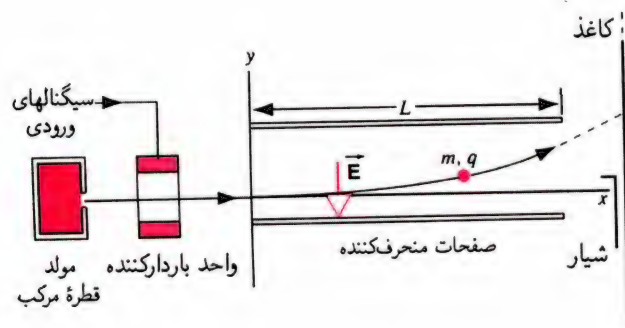
مسئله نمونه ۲۶-۶ شکل ۲۶-۱۶ سیستم الکترودهای منحرف‌کننده باریکه را در یک چاپگر مرکب‌افشان نشان می‌دهد. یک قطره مرکب به جرم m برابر $1.3 \times 10^{-10} \text{ kg}$ حامل بار q به مقدار $1.5 \times 10^{-3} \text{ C}$ است. این قطره با سرعت $v = 18 \text{ m/s}$ وارد صفحات منحرف‌کننده می‌شود. طول این صفحات 1.6 cm و میدان الکتریکی E بین صفحات برابر $1.4 \times 10^6 \text{ N/C}$ است. انحراف قائم قطره در لبه خروجی صفحات چقدر است؟ میدان الکتریکی متغیر در لبه‌های صفحات را نادیده بگیرید.

حل. فرض کنید که زمان عبور قطره بین صفحات منحرف‌کننده برابر t باشد. جابه‌جایی قائم و افقی قطره به ترتیب عبارت‌اند از

$$y = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{و} \quad L = vt$$

که در اینجا a شتاب قائم قطره است.

مانند مسئله نمونه پیش، می‌توان مؤلفه y قانون دوم نیوتون را به صورت $-mg + q(-E) = ma$ نوشت. در این مورد، نیروی الکتریکی وارد بر ذره، $-qE$ ، خیلی بیشتر از نیروی گرانشی mg است



شکل ۲۶-۱۶ مسئله نمونه ۲۶-۶. قسمتهای اصلی یک چاپگر مرکب‌افشان. سیگنال ورودی از یک کامپیوتر بار قطره مرکب و در نتیجه محل برخورد با کاغذ را کنترل می‌کند. نیروی عرضی وارد از طرف میدان E سبب انحراف قطره مرکب می‌شود. قطره هنگامی که در فاصله بین صفحات قرار دارد یک مسیر سهمی را می‌پیماید، ولی پس از ترک صفحات در امتداد خط راست حرکت می‌کند (خط چین در شکل).

یا از حل این معادله برای مجهول q می‌رسیم به

$$\begin{aligned} q &= -\frac{mg}{E} = -\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g}{E} \\ &= -\frac{\frac{4}{3}\pi (2.76 \times 10^{-6} \text{ m})^3 (918 \text{ kg/m}^3) (9.80 \text{ m/s}^2)}{1.65 \times 10^6 \text{ N/C}} \\ &= -4.80 \times 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

اگر q را برحسب بار الکترون $-e$ به صورت $q = n(-e)$ بنویسیم، که در آن n تعداد بارهای الکترونی در قطره است، در آن صورت

$$n = \frac{q}{-e} = \frac{-4.80 \times 10^{-19} \text{ C}}{-1.60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3$$

(ب) اگر دو الکترون دیگر به قطره افزوده شود، بار قطره برابر خواهد شد با

$$q' = (n+2)(-e) = 5(-1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) = -8.00 \times 10^{-19} \text{ C}$$

در این مورد قانون دوم نیوتون را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + q'\vec{E} = m\vec{a}$$

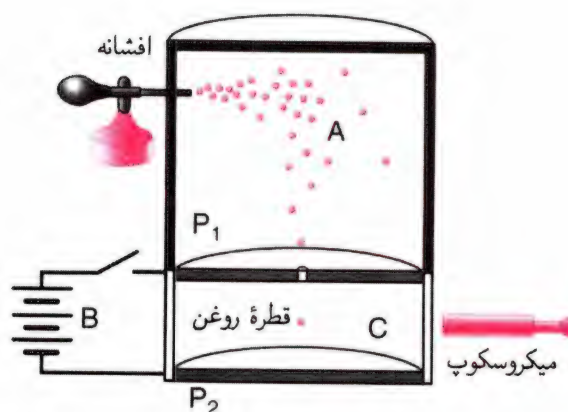
و با در نظر گرفتن مؤلفه y ، داریم

$$-mg + q'(-E) = ma$$

حال می‌توان از این معادله برای محاسبه شتاب استفاده کرد

$$\begin{aligned} a &= -g - \frac{q'E}{m} \\ &= -9.80 \text{ m/s}^2 - \frac{(-8.00 \times 10^{-19} \text{ C})(1.65 \times 10^6 \text{ N/C})}{\frac{4}{3}\pi (2.76 \times 10^{-6} \text{ m})^3 (918 \text{ kg/m}^3)} \\ &= -9.80 \text{ m/s}^2 + 16.3 \text{ m/s}^2 = +6.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

به این ترتیب قطره در جهت مثبت محور y شتاب می‌گیرد. در این محاسبات، نیروی کشش چسبندگی را که معمولاً در این موارد کاملاً حائز اهمیت‌اند نادیده گرفتیم. در واقع، شتاب قطره را در لحظه‌ای که قطره دو الکترون اضافی را می‌گیرد محاسبه کردیم. اگر قطره از حالت سکون شروع به حرکت کند نیروی کشش، که بستگی به سرعت جسم دارد، در آغاز حرکت صفر است، اما این نیرو با شروع



شکل ۱۷-۲۶ وسیله آزمایش قطره روغن میلیکان برای اندازه‌گیری بار بنیادی e . حرکت قطره در اتاقک C مشاهده می‌شود، که در آنجا قطره تحت تأثیر گرانی، میدان الکتریکی حاصل از باتری B، اگر قطره در حال حرکت باشد، یک نیروی کشش چسبندگی قرار دارد.

در شکل ۱۷-۲۶ وسایل آزمایش قطره روغن میلیکان را نشان داده‌ایم. قطره‌های بسیار ریز روغن توسط فشانه‌ای به داخل اتاقک A پاشیده می‌شوند. در این فرایند پاشیدن برخی از قطره‌ها دارای بار مثبت یا منفی می‌شوند. قطره‌ای را در نظر می‌گیریم که دارای بار q (به فرض منفی) است؛ این قطره از طریق سوراخ کوچکی در صفحه P_1 به اتاقک C وارد می‌شود.

اگر در اتاقک C میدان الکتریکی وجود نداشته باشد، به قطره روغن دو نیرو وارد می‌شود، نیروی وزن mg و نیروی بالاسوی کشش چسبندگی، که مقدار آن با سرعت ذره در حال سقوط متناسب است. قطره بلافاصله به سرعت حدی v می‌رسد که در آن سرعت دو نیرو دقیقاً با هم برابر می‌شوند.

اکنون یک میدان الکتریکی پایین سوی \vec{E} ، با اتصال صفحات P_1 و P_2 به دو سر باتری B، در داخل اتاقک برقرار می‌کنیم. در این صورت نیروی سوم $q\vec{E}$ بر قطره اثر می‌کند. اگر q منفی باشد، این نیرو بالاسوست، فرض می‌کنیم که در این حالت قطره با سرعت حدی جدید v به طرف بالا رانده شود. در هر دو مورد، نیروی کشش در خلاف جهت حرکت قطره و اندازه آن با سرعت قطره مناسب است. مقدار بار قطره، یعنی q ، را می‌توان از اندازه‌گیریهای مربوط به سرعت‌های v و v' به دست آورد.

میلیکان دریافت که مقادیر به دست آمده برای q همگی با رابطه زیر سازگارند

$$q = ne, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

یعنی، بار روی قطره روغن فقط مضربهای درستی از یک کمیت

به‌طوری که شتاب ذره را می‌توان برابر با $-qE/m$ در نظر گرفت. از حذف t بین دو معادله بالا و جایگزین کردن مقدار a می‌رسیم به

$$\begin{aligned} y &= \frac{-qEL^2}{2mv^2} \\ &= \frac{(-1.5 \times 10^{-13} \text{ C})(1.4 \times 10^6 \text{ N/C})(1.6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1.3 \times 10^{-16} \text{ kg})(1.8 \text{ m/s})^2} \\ &= 6.4 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.64 \text{ mm} \end{aligned}$$

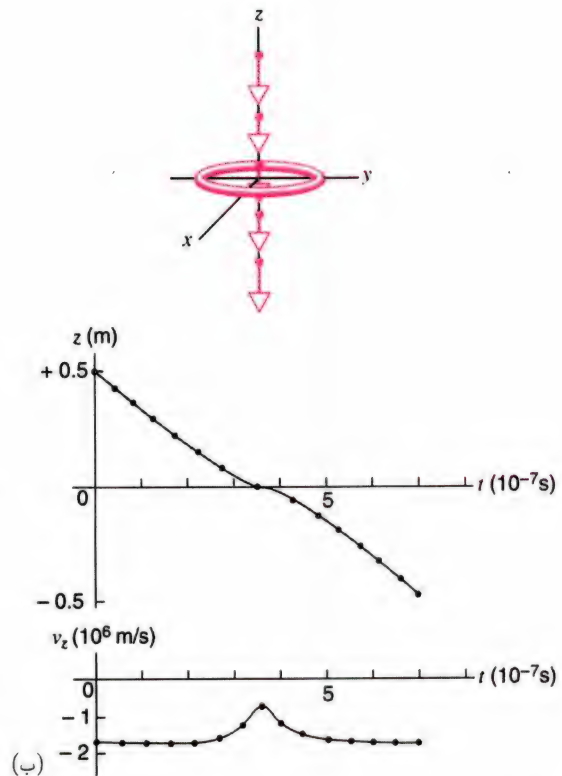
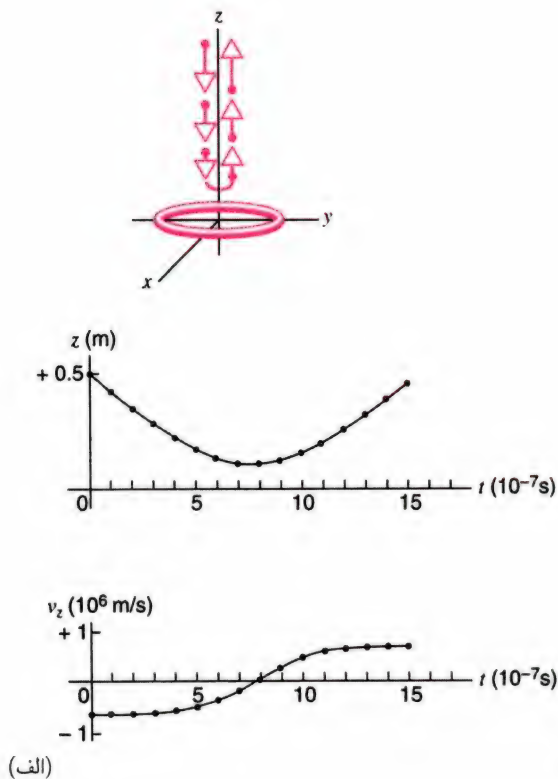
انحراف قطره در محل کاغذ بیشتر از این مقدار است زیرا قطره مرکب پس از ترک ناحیه منحرف‌کننده در خط مستقیم حرکت می‌کند، که در شکل ۱۶-۲۶ با خط‌چین نشان داده شده است. برای اینکه قطره‌های مرکب را به خوبی نشانه‌گیری کنیم که حروف را به خوبی تشکیل دهند، باید بار قطره‌های مرکب، یعنی q ، کنترل شود. چون انحراف قطره در محدوده چند درصد با بار q متناسب است. در حل این مسئله، باز هم نیروهای چسبندگی وارد بر ذره را نادیده گرفتیم، این نیروها در این سرعت‌های زیاد ذرات اهمیت فراوان دارند.

اندازه‌گیری بار بنیادی

امروزه می‌دانیم که بار الکتریکی کوانتیده است؛ یعنی، بار به صورت مضربهای درستی از یک بار بنیادی e وجود دارند، که مقدار مورد قبول امروزی آن $1.602176462 \times 10^{-19} \text{ C}$ است، که عدم قطعیت تجربی این مقدار فقط در دو رقم آخر ظاهر می‌شود. این مقدار جدید، مانند تقریباً تمامی ثابت‌های بنیادی فیزیک، از آزمایش‌های گوناگون و مرتبط به هم و با دقت‌های مرتباً فزاینده به دست آمده است.

چگونه برای اولین بار دریافتیم که بار کوانتیده است، و چگونه برای اولین بار مقدار e اندازه‌گیری شد؟ نخستین پاسخ‌های مشخص و قطعی به این پرسش‌ها از آزمایش‌های انجام شده توسط فیزیکدان آمریکایی رابرت ا. میلیکان* (۱۸۶۸ تا ۱۹۵۳) به دست آمدند. میلیکان به خاطر این کشف و کارهای مرتبط با آن در سال ۱۹۲۳ موفق به دریافت جایزه نوبل شد.

* برای مطالعه جزییات آزمایش‌های میلیکان نگاه کنید به کتاب *World of the Atoms* گردآوری شده توسط هنری ا. بورس و لوید موتز (ناشر Basic Books, 1966) فصل ۴۰. برای آگاهی از دیدگاه دو فیزیکدانی که دانشجویان کارشناسی ارشد میلیکان بودند رجوع کنید به "رابرت ا. میلیکان، معلم فیزیک" نوشته آلفرد روبر در مجله *Physics Teacher*، شماره فوریه ۱۹۷۸، صفحه ۷۸ و "کارهای من زیر نظر میلیکان در آزمایش قطره روغن" نوشته هاروی فلچر، در مجله *Physics Today*، شماره ژوئن ۱۹۸۲ صفحه ۴۳.



شکل ۱۸-۲۶ (الف) وضعیت حرکت پروتونی که در امتداد محور حلقه‌ای دارای بار مثبت یکنواخت پرتاب شده است. مکان و سرعت ذره نشان داده شده است. پروتون در زمان $8 \times 10^{-7} \text{ s}$ به طور لحظه‌ای به حالت سکون در می‌آید و جهت حرکتش را عوض می‌کند. نقطه‌های نشان داده شده در شکل حاصل محاسبات عددی هستند؛ منحنیها را از این نقطه‌ها رسم کرده‌ایم. (ب) اگر سرعت اولیه پروتون را به قدر کافی افزایش دهیم، این پروتون می‌تواند از حلقه عبور کند؛ سرعت پروتون به هنگام عبور را از مرکز حلقه کمترین مقدار است.

الکتریکی وارد بر ذره به تنهایی، چگونه می‌توانیم حرکت این ذره را تجزیه و تحلیل کنیم؟

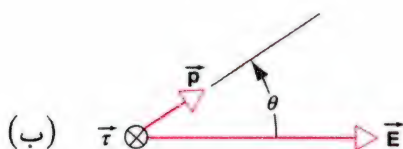
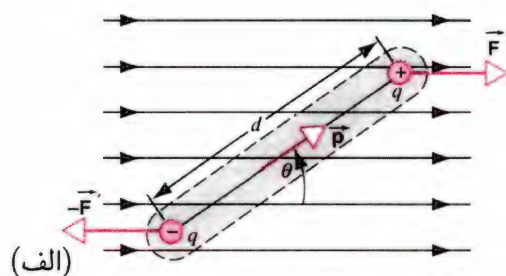
در این گونه موارد، برای نیروهای وابسته به مکان باید از روشهای تحلیلی، شبیه روشهای مورد بحث در بخش ۵-۵ برای نیروهای وابسته به زمان، استفاده کنیم. یک روش معادل همانا دنبال کردن روند ارائه شده در بخش ۱۲-۵ است زیرا، در فصل ۲۸ نشان خواهیم داد که، نیروی الکتروستاتیک یک نیروی پایستار است. به طور هم‌ارز، می‌توانیم برای یافتن جواب مسئله از روشهای عددی استفاده کنیم. برای این منظور زمان حرکت را به بازه‌های زمانی بسیار کوتاهی تقسیم می‌کنیم، که در این بازه‌ها می‌توانیم شتاب حرکت را تقریباً ثابت در نظر بگیریم؛ یک جواب تقریبی را می‌توانیم با استفاده از کامپیوتر به دست آوریم.

برای انجام این محاسبه، از حلقه‌ای به شعاع $R = 3 \text{ cm}$ و با چگالی بار خطی $\lambda = +2 \times 10^{-7} \text{ C/m}$ استفاده می‌کنیم. پروتونی ($m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q = +1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) را از مکان اولیه $z = +0.5 \text{ m}$ با سرعت اولیه $v_{z0} = -7 \times 10^5 \text{ m/s}$ در امتداد محور حلقه پرتاب می‌کنیم. (علامت منفی سرعت اولیه به معنی

بنیادی مشخص (بار بنیادی e) هستند. میلیکان نتیجه گرفت که مقدار این بار باید $1.64 \times 10^{-19} \text{ C}$ باشد، که با مقدار پذیرفته شده امروزی همخوانی دارد. آزمایش میلیکان دلیل قانع‌کننده‌ای را برای کوانتیدگی بار الکتریکی فراهم می‌آورد.

حرکت در میدانهای الکتریکی نایکنواخت (اختیاری)

تاکنون تنها میدانهای الکتریکی یکنواخت را مورد مطالعه قرار دادیم، که در آنها میدان الکتریکی چه به لحاظ اندازه و چه از نظر جهت، در ناحیه‌ای که ذره در آن حرکت می‌کرد، ثابت بود. اما، اغلب با میدانهای نایکنواخت مواجه می‌شویم. مثلاً حلقه حامل بار مثبت نشان داده شده در شکل ۱۸-۲۶ را در نظر بگیرید. میدان الکتریکی این حلقه روی محور آن با معادله (۱۸-۲۶) مشخص شده است. تصور کنید که ذره بارداری را با سرعت v در امتداد محور z و از فاصله‌ای بسیار دور به سمت حلقه پرتاب می‌کنیم. وقتی ذره در امتداد محور حلقه حرکت می‌کند، میدان الکتریکی (و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر ذره) افزایش می‌یابد. با چشم‌پوشی از نیروی گرانشی و در نظر گرفتن نیروی



شکل ۱۹-۲۶ (الف) یک دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت. (ب) رابطه برداری $\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$ ، بین گشتاور دوقطبی \vec{P} ، میدان الکتریکی \vec{E} و گشتاور نیروی برآیند $\vec{\tau}$ وارد بر دوقطبی. در اینجا جهت بردار گشتاور به طرف داخل صفحه شکل است.

صفر است، ولی یک گشتاور نیروی خالص حول مرکز جرم آن وجود دارد که می‌خواهد دوقطبی را بچرخاند تا \vec{P} را هم‌راستای \vec{E} کند. گشتاور نیروی وارد بر هر یک از دو ذره با عبارت $\tau = Fr_{\perp}$ مشخص شده است؛ در نتیجه، اندازه گشتاور نیروی خالص ناشی از اثر دو نیرو حول مرکز دوقطبی برابر است با

$$\tau = F \frac{d}{2} \sin \theta + F \frac{d}{2} \sin \theta = Fd \sin \theta \quad (۲۵-۲۶)$$

و جهت آن مطابق شکل ۱۹-۲۶ (ب) عمود بر صفحه شکل و به طرف داخل صفحه است، معادله (۲۵-۲۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\tau = (qE)d \sin \theta = (qd)E \sin \theta = pE \sin \theta \quad (۲۶-۲۶)$$

معادله (۲۶-۲۶) را می‌توان به صورت برداری زیر نوشت

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (۲۷-۲۶)$$

که با رابطه‌های جهت‌دار برای حاصلضرب برداری، که با سه بردار در شکل ۱۹-۲۶ (ب) نشان داده شده، سازگار است.

همان‌طور که در دینامیک معمول است، وقتی نیروهای پایستار (نیروی الکتروستاتیک، چنانکه در فصل ۲۸ خواهیم دید، یک نیروی پایستار است) در کارند، می‌توانیم برای نمایش سیستم از معادله‌های نیرو یا معادله‌های انرژی به صورت هم‌ارز استفاده کنیم. بنابراین کاری را که میدان الکتریکی E برای چرخاندن یک دوقطبی به اندازه زاویه θ

حرکت به طرف پایین و به سوی حلقه است که در صفحه xy قرار دارد. حلقه دارای بار مثبت به پروتونی که بار مثبت دارد نیروی رانشی وارد کرده سرعت آن را کم می‌کند. در شکل ۱۸-۲۶ (الف) حرکت پروتون را در حالتی رسم کرده‌ایم که انرژی جنبشی کافی برای رسیدن به صفحه حلقه ندارد. پروتون در نقطه‌ای در بالای صفحه حلقه به طور لحظه‌ای به حالت سکون در می‌آید و سپس جهت حرکتش را عوض می‌کند و از این لحظه به بعد حلقه آن را در جهت مثبت z شتاب می‌دهد. توجه کنید که به جز در ناحیه نزدیک به حلقه، سرعت پروتون تقریباً ثابت است، زیرا میدان الکتریکی در فواصل دوردست ضعیف است.

شکل ۱۸-۲۶ (ب) حرکت پروتون را در حالتی نشان می‌دهد که انرژی جنبشی پروتون بیش از مقدار کافی برای رسیدن به صفحه حلقه است. نیروی رانشی حرکت پروتون را کند می‌کند ولی آن را متوقف نمی‌کند. پروتون با سرعتی که به هنگام عبور از حلقه کمینه است از حلقه می‌گذرد. باز هم، در نواحی دور از حلقه، پروتون با سرعت تقریباً ثابت حرکت می‌کند.

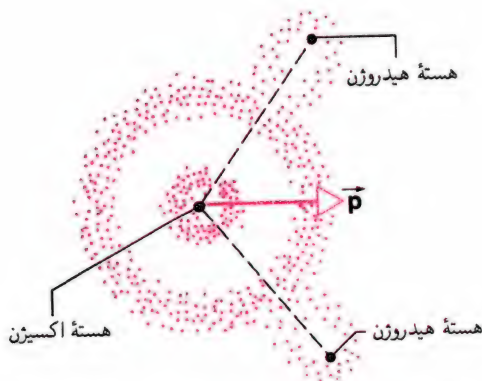
۷-۲۶ دوقطبی در میدان الکتریکی

وقتی یک دوقطبی الکتریکی (شکل ۵-۲۶ (الف)) در یک میدان الکتریکی خارجی قرار گیرد، نیروی وارد بر بار مثبت در یک جهت و نیروی وارد بر بار منفی در جهت مخالف است. برای اینکه اثر برآیند این نیروها را در نظر بگیریم، بهتر است که از بردار گشتاور دوقطبی \vec{P} استفاده کنیم، که مقدار آن برابر $p = qd$ و جهت آن از بار منفی به سمت بار مثبت است. نوشتن گشتاور دوقطبی به صورت برداری این امکان را فراهم می‌آورد که روابط بنیادی مشتمل بر دوقطبی الکتریکی را به صورت خلاصه بنویسیم.

در شکل ۱۹-۲۶ (الف) یک دوقطبی الکتریکی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} نشان داده‌ایم. (این میدان، ناشی از خود دوقطبی نیست بلکه میدانی است که به وسیله یک عامل خارجی ایجاد شده است که عامل آن در شکل نشان داده شده است.) گشتاور دوقطبی \vec{P} با جهت میدان زاویه θ را می‌سازد. فرض می‌کنیم که میدان یکنواخت است، به طوری که \vec{E} در محل بارهای $+q$ و $-q$ دارای اندازه و جهت یکسان باشد. در نتیجه نیروهای وارد بر بارهای $+q$ و $-q$ دارای اندازه یکسان $F = qE$ ولی دارای جهت‌های مخالف هستند، که این موضوع در شکل ۱۹-۲۶ (الف) نشان داده شد. بنابراین نیروی خالص وارد بر دوقطبی از طرف میدان خارجی یکنواخت برابر

ناشی از کاهش انرژی پتانسیل دوقطبی در میدان) را به انرژی داخلی تبدیل می‌کند. جهت میدان الکتریکی در هر $10^{-1} \times 2$ ثانیه برعکس می‌شود، و چون گشتاورهای دوقطبی پیوسته تلاش می‌کنند که از میدان پیروی کنند، انرژی را به مواد غذایی منتقل می‌کنند که غذا را می‌پزد. بنابراین حرکت دوقطبی در یک میدان خارجی را می‌توان از دیدگاه گشتاوری نیرویی که یک دوقطبی را می‌چرخاند تا با میدان هم‌خط کند (معادله ۲۶-۲۷) و یا از دیدگاه انرژی پتانسیلی که به هنگام همسویی دوقطبی با میدان کمینه می‌شود (معادله ۲۶-۳۲) تعبیر کرد. انتخاب بین این دو تعبیر معمولاً به تناسب کاربرد، در مورد مسئله خاص مورد مطالعه، وابسته است.

مسئله نمونه ۲۶-۷ یک مولکول بخار آب (H_2O) دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی به اندازه $p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ است. (این گشتاور دوقطبی بزرگ عامل بسیاری از خواصی است که آب را به ماده‌ای این چنین مهم تبدیل می‌کند، مانند توانایی آن در ایفای نقش یک حلال همگانی). شکل ۲۶-۲۰ این مولکول را با سه هسته و ابرهای الکترونی اطراف آنها نشان می‌دهد. گشتاور دوقطبی الکتریکی \vec{p} به وسیله یک بردار روی محور تقارن نشان داده شده است. گشتاور دوقطبی به این دلیل پدید می‌آید که مرکز مؤثر بار مثبت بر مرکز مؤثر بار منفی منطبق نیست. (یک مورد برعکس آن مولکول کربن دیوکسید، CO_2 است. در این مولکول هر سه اتم در امتداد یک خط راست قرار دارند؛ اتم کربن در وسط و اکسیژن‌ها در دو طرف آن. مرکز بار مثبت بر مرکز بار منفی در مرکز جرم مولکول برهم منطبق‌اند و گشتاور دوقطبی الکتریکی CO_2 صفر است.) (الف) فاصله بین مرکزهای مؤثر بارهای مثبت و منفی در مولکول H_2O چقدر است؟



شکل ۲۶-۲۰ یک مولکول H_2O ، شامل هسته‌های سه اتم و توزیع الکترونی آنها، و بردار گشتاور دوقطبی الکتریکی \vec{p} مولکول.

انجام می‌دهد در نظر می‌گیریم. با بهره‌گیری از رابطه مناسب برای کار در حرکت دورانی (معادله ۱۱-۲۵)، کار میدان خارجی در چرخاندن دوقطبی از زاویه اولیه θ_0 به زاویه نهایی θ برابر است با

$$W = \int dW = \int_{\theta_0}^{\theta} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = \int_{\theta_0}^{\theta} -\tau d\theta \quad (26-28)$$

که در این رابطه $\vec{\tau}$ گشتاور نیرویی است که میدان الکتریکی خارجی اعمال می‌کند. علامت منفی در معادله (۲۶-۲۸) ضروری است زیرا گشتاور نیروی τ تمایل به کاهش زاویه θ دارد؛ در اصطلاح برداری، $\vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = -\tau d\theta$ در جهت‌های مخالف قرار دارند، در نتیجه $\vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = -\tau d\theta$ از ترکیب معادله (۲۶-۲۸) با معادله (۲۶-۲۶) نتیجه می‌گیریم

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} -pE \sin \theta d\theta = -pE \int_{\theta_0}^{\theta} \sin \theta d\theta \\ = pE(\cos \theta - \cos \theta_0) \quad (26-29)$$

چون کار انجام شده توسط عاملی که میدان خارجی را به وجود می‌آورد برابر است با منفی تغییر در انرژی پتانسیل مجموعه میدان + دوقطبی، بنابراین داریم

$$\Delta U \equiv U(\theta) - U(\theta_0) = -W = -pE(\cos \theta - \cos \theta_0) \quad (26-30)$$

زاویه مرجع θ_0 را به صورت دلخواه برابر با 90° انتخاب می‌کنیم و انرژی پتانسیل $U(\theta_0)$ در آن زاویه را برابر با صفر می‌گیریم. در این صورت، انرژی پتانسیل در هر زاویه θ برابر است با

$$U = -pE \cos \theta \quad (26-31)$$

که می‌توان آن را به صورت برداری زیر نوشت:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (26-32)$$

به این ترتیب وقتی \vec{p} و \vec{E} موازی باشند U کمینه است.

مولکول آب دارای یک دوقطبی الکتریکی است. در یک اجاق میکروموج، میدان الکتریکی مربوط به تابش میکروموجی تمایل دارد که گشتاور دوقطبی مولکولهای آب را با میدان هم‌راستا کند. یک مولکول آزاد آب به راحتی حول وضعیت تعادلش نوسان می‌کند، ولی در موارد دیگر (مانند مواد غذایی) برهم‌کنش بین مولکولهای آب مجاور هم، حرکت زاویه‌ای ناشی از گشتاور نیرو (یا به طور هم‌ارز، انرژی جنبشی دورانی

گشتاورهای دوقطبی آنها کاتوره‌ای باشد، کاربرد یک میدان الکتریکی با این شدت تأثیر ناچیزی در همسور کردن گشتاورهای دوقطبی دارد، زیرا انرژیهای داخلی زیاد است. بنابراین اگر بخواهیم دوقطبیها را همسو کنیم، باید از میدانی با شدت بسیار بیشتر استفاده کنیم یا در دماهای بسیار پایینتر کار کنیم یا اینکه از هر دو مورد مطرح شده بهره‌مند شویم.

۲۶-۸ مدل هسته‌ای اتم (اختیاری)

امروزه می‌دانیم که اتم تشکیل شده است از یک هسته بسیار کوچک که حامل بار مثبت Ze است، که در اینجا Z عدد اتمی اتم است. هسته احاطه شده است با یک حجم بسیار بزرگتری که حاوی Z الکترون و هر الکترون حامل بار $-e$ است، به طوری که اتم به صورت یک مجموعه کامل از لحاظ بار الکتریکی خنثی است. همچنین می‌دانیم که هسته بخش بسیار بزرگی (معمولاً بیش از ۹۹٫۹۹۵٪) از جرم اتم را تشکیل می‌دهد.

در سالهای نخستین قرن بیستم این واقعیتهای شناخته نشده بودند، و تصورات بی‌شماری درباره ساختار اتم و به ویژه درباره چگونگی توزیع بار مثبت آن وجود داشت. بنابراین نظریه که در آن روزها خیلی مورد توجه قرار گرفته بود، بار مثبت به صورت کم و بیش یکنواخت در سرتاسر حجم کروی اتم توزیع شده بود. این مدل برای ساختار اتم که توسط جی. جی. تامسون پیشنهاد شده بود به افتخار او مدل تامسون نامیده می‌شود. (تامسون اولین کسی بود که نسبت بار به جرم الکترون را اندازه‌گیری کرد و بنابراین غالباً افتخار کشف الکترون به او نسبت داده می‌شود.) این مدل برای اتم را مدل "کیک کشمش" نیز می‌خوانند، زیرا الکترون‌ها در داخل بستر گسترده‌ای بار مثبت کاشته شده‌اند درست مانند کشمشهایی که در همه جای یک کیک قرار گرفته‌اند.

یکی از راههای آزمایش اعتبار این مدل، تعیین میدان الکتریکی اتم با کاویدن آن توسط باریکه‌ای از پرتابه‌های با بار مثبت است که از نزدیکی آن عبور کنند. ذرات موجود در باریکه به وسیله میدان الکتریکی اتم از مسیرشان منحرف یا پراکنده می‌شوند. در ادامه این مبحث، فقط تأثیر یک کره با بار مثبت را روی پرتابه بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم که جرم پرتابه خیلی کوچکتر از جرم اتم و خیلی بیشتر از جرم الکترون باشد. با این فرضها، الکترون‌ها تأثیر ناچیزی در پراکنده کردن پرتابه دارند، و می‌توان چنین فرض کرد که به هنگام پراکندگی پرتابه اتم در جای خودش ثابت می‌ماند.

می‌توانیم انحراف پرتابه از اتم مدل تامسون را، که در آن بار مثبت

(ب) بیشینه گشتاور نیروی یک مولکول H_2O در میدانهای الکتریکی آزمایشگاهی نوعی با اندازه‌ای در حدود $1.5 \times 10^4 \text{ N/C}$ چقدر است؟ (ج) فرض کنید که گشتاور دوقطبی H_2O در آغاز در خلاف جهت میدان قرار گرفته باشد. میدان الکتریکی چقدر کار باید انجام دهد تا مولکول در جهت میدان قرار بگیرد؟

حل. (الف) در این مولکول 10 الکترون و متناظر با آن 10 بار مثبت وجود دارد. برای بزرگی گشتاور دوقطبی می‌توانیم بنویسیم

$$p = qd = (10e)(d)$$

که در این رابطه e بار بنیادی و d فاصله بین مراکز دو مجموعه بار است که در جستجوی آن هستیم. به این ترتیب

$$d = \frac{p}{10e} = \frac{6.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}}{(10)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 3.9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3.9 \text{ pm}$$

این فاصله در حدود ۴٪ فاصله پیوند OH در این مولکول است.

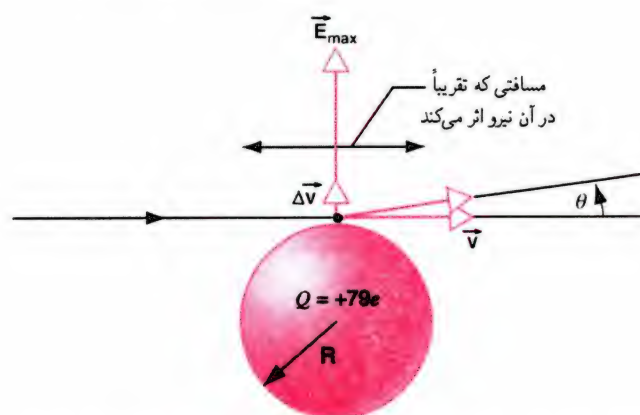
(ب) همان‌طور که معادله (۲۶-۲۶) نشان می‌دهد، گشتاور نیرو وقتی بیشینه است که $\theta = 90^\circ$ باشد. از جایگزینی این مقدار در آن معادله نتیجه می‌گیریم که

$$\begin{aligned} \tau &= pE \sin \theta \\ &= (6.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1.5 \times 10^4 \text{ N/C})(\sin 90^\circ) \\ &= 9.3 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

(ج) کار لازم برای چرخاندن یک دوقطبی از $\theta_0 = 180^\circ$ تا $\theta = 0^\circ$ از معادله (۲۶-۲۶) به دست می‌آید،

$$\begin{aligned} W &= pE(\cos \theta - \cos \theta_0) \\ &= pE(\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) \\ &= 2pE = (2)(6.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1.5 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ &= 1.9 \times 10^{-25} \text{ J} \end{aligned}$$

به منظور مقایسه، میانگین سهم انرژی انتقالی در انرژی داخلی (برابر با $3/2 kT$) یک مولکول در دمای اتاق برابر $6.2 \times 10^{-21} \text{ J}$ است، که این مقدار 33000 مرتبه بزرگتر است. برای شرایط این مسئله، آشفته‌گی گرمایی بر تمایل دوقطبیها به هم‌خط شدن با میدان غلبه می‌کند. یعنی اگر مجموعه‌ای از مولکولها در دمای اتاق داشته باشیم که سمتگیری



شکل ۲۶-۲۱ پراکندگی یک پرتابه با بار مثبت که از نزدیکی سطح یک اتم عبور می‌کند، اتم را به صورت یک کره با بار مثبت یکنواخت در نظر گرفته‌ایم. میدان الکتریکی سبب انحراف پرتابه به اندازه زاویه θ می‌شود.

این ذره تحت زاویه کوچک θ انحراف پیدا می‌کند که مقدار آن را چنین برآورد می‌کنیم

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\Delta v}{v} = ۰.۲^\circ$$

این‌گونه آزمایشهای پراکندگی برای اولین بار توسط ارنست رادرفورد و همکارانش در دانشگاه منچستر انگلستان در سال ۱۹۱۱ انجام شد. آنها باریکه‌ای از ذرات آلفا را از یک برگه نازک طلا عبور دادند و احتمال نسبی پراکندگی ذرات آلفا را در زاویه‌های گوناگون نسبت به راستای باریکه اصلی معین کردند. البته، آنها نمی‌توانستند کنترل کنند که چگونه ذرات آلفا از میان هراتم معین عبور کنند؛ در واقع، به جای عبور مماسی نسبت به اتمها، اغلب ذرات آلفا از میان حجم اتم ترسیم شده در شکل ۲۶-۲۱، عبور می‌کردند و (بنابر مدل تامسون) باید در زاویه‌ای کمتر از زاویه بیشینه‌ای که در بالا محاسبه کردیم انحراف پیدا می‌کردند. نتایج آزمایش نشان داد که، گرچه تقریباً تمام ذرات آلفا تحت زاویه‌هایی کمتر از چندصدم درجه انحراف پیدا می‌کردند، تعداد بسیار کمی از ذرات (شاید ۱ ذره از ۱۰^4 ذره) تحت زوایایی بیش از 90° انحراف پیدا می‌کردند. این نتایج به‌طور کامل با مدل تامسون ناسازگار بود، و سبب شد که رادرفورد چنین اظهارنظر کند "این باورنکردنی‌ترین رویداد در تمام زندگی من بود. این رویداد همان‌قدر باورنکردنی بود که مثلاً یک گلوله توپ ۱۵-اینچی را به یک قطعه دستمال کاغذی شلیک کنید و گلوله باز گردد و به خود شما برخورد کند".

رادرفورد، با توجه به این‌گونه آزمایشهای پراکندگی، نتیجه گرفت که بار مثبت یک اتم در سرتاسر کره‌ای به اندازه اتم پخش نشده، بلکه در ناحیه بسیار کوچکی (هسته) در حوالی مرکز اتم متمرکز شده است.

به‌طور یکنواخت در سرتاسر حجم اتم توزیع شده است، برآورد کنیم. میدان الکتریکی ناشی از یک کره با بار مثبت یکنواخت را برای نقاط خارج از کره با معادله (۲۶-۶) و برای نقاط داخلی کره با معادله (۲۶-۲۴) به‌دست دادیم. در اینجا می‌خواهیم میدان الکتریکی روی سطح کره را که، مطابق شکل ۲۶-۸، بزرگترین میدانی است که چنین توزیعی می‌تواند ایجاد کند، محاسبه کنیم. اتم سنگینی مانند طلا را در نظر می‌گیریم، که حاوی بار مثبت Q برابر با $79e$ بوده و شعاع R آن در حدود $۱۰^{-۱۰} \times ۱۰^{-۱۰} \text{ m}$ است. با چشم‌پوشی از الکترونها، میدان الکتریکی ناشی از بارهای مثبت در $r = R$ چنین است

$$E_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} = ۱.۱ \times ۱۰^{۱۳} \text{ N/C}$$

فرض کنید که در این آزمایش از باریکه‌ای از ذرات آلفا به‌عنوان پرتابه استفاده می‌کنیم، که دارای مثبت $q = 2e$ و جرم m آن برابر با $۶.۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{ kg}$ است. ذرات آلفا هسته اتمهای هلیوم هستند که در فرایندهای واپاشی پرتوزای معینی گسیل می‌شوند. انرژی جنبشی نوعی برای این‌گونه ذرات ممکن است در حدود $K = 6 \text{ MeV}$ یا $۹.۶ \times ۱۰^{-۱۳} \text{ J}$ باشد. به‌آسانی می‌توانید تحقیق کنید که در این انرژی سرعت ذره در حدود $۱.۷ \times ۱۰^7 \text{ m/s}$ است.

فرض کنید که ذره آلفا از نزدیکی سطح اتم می‌گذرد، که در آنجا میدان الکتریکی دارای بیشترین مقداری است که این اتم می‌تواند اعمال کند. نیروی متناظر با این میدان که بر ذره وارد می‌شود برابر است با

$$F = qE_{\max} = ۳.۵ \times ۱۰^{-۶} \text{ N}$$

در شکل ۲۶-۲۱ نمودار شمایی یک آزمایش پراکندگی را نشان داده‌ایم. محاسبات واقعی مربوط به انحراف نسبتاً پیچیده است، ولی می‌توانیم تقریبهایی را در نظر بگیریم که محاسبات را ساده و برآورد بیشینه انحراف را میسر می‌کند. فرض می‌کنیم که نیروی بالا ثابت است و فقط در مدت زمان Δt اثر می‌کند. مدت Δt ، زمانی است که پرتابه مسافتی برابر با قطر اتم را می‌پیماید، که این مورد در شکل ۲۶-۲۱ نشان داده شده است. این بازه زمانی برابر است با:

$$\Delta t = \frac{2R}{v} = ۱.۲ \times ۱۰^{-۱۷} \text{ s}$$

نیروی وارد بر ذره به آن یک شتاب جانبی a می‌دهد، که این شتاب سبب ایجاد یک سرعت جانبی می‌شود که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta v = a\Delta t = \frac{F}{m}\Delta t = ۶.۴ \times ۱۰^۳ \text{ m/s}$$

این رشته آزمایشهای کلاسیک و پر دردسر و تفسیر استادانه آنها پایه‌های فیزیک اتمی و هسته‌ای جدید را تشکیل دادند، و معمولاً افتخار بنیانگذاری این رشته‌ها به رادرفورد نسبت داده می‌شود.

چندگزینه‌ای

۱-۲۶ میدان چیست؟

۲-۲۶ میدان الکتریکی

۱. میدان الکتریکی در معادله (۳-۲۶) برحسب q_e ، یک بار مثبت کوچک، تعریف شده است. اگر، در عوض تعریف را برحسب یک بار منفی کوچک با همان بزرگی ارائه می‌دادیم، در آن صورت این میدان الکتریکی با تعریف جدید با میدان اصلی چگونه مقایسه می‌شد؟
- (الف) این میدان در همان جهت قرار می‌گرفت، و همان بزرگی را داشت.
- (ب) این میدان در جهت مخالف قرار می‌گرفت، ولی همان بزرگی را داشت.

- (ج) این میدان همان جهت را داشت، ولی بزرگیش متفاوت بود.
- (د) این میدان در جهت مخالف قرار می‌گرفت، و بزرگی متفاوتی داشت.

۳-۲۶ میدان الکتریکی بارهای نقطه‌ای

۲. بار نقطه‌ای $+q$ در مبدأ مختصات قرار گرفته، و یک بار نقطه‌ای $+2q$ در مکان $x = a$ مستقر شده است، که در اینجا a یک عدد مثبت است.

(۱) کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) در خارج از محور x ، و نزدیک به بارهای نقطه‌ای ممکن است میدان الکتریکی صفر شود.
- (ب) در خارج از محور x ، و نزدیک به بارهای نقطه‌ای ممکن است مقدار میدان الکتریکی یک بیشینه باشد.
- (ج) ممکن است میدان الکتریکی در نقطه‌ای بین دو بار صفر شود.
- (د) ممکن است میدان الکتریکی در نقاطی در فاصله محدود روی محور x و نه بین دو بار صفر شود.

(۲) در کدامیک از نواحی زیر ممکن است نقطه‌ای وجود داشته

باشد که در آن مقدار میدان الکتریکی برابر با صفر شود؟

(الف) $-\infty < x < 0$ (ب) $0 < x < a$

(ج) $a < x < \infty$

(د) E در ناحیه $-\infty < x < \infty$ صفر نمی‌شود.

برای اتم طلا، شعاع هسته در حدود 10^{-15} m (یا 1 fm) است که تقریباً 10^{-4} مرتبه کوچکتر از شعاع اتم است. یعنی، هسته فقط حدود 10^{-12} مرتبه از حجم اتم را اشغال می‌کند!

حال بیشینه شدت میدان الکتریکی و نیروی مؤثر متناظر با آن را بر ذره آلفایی که از نزدیکی سطح هسته می‌گذرد محاسبه می‌کنیم. اگر هسته را یک گوی باردار با توزیع بار یکنواخت $Q = 79e$ و شعاع $R = 7 \text{ fm}$ (هفت فرمی) در نظر بگیریم، بیشینه شدت میدان الکتریکی برابر است با

$$E_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \\ = 2.3 \times 10^{21} \text{ N/C}$$

این مقدار بیش از هشت مرتبه بزرگی از میدان الکتریکی وارد بر یک ذره در سطح اتم مدل کیک کشمش بزرگتر است. نیروی متناظر با این میدان عبارت است از

$$F = qE_{\max} = 740 \text{ N}$$

این یک نیروی بسیار بزرگ است! دوباره همان ساده‌سازیهای محاسبات قبلی را در این مورد به‌کار می‌بندیم و فرض می‌کنیم که این نیرو ثابت است و تنها در مدتی که ذره مسافتی برابر با قطر هسته را می‌پیماید، یعنی Δt ، اثر می‌کند:

$$\Delta t = \frac{2R}{v} = 8.2 \times 10^{-22} \text{ s}$$

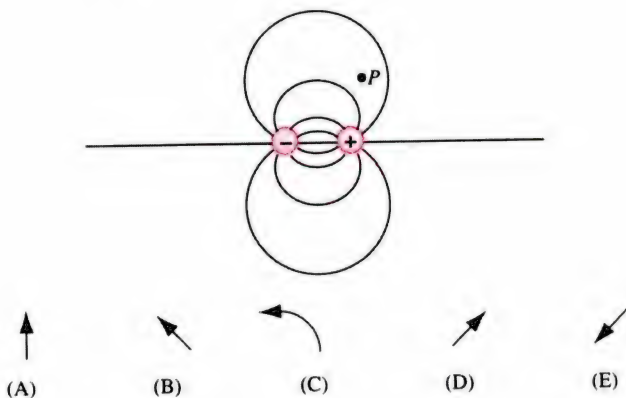
تغییر سرعت متناظر برای ذره را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد،

$$\Delta v = a\Delta t = \frac{F}{m}\Delta t = 9 \times 10^7 \text{ m/s}$$

این مقدار با سرعت اولیه ذره قابل مقایسه است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که یک اتم هسته‌ای می‌تواند یک میدان الکتریکی به اندازه کافی شدید برای وارونه کردن جهت حرکت پرتابه ایجاد کند.

رادرفورد، براساس مدل هسته‌ای اتم، توانست فرمول دقیقی برای تعداد ذرات پراکنده شده در هر زاویه معین را به دست آورد، و آزمایشهای پراکندگی، سازگاری کاملی را با این فرمول نشان دادند. همچنین او توانست از این فرمول برای تعیین عدد اتمی Z اتمهای هدف استفاده کند. علاوه بر آن، با استفاده از این روش و بهره‌گیری از ذراتی با انرژیهای خیلی زیادتر که واقعاً به داخل هسته نفوذ می‌کنند (مسئله نمونه ۷-۲۵ را ببینید) می‌توان شعاع هسته را نیز معین کرد.

میدان الکتریکی در نقطه P را به بهترین وجه نمایش می‌دهد؟



شکل ۲۶-۲۲ پرسش چندگزینه‌ای ۶.

۷. در شکل ۲۶-۲۳ خطوط میدان الکتریکی را در اطراف سه بار نقطه‌ای A ، B ، و C نشان داده‌ایم.

(۱) کدام یک از این بارها مثبت‌اند؟

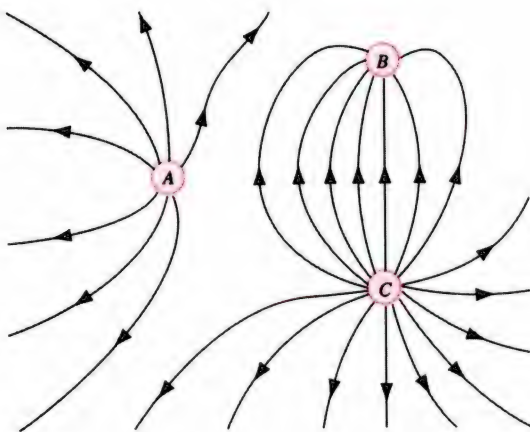
(۲) کدام بار دارای بیشترین مقدار است؟

(۳) در کدام ناحیه یا کدام یک از نواحی این شکل، ممکن است

میدان الکتریکی صفر شود؟

(الف) نزدیک A (ب) نزدیک B (ج) نزدیک C

(د) هیچ جا



شکل ۲۶-۲۳ پرسش چندگزینه‌ای ۷.

۶-۲۶ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

۸. سه کره کوچک x ، y و z حامل بارهای مساوی‌اند که علامت این بارها در شکل ۲۶-۲۴ نشان داده شده است. این سه بار در سه رأس یک مثلث متساوی‌الساقین قرار گرفته‌اند، که در آن فاصله بین x و z

۳. بار مثبت $+q$ در مبدأ قرار گرفته، و یک بار نقطه‌ای $-2q$ در مکان $x = a$ مستقر شده است، که در اینجا a یک عدد مثبت است.

(۱) کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) در خارج از محور x ، و نزدیک به بارهای نقطه‌ای ممکن است میدان الکتریکی صفر شود.

(ب) در خارج از محور x ، و نزدیک به بارهای نقطه‌ای ممکن است مقدار میدان الکتریکی بیشینه باشد.

(ج) ممکن است میدان الکتریکی در نقطه‌ای بین دو بار صفر شود.

(د) ممکن است میدان الکتریکی در نقاطی در فاصله محدود روی محور x و نه بین دو بار صفر شود.

(۲) در کدام یک از نواحی زیر ممکن است نقطه‌ای وجود داشته

باشد که در آن مقدار میدان الکتریکی برابر با صفر شود؟

(الف) $-\infty < x < 0$ (ب) $0 < x < a$

(ج) $a < x < \infty$

(د) E در ناحیه $-\infty < x < \infty$ صفر نمی‌شود.

۴-۲۶ میدان الکتریکی توزیع پیوسته بار

۴. بزرگی میدان الکتریکی $E(z)$ ، یک حلقه بار یکنواخت را روی محور آن در نظر بگیرید.

(۱) در کجا $E(z)$ بیشترین مقدارش را خواهد داشت؟

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح‌اند.

(۲) در کدام موقعیت ممکن است $E(z)$ برابر با صفر شود؟

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح‌اند.

۵. بزرگی میدان الکتریکی $E(z)$ ، یک قرص باردار یکنواخت را روی محور آن در نظر بگیرید.

(۱) در کجا $E(z)$ بیشترین مقدارش را خواهد داشت؟

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح‌اند.

(۲) در کجا ممکن است $E(z)$ برابر با صفر شود؟

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح‌اند.

۵-۲۶ خطوط میدان الکتریکی

۶. در شکل ۲۶-۲۲ خطوط میدان الکتریکی را در اطراف یک دوقطبی

الکتریکی نشان داده‌ایم. کدام یک از پیکانهای نشان داده‌شده در شکل،

(۱) نیروی خالص وارد بر یک دوقطبی الکتریکی که در این

میدان به موازات محور x قرار گرفته

(الف) در امتداد محور x است.

(ب) در امتداد محور y است.

(ج) در امتداد محور z است.

(د) در هیچ‌کدام از راستاهای بالا نیست.

(۲) گشتاور نیروی خالص وارد بر یک دوقطبی الکتریکی که در

این میدان به موازات محور x قرار گرفته

(الف) در امتداد محور x است.

(ب) در امتداد محور y است.

(ج) در امتداد محور z است.

(د) در هیچ‌کدام از راستاهای بالا نیست.

۲۶-۸ مدل هسته‌ای اتم

پرسشها

۱. میدانهای نرده‌ای و برداری را که می‌شناسید نام ببرید.

۲. (الف) در ربایش گرانشی بین زمین و یک قطعه سنگ، آیا می‌توانیم بگوییم که زمین در میدان گرانشی سنگ قرار دارد؟ (ب) میدان گرانشی

سنگ با میدان گرانشی زمین چه ارتباطی دارد؟

۳. یک گوی دارای بار مثبت از یک رشته نخ ابریشمی بلند آویخته شده است. می‌خواهیم میدان الکتریکی E را در نقطه‌ای از صفحه افقی که گوی باردار در آن قرار دارد اندازه‌گیری کنیم. برای انجام این کار، یک بار آزمون مثبت q را در آن نقطه قرار می‌دهیم و نسبت F/q را اندازه می‌گیریم. آیا F/q کمتر، مساوی یا بزرگتر از E در نقطه مورد نظر است؟

۴. در بررسیهای مربوط به میدانهای الکتریکی با بار آزمون، اغلب برای راحتی، فرض می‌کنیم که بار آزمون مثبت باشد. آیا این فرض واقعاً در تعیین میدان تأثیر دارد؟ این مورد را در مثال ساده‌ای که خود طرح می‌کنید نشان دهید.

۵. خطوط میدان الکتریکی هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند. چرا؟

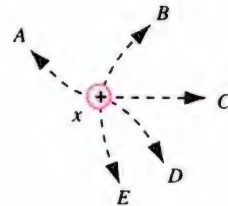
۶. در شکل ۲۶-۱۳، چرا اگر خطوط میدان در اطراف لبه‌های شکل را به طرف عقب ادامه دهیم به نظر می‌رسد که به‌طور یکنواخت از مرکز شکل تابش یافته‌اند؟

۷. یک بار نقطه‌ای در یک میدان الکتریکی عمود بر خطوط میدان حرکت می‌کند. آیا هیچ نیرویی بر آن وارد می‌شود؟

است. کره‌های y و z در جای خود ثابت شده‌اند ولی کره x می‌تواند روی یک سطح بدون اصطکاک حرکت کند.

(الف) جهت نیروی الکتریکی وارد بر کره x در مکان نشان داده‌شده در شکل کدام است؟

(ب) وقتی که کره x رها شود در کدام مسیر حرکت می‌کند؟



شکل ۲۶-۲۴ پرسش چندگزینه‌ای ۸.

۹. الکترونی در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. این

میدان بین دو صفحه موازی که حامل بارهای مثبت و منفی مساوی هستند ایجاد شده است. در چه مکانی الکترون تحت تأثیر بیشترین

نیروی الکتروستاتیکی قرار دارد؟

(الف) وقتی الکترون به صفحه مثبت نزدیکتر است.

(ب) وقتی الکترون به صفحه منفی نزدیکتر است.

(ج) وقتی الکترون درست وسط دو صفحه قرار دارد.

(د) الکترون بدون توجه به مکان آن در بین صفحات همواره تحت تأثیر نیروی یکنواختی قرار دارد.

۱۰. اندازه‌گیریهایی زیر روی یک مجموعه از قطره‌های کوچک باردار شده (برحسب یکای 10^{-19}C) انجام شده است. بزرگترین یکای بنیادی

ممکن برای بار که می‌توان از این داده‌ها استنتاج کرد کدام است؟

۲۸٫۸ ۱۹٫۲ ۴٫۸

۲۴ ۳۸٫۴ ۹٫۶

(الف) $1.9 \times 10^{-19} \text{C}$ (ب) $4.8 \times 10^{-19} \text{C}$

(ج) $9.6 \times 10^{-19} \text{C}$ (د) $4.8 \times 10^{-19} \text{C}$

۲۶-۷ دوقطبی در میدان الکتریکی

۱۱. در یک ناحیه معین از فضا میدان الکتریکی از شرایط زیر

پیروی می‌کند: $E_x = E_z = 0$ ، $E_y \neq 0$ و $\partial \vec{E} / \partial x \neq 0$ ،

$\partial \vec{E} / \partial y = \partial \vec{E} / \partial z = 0$.

(د) برای نقاط خارج از این خط ولی روی صفحه عمود منصف خط واصل دو بار جهت میدان \vec{E} کدام است؟

۱۷. در صفحه عمود منصف یک دوقطبی الکتریکی، میدان الکتریکی با گشتاور دوقطبی الکتریکی \vec{p} موازی است یا پادموازی؟

۱۸. چگونه معادله (۱۲-۲۶) در صورت حذف شرط $x \gg d$ از نمایش خطوط میدان شکل ۱۲-۲۶ باز می ماند؟

۱۹. (الف) دو دوقطبی الکتریکی دقیقاً یکسان را، مطابق شکل ۲۵-۲۶ (الف)، روی یک خط راست قرار داده ایم، جهت نیروی الکتریکی وارد بر هر یک از دوقطبیها به علت حضور دوقطبی دیگر کدام است؟ (ب) فرض کنید که دوقطبیها مطابق شکل ۲۵-۲۶ (ب) بازآرایی شوند. اکنون جهت نیرو کدام است؟



شکل ۲۵-۲۶ پرسش ۱۹.

۲۰. تغییرات E برحسب r را برای (الف) یک بار نقطه ای، (ب) یک دوقطبی، و (ج) یک چهارقطبی مقایسه کنید.

۲۱. اگر می خواستید میدان الکتریکی یک حلقه (یا قرص) باردار نقاطی که روی محور آن قرار نداشتند محاسبه کنید از لحاظ ریاضی با چه مشکلاتی مواجه می شدید؟

۲۲. معادله (۲۰-۲۶) نشان می دهد که E_z در همه نقاط مقابل یک صفحه باردار به ابعاد بینهایت یکسان است. آیا این موضوع منطقی است؟ ممکن است تصور کنید که میدان در نزدیکی صفحه باردار باید قویتر باشد زیرا این نقاط به بارها نزدیکترند.

۲۳. هدف از انجام آزمایش میلیکان را، با کلمات خود بیان کنید.

۲۴. چگونه علامت بار الکتریکی قطره روغن در طرز کار آزمایش میلیکان تأثیر می گذارد؟

۲۵. چرا میلیکان نکوشید در دستگاه خود به جای قطره های روغن الکترونها را متوازن کند؟

۲۶. یک دوقطبی الکتریکی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت سروه می کنید. کاری که انجام می دهید با سمتگیری اولیه دوقطبی نسبت به میدان چه ارتباطی دارد؟

۲۷. برای کدام سمتگیری یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی یکنواخت انرژی پتانسیل دوقطبی (الف) بیشترین و (ب) کمترین مقدار را دارد؟

۸. در شکل ۱۴-۲۶، چرا باید تخمهای چمن با خطوط میدان الکتریکی هم راستا شوند؟ تخم چمن معمولاً حامل بار الکتریکی نیست.^۱

۹. منشأ "جسبیدن استاتیکی"، پدیده ای که گاهی به هنگام بیرون آوردن لباسها از ماشین خشک کن بر آنها اثر می کند، چیست؟

۱۰. دو بار نقطه ای با اندازه و علامت مجهول در فاصله d از هم قرار دارند. میدان الکتریکی در یک نقطه، روی خط واصل دو بار صفر است. از این موضوع چه نتیجه ای در مورد این بارها می گیرید؟

۱۱. دو بار نقطه ای با بزرگی و علامت مجهول را در فاصله d از یکدیگر قرار می دهیم. (الف) شرط لازم برای اینکه در یک نقطه روی امتداد خط واصل دو بار که میان آنها نیست، $E = 0$ چیست و این نقطه کجا قرار دارد؟ (ب) آیا برای هیچ ترتیبی از دو بار نقطه ای می توان دو نقطه پیدا کرد (که هیچ کدام در بینهایت نباشند) و برای آنها $E = 0$ ؟ اگر چنین چیزی ممکن است، شرایط لازم کدام اند؟

۱۲. دو بار نقطه ای با بزرگی و علامت مجهول در فاصله d از یکدیگر قرار گرفته اند. آیا امکان دارد که برای نقاط خارج از محور داشته باشیم $E = 0$ (به جز در بینهایت)؟ در این باره توضیح دهید.

۱۳. در مسئله نمونه ۳-۲۶، باری که در نقطه P شکل ۴-۲۶ قرار بگیرد در حال تعادل است زیرا هیچ نیرویی بر آن وارد نمی شود. آیا این تعادل برای جابه جایی (الف) در امتداد خط واصل دو بار و (ب) در امتداد خط عمود بر خط واصل، تعادل پایدار است؟

۱۴. در شکل ۱۲-۲۶ نیروی وارد بر بار پایینی به طرف بالا و مقدار آن معین و محدود است. اما، تراکم خطوط میدان، حاکی از آن است که میدان E در محل این بار (نقطه ای) بینهایت بزرگ است. به باری که در یک میدان بینهایت بزرگ غوطه ور است باید نیروی بسیار بزرگی وارد شود. چاره گریز از این گرفتاری چیست؟

۱۵. بار نقطه ای q به جرم m را از حالت سکون در یک میدان نایکناخت رها می کنیم. (الف) آیا این ذره الزاماً در امتداد خط میدان الکتریکی حرکت می کند که از نقطه رها شدن آن می گذرد؟ (ب) در چه شرایطی، در صورت وجود، ذره باردار، خطوط میدان الکتریکی را دنبال می کند؟

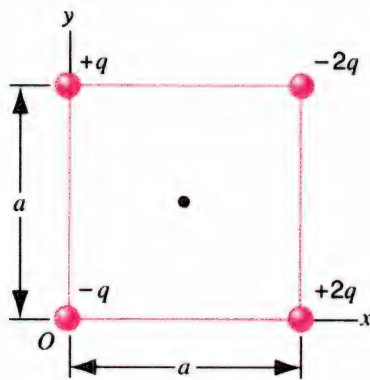
۱۶. دو بار مثبت و منفی با اندازه مساوی روی یک خط مستقیم طویل قرار گرفته اند. جهت میدان \vec{E} برای نقاطی که روی این خط قرار گرفته اند در حالت های (الف) بین دو بار (ب) خارج دو بار و در طرف بار مثبت و (ج) خارج دو بار و در طرف بار منفی کدام است؟

1. "Demonstration of the Electric Fields of Current-Carrying-Conductors," by O. Jefimenko, *American Journal of physics*, January 1962, p. 19.

۶. گشتاور دوقطبی حاصل از یک الکترون و یک پروتون را که در فاصله ۴۳۰ nm از هم قرار گرفته‌اند محاسبه کنید.

۷. بزرگی میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی را که گشتاور دوقطبی آن $۱۰^{-۲۹} \text{ C} \cdot \text{m}$ است در نقطه‌ای به فاصله ۲۵۴ nm در امتداد عمود منصف آن محاسبه کنید.

۸. میدان الکتریکی را در مرکز مربع شکل ۲۶-۲۶ معین کنید. فرض کنید که $q = ۱۱۸ \text{ nC}$ و $a = ۵۲ \text{ cm}$ است.



شکل ۲۶-۲۶ تمرین ۸.

۹. در صفحه یک ساعت بارهای منفی $-q$ ، $-۲q$ ، $-۳q$ ، ...، $-۱۲q$ در محل ارقام متناظر قرار گرفته‌اند. عقربه‌های ساعت میدان را مختل نمی‌کنند. در چه زمانی عقربه ساعت شمار در جهت میدان الکتریکی در مرکز صفحه ساعت قرار می‌گیرد؟ (راهنمایی: بارهایی را که در دو سرب یک قطر قرار دارند با هم در نظر بگیرید.)

۱۰. در شکل ۵-۲۶ فرض کنید که هر دو بار مثبت‌اند. نشان دهید که بزرگی میدان E در نقطه P آن شکل، با فرض $x \gg d$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{x^2}$$

۱۱. نوعی چهارقطبی الکتریکی تشکیل شده است از چهار بار که در چهار رأس مربعی به ضلع $۲a$ قرار گرفته‌اند. نقطه P در فاصله x از مرکز چهارقطبی روی خطی موازی با دو ضلع مربع، مطابق شکل ۲۶-۲۷، واقع شده است. نشان دهید که برای $x \gg a$ ، میدان الکتریکی در نقطه P به طور تقریبی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = \frac{3(2qa^2)}{2\pi\epsilon_0 x^3}$$

(راهنمایی: چهارقطبی را به صورت دو دوقطبی در نظر بگیرید.)

۲۸. یک دوقطبی الکتریکی را در یک میدان الکتریکی نایک‌ناخت قرار داده‌ایم. آیا هیچ نیروی خالصی بر آن وارد می‌شود؟

۲۹. یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی خارجی یکنواخت، مطابق شکل ۱۹-۲۶ (الف)، در حالت سکون قرار دارد. سپس این دوقطبی رها می‌شود. حرکت آن را مورد بحث و بررسی قرار دهید.

۳۰. گشتاور دوقطبی \vec{p} یک دوقطبی الکتریکی با یک میدان الکتریکی خارجی یکنواخت \vec{E} هم جهت است. (الف) آیا این حالت یک تعادل پایدار است؟ (ب) در مورد سرشت تعادل وقتی که \vec{p} و \vec{E} در خلاف جهت یکدیگر قرار دارند بحث کنید.

۳۱. اتم معمولاً از نظر الکتریکی خنثی است. در این صورت چرا باید ذره آلفا تحت هر شرایطی توسط اتم منحرف شود؟

تمرینها

۱-۲۶ میدان چیست؟

۲-۲۶ میدان الکتریکی

۱. یک میدان الکتریکی به الکترونی شتاب $۱۰^۹ \text{ m/s}^2$ و ۱۸۴ به طرف شرق می‌دهد. اندازه و جهت میدان الکتریکی را معین کنید.

۲. هوای مرطوب در یک میدان الکتریکی $۱۰^۶ \text{ N/C}$ و ۳۰° دچار فروریزش می‌شود (مولکولهای آن یونیده می‌شوند). بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر (الف) یک الکترون و (ب) یک یون (که تنها یک الکترون از دست داده است) در این میدان چقدر است؟

۳. ذره آلفا، هسته اتم هلیوم، دارای جرم $۶۶۴ \times ۱۰^{-۲۷} \text{ kg}$ و بار الکتریکی $+۲e$ است. بزرگی و جهت میدان الکتریکی که وزن آن را متوازن می‌کند چقدر است؟

۴. در یک میدان الکتریکی یکنواخت در حوالی سطح زمین، به ذره‌ای که دارای بار $۲۰ \times ۱۰^{-۹} \text{ C}$ است نیروی الکتریکی پایین سویی به اندازه $۳۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ N}$ وارد می‌آید. (الف) اندازه میدان الکتریکی را معین کنید. (ب) بزرگی و جهت نیروی الکتریکی وارد بر یک پروتون که در این میدان قرار گرفته است کدام است؟ (ج) نیروی گرانشی وارد بر پروتون چقدر است؟ (د) در این مورد نسبت نیروی الکتریکی به نیروی گرانشی چقدر است؟

۳-۲۶ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای

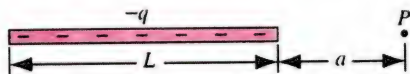
۵. بزرگی یک بار نقطه‌ای که در فاصله ۷۵ cm از خود یک میدان الکتریکی با شدت ۲۳۰ N/C ایجاد می‌کند، چقدر است؟

۱۷. مقادیر اندازه‌گیری شده برای میدان الکتریکی E در فاصله z روی محور یک قرص پلاستیکی باردار به قرار زیر است:
(الف) شعاع قرص و (ب) بار روی آن را محاسبه کنید.



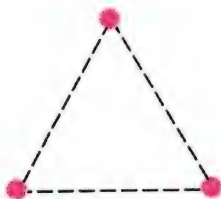
شکل ۲۶-۲۸ تمرین ۱۶.

۱۸. یک میله عایق به طول L دارای بار الکتریکی $-q$ است که مطابق شکل ۲۶-۲۹ به‌طور یکنواخت در تمام طول آن توزیع شده است. (الف) چگالی خطی بار میله چقدر است؟ (ب) میدان الکتریکی را در نقطه P ، که به فاصله a از انتهای میله قرار دارد، به دست آورید. (ج) اگر P در مقایسه با طول L از میله بسیار دور باشد، میله مانند یک بار نقطه‌ای به نظر می‌رسد. نشان دهید که به‌ازای $a \gg L$ ، جواب قسمت (ب) به میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای تبدیل می‌شود.



شکل ۲۶-۲۹ تمرین ۱۸.

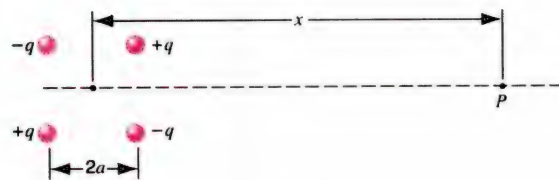
۱۹. خطوط میدان وابسته به سه خط طویل موازی بار را به صورت کیفی در صفحه عمود بر آنها را رسم کنید. فرض کنید که محل تلاقی خطوط بار با این صفحه یک مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل می‌دهد (شکل ۲۶-۳۰) و چگالی خطی بار λ برای هر کدام از سه خط بار یکسان است.



شکل ۲۶-۳۰ تمرین ۱۹.

۵-۲۶ خطوط میدان الکتریکی

۲۰. شکل ۲۶-۳۱ خطوط میدان یک میدان الکتریکی را نشان می‌دهد؛ فاصله بین خطوط در صفحه عمود بر صفحه کاغذ همه جا



شکل ۲۶-۲۷ تمرین ۱۱.

۴-۲۶ میدان الکتریکی توزیع پیوسته بار

۱۲. نشان دهید که معادله (۲۶-۱۹)، برای میدان الکتریکی یک قرص باردار برای نقاط روی محور آن، به‌ازای $R \gg z$ به میدان مربوط به یک بار نقطه‌ای تبدیل می‌شود.

۱۳. در چه فاصله‌ای روی محور یک قرص باردار به شعاع R شدت میدان الکتریکی برابر با نصف مقدار میدان در مرکز قرص و روی سطح آن است؟

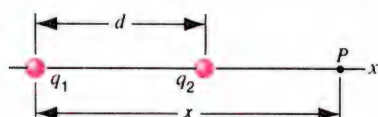
۱۴. در چه فاصله‌ای روی محور یک حلقه باردار به شعاع R شدت میدان الکتریکی محوری بیشینه است؟

۱۵. (الف) مقدار کل بار q یک قرص باردار به شعاع 2.5 cm باید چقدر باشد تا میدان الکتریکی آن روی سطح و در مرکز قرص برابر با مقداری شود که در آن، هوا از لحاظ الکتریکی فرو می‌ریزد و جرقه ایجاد می‌کند؟ جدول ۲۶-۱ را ببینید. (ب) فرض کنید که هر اتم در سطح قرص دارای سطح مقطع مؤثر 15 nm^2 باشد. در سطح قرص چند اتم وجود دارد؟ (ج) بار محاسبه‌شده در قسمت (الف) ناشی از آن است که اتمهای سطح قرص یک الکترون اضافی دارند. چه کسری از اتمهای سطحی باید این‌گونه باردار شده باشند؟

$E(10^4\text{ N/C})$	$z(\text{cm})$
۲۰۴۳	۰
۱۷۳۲	۱
۱۴۴۲	۲
۱۱۸۷	۳
۰۹۷۲	۴
۰۷۹۷	۵

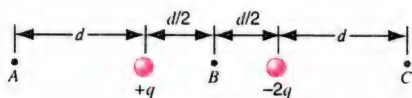
۱۶. یک میله شیشه‌ای نازک به شکل نیم‌دایره‌ای به شعاع r خم شده است. بار $+q$ به‌طور یکنواخت روی نیمه بالایی و بار $-q$ به‌طور یکنواخت روی نیمه پایینی این نیم‌دایره توزیع شده است (شکل ۲۶-۲۸). میدان الکتریکی E را در مرکز نیم‌دایره، نقطه P ، معین کنید.

گرفته‌اند (شکل ۲۶-۳۴). با فرض اینکه بار سمت چپ در $x = 0$ قرار گرفته باشد، میدان $E_x(x)$ را رسم کنید. مقادیر مثبت و منفی x را در این محاسبات در نظر بگیرید. اگر جهت \vec{E} به سمت راست بود E_x را مثبت و اگر جهت \vec{E} به سمت چپ بود آن را منفی ترسیم کنید. فرض کنید که $q_1 = +1 \times 10^{-6} \text{ C}$ ، $q_2 = +3 \times 10^{-6} \text{ C}$ و $d = 10 \text{ cm}$ باشد.



شکل ۲۶-۳۴ تمرین ۲۵.

۲۶. بارهای $+q$ و $-2q$ ، مطابق شکل ۲۶-۳۵، در فاصله ثابت d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. (الف) میدان \vec{E} را در نقاط A ، B ، و C مشخص کنید. (ب) خطوط میدان الکتریکی را به طور تقریبی رسم کنید.



شکل ۲۶-۳۵ تمرین ۲۶.

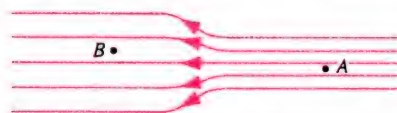
۲۶-۶ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

۲۷. الکترونی با سرعت $4.86 \times 10^6 \text{ m/s}$ به موازات یک میدان الکتریکی به شدت 10^3 N/C که برای کند کردن حرکت آن تنظیم شده است شلیک می‌شود. (الف) الکترون قبل از اینکه (به طور لحظه‌ای) متوقف شود چه مسافتی را طی می‌کند و (ب) این حرکت چقدر طول می‌کشد؟ (ج) اگر میدان الکتریکی پس از مسافت 7.88 mm ناگهان قطع شود، الکترون در پیمودن این مسافت چه کسری از انرژی جنبشی اولیه خودش را از دست می‌دهد؟

۲۸. یک سلاح تدافعی به عنوان ضد موشک می‌تواند از باریکه‌ای از ذرات استفاده کند. مثلاً، برخورد باریکه پروتون به یک موشک دشمن می‌تواند آن را بی‌خطر کند. این باریکه‌ها را می‌توان در "تفنگهایی" تولید کرد که با بهره‌گیری از میدانهای الکتریکی، ذرات باردار را شتاب می‌دهند. (الف) اگر میدان الکتریکی برابر 10^4 N/C باشد 2.16×10^4 باشد پروتون چه شتابی پیدا می‌کند؟ (ب) اگر میدان در فاصله 22 cm روی پروتون اثر کند پروتون به چه سرعتی می‌رسد؟

۲۹. دو بار مساوی و با علامتهای مخالف با اندازه 10^{-7} C 1.88×10^{-7} در فاصله 15.2 cm از هم قرار گرفته‌اند. (الف) مقدار و جهت میدان

یکسان است. (الف) اگر شدت میدان در نقطه A برابر با 40 N/C باشد، نیروی وارد بر یک الکترون در آن نقطه چقدر است؟ (ب) شدت میدان در نقطه B چقدر است؟

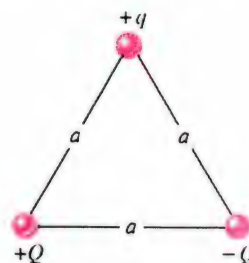


شکل ۲۶-۳۱ تمرین ۲۰.

۲۱. خطوط میدان مربوط به یک قرص دایره‌ای نازک به شعاع R که به طور یکنواخت باردار شده است به طور کیفی رسم کنید. (راهنمایی: حالت‌های حدی برای نقطه‌هایی را در نظر بگیرید که به قرص بسیار نزدیک و در آنجا میدان الکتریکی عمود بر سطح است و نقاطی که از قرص بسیار دور هستند و میدان الکتریکی مانند میدان الکتریکی مربوط به یک بار نقطه‌ای است.)

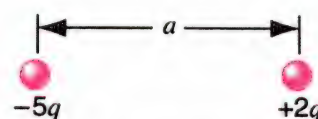
۲۲. به طور کیفی خطوط میدان مربوط به دو بار نقطه‌ای جدا از هم $+q$ و $-2q$ را رسم کنید.

۲۳. سه بار مطابق شکل ۲۶-۳۲ در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار گرفته‌اند. خطوط میدان ناشی از بارهای $+Q$ و $-Q$ را در نظر بگیرید و از آنجا جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را به واسطه حضور دو بار دیگر معین کنید. (راهنمایی: نگاه کنید به شکل ۲۶-۱۲.)



شکل ۲۶-۳۲ تمرین ۲۳.

۲۴. (الف) در شکل ۲۶-۳۳، نقطه (یا نقاطی) را مشخص کنید که در آنجا میدان الکتریکی صفر است. (ب) خطوط میدان را به طور کیفی ترسیم کنید.



شکل ۲۶-۳۳ تمرین ۲۴.

۲۵. دو بار نقطه‌ای روی محور x در فاصله ثابت d از یکدیگر قرار

۱۱۰۰ N/C قرار دارد. (الف) اندازه گشتاور دوقطبی الکتریکی چقدر است؟ (ب) اختلاف انرژی پتانسیل مربوط به سمتگیریهای موازی و پادموازی دوقطبی با میدان چیست؟

۳۷. یک دوقطبی الکتریکی متشکل از بارهای $+2e$ و $-2e$ است که در فاصله 78 nm از یکدیگر واقعاند. این دوقطبی در میدانی به شدت 10^6 N/C قرار دارد. اندازه گشتاور نیروی وارد بر دوقطبی را وقتی که گشتاور دوقطبی (الف) موازی با، (ب) عمود بر و (ج) پادموازی با میدان الکتریکی است محاسبه کنید.

۳۸. بار $q = 3.16 \mu\text{C}$ در فاصله 28.5 cm از یک دوقطبی کوچک روی عمود منصف آن قرار دارد. نیروی وارد بر این بار الکتریکی 10^{-16} N است. روی یک نمودار (الف) جهت نیروی وارد بر بار و (ب) جهت نیروی وارد بر دوقطبی را نشان دهید. (ج) مقدار نیروی وارد بر دوقطبی و (د) گشتاور دوقطبی این دوقطبی را تعیین کنید.

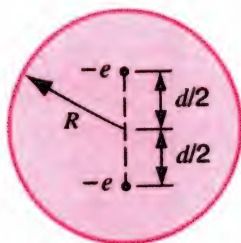
۸-۲۶ مدل هسته‌ای اتم

۳۹. ارنست رادرفورد در سال ۱۹۱۱ در مقاله‌ای، چنین گفت: به‌منظور دستیابی به تصویری از نیروهای لازم برای انحراف ذرات آلفا در زاویه‌های بزرگ، اتم را به‌صورت یک بار مثبت نقطه‌ای Ze در مرکز در نظر بگیرید که با یک توزیع یکنواخت بار منفی $-Ze$ در سرتاسر کره‌ای به شعاع R ، احاطه شده است. میدان الکتریکی E در فاصله r از مرکز کره، برای نقاط داخلی اتم عبارت است از

$$E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right)$$

درستی این معادله را تحقیق کنید.

۴۰. شکل ۳۶-۲۶ اتم هلیم ($Z = 2$) را براساس مدل اتمی تامسون نشان می‌دهد. دو الکترون ساکن، در یک توزیع بار کروی یکنواخت مثبت به مقدار $2e$ قرار گرفته‌اند. فاصله d بین دو الکترون را طوری تعیین کنید که این پیکربندی در حالت تعادل ایستایی باشد.



شکل ۳۶-۲۶ تمرین ۴۰.

\vec{E} در نقطه وسط دو بار چقدر است؟ (ب) به الکترونی که در آنجا قرار گرفته چه نیرویی (اندازه و جهت) وارد می‌شود؟

۳۰. میدان الکتریکی یکنواختی در ناحیه بین دو صفحه باردار با علامت مخالف وجود دارد. الکترونی که از حالت سکون از سطح صفحه باردار منفی رها می‌شود، پس از طی مسافت 1.95 cm و پس از زمان 147 ns به صفحه مقابل برخورد می‌کند. (الف) سرعت الکترون در زمان برخورد با صفحه دوم چقدر است؟ (ب) بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟

۳۱. در آزمایش میلیکان، قطره‌ای به شعاع $1.64 \mu\text{m}$ و چگالی 851 g/cm^3 ، با اعمال میدانی به شدت 10^5 N/C به 1.92 به حال تعادل در می‌آید. بار قطره را برحسب e به دست آورید.

۳۲. دو بار نقطه‌ای به مقدار $q_1 = 2.16 \mu\text{C}$ و $q_2 = 853 \text{ nC}$ در فاصله 11.7 cm از هم قرار گرفته‌اند. (الف) اندازه میدان الکتریکی هر یک از این دو بار را در محل بار دیگر تعیین کنید. (ب) نیرویی را که به هر کدام از این دو بار وارد می‌شود محاسبه کنید.

۳۳. میلیکان در یکی از آزمایشهای اولیه (در سال ۱۹۱۱)، مشاهده کرد که، علاوه بر بارهای دیگر، بارهای اندازه‌گیری شده زیر در موارد مختلف روی یک تک‌قطره پدیدار می‌شوند:

$$\begin{aligned} & 19.71 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 13.13 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 6.563 \times 10^{-19} \text{ C} \\ & 22.89 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 16.48 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 8.204 \times 10^{-19} \text{ C} \\ & 26.13 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 18.08 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 11.50 \times 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

از این داده‌ها چه مقداری برای کوانتوم بار الکتریکی e می‌توان استخراج کرد؟

۳۴. میدان یکنواخت قائم \vec{E} در فاصله بین دو صفحه موازی بزرگ برقرار است. یک کره کوچک رسانا به جرم m از ریسمانی به طول L در این میدان آویخته شده است. دوره تناوب این آونگ را وقتی که به کره، بار $+q$ داده شده است و صفحه پایینی حامل بار (الف) مثبت و (ب) منفی است تعیین کنید.

۳۵. در مسئله نمونه ۲۶-۶، انحراف کل قطره جوهر را هنگام برخورد با کاغذ که در فاصله 6.8 mm از انتهای صفحات منحرف‌کننده قرار دارد معین کنید؛ نگاه کنید به شکل ۱۶-۲۶.

۷-۲۶ دوقطبی در میدان الکتریکی

۳۶. یک دوقطبی الکتریکی، متشکل از بارهایی به اندازه 1.48 nC و به فاصله $23 \mu\text{m}$ از هم، در یک میدان الکتریکی به شدت

مسئله‌ها

۱. در شکل ۵-۲۶، نقطه‌ای را به فاصله z از مرکز یک دوقطبی و در امتداد محور آن در نظر بگیرید. (الف) نشان دهید، که برای مقادیر بزرگ z ، میدان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

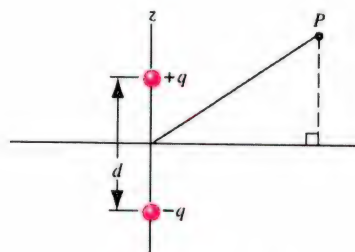
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

(این مقدار را با میدان مربوط به یک نقطه روی صفحه عمود منصف مقایسه کنید.) (ب) جهت \vec{E} کدام است؟

۲. نشان دهید که مؤلفه‌های \vec{E} ناشی از یک دوقطبی، در نقاط دوردست، با رابطه‌های زیر مشخص می‌شود:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3pxz}{(x^2 + z^2)^{5/2}}, \quad E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p(2z^2 - x^2)}{(x^2 + z^2)^{5/2}}$$

که در اینجا x و z مختصات نقطه P در شکل ۳۷-۲۶ است. نشان دهید که این نتیجه کلی شامل نتایج خاص معادله (۱۲-۲۶) و مسئله ۱ نیز می‌شود.



شکل ۳۷-۲۶ مسئله ۲.

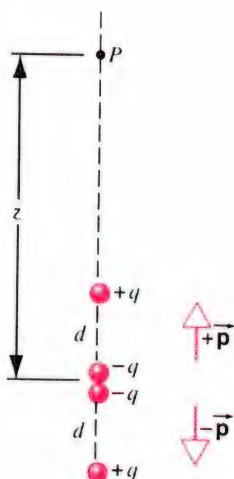
۳. حلقه باردار بخش ۴-۲۶ را در نظر بگیرید. فرض کنید که بار q به صورت یکنواخت روی حلقه توزیع نشده باشد، بلکه بار q_1 روی یک نصف محیط حلقه و بار q_2 روی نصف دیگر محیط حلقه به صورت یکنواخت توزیع شده باشد. فرض کنید $q_1 + q_2 = q$. (الف) مؤلفه میدان الکتریکی را در هر نقطه‌ای از محور حلقه و در امتداد محور به دست آورید و آن را با حالت توزیع یکنواخت مقایسه کنید. (ب) مؤلفه میدان الکتریکی را در هر نقطه‌ای از محور حلقه و عمود بر محور معین کنید و آن را با حالت توزیع یکنواخت مقایسه کنید.

۴. شکل ۳۸-۲۶ نوعی چهارقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. این چهارقطبی متشکل از دو دوقطبی است که آثار آنها در نقاط خارجی کاملاً یکدیگر را خنثی نمی‌کنند. نشان دهید که مقدار E روی محور چهارقطبی برای نقاطی که در فاصله z از مرکز چهارقطبی قرار گرفته‌اند

(با فرض $d \gg z$) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^3}$$

که در رابطه بالا Q (مساوی با $q d^2$) را گشتاور چهارقطبی توزیع بار می‌خوانیم.



شکل ۳۸-۲۶ مسئله ۴.

۵. توزیعی از بارهای نقطه‌ای را در امتداد محور x در نظر بگیرید به طوری که، در فاصله‌های بسیار دور از این بارها، میدان الکتریکی E به صورت $1/r^6$ کاهش پیدا کند.

۶. یک میله عایق "نیم نامتناهی" (شکل ۳۹-۲۶) حامل بار ثابت λ به ازای واحد طول است. نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطه P با امتداد میله زاویه 45° می‌سازد و این نتیجه مستقل از فاصله R است.



شکل ۳۹-۲۶ مسئله ۶.

۷. یک میله باریک نارسانا به طول محدود L حامل چگالی بار خطی یکنواخت $+\lambda$ در نیمه بالایی و چگالی بار خطی یکنواخت $-\lambda$ در نیمه پایینی است؛ به شکل ۶-۲۶ توجه کنید. (الف) با استفاده از یک استدلال مبتنی بر تقارن، جهت میدان الکتریکی ناشی از میله را در نقطه P معین کنید. (ب) میدان \vec{E} را در نقطه P مشخص کنید. (ج) حد این عبارت را برای λ های بزرگ به دست آورید. وابستگی

۱۲. الکترونی مقید به حرکت در امتداد محور حلقه بار مورد بحث در بخش ۲۶-۴ است. نشان دهید که این الکترون می‌تواند با گذر از مرکز حلقه، نوسانهای کوچکی با بسامد زیر انجام دهد

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 mR^3}}$$

۱۳. کار لازم برای سروت کردن یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} را برحسب گشتاور دوقطبی \vec{p} و زاویه اولیه θ بین \vec{p} و \vec{E} تعیین کنید.

۱۴. بسامد نوسان یک دوقطبی الکتریکی، با گشتاور p و لختی دورانی I ، را برای نوسانهای کم دامنه حول وضعیت تعادل در یک میدان الکتریکی یکنواخت E معین کنید.

۱۵. دو بار نقطه‌ای مثبت و مساوی $+q$ را در نظر بگیرید که در موقعیتهای $z = +a/2$ و $z = -a/2$ قرار گرفته‌اند. (الف) عبارتی را برای dE_z/dz در نقاط روی محور z به دست آورید، و این عبارت را در حالت حدی $a/2 \ll z$ محاسبه کنید. (ب) نشان دهید که نیروی وارد بر یک دوقطبی کوچک که در این مکان قرار گرفته و محور آن در امتداد خط واسط بین دو بار است، از رابطه $F = p(dE_z/dz)$ مقدار به دست می‌آید، که در اینجا p گشتاور دوقطبی و dE_z/dz مقدار حدی مشخص شده در قسمت (الف) است.

مسئله‌های کامپیوتری

۱. حلقه‌ای به شعاع $r = 1.0 \text{ m}$ در اختیار داریم که حامل چگالی بار نایکناختی است که با عبارت $\lambda = (2.0 \mu\text{C/m})(2 + \sin \theta)$ مشخص شده است. به صورت عددی مختصات نقطه‌ای را بیابید که در آن میدان الکتریکی صفر می‌شود.

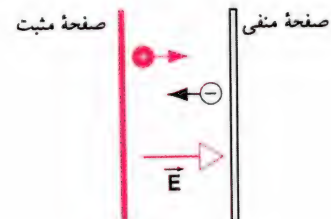
۲. چگالی بار روی میله‌ای به طول L که در امتداد محور x قرار گرفته، به طوری که وسط آن بر مبدأ مختصات منطبق است با عبارت گرفته $\lambda = (1.0 \mu\text{C/m}) \sin^2(\pi x/L)$ داده شده است. به صورت عددی نموداری ایجاد کنید که خطوط میدان الکتریکی را در صفحه xy به دست دهد.

۳. دوزره در نظر بگیرید که بر یکدیگر نیروی الکتریکی وارد می‌کنند. هر کدام از این دوزره در پاسخ به میدان الکتریکی ناشی از ذره دیگر شتاب می‌گیرد و با تغییر مکان آنها، نیروهایی که بر یکدیگر وارد می‌کنند نیز تغییر می‌کند. این دو ذره یکسان، که بار هر کدام $q = +1.9 \times 10^{-9} \text{ C}$ و جرم هر یک $m = 6.1 \times 10^{-15} \text{ kg}$ است، با سرعت یکسان $1.0^4 \times 10^4 \text{ m/s}$ در جهت مثبت x شروع به حرکت می‌کنند. یکی از

این عبارت به y چگونه است؟ این عبارت چه چیزی را به یاد شما می‌آورد؟

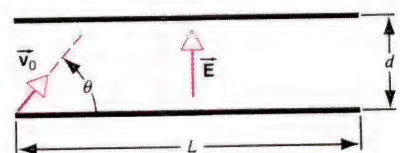
۸. یک فنجان نارسانا به شکل نیم‌کره‌ای به شعاع R دارای بار کل q است که به طور یکنواخت روی سطح داخلی آن توزیع شده است. میدان الکتریکی را در مرکز انحنا آن معین کنید. (راهنمایی: فنجان را به صورت تعداد زیادی حلقه در نظر بگیرید.)

۹. فرض کنید که نمای موجود در فرمول قانون کولن ۲ نیست بلکه n است. نشان دهید که برای $n \neq 2$ نمی‌توان خطوطی رسم کرد که خواص مندرج در بخش ۲۶-۵ برای خطوط میدان الکتریکی را داشته باشند. برای سادگی، مورد مربوط به بار نقطه‌ای منزوی را بررسی کنید. ۱۰. دو صفحه مسی بزرگ موازی در فاصله 5.0 cm از هم قرار گرفته‌اند و همان‌طور که شکل ۲۶-۴۰ نشان می‌دهد، بین آنها میدان الکتریکی یکنواختی وجود دارد. یک الکترون از صفحه منفی و همزمان با آن یک پروتون از صفحه مثبت رها می‌شوند. نیرویی را که ذرات برهم وارد می‌کنند نادیده بگیرید و فاصله آنها را از صفحه مثبت هنگام عبور از کنار هم تعیین کنید. آیا اینکه برای حل این مسئله نیاز به دانستن میدان الکتریکی ندارید شما را متعجب نمی‌کند؟



شکل ۲۶-۴۰ مسئله ۱۰.

۱۱. الکترونی مطابق شکل ۲۶-۴۱ با سرعت $v_0 = 5.83 \times 10^6 \text{ m/s}$ و با زاویه $\theta = 39^\circ$ به داخل میدان $E = 1870 \text{ N/C}$ (میدان بالاسو) پرتاب شده است. می‌دانیم که $d = 1.97 \text{ cm}$ و $L = 6.20 \text{ cm}$ است. آیا این الکترون به هیچ‌کدام از دو صفحه برخورد می‌کند؟ در صورت برخورد الکترون با صفحات، این برخورد با کدام صفحه و در چه فاصله‌ای از لبه سمت چپ صورت می‌گیرد؟



شکل ۲۶-۴۱ مسئله ۱۱.

چون وضعیت متقارن است، کافی است که مکان و سرعت یکی از این دو ذره باردار را محاسبه کنید. با بهره‌گیری از تقارن مسئله، مکان و سرعت ذره دیگر را در آغاز هر بازه انتگرال‌گیری معین کنید. برای بازه انتگرال‌گیری از $\Delta t = 1 \times 10^{-8} \text{ s}$ استفاده کنید. (ب) اکنون فرض کنید که بار یکی از این دو ذره برابر $q = -1.9 \times 10^{-9} \text{ C}$ ، ولی بقیه شرایط مانند قسمت (الف) باشد. در این حالت مسیر ذرات را در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 5.0 \times 10^{-7} \text{ s}$ رسم کنید.

این دو ذره در آغاز حرکت در نقطه $x = 0$ ، $y = 6.7 \times 10^{-3} \text{ m}$ و ذره دیگر در نقطه $x = 0$ ، $y = -6.7 \times 10^{-3} \text{ m}$ قرار گرفته است. این دو ذره در صفحه xy قرار دارند و به حرکت خودشان در صفحه ادامه می‌دهند. فقط نیروهای الکتریکی را که این دو ذره به هم وارد می‌کنند در نظر بگیرید. (الف) از یک برنامه کامپیوتری به منظور ترسیم مسیر حرکت این دو ذره از لحظه $t = 0$ تا $t = 1.0 \times 10^{-6} \text{ s}$ استفاده کنید.

قانون گاوس

همواره می‌توان از قانون کولن برای محاسبه میدان الکتریکی \vec{E} مربوط به هر توزیع گسسته یا پیوسته‌ای از بارهای در حال سکون استفاده کرد. جمع‌بندی یا انتگرال‌گیری ممکن است پیچیده و دشوار باشد (و احتمال دارد که برای انجام محاسبات عددی آنها به یک کامپیوتر نیاز باشد)، ولی همواره می‌توان میدان الکتریکی برابند را محاسبه کرد. در فصل قبل با بهره‌گیری از استدلالهای ساده‌کننده مسئله، مبتنی بر تقارن وضعیت فیزیکی، مواردی را بررسی کردیم. به عنوان مثال، برای محاسبه میدان الکتریکی در یک نقطه روی محور یک حلقه باردار دایره‌ای، با استفاده از بحثهای تقارن نتیجه گرفتیم که مؤلفه‌های \vec{E} عمود بر محور حلقه باید صفر شوند. در این فصل جایگزینی را برای قانون کولن، به نام قانون گاوس، مطالعه می‌کنیم، که برای وضعیت با تقارنهای خاص، رهیافت مفید و آموزنده‌تری برای محاسبه میدان الکتریکی است.

تعداد حالتی که می‌توان با استفاده از قانون گاوس مستقیماً تحلیل کرد کم است، اما آنها را می‌توان با سهولتی باورنکردنی انجام داد. گرچه در مواردی که هر دو قانون گاوس و قانون کولن را می‌توان به کار برد نتیجه‌های کاملاً یکسانی به دست می‌آید، قانون گاوس، معادله بنیادینتری از قانون کولن است. می‌توان گفت در حالی که قانون کولن اسب بارکش الکتروستاتیک است، قانون گاوس بینش لازم را فراهم می‌آورد.

۲۷-۱ قانون گاوس درباره چیست؟

تا به اینجا، هر آنچه که در الکتروستاتیک انجام داده‌ایم بر قانون کولن، معادله (۲۵-۴)، پایه‌گذاری شده است، که نیروی الکتریکی بین بارهای نقطه‌ای را به دست می‌دهد. با شروع از قانون کولن، که اساساً یک نمایش ریاضی از مشاهدات تجربی است، میدان الکتریکی مربوط به یک بار نقطه‌ای q را تعریف کردیم، به طوری که $\vec{E} \equiv \vec{F}/q$ ، که در اینجا \vec{F} نیروی وارد بر بار q از طرف بار q است. با تعمیم این موضوع به توزیع بارهایی که می‌توان آنها را به صورت مجموعه‌هایی از تعداد بسیار زیادی بارهای نقطه‌ای بسیار کوچک در نظر گرفت،

توانستیم میدان الکتریکی مربوط به چندین توزیع بار متفاوت، مانند توزیع خطی یا قرص را معین کنیم.

قانون گاوس روش دیگری را برای محاسبه میدانهای الکتریکی فراهم می‌آورد، این قانون برای بارهای نقطه‌ای هم‌ارز قانون کولن است، یعنی هر آنچه را که تاکنون با بهره‌گیری از قانون کولن انجام داده‌ایم می‌توانیم با شروع و استفاده از قانون گاوس انجام دهیم.

اگر قانون کولن برای محاسبه میدانهای الکتریکی مربوط به هر توزیع بار ساکنی کافی است، چه نیازی به قانون گاوس داریم؟ یک پاسخ به این پرسش آن است که قانون گاوس در مواردی که تقارن

صفحه‌اش عمود بر جهت جریان است. شار Φ میدان سرعت را چنان تعریف می‌کنیم که مقدارش از عبارت زیر به دست می‌آید:

$$|\Phi| = vA \quad (۱-۲۷)$$

که در اینجا v بزرگی سرعت در محل حلقه است. در اینجا شار دارای یکای m^3/s است و می‌توان آن را نشان‌دهندهٔ آهنگ عبور شار از حلقه در نظر گرفت؛ ولی، در مفهوم میدان (و به خاطر معرفی قانون گاوس) مناسبتر است که شار را به صورت معیاری از تعداد خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند مورد توجه قرار داد.

در شکل ۱-۲۷ (ب) حلقه را چرخانده‌ایم به طوری که سطح آن دیگر بر جهت سرعت عمود نیست. توجه کنید که تعداد خطهای میدان سرعت که از حلقه می‌گذرد در شکل ۱-۲۷ (ب) کمتر از ۱-۲۷ (الف) است. مساحت تصویر حلقه در امتداد عمود بر جهت جریان $A \cos \theta$ است، و با بررسی شکل ۱-۲۷ (ب) باید خود را متقاعد کنید که تعداد خطهای میدانی که از این حلقه می‌آید به مساحت A می‌گذرد برابر همان تعداد خطهای میدانی است که از حلقهٔ کوچکتر با مساحت $A \cos \theta$ و عمود بر جهت جریان می‌گذرد. به این ترتیب اندازهٔ شار در وضعیت شکل ۱-۲۷ (ب) برابر است با

$$|\Phi| = vA \cos \theta \quad (۲-۲۷)$$

اگر حلقه را بچرخانیم تا سرعت شار مطابق شکل ۱-۲۷ (ج) موازی با سطح آن شود، شار عبوری از حلقه صفر خواهد شد، که متناظر با $\theta = 90^\circ$ در معادلهٔ (۲-۲۷) است. توجه داشته باشید که در این مورد هیچ خط میدانی از حلقه نمی‌گذرد.

همان‌طور که خواهیم دید، قانون گاوس دربارهٔ شار خالصی است که از یک سطح بسته می‌گذرد. بنابراین باید بین شار مثبت و منفی که به یک سطح نفوذ می‌کند فرق بگذاریم. طرف راست معادلهٔ (۲-۲۷) را می‌توان برحسب حاصلضرب داخلی بردار \vec{v} در بردار \vec{A} ، که اندازهٔ آن برابر مساحت سطح و جهت آن عمود بر سطح است، در نظر گرفت (شکل ۱-۲۷ (د)). ولی، چون عمود بر یک سطح می‌تواند در جهت نشان داده‌شده در شکل ۱-۲۷ (د) یا در جهت عکس آن باشد، باید راهی برای مشخص کردن جهت داشته باشیم؛ در غیر این صورت علامت Φ به روشنی مشخص نمی‌شود. بنابر قرارداد، جهت \vec{A} را همان جهت عمود بر سطح و به طرف خارج از یک سطح بسته اختیار می‌کنیم. بنابراین شار خروجی از سطح یک حجم محصور را مثبت و شار ورودی به آن را منفی در نظر می‌گیریم. با این گزینش،

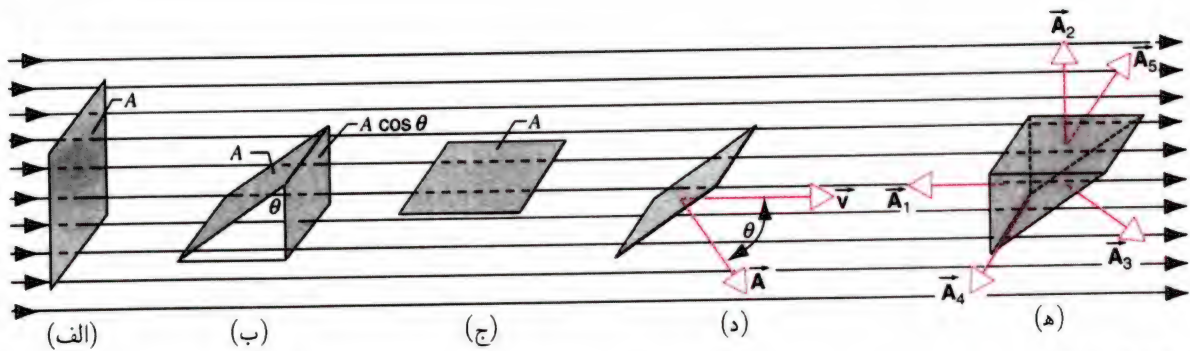
مرتبهٔ بالایی در مسئله وجود دارد، مانند توزیع کروی بار، روش بسیار ساده‌تری را برای محاسبهٔ میدان الکتریکی ارائه می‌دهد. پاسخ دیگر آن است که با نوشتن قانون گاوس به جای قانون کولن به عنوان یک قانون بنیادی الکتروستاتیک می‌توانیم دستگاه معادلاتی را برای پدیده‌های الکترومغناطیس ایجاد کنیم که ارتباط بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را با شفافیت بیشتری به نمایش می‌گذارند. پاسخ سوم این کار آن است که قانون گاوس برای بارهای سریعاً متحرک معتبر است، ولی قانون کولن را فقط می‌توان در مورد بارهای ساکن یا بارهایی که به آرامی حرکت می‌کنند به کار برد. سرانجام، همان‌طور که در قسمتهای بعدی همین فصل نشان خواهیم داد، قانون کولن را می‌توان به عنوان حالت خاصی از قانون گاوس به دست آورد، و از آن رو قانون گاوس خیلی کلیتر از قانون کولن است. به خاطر همین دلایل، قانون گاوس را خیلی بنیادتر از قانون کولن می‌پنداریم و آن را یکی از چهار معادلهٔ اساسی الکترومغناطیس منظور می‌کنیم (معادله‌های ماکسول، که آنها را در فصل ۳۸ بررسی خواهیم کرد).

قبل از معرفی قانون گاوس، ابتدا نیاز داریم که کمیت جدیدی را تعریف کنیم و مورد بررسی قرار دهیم، این کمیت جدید شار میدان الکتریکی است. شار یک خاصیت ریاضی هر میدانی است که به وسیلهٔ بردار نمایش داده شود و از طریق انتگرال روی سطح بردار میدان روی یک سطح مشخص تعیین می‌شود. برای شار یک تعبیر هندسی نیز وجود دارد و آن تعبیر مبتنی است بر تعداد خطهای میدانی که از یک سطح عبور می‌کند.

۲-۲۷ شار میدان برداری

واژهٔ شار معادل واژه‌ای است که از زبان لاتین سرچشمه می‌گیرد و به معنی “جاری شدن” است. می‌توانیم تصور کنیم که شار یک میدان برداری معیاری است از میزان “شارش” یا نفوذ بردارهای میدان از یک سطح فرضی ثابت در داخل میدان. بعداً شار میدان الکتریکی را مورد بررسی قرار خواهیم داد، ولی اکنون به مثال شناخته‌شده‌تر، میدان سرعت یک شارهٔ جاری می‌پردازیم.

جویباری از یک شاره را در یک جریان پایا در نظر بگیرید، که در آن جریان را با مشخص کردن بردار سرعت در هر نقطه نمایش می‌دهیم. شکل ۱-۲۷ یک جریان یکنواخت را نشان می‌دهد؛ بردارهای سرعت در همه جای شاره با هم موازی‌اند. فرض کنید که سیمی را به صورت یک حلقهٔ مربعی به مساحت A در آورده‌ایم و آن را در داخل جویبار قرار داده‌ایم. در شکل ۱-۲۷ (الف)، این مربع طوری قرار گرفته که



شکل ۱-۲۷ یک حلقه سیم به مساحت A در جویباری غوطه‌ور است، که آن را به صورت یک میدان سرعت نمایش می‌دهیم. (الف) حلقه عمود بر جهت جریان است. (ب) حلقه را به اندازه زاویه θ چرخانده‌ایم؛ تصویر مساحت حلقه در راستای عمود بر جهت جریان $A \cos \theta$ است. (ج) وقتی $\theta = 90^\circ$ ، دیگر هیچ یک از خطهای جریان از صفحه حلقه نمی‌گذرند. (د) مساحت حلقه با بردار \vec{A} عمود بر صفحه حلقه نشان داده شده است. زاویه بین \vec{A} و سرعت جریان \vec{v} برابر با θ است. (ه) یک سطح بسته متشکل از پنج سطح تخت. مساحت \vec{A} هر کدام از این سطرها را با یک بردار عمود بر سطح به طرف خارج نشان داده‌ایم.

می‌توان شار مربوط به یک سطح بسته متشکل از چند سطح (مانند شکل ۱-۲۷ ه) را به صورت زیر نوشت

$$\Phi = \sum \vec{v} \cdot \vec{A} \quad (3-27)$$

که در اینجا \vec{v} بردار سرعت در موقعیت سطح است. این جمع را باید روی تمام سطوح منفردی که سطح بسته را تشکیل می‌دهند انجام داد. شار، یک کمیت نرده‌ای است، زیرا به صورت حاصلضرب نقطه‌ای دو بردار تعریف می‌شود.

$\vec{v} \cdot \vec{A}_1$ را می‌توان به صورت $-vA_1$ نوشت. سهم مربوط به سطوحی ۱، ۲، ۳، و ۵ همگی صفرند، زیرا در هر یک از این موارد (همان‌طور که در شکل ۱-۲۷ ه) نشان داده شده است) بردار \vec{A} بردار \vec{v} عمود است. برای سطح ۳، شار را می‌توانیم به صورت $vA_3 \cos \theta$ بنویسیم، و در نتیجه شار کل برابر است با

$$\Phi = -vA_1 + 0 + vA_3 \cos \theta + 0 + 0 = -vA_1 + vA_3 \cos \theta$$

ولی، از هندسه شکل ۱-۲۷ ه) نتیجه می‌گیریم که $A_3 \cos \theta = A_1$ و سرانجام می‌رسیم به

$$\Phi = 0$$

یعنی، شار کلی که از یک سطح بسته می‌گذرد صفر است.

اگر به خاطر بیاوریم که میدان سرعت روش معادلی برای نمایش جریان واقعی ذرات مادی در جویبار است نتیجه مثال بالا نباید شگفت‌انگیز باشد. هر خط میدان که از سطح ۱ در شکل ۱-۲۷ ه) به سطح بسته وارد می‌شود از سطح ۳ خارج می‌شود. همین‌طور، می‌توان گفت که، برای سطح بسته شکل ۱-۲۷ ه)، مقدار شارهای که به حجم محصور در سطح بسته وارد می‌شود برابر مقدار شارهای است که آن سطح بسته را ترک می‌کند. برای هر سطح بسته‌ای که در حجم آن هیچ چشمه یا چاهکی وجود ندارد، یعنی محلی که در آن شار جدید به وجود آید یا شار جاری در آن به دام افتد، چنین رفتاری را انتظار داریم. اگر در حجم محصور چشمه‌ای وجود داشت (مانند قطعه یخ در حال آب‌شدنی که مقداری شاره به درون جویبار می‌ریزد)، در آن

مسئله نمونه ۱-۲۷ سطح بسته شکل ۱-۲۷ ه) را در نظر بگیرید، که حجم محصور به وسیله پنج سطح را نشان می‌دهد (سطوحی ۱، ۲، ۳ و ۵ که به ترتیب موازی با سطوحی شکل‌های ۱-۲۷ الف)، ۱-۲۷ ب)، ۱-۲۷ ج) هستند، همراه با سطوحی ۴ و ۵ که موازی با خطهای جریان‌اند). با فرض اینکه میدان سرعت یکنواخت است، به‌طوری که اندازه و جهت آن در همه جا یکسان است، شار کل گذرنده از این سطح بسته را معین کنید.

حل. با بهره‌گیری از معادله (۳-۲۷) می‌توانیم شار کل گذرنده از این سطح بسته را به صورت حاصل جمع شارهای گذرنده از هر پنج سطح در نظر بگیریم:

$$\Phi = \vec{v} \cdot \vec{A}_1 + \vec{v} \cdot \vec{A}_2 + \vec{v} \cdot \vec{A}_3 + \vec{v} \cdot \vec{A}_4 + \vec{v} \cdot \vec{A}_5$$

توجه کنید که برای سطح ۱ زاویه بین عمود بر سطح به طرف خارج \vec{A} و بردار سرعت \vec{v} برابر 180° است، به‌طوری که حاصلضرب نقطه‌ای

محاسبه می‌شود، به مقدار بار الکتریکی خالص موجود در آن سطح بسته ارتباط می‌دهد.

۳-۲۷ شار میدان الکتریکی

تصور کنید که خطهای میدان شکل ۱-۲۷ به جای یک میدان سرعت نشان‌دهنده یک میدان الکتریکی بارهای ساکن باشند. گرچه در الکتروستاتیک هیچ چیزی جاری نمی‌شود، اما باز هم از مفهوم شار استفاده می‌کنیم. تعریف شار الکتریکی مانند تعریف شار سرعت است و هر جا که \vec{v} ظاهر می‌شود به جای آن \vec{E} می‌گذاریم. در مقایسه با معادله (۳-۲۷)، شار میدان الکتریکی Φ_E را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\Phi_E = \sum \vec{E} \cdot \vec{A} \quad (۵-۲۷)$$

مانند مورد شار سرعت، شار Φ_E را می‌توان معیاری از تعداد خطهای میدان الکتریکی که از سطح می‌گذرند در نظر گرفت. زیرنویس E در Φ_E یادآور می‌شود که درباره شار الکتریکی صحبت می‌کنیم و شار الکتریکی را از شار مغناطیسی، که در فصل ۳۴ بررسی می‌کنیم، متمایز می‌سازد. معادله (۵-۲۷) مانند معادله (۳-۲۷)، تنها در مواردی به کار می‌رود که میدان \vec{E} هم از لحاظ بزرگی و هم از نظر جهت روی سطح \vec{A} ، مشخص شده در زیر علامت جمع، ثابت باشد.

همانند شار سرعت، شار میدان الکتریکی یک کمیت نرده‌ای است. یکای آن، با استفاده از معادله (۵-۲۷)، $N \cdot m^2/C$ است.

قانون گاوس با شار میدان الکتریکی که از یک سطح بسته می‌گذرد سروکار دارد. برای تعریف Φ_E به صورت کلیتر، به‌ویژه در مواردی که \vec{E} یکنواخت نیست، شکل ۲-۲۷ را در نظر بگیرید، که یک سطح بسته اختیاری غوطه‌ور در یک میدان الکتریکی نایک‌نواخت را نشان می‌دهد. این سطح را به مربعات کوچکی به مساحت ΔA تقسیم می‌کنیم، به طوری که هر یک از آنها به قدری کوچک باشند که بتوان آنها را تخت پنداشت. هر جزء سطح را می‌توان با یک بردار $\vec{\Delta A}$ نمایش داد که اندازه آن برابر مساحت ΔA است. جهت بردار $\vec{\Delta A}$ را مانند شکل ۱-۲۷، عمود و به طرف خارج سطح بسته اختیار می‌کنیم. چون مربعات را بسیار کوچک در نظر گرفته‌ایم، می‌توان \vec{E} را در همه نقاط یک مربع معین ثابت فرض کرد.

بردارهای \vec{E} و $\vec{\Delta A}$ که هر مربع را مشخص می‌کنند با یکدیگر زاویه θ می‌سازند. شکل ۲-۲۷ نمای بزرگ‌شده سه مربع روی سطح، که با حروف a ، b و c نشانه‌گذاری شده‌اند، را نشان می‌دهد. توجه

صورت مقدار شاره‌ای که از سطح خارج می‌شد بیشتر از مقدار ورودی بود و در این حالت شار کل مثبت می‌شد. اگر در حجم محصور چاهکی وجود داشت، در آن صورت مقدار شاره‌ای که به سطح بسته وارد می‌شد بیشتر از مقدار خروجی بود، و در این حالت شار خالص سطح بسته منفی می‌شد. شار خالص مثبت یا منفی عبور کرده از یک سطح بسته به قدرت چشمه یا چاهک بستگی دارد (یعنی، به آهنگ حجمی مقدار شاره‌ای که چشمه را ترک می‌کند یا به چاهک وارد می‌شود). مثلاً، اگر یک جامد در حال ذوب در داخل سطح بسته در هر ثانیه یک سانتی متر مکعب شاره به داخل جویبار بریزد، برای این سطح بسته شار خالص گذرنده را برابر با $1 \text{ cm}^3/\text{s} +$ به دست می‌آوریم.

شکل ۱-۲۷ حالت خاص یک میدان یکنواخت و سطحهای تخت را نشان می‌دهد. به آسانی می‌توان این مفاهیم را به میدان غیر یکنواخت و سطحهایی به شکلهای و سمتگیریهایی دلخواه و متفاوت تعمیم داد. هر سطح دلخواهی را می‌توان به اجزای بینهایت کوچک به مساحت dA تقسیم کرد که صفحه‌هایی تقریباً تخت هستند. جهت بردار $d\vec{A}$ همان جهت عمود بر سطح و به سوی خارج از این جزء بینهایت کوچک است. میدان در محل این جزء دارای مقدار \vec{v} است و شار خالص گذرنده از سطح را می‌توان با جمع کردن سهم همه این اجزا معین کرد، یعنی با انتگرال‌گیری روی تمام سطح، شار مشخص می‌شود:

$$\Phi = \int \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (۴-۲۷)$$

نتیجه‌گیری بالا در این حالت کلی هم معتبر است: اگر معادله (۴-۲۷) را روی یک سطح بسته محاسبه کنیم، در این صورت شار گذرنده (۱) صفر است اگر سطح بسته شامل هیچ چشمه یا چاهکی نباشد، (۲) مثبت و بزرگی آن برابر با قدرت چشمه‌هاست اگر سطح بسته فقط شامل چشمه باشد، یا (۳) منفی است و بزرگی آن برابر با قدرت چاهک‌هاست اگر سطح بسته فقط شامل چاهک باشد. اگر سطح بسته هم چشمه داشته باشد و هم چاهک، در این صورت شار گذرنده خالص ممکن است با توجه به قدرت نسبی چشمه‌ها و چاهک‌ها صفر، مثبت یا منفی باشد. در بخش بعد همین ملاحظات را برای شار میدان برداری دیگری، به نام میدان الکتریکی \vec{E} به کار می‌بریم. همان‌طور که انتظار دارید، وقتی درباره الکتروستاتیک صحبت می‌کنیم چشمه‌ها یا چاهک‌های میدان همان بارهای مثبت یا منفی هستند و قدرت چشمه‌ها یا چاهک‌ها متناسب است با بزرگی بارها. قانون گاوس شار میدان الکتریکی را که از یک سطح بسته می‌گذرد، و از معادله‌ای مشابه معادله (۴-۲۷)

حاصل می‌شود، که در آن به جای جمع‌زنی روی سطح انتگرال‌گیری روی سطح را قرار می‌دهیم و می‌رسیم به

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (۷-۲۷)$$

این انتگرال سطحی نشان می‌دهد که سطح مورد نظر را باید به اجزای بینهایت کوچک $d\vec{A}$ تقسیم و کمیت نرده‌ای $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ را برای هر کدام از این اجزا محاسبه کرد، سپس آنها را روی کل سطح جمع زد. در قانون گاوس، فقط به محاسبه این انتگرال روی یک سطح بسته علاقه‌مندیم. در این مورد علامت انتگرال را همراه با یک دایره کوچک به صورت \oint می‌نویسیم که یادآور بسته‌بودن سطح باشد.

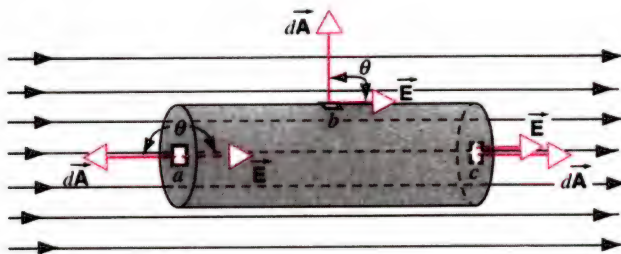
مسئله نمونه ۲-۲۷ شکل ۳-۲۷ یک استوانه بسته فرضی به شعاع R را نشان می‌دهد که در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} غوطه‌ور است. محور استوانه با میدان موازی است. شار Φ_E برای این سطح بسته چقدر است؟

حل. شار Φ_E را می‌توان به صورت جمع سه جمله نوشت، انتگرالی روی (الف) قاعده سمت چپ، (ب) سطح جانبی، و (ج) قاعده سمت راست استوانه. به این ترتیب از معادله (۷-۲۷) برای یک سطح بسته داریم

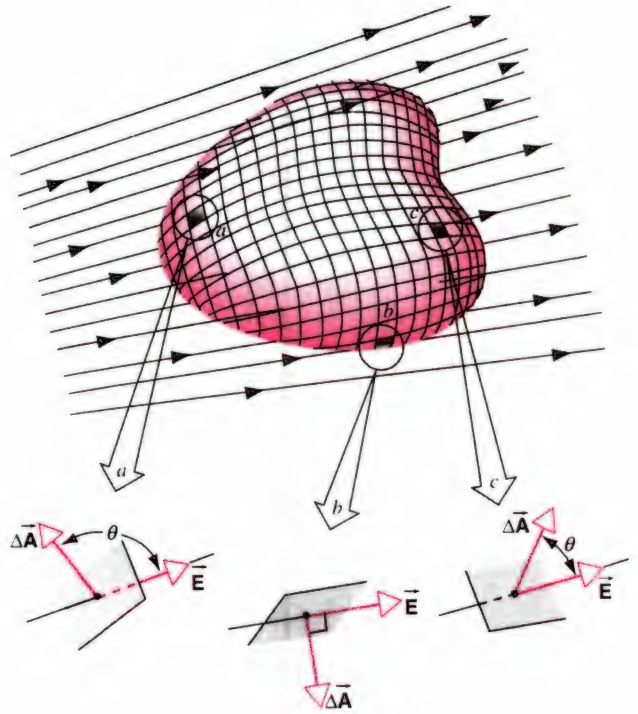
$$\begin{aligned} \Phi_E &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

برای قاعده سمت چپ، زاویه θ برای تمام نقاط برابر با 180° است، \vec{E} مقدار ثابتی دارد و همه بردارهای $d\vec{A}$ موازی‌اند. به این ترتیب

$$\int_a \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos 180^\circ = -E \int dA = -EA$$



شکل ۳-۲۷ مسئله نمونه ۲-۲۷. استوانه بسته‌ای در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ، موازی با محور آن، غوطه‌ور است.



شکل ۲-۲۷ سطحی به شکل دلخواه در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} غوطه‌ور است. این سطح را به اجزای کوچکی به مساحت $\Delta\vec{A}$ تقسیم کرده‌ایم. ارتباط بین بردارهای \vec{E} و $\Delta\vec{A}$ را برای سه جزء سطح متفاوت (a و b و c) نشان داده‌ایم.

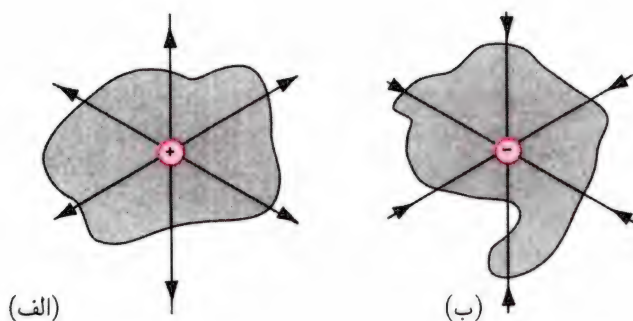
کنید که در نقطه a ، $\theta > 90^\circ$ (\vec{E} به طرف داخل است)؛ در نقطه b ، $\theta = 90^\circ$ (\vec{E} موازی با سطح است)؛ و در نقطه c ، $\theta < 90^\circ$ (\vec{E} به طرف خارج است).

از مقایسه با معادله (۵-۲۷)، تعریف موقت شار کل میدان الکتریکی روی سطح به صورت زیر است

$$\Phi_E = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A} \quad (۶-۲۷)$$

این رابطه نشان می‌دهد که باید کمیت نرده‌ای $\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$ را برای همه اجزای مساحت سطح مورد نظر با هم جمع کرد. سهم نقطه‌هایی مانند a در شکل ۲-۲۷ در شار منفی؛ برای b صفر؛ و برای c مثبت است. به این ترتیب اگر \vec{E} در همه جا به طرف خارج سطح باشد ($\theta < 90^\circ$)، هر یک از $\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$ ها مثبت است و Φ_E برای کل سطح مثبت خواهد شد. اگر \vec{E} در همه جا به طرف داخل سطح باشد ($\theta > 90^\circ$)، هر یک از $\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$ ها منفی و Φ_E برای کل سطح منفی است. هرگاه \vec{E} در همه جا موازی با سطح باشد ($\theta = 90^\circ$)، هر یک از $\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$ ها صفر و Φ_E برای کل سطح صفر است.

تعریف دقیق شار الکتریکی از حد دیفرانسیلی معادله (۶-۲۷)



شکل ۴-۲۷ (الف) شش خط میدان از یک سطح بسته با شکل دلخواه که بار مثبت $+q$ را در بر گرفته است می‌گذرد. (ب) شش خط میدان به سطح بسته‌ای که بار $-q$ را در بر گرفته است وارد می‌شود.

در شکل ۴-۲۷ (ب) خط میدانی که در پایین شکل رسم شده سه مرتبه از سطح می‌گذرد. اگر از طرف بیرون سطح به سمت بار حرکت کنیم، اولین بار که خط میدان وارد سطح می‌شود آن را به صورت ۱- شمارش می‌کنیم؛ چون از بیرون سطح بسته به درون نفوذ می‌کند؛ دومین بار را ۱+ شمارش می‌کنیم چون در این وضعیت خط میدان از داخل به خارج می‌رود، و سومین بار که خط میدان مجدداً وارد سطح می‌شود شمارش خطهای میدان، یک ۱- دیگر نتیجه می‌دهد. در نتیجه سهم خالص این خط میدان به شار گذرنده از سطح برابر با ۱- است، و شار خالص مربوط به کل سطح بسته برابر با ۶- واحد است. بدون توجه به اینکه شکل سطح بسته چیست یا چگونه کشیده شده است یا در شکل آن چه اختلالی به وجود آمده است، شار خالصی که از سطح بسته می‌گذرد همواره ثابت است و فقط به وسیله میزان باری که در داخل سطح محصور شده است معین می‌شود.

در شکل ۵-۲۷ سطح بسته‌ای را نشان داده‌ایم که بارهای مثبت و منفی $+q$ و $-q$ را در بر گرفته است. شار خالص گذرنده از این سطح بسته صفر است، زیرا به ازای هر خط میدانی که از بار مثبت از درون سطح به بیرون نفوذ می‌کند، خط میدانی به دلیل وجود بار منفی از بیرون به درون سطح وارد می‌شود. چون هر دو بار دارای مقدار یکسان هستند، تعداد کل خطهای میدان صفر است، و بنابراین شار خالص گذرنده از این سطح صفر است.

حالا تصور کنید به شما گفته‌اند که $+3q$ خط میدان (یا $3q$ یکای شار) از سطح بسته‌ای با شکل دلخواه می‌گذرد. آیا می‌توانید معین کنید که چه مقدار بار در داخل این سطح بسته قرار دارد و این بارها در چه موقعیتی در داخل سطح قرار گرفته‌اند؟ می‌دانیم که بار خالص موجود در درون این سطح بسته $+5q$ است، ولی

که در اینجا $A (= \pi R^2)$ مساحت قاعده سمت چپ است. به همین ترتیب، برای قاعده سمت راست داریم

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{A} = +EA$$

در اینجا زاویه θ برابر تمام نقاط برابر با 0° است. سرانجام شاری که از سطح جانبی یا جداره استوانه می‌گذرد عبارت است از

$$\int_b \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

چون $\theta = 90^\circ$ است؛ بنابراین، برای تمام نقاط روی جداره استوانه $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$. به این ترتیب شار کل برابر است با

$$\Phi_E = -EA + 0 + EA = 0$$

انتظار همین نتیجه را داشتیم، زیرا در محدوده سطح بسته شکل ۴-۲۷ هیچ‌گونه بار الکتریکی وجود نداشت. خطهای \vec{E} (ثابت) از سمت چپ وارد و از سمت راست خارج می‌شوند، درست مانند شکل ۴-۲۷ (ه).

شار و خطهای میدان

برای نشان دادن ارتباط بین شار و تعداد خطهای میدانی که از یک سطح بسته می‌گذرند، فرض می‌کنیم که هر یکای بار q به وسیله تعداد مشخصی خط میدان، مثلاً شش خط، مانند شکل ۴-۲۷، نمایش داده شود.* شش خط میدان از بار $+q$ خارج می‌شوند و شش خط میدان روی بار $-q$ پایان می‌یابد. اگر هر بار به وسیله یک سطح بسته احاطه شود، در آن صورت شار الکتریکی گذرنده از سطحی که بار مثبت را احاطه کرده $+6$ واحد و شار الکتریکی گذرنده از سطحی که بار منفی را احاطه کرده -6 واحد است. (ما یکای دلخواه $+1$ را برای شار مربوط به خطهای میدانی که از سطح به سمت خارج می‌گذرد و یکای -1 را برای خطهای میدانی که از سطح به سمت داخل می‌گذرد در نظر می‌گیریم.) بزرگی و کوچکی سطحی که هر کدام از بارها را احاطه می‌کند اصلاً اهمیتی ندارد، همواره شش خط میدان از سطح نفوذ می‌کند و شار دارای شش واحد است.

* برای سادگی، نمودارهای خط میدان را به جای سه بعد در دو بعد نمایش می‌دهیم. در فضای سه بعدی، نمودارها اغلب پیچیده‌ترند و باید مراقب باشیم تا طرح‌واره میدان وابسته به بارها را نمایش دهیم. برای بحث درباره این موضوع نگاه کنید به:

"Electric Field Line Diagrams Don't Work," by A. Wolf, S. J. Van Hook, and E. R. Weeks, *American Journal of Physics*, June 1996, p. 714.

۲۷-۴ قانون گاوس*

اکنون که شار میدان برداری الکتریکی را که از یک سطح بسته می‌گذرد تعریف کردیم، آماده‌ایم که قانون گاوس را بنویسیم. فرض کنید که مجموعه‌ای از بارهای مثبت و منفی داریم، که میدان الکتریکی \vec{E} را در ناحیه‌ای از فضا به وجود می‌آورند. در آن فضا یک سطح بسته فرضی در نظر می‌گیریم و این سطح را سطح گاوسی می‌خوانیم، که ممکن است حاوی برخی از بارها باشد یا نباشد. قانون گاوس که شار کل عبوری از این سطح یعنی Φ_E را به بار خالص محصور در آن ارتباط می‌دهد می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\epsilon_0 \Phi_E = q \quad (۸-۲۷)$$

یا

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (۹-۲۷)$$

در معادله اخیر، دایره روی علامت انتگرال حاکی از انتگرال‌گیری روی یک سطح بسته است. می‌بینیم که قانون گاوس برای سطح مورد نظر در مسئله نمونه ۲۷-۲، Φ_E را صفر پیش‌بینی می‌کند، زیرا این سطح هیچ باری در بر ندارد.

همان‌طور که در بخش ۲۶-۵ گفتیم، اندازه میدان الکتریکی با تعداد خطهای میدانی که از یک جزء مساحت و عمود بر راستای میدان می‌گذرند متناسب است. انتگرال معادله (۹-۲۷) اساساً تعداد خطهای میدانی را می‌شمارد که از سطح می‌گذرند. کاملاً منطقی است که تعداد خطهایی که از یک سطح می‌گذرند با بار خالصی که آن سطح در برمی‌گیرد متناسب باشد. معادله (۹-۲۷) مبین این مطلب است. انتخاب سطح گاوس اختیاری است. این سطح معمولاً چنان برگزیده می‌شود که تقارن توزیع، لااقل روی بخشی از سطح بسته، یک میدان الکتریکی ثابت به دست دهد، که بتوان آن را از زیر علامت انتگرال معادله (۹-۲۷) به صورت یک ضریب خارج کرد. در چنین مواردی، می‌توان از قانون گاوس برای محاسبه میدان الکتریکی استفاده کرد.

شکل ۲۷-۶ خطوط نیرو (و از آن‌رو خطهای میدان الکتریکی) یک دوقطبی را نشان می‌دهد. چهار سطح بسته گاوسی در نظر گرفته‌ایم

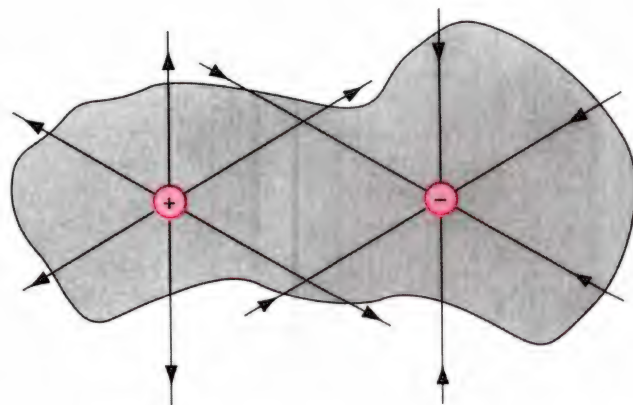
* کارل فردریش گاوس (۱۷۷۷ تا ۱۸۵۵) ریاضیدان آلمانی که کشفیات بسیار مهمی در نظریه اعداد، هندسه، و احتمالات دارد. او همچنین در پیشبرد اخترشناسی و اندازه‌گیری ابعاد و شکل زمین سهم است. برای اندک آشنایی با جلوه‌های شگفت‌آور زندگی این ریاضیدان عالی‌قدر نگاه کنید به:

نمی‌دانیم که آیا یک ذره است که حاوی بار کامل $+5q$ است، یا اینکه دو ذره با بارهای $+6q$ و $-q$ ، یا سه ذره با بارهای $+8q$ ، $+4q$ و $-7q$ ، یا هر ترکیب دیگری از بینهایت راه ممکن. همچنین، بار یا بارها می‌توانند در هر مکانی در داخل سطح بسته قرار گیرند و باز هم همان $+30$ یکای شار را پدید آورند. اگر فقط شار را بدانیم، مقدار بار خالص موجود در داخل سطح بسته را هم می‌دانیم، ولی نمی‌توانیم هیچ‌گونه اطلاعاتی درباره اندازه و موقعیت بارها به دست آوریم، و بنابراین نمی‌توانیم هیچ‌گونه اطلاعاتی درباره میدان الکتریکی روی سطح بسته یا هیچ جای دیگری در فضا به دست آوریم.

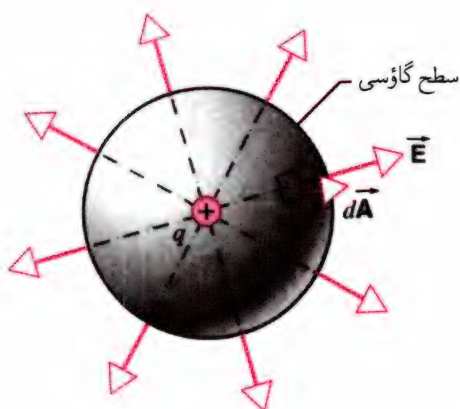
ولی، اگر یک سطح کروی ترسیم کنیم، و اگر بدانیم که شار به طور یکنواخت روی سطح توزیع شده است، در آن صورت می‌توانیم نتیجه بگیریم که تمامی بار در موقعیت مرکز کره در تک‌ذره‌ای با بار $+5q$ مستقر شده است، و چنانچه بزرگی و مکان این ذره باردار را بدانیم می‌توانیم میدان الکتریکی را در هر مکانی از فضا به دست آوریم. بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که:

رابطه بین شار کل گذرنده از یک سطح بسته و بار خالص در برگرفته‌شده به وسیله سطح همواره معتبر است، ولی تنها در صورتی می‌توانیم از این رابطه برای به دست آوردن میدان الکتریکی در نقاطی از فضا استفاده کنیم که هندسه مربوط به بار و هندسه مربوط به سطح دارای مرتبه بالایی از تقارن باشد.

قانون گاوس رابطه بین شار گذرنده از یک سطح بسته و بار خالص در برگرفته‌شده به وسیله آن سطح را به دست می‌دهد.



شکل ۲۷-۵ اگر بار خالص در برگرفته به وسیله یک سطح بسته صفر باشد، در آن صورت تعداد خطهای میدانی (و شار الکتریکی کل) که از این سطح می‌گذرد نیز برابر با صفر است.



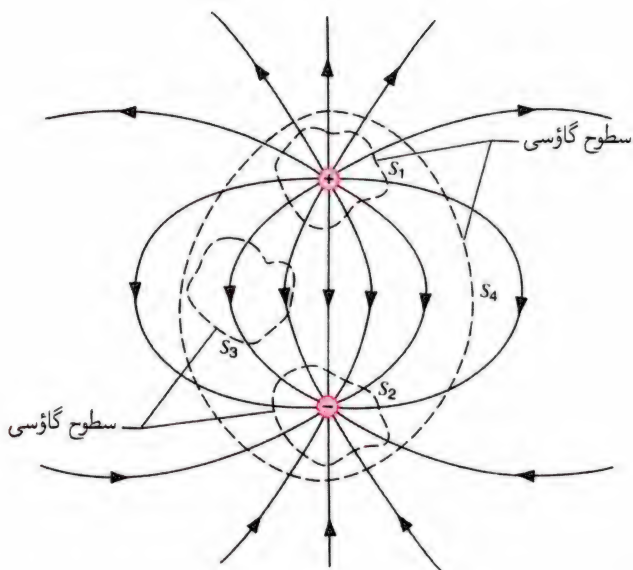
شکل ۲۷-۷ یک سطح گاوسی کروی که یک بار نقطه‌ای مثبت q را احاطه کرده است.

این رفتار تصادفی نیست، می‌توانید در شکل ۲۷-۶ یک سطح با هر شکل نامنظمی که بخواهید رسم کنید، و تا زمانی که هیچ‌یک از بارها را در برنگیرد، تعداد خطهای میدانی که به آن وارد می‌شود برابر با تعداد خطهایی است که از آن خارج می‌شود.

سطح S_4 نیز حاوی هیچ بار خالصی نیست، و زیرا فرض کرده‌ایم که بارها از لحاظ اندازه با هم برابر باشند. در اینجا هم، کل شاری که از این سطح می‌گذرد باید برابر با صفر باشد. برخی از خطهای میدان کاملاً در داخل سطح بسته قرار دارند و در نتیجه در شاری که از سطح می‌گذرد سهمی ندارند. ولی، چون هر خط میدانی که بار مثبت را ترک می‌کند سرانجام به بار منفی ختم می‌شود، به‌ازای هر خطی که از بار مثبت به خارج سطح می‌رود یک خط متناظر وجود دارد که در جستجوی بار منفی به سطح وارد می‌شود. بنابراین شار کل برای هر سطح بسته صفر است.

قانون گاوس و قانون کولن

قانون کولن را می‌توان از قانون گاوس و ملاحظات مربوط به تقارن استنتاج کرد. برای این کار، قانون گاوس را در مورد یک بار مثبت نقطه‌ای منزوی q مانند شکل ۲۷-۷، به‌کار می‌بندیم. با آنکه قانون گاوس برای هر سطحی صادق است، یک سطح کروی به شعاع r را که مرکزش بر بار مثبت قرار دارد انتخاب می‌کنیم. مزیت این سطح آن است که، به علت تقارن، \vec{E} باید بر سطح عمود باشد، به‌طوری که زاویه بین \vec{E} و $d\vec{A}$ ، یعنی θ ، همه جا روی سطح برابر صفر است. علاوه بر آن \vec{E} در همه جا روی سطح ثابت است. در نظر گرفتن یک سطح گاوسی که از چنین تقارنی بهره‌مند باشد، در کاربرد قانون گاوس از اهمیتی اساسی برخوردار است.



شکل ۲۷-۶ دو بار مساوی و با علامت مختلف و خطهایی که میدان الکتریکی را در حوالی این دو بار نشان می‌دهند. در اینجا مقطع چهار سطح بسته گاوسی را نشان داده‌ایم.

و سطح مقطع آنها را در شکل نشان داده‌ایم. روی سطح S_1 ، میدان الکتریکی در همه جا به طرف خارج از سطح است و از آن‌رو، همان‌طور که در مورد جزء سطح E شکل ۲۷-۲ دیدیم، $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ در همه جا روی سطح S_1 مثبت است. وقتی انتگرال معادله (۲۷-۹) را روی تمام سطح بسته محاسبه کنیم، یک مقدار مثبت به‌دست می‌آوریم. در این صورت معادله (۲۷-۹) ایجاب می‌کند که این سطح یک بار مثبت را در برداشته باشد، که همین‌طور هم هست. به بیان فاراده، تعداد خطهای نیرویی که از سطح خارج می‌شود بیشتر از خطهایی است که وارد آن می‌شود، بنابراین سطح باید حاوی یک بار مثبت خالص باشد.

از طرف دیگر، روی سطح S_2 شکل ۲۷-۶، میدان الکتریکی در همه جا به سطح وارد می‌شود. مانند جزء سطح a در شکل ۲۷-۲، کمیت $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ برای هر کدام از اجزای این سطح منفی است و در نتیجه انتگرال معادله (۲۷-۹) یک مقدار منفی به‌دست می‌دهد، که نشان می‌دهد سطح حاوی یک بار خالص منفی است (که همین‌طور هم هست). تعداد خطهای نیرویی که به سطح وارد می‌شود بیشتر از تعدادی است که از سطح خارج می‌شود.

سطح S_3 حاوی هیچ‌گونه باری نیست، بنابراین طبق قانون گاوس شار کل عبوری از آن باید صفر باشد. این مطلب با شکل ۲۷-۶ هم‌سازگاری دارد، که نشان می‌دهد همان تعداد خط نیرو که از بالای شکل به سطح وارد می‌شود از پایین شکل از سطح خارج می‌شود.

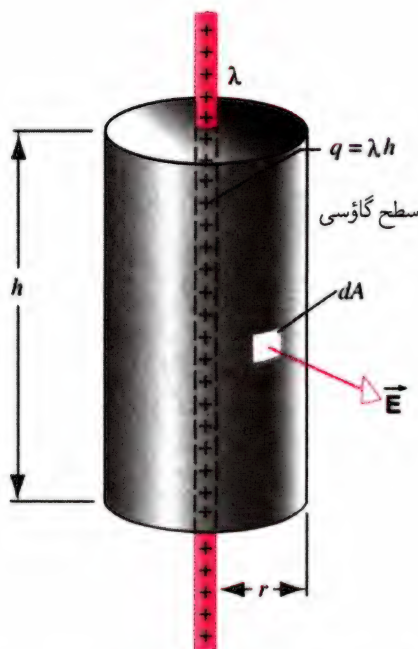
محاسبات را قبلاً در ارتباط با معادله (۲۷-۱۰)، برای میدان یک بار نقطه‌ای بررسی کردیم. در اینجا مثالهای دیگری را ارائه می‌دهیم.

خط نامتناهی بار

شکل ۲۷-۸ بخشی از یک خط نامتناهی بار با چگالی خطی بار ثابت (بار بر واحد طول) λ را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میدان الکتریکی را در فاصله r از این خط معین کنیم.

در بخش ۲۶-۴ استدلالهای مبتنی بر تقارن به این نتیجه انجامید که در این مورد میدان الکتریکی فقط می‌تواند مؤلفه شعاعی داشته باشد. بنابراین مسئله دارای تقارن استوانه‌ای است و به همین دلیل یک استوانه با قاعده دایره‌ای به شعاع r و ارتفاع h را، که دو قاعده آن با دو کلاهک تخت عمود بر محور بسته شده است، به عنوان سطح گاوسی اختیار می‌کنیم. بزرگی میدان E روی این سطح استوانه‌ای ثابت و جهتش عمود بر سطح جانبی است. شار \vec{E} که از این سطح می‌گذرد برابر است با $E(2\pi rh)$ ، که در اینجا $2\pi rh$ مساحت سطح جانبی استوانه است. از دو قاعده دایره‌ای هیچ شاری عبور نمی‌کند زیرا در اینجا \vec{E} در تمام نقاط با دو سطح موازی است، به طوری که برای همه نقاط روی دو قاعده $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ است.

بار q که سطح گاوسی شکل ۲۷-۸ را در برمی‌گیرد برابر λh است. در نتیجه، از قانون گاوس (معادله ۲۷-۹) داریم



شکل ۲۷-۸ یک سطح گاوسی به شکل یک استوانه بسته بخشی از یک خط بار نامتناهی با بار مثبت را در بر گرفته است.

در شکل ۲۷-۷ هم \vec{E} و هم $d\vec{A}$ در هر نقطه‌ای از سطح گاوسی به صورت شعاعی و به طرف خارج اند، به طوری که کمیت $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ به سادگی به $E dA$ تبدیل می‌شود. به این ترتیب قانون گاوس (معادله ۲۷-۹) به صورت زیر در می‌آید

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q$$

چون E برای تمام نقاط روی سطح کره ثابت است، می‌توان آن را از زیر علامت انتگرال بیرون آورد، که نتیجه می‌دهد

$$\epsilon_0 E \oint dA = q$$

بخش انتگرال عبارت بالا در واقع مساحت کل رویه کروی، یعنی $4\pi r^2$ ، است. بنابراین نتیجه می‌گیریم

$$\epsilon_0 E(4\pi r^2) = q$$

یا

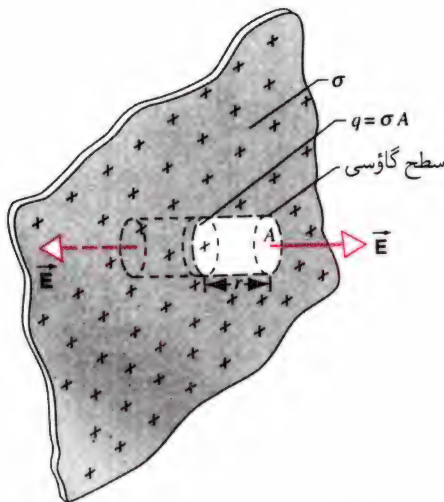
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (۲۷-۱۰)$$

معادله (۲۷-۱۰) بزرگی میدان الکتریکی \vec{E} را در هر نقطه‌ای به فاصله r از یک بار نقطه‌ای منزوی q به دست می‌دهد و با معادله (۲۷-۶)، که از قانون کولن به دست آمده، یکسان است. به این ترتیب، با انتخاب یک سطح گاوسی با تقارن مناسب، قانون کولن را از قانون گاوس به دست می‌آوریم. برای کاربردهای مورد نظر ما، می‌توانیم این دو قانون را هم‌ارز در نظر بگیریم، ولی (همان‌طور که در بخش ۲۷-۱ مطرح کردیم) قانون گاوس کاربردی عمومی‌تر دارد و در نتیجه آن را به عنوان معادله بنیادی‌تر نظریه الکترومغناطیس مورد توجه قرار می‌دهیم.

توجه به این نکته که نوشتن ضریب تناسب قانون کولن به صورت $(1/4\pi\epsilon_0)$ شکل ساده‌تری از قانون گاوس را ارائه می‌دهد، جالب است. اگر ثابت قانون کولن را فقط به صورت K نوشته بودیم، قانون گاوس را باید به صورت $(1/4\pi K)\Phi_E = q$ می‌نوشتیم. ترجیح می‌دهیم که از ضریب 4π در قانون کولن استفاده کنیم، تا این ضریب در قانون گاوس یا در دیگر روابطی که اغلب مورد استفاده قرار می‌گیرند و بعداً آنها را به دست می‌آوریم ظاهر نشود.

۲۷-۵ کاربردهای قانون گاوس

اگر تقارن توزیع بار الکتریکی بسیار زیاد باشد می‌توانیم از قانون گاوس برای محاسبه میدان الکتریکی \vec{E} استفاده کنیم. مثالی از این نوع



شکل ۹-۲۷ یک سطح گاوسی به شکل یک استوانه بسته کوچک با بخش کوچکی از یک برگه دارای بار مثبت تلاقی می‌کند. میدان الکتریکی بر برگه باردار عمود است و در نتیجه تنها کلاهای این سطح گاوسی در شار عبوری سهیم‌اند.

با EA است و برای هر دو کلاهک مثبت است. از قانون گاوس داریم

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$$

که در این رابطه σA مقدار بار احاطه شده توسط این سطح گاوسی است. از حل معادله بر حسب E ، می‌رسیم به

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (۱۲-۲۷)$$

توجه کنید که E برای تمام نقاط واقع در دو طرف برگه باردار یکسان است. گرچه، به لحاظ فیزیکی یک برگه باردار نامتناهی نمی‌تواند وجود داشته باشد، این نتیجه‌گیری هنوز هم مفید است، چرا که معادله (۱۲-۲۷) به طور تقریبی نتیجه‌های درستی را برای یک برگه باردار واقعی (نه نامتناهی) به دست می‌دهد، تنها باید توجه داشت که نقاط مورد نظر از لبه‌ها خیلی دور باشند و فاصله آنها تا برگه باردار در قیاس با ابعاد برگه کوچک باشد. در واقع، معادله (۱۲-۲۷) با معادله (۲۰-۲۶)، که برای نقاط نزدیک به یک قرص باردار دایره‌ای به دست آورده بودیم، همخوانی دارد.

پوسته کروی بار

در بخش ۵-۲۵ از شباهت بین نیروهای الکتروستاتیک و گرانش استفاده کردیم تا دو ویژگی نیروهای اعمال شده توسط پوسته‌های یکنواخت باردار شده کروی را معین کنیم. سپس، در بخش ۴-۲۶ از آن ویژگیهای

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

$$\epsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda h$$

یا

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (۱۱-۲۷)$$

که این نتیجه با معادله (۱۷-۲۶) سازگار است.

توجه کنید که با استفاده از قانون گاوس حل مسئله چقدر نسبت به کاربرد روشهای انتگرال‌گیری فصل ۲۶ ساده‌تر می‌شود. همچنین توجه کنید که کاربرد قانون گاوس تنها در صورتی امکان‌پذیر است که سطح گاوسی را چنان انتخاب کنیم که از تقارن استوانه‌ای میدان الکتریکی حاصل از یک خط طویل بار حداکثر استفاده بشود. ما در انتخاب هر سطح بسته‌ای، مانند مکعب یا کره، به عنوان یک سطح گاوسی آزادیم (نگاه کنید به تمرین ۲۴). ولی با آنکه قانون گاوس برای این سطوح معتبر است، آنها در حل مسئله مورد نظر ما مفید و مؤثر نیستند؛ تنها سطح استوانه‌ای شکل ۸-۲۷ برای این مورد خاص مناسب است.

قانون گاوس دارای این ویژگی است که روش مؤثری را برای محاسبه میدان در مسئله‌هایی که دارای درجه‌های معینی از تقارن هستند فراهم می‌آورد. در این مسئله‌ها راه‌حلها خیلی ساده می‌شوند.

برگه نامتناهی از بار

شکل ۹-۲۷ بخشی از یک برگه نازک نارسانا و نامتناهی با بار مثبت را نشان می‌دهد، که در آن چگالی سطحی بار σ (بار بر واحد سطح) ثابت و مثبت است. میدان الکتریکی را در نقاطی نزدیک به این برگه محاسبه می‌کنیم.

یک سطح گاوسی مناسب برای این حالت یک استوانه بسته با سطح مقطع A است و طوری قرار گرفته است که این برگه را به صورتی که در شکل نشان داده‌ایم سوراخ می‌کند. از تقارن، نتیجه می‌گیریم که میدان \vec{E} باید بر سطح دو قاعده استوانه عمود و جهت آن به سمت خارج از برگه باشد. چون میدان \vec{E} دیواره جانبی استوانه را سوراخ نمی‌کند، در نتیجه سطح جانبی استوانه هیچ سهمی در شار الکتریکی عبوری از این سطح گاوسی ندارد. فرض می‌کنیم که دو کلاهک استوانه در فاصله مساوی از برگه باردار قرار داشته باشند و باز هم با توجه به تقارن درمی‌یابیم که میدان در موقعیت دو کلاهک استوانه باید اندازه یکسانی داشته باشد. شاری که از هر یک از دو کلاهک می‌گذرد برابر

بر تقارن معتبر بود؟) قانون گاوس را برای سطح S_1 به کار می‌بریم، که برای آن $r > R$ و داریم

$$\epsilon_0 E_r (4\pi r^2) = q$$

یا

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r > R, \text{ پوسته کروی}) \quad (۱۳-۲۷)$$

که درست مانند مورد مربوط به شکل ۲۷-۷ است. به این ترتیب یک پوسته بارداریکنواخت برای تمام نقاط خارجی پوسته همانند یک بار نقطه‌ای رفتار می‌کند. به این ترتیب قضیه اول پوسته اثبات می‌شود.

استفاده از قانون گاوس برای سطح S_2 ، که برای آن $r < R$ است، مستقیماً نتیجه می‌دهد که

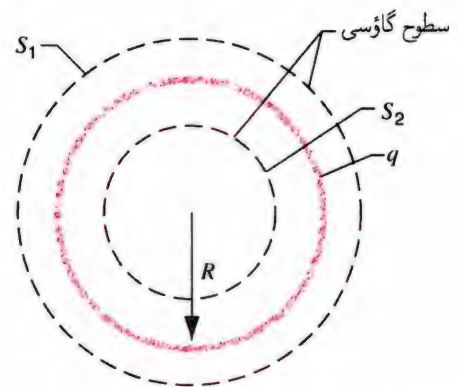
$$E_r = 0 \quad (r < R, \text{ پوسته کروی}) \quad (۱۴-۲۷)$$

زیرا سطح گاوسی حاوی هیچ‌گونه باری نیست و E_r (بنابراین استدلال مبتنی بر تقارن دیگر) در همه جا روی این سطح مقدار یکسانی دارد. بنابراین میدان الکتریکی در داخل یک پوسته بارداریکنواخت در همه جا صفر است؛ بر بار آزمونی که در هر جای داخل یک پوسته بارداری قرار گیرد هیچ نیروی الکتریکی وارد نمی‌شود. به این ترتیب قضیه دوم پوسته نیز اثبات می‌شود.

این دو قضیه فقط در مورد یک پوسته که به‌طور یکنواخت باردار شده است به کار می‌رود. اگر بارها به‌صورت نایکنواخت روی پوسته پاشیده شوند، به‌طوری که چگالی بار روی سطح ثابت نباشد، این دو قضیه صادق نیستند. تقارن از بین می‌رود و در نتیجه نمی‌توان \vec{E} را در قانون گاوس از زیر علامت انتگرال بیرون آورد. باز هم شار برای نقطه‌های خارجی برابر با q/ϵ_0 و برای نقطه‌های داخلی برابر با صفر باقی می‌ماند، ولی نمی‌توان ارتباط مستقیمی بین شار و \vec{E} ، مانند آنچه در مورد توزیع یکنواخت وجود دارد، برقرار کرد. برخلاف مورد پوسته بارداریکنواخت، میدان در تمام نقاط داخلی صفر نخواهد بود.

توزیع بار با تقارن کروی

شکل ۲۷-۱۱ مقطع یک توزیع بار کروی به شعاع R را نشان می‌دهد. در اینجا بار در سرتاسر حجم کره توزیع شده است. فرض نمی‌کنیم که چگالی حجمی بار ρ (مقدار بار بر واحد حجم) ثابت است؛ ولی این محدودیت



شکل ۲۷-۱۰ مقطع یک پوسته نازک با توزیع بار یکنواخت و بار کل q . پوسته بارداری با دو سطح گاوسی کروی بسته احاطه کرده‌ایم، یکی از این دو سطح در داخل پوسته و سطح دیگر در خارج پوسته قرار دارد.

نیروی الکتروستاتیک برای به‌دست‌آوردن میدان الکتریکی ناشی از یک پوسته یکنواخت باردار شده کروی، در نقاط داخلی و خارجی پوسته استفاده کردیم.

می‌توانیم دو قضیه پوسته را برای میدانهای الکتریکی به شرح زیر خلاصه کنیم:

۱. برای نقاط خارجی، یک پوسته کروی با توزیع بار یکنواخت چنان عمل می‌کند که گویی تمام بار آن در مرکزش متمرکز شده است.

۲. یک پوسته کروی با توزیع بار یکنواخت هیچ نیروی الکتروستاتیکی به ذره بارداری که در داخل پوسته قرار گرفته است وارد نمی‌کند.

بررسی می‌کنیم که چگونه قانون گاوس محاسبه میدان الکتریکی و اثبات دو قضیه را در این حالت بسیار متقارن ساده می‌کند. شکل ۲۷-۱۰ یک پوسته نازک کروی را نشان می‌دهد که بار q به‌طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. پوسته به‌وسیله دو سطح گاوسی کروی هم‌مرکز S_1 و S_2 احاطه شده است. از استدلال مبتنی بر تقارن، نتیجه می‌گیریم که میدان تنها می‌تواند مؤلفه‌های شعاعی، E_r ، داشته باشد. (فرض می‌کنیم که مؤلفه‌های غیرشعاعی نیز وجود داشته باشند و تصور می‌کنیم که وقتی سرتان را برگردانید شخصی این پوسته را حول یکی از قطره‌هایش تحت زاویه‌ای چرخانده است. وقتی دوباره به پوسته نگاه کنید، با یک کاوه میدان الکتریکی، مثلاً یک بار آزمون، می‌توانید بفهمید که میدان الکتریکی تغییر جهت داده است، با آنکه توزیع بار همانند قبل از چرخش است. بدیهی است که در اینجا تناقضی وجود دارد. آیا اگر توزیع بار روی سطح یکنواخت نبود این استدلال مبتنی

یا، چون r ثابت است انتگرال روی q انجام می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (۱۵-۲۷)$$

که در آن q کل بار موجود در کره است. به این ترتیب برای نقطه‌هایی که خارج از یک توزیع بار متقارن کروی قرار گرفته‌اند، میدان الکتریکی E دارای مقداری است که گویی تمام بار در مرکز کره متمرکز شده است. این نتیجه مانند نتیجه‌ای است که در بخش ۵-۱۴ برای میدان گرانشی به دست آوردیم. هر دو نتیجه پیامد سرشت عکس مجذوری قانونهای نیروی مربوط به آنهاست.

اکنون میدان الکتریکی را در نقاط داخلی این توزیع بار بررسی می‌کنیم. شکل ۱۱-۲۷ (ب) یک سطح گاوسی کروی به شعاع $r < R$ را نشان می‌دهد. از قانون گاوس می‌دانیم

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_r (4\pi r^2) = q'$$

یا

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \quad (۱۶-۲۷)$$

که در این رابطه q' بخشی از بار q است که در داخل کره به شعاع r قرار دارد. بنابر قضیه دوم پوسته، آن بخش از بار q که خارج از این کره قرار می‌گیرد هیچ سهمی در میدان \vec{E} در شعاع r ندارد.

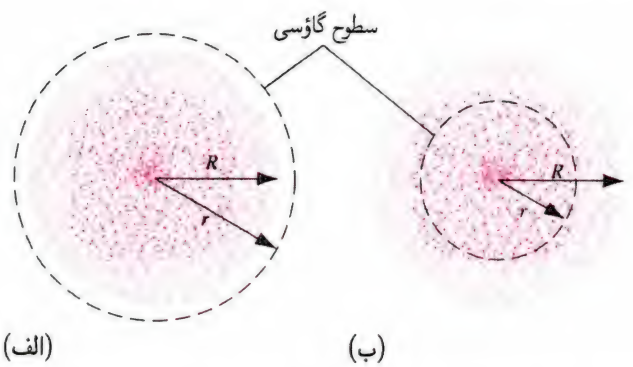
برای ادامه این محاسبه، باید مقدار بار q' را که در داخل شعاع r قرار دارد بدانیم؛ یعنی باید چگالی $\rho(r)$ را بدانیم. مورد ویژه‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن کره به‌طور یکنواخت باردار شده است؛ به‌طوری که چگالی بار ρ برای تمام نقاط واقع در داخل کره به شعاع R یکسان و برای نقاط خارج از این کره صفر است. برای نقاط واقع در داخل این کره یکنواخت باردار شده، کسری از بار که در داخل شعاع r قرار گرفته برابر کسر حجمی است که در داخل شعاع r قرار دارد و در نتیجه

$$\frac{q'}{q} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

یا

$$q' = q \left(\frac{r}{R} \right)^3$$

که در معادله بالا $(4/3)\pi R^3$ حجم کره‌ای است که بار الکتریکی در آن توزیع شده است. در این حالت عبارت مربوط به میدان الکتریکی



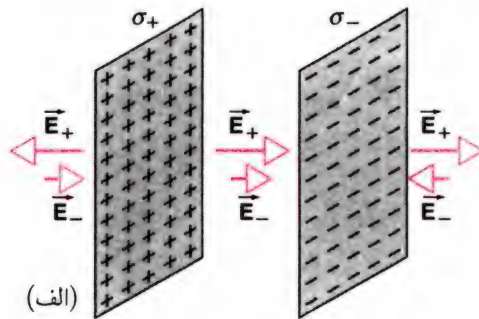
شکل ۱۱-۲۷ مقطع یک توزیع بار با تقارن کروی، که با فرض نارسا بودن ماده، چگالی حجمی بار می‌تواند برحسب شعاع r تغییر کند. در این شکل سطوح گاوسی کروی بسته (الف) در خارج از توزیع بار و (ب) در داخل توزیع بار رسم شده است.

را قائل می‌شویم که ρ در هر نقطه تنها به فاصله آن نقطه از مرکز کره بستگی دارد، حالتی که آن را تقارن کروی می‌خوانیم. یعنی، ρ می‌تواند تابع r باشد، ولی تابع هیچ مختصه زاویه‌ای نیست. اکنون می‌خواهیم برای میدان الکتریکی E در نقاط خارجی (شکل ۱۱-۲۷ (الف)) و داخلی (شکل ۱۱-۲۷ (ب)) عبارتی برای توزیع بار به دست آوریم.

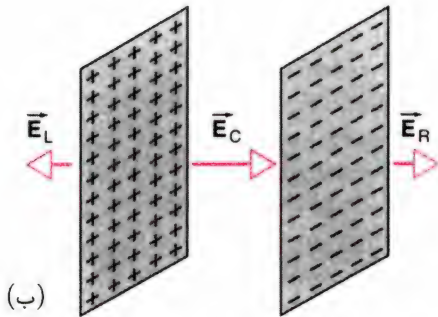
هر توزیع بار متقارن کروی، مانند شکل ۱۱-۲۷ را می‌توان، به صورت مجموعه‌ای از پوسته‌های نازک هم‌مرکز در نظر گرفت. چگالی حجمی ρ ممکن است از یک پوسته به پوسته دیگر تغییر کند، ولی پوسته‌ها را چنان نازک انتخاب می‌کنیم که بتوانیم روی هر پوسته مشخص، چگالی ρ را یکنواخت فرض کنیم. می‌توانیم با استفاده از نتیجه‌های زیربخش قبلی سهم هر پوسته را در میدان الکتریکی کل به دست آوریم. میدان الکتریکی هر یک از این پوسته‌های نازک تنها دارای مؤلفه شعاعی است و به این ترتیب میدان الکتریکی کل کره تنها می‌تواند مؤلفه شعاعی داشته باشد. (این نتیجه را می‌شد از استدلال مبتنی بر تقارن هم به دست آورد ولی اگر توزیع بار فاقد تقارن کروی باشد، یعنی اگر ρ تابع جهت باشد، این استدلال معتبر نیست.)

می‌خواهیم مؤلفه شعاعی میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی محاسبه کنیم که در فاصله r بزرگتر از شعاع کره R ، در شکل ۱۱-۲۷ (الف)، قرار دارند. هر پوسته هم‌مرکز با بار dq ، به اندازه dE_r در مؤلفه شعاعی میدان الکتریکی طبق معادله (۱۳-۲۷) سهم است. میدان الکتریکی کل مجموع تمام این مؤلفه‌هاست و چون همه مؤلفه‌های میدان شعاعی هستند، تنها باید جمع جبری و نه جمع برداری این مؤلفه‌ها را محاسبه کنیم. در این صورت جمع روی همه پوسته‌ها نتیجه می‌دهد

$$E_r = \int dE_r = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$



(الف)



(ب)

شکل ۱۳-۲۷ مسئله نمونه ۳-۲۷. (الف) دو برگه بزرگ موازی که حامل توزیع بارهای متفاوت σ_+ و σ_- هستند. اگر هر کدام از این دو برگه وجود نداشت، برگه دیگر میدانهای \vec{E}_+ و \vec{E}_- را ایجاد می‌کرد. (ب) میدان کل در نواحی نزدیک به چپ (L)، مرکز (C)، و راست (R) برگه‌های موازی، از جمع برداری \vec{E}_+ و \vec{E}_- در این نواحی محاسبه شده است.

به‌طور مشابه، شدت میدان برای برگه با بار منفی برابر است با

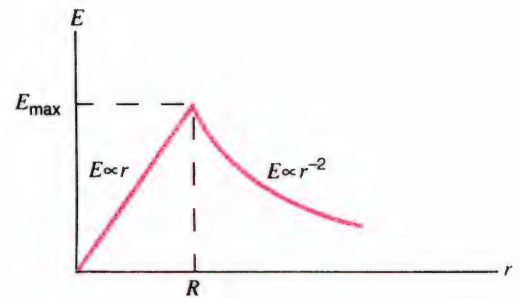
$$E_- = \frac{|\sigma_-|}{2\epsilon_0} = \frac{4.3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 2.43 \times 10^5 \text{ N/C}$$

شکل ۱۳-۲۷ (الف) میدانهای محاسبه‌شده در بالا را در طرف چپ، وسط، و طرف راست دو برگه نشان می‌دهد.

میدانهای برابند در این سه ناحیه از جمع برداری \vec{E}_+ و \vec{E}_- به‌دست می‌آیند. در طرف چپ این برگه‌ها (با این فرض که مؤلفه‌های \vec{E} در شکل ۱۳-۲۷، اگر جهت \vec{E} به سمت راست باشد مثبت، و هرگاه به طرف چپ باشد منفی است)، داریم

$$E_L = -E_+ + E_- = -3.84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2.43 \times 10^5 \text{ N/C} = -1.41 \times 10^5 \text{ N/C}$$

در اینجا، همان‌طور که شکل ۱۳-۲۷ (ب) نشان می‌دهد، میدان الکتریکی برابند (منفی) به طرف چپ است. در طرف راست دو



شکل ۱۲-۲۷ تغییرات میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار کروی یکنواخت به شعاع R برحسب فاصله. تغییرات مربوط به ناحیه $r > R$ در مورد هر توزیع بار متقارن کروی به‌کار می‌رود، در حالی که تغییرات مربوط به ناحیه $r < R$ فقط برای توزیع یکنواخت بار صادق است.

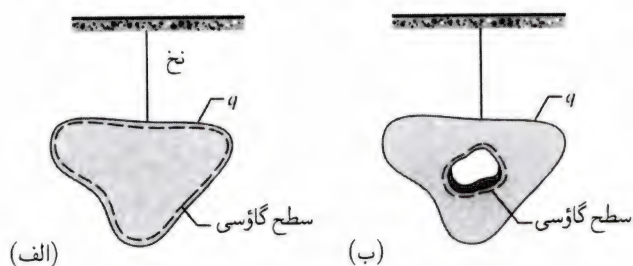
E_r چنین می‌شود

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3} \quad (r < R, \text{ کره با بار یکنواخت, معادله ۱۷-۲۷})$$

که با معادله (۲۴-۲۶) سازگار است. این معادله همان‌طور که باید، به‌ازای $r = 0$ برابر صفر می‌شود. معادله (۱۷-۲۷) فقط در صورتی به‌کار می‌رود که چگالی بار یکنواخت و مستقل از r باشد. توجه کنید که معادله‌های (۱۵-۲۷) و (۱۷-۲۷)، همان‌طور که باید، برای نقاط واقع بر سطح کره‌ای که بار در آن توزیع شده است (یعنی، برای $r = R$) نتیجه‌های یکسانی را به‌دست می‌دهند. شکل ۱۲-۲۷ میدان الکتریکی را برای نقاطی که در آنها $r < R$ معادله (۱۷-۲۷) و برای نقطه‌هایی که در آنها $r > R$ معادله (۱۵-۲۷) است، نشان می‌دهد.

مسئله نمونه ۳-۲۷ شکل ۱۳-۲۷ (الف) بخشهایی از دو برگه بزرگ حامل بار با چگالی سطحی بار یکنواخت $\sigma_+ = +6.8 \mu\text{C/m}^2$ و $\sigma_- = -4.3 \mu\text{C/m}^2$ را نشان می‌دهد. میدان الکتریکی \vec{E} را در طرف چپ برگه‌ها، بین دو برگه، و در طرف راست برگه‌ها محاسبه کنید. حل. راه‌برد ما این است که هر برگه را جداگانه در نظر بگیریم و سپس با افزودن میدانهای الکتریکی حاصل از هر کدام از برگه‌ها با استفاده از اصل برهم‌نهی، میدان الکتریکی کل را به‌دست آوریم. از معادله (۱۲-۲۷)، برای برگه با بار مثبت، داریم

$$E_+ = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} = \frac{6.8 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2}{(2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C}$$



شکل ۱۴-۲۷ (الف) یک رسانای منزوی فلزی که حامل بار q است از یک رشته نخ آویخته شده است. یک سطح گاوسی درست زیر سطح خارجی رسانا رسم کرده ایم. (ب) یک کاواک داخلی در رسانا را سطح گاوسی دیگری در بر گرفته است.

مشاهده می شد. چون چنین جریانهایی را مشاهده نمی کنیم، نتیجه می گیریم که میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است.

توجه داشته باشید که در اینجا فقط یک رسانای “منزوی” را در نظر گرفته ایم، یعنی رسانایی که تحت تأثیر هیچ عامل خارجی قرار ندارد. یک سیم حامل جریان را نمی توان رسانای منزوی پنداشت، زیرا باید به یک چشمه خارجی مثل باتری متصل باشد. میدان الکتریکی در چنین سیمی صفر نیست، سیم در تعادل الکتروستاتیکی قرار ندارد، و نتیجه های این بخش در مورد آن صادق نیست.

اگر بپذیریم که در شرایط الکتروستاتیکی میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است، آنگاه قانون گاوس مستقیماً نتیجه می دهد که بارهای موجود در رسانا باید روی سطح خارجی آن مستقر شوند. شکل ۱۴-۲۷ (الف) رسانایی با یک شکل دلخواه را نشان می دهد، شاید یک کلوخه مسی، که حامل بار خالص q است و از یک رشته نخ نارسا آویخته شده است. یک سطح گاوسی را درست در زیر سطح خارجی رسانا رسم کرده ایم.

اگر میدان الکتریکی در همه جا در داخل رسانا صفر باشد، این میدان در همه جا روی سطح گاوسی مورد نظر ما، که به طور کامل در داخل رسانا قرار گرفته است، نیز صفر خواهد بود. این عبارت به آن معنی است که شار گذرنده از سطوح گاوسی صفر است. از قانون گاوس چنین نتیجه می گیریم که بار خالص در بر گرفته شده به وسیله سطح گاوسی باید صفر باشد. اگر هیچ باری در داخل سطح گاوسی وجود ندارد، پس باید در خارج آن قرار داشته باشد، یعنی اینکه بار باید روی سطح واقعاً خارجی رسانا قرار داشته باشد.

چرا باید میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر باشد؟ تصور کنید که می توانستیم بارها را به گونه ای روی سطح رسانا “ثابت” نگه داریم، شاید با کاشتن آنها در داخل یک اندود پلاستیکی نازک، سپس این رسانا را به طور کامل از داخل اندود خارج می کردیم، و فقط پوسته

برگه، میدان الکتریکی برابند دارای همین بزرگی است و جهت آن در شکل ۱۳-۲۷ (ب) به طرف راست است.

بین این دو برگه، میدانهای ناشی از دو برگه با هم جمع می شوند و نتیجه می دهند

$$E_C = -E_+ + E_- = 3.84 \times 10^5 \text{ N/C} + 2.43 \times 10^5 \text{ N/C} = 6.3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

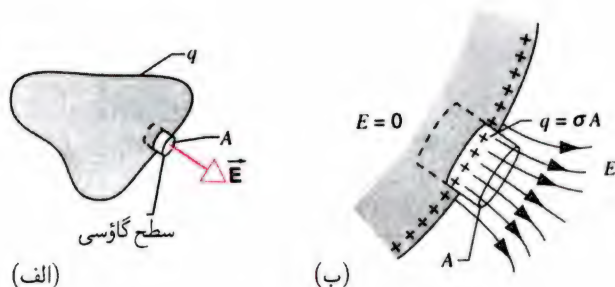
خارج از این دو برگه، میدان الکتریکی رفتاری چون میدان الکتریکی ناشی از یک برگه باردار با چگالی بار سطحی $\sigma_+ + \sigma_-$ یا $10^{-6} \text{ C/m}^2 + 2.5$ دارد. طرح میدان شکل ۱۳-۲۷ (ب) این موضوع را نشان می دهد. در تمرینهای ۱۴ و ۱۵ می توانید مواردی را بررسی کنید که در آنها چگالی بارهای سطحی از لحاظ مقداری برابر ولی از نظر علامت متفاوت اند و نیز مواردی که هم از لحاظ علامت و هم از نظر مقدار با هم برابرند.

۶-۲۷ قانون گاوس و رساناها

دیدیم که با استفاده از قانون گاوس می توانیم میدان الکتریکی مربوط به چندین توزیع بار بسیار متقارن را پیدا کنیم. همچنین می توانیم از قانون گاوس در تعیین خواص رساناهایی که حامل بار الکتریکی خالصی هستند استفاده کنیم. یکی از این خاصیتها چنین است:

هر بار اضافی که روی یک رسانای منزوی قرار داده شود به طور کامل به سطح خارجی رسانا می رود. هیچ بار اضافی را نمی توان در داخل جسم رسانا یافت.

در اینجا وضعیتی را بررسی می کنیم که در آن مقداری بار الکتریکی روی یک رسانای منزوی قرار داده ایم. می خواهیم ببینیم چه اتفاقی خواهد افتاد. به طور اصولی این بارها را می توان در هر جایی از رسانا تخلیه کرد، حتی خیلی عمیق در داخل آن جسم. در ابتدا، به علت وجود بارهای اضافی، در داخل رسانا میدان الکتریکی ایجاد می شود. این میدان الکتریکی سبب اعمال نیروهایی بر بارها می شود که در نتیجه آن بارهای الکتریکی توزیع دوباره ای به خود می گیرند. خیلی سریع (در محدوده 10^{-9} ثانیه) میدان الکتریکی صفر می شود، و بارها از حرکت می ایستند. این وضعیت را تعادل الکتروستاتیکی می خوانیم. اگر میدان در داخل رسانا غیر صفر بود، الکترونهای رسانش در داخل فلز تحت تأثیر نیرویی قرار می گرفتند، و حرکت بارها (به صورت جریان الکتریکی)



شکل ۱۵-۲۷ (الف) یک سطح گاوسی کوچک روی سطح یک رسانای باردار قرار داده شده است. (ب) نمای بزرگ‌شده‌ای از این سطح گاوسی، که حاوی بار q برابر با σA است.

می‌توان از قانون گاوس برای یافتن رابطه‌ای بین چگالی سطحی بار σ در هر نقطه از سطح و میدان الکتریکی \vec{E} درست خارج از سطح در همان نقطه استفاده کرد. در شکل ۱۵-۲۷ (الف) یک سطح گاوسی استوانه‌ای شکل را نشان داده‌ایم که مساحت (کوچک) سطح دو قاعده آن برابر A است. هر دو قاعده استوانه موازی سطح خارجی جسم رسانا هستند، که یکی به‌طور کامل در داخل جسم رسانا قرار دارد و دیگری کاملاً در خارج آن است. دیواره‌های کوتاه استوانه بر سطح رسانا عمودند. نمای بزرگ‌شده‌ای از این سطح گاوسی را در شکل ۱۵-۲۷ (ب) نشان داده‌ایم.

میدان الکتریکی درست در بیرون یک رسانای باردار منزوی در حالت تعادل الکتروستاتیکی باید بر سطح رسانا عمود باشد. اگر چنین نباشد، میدان \vec{E} باید مؤلفه‌ای روی سطح رسانا داشته باشد و این مؤلفه جریانهای سطحی را ایجاد می‌کند که سبب توزیع مجدد بارهای سطحی می‌شود و در نتیجه فرض وجود تعادل الکتروستاتیکی را نقض می‌کند. بنابراین \vec{E} بر سطح رسانا عمود است و شاری که از قاعده بیرونی سطح گاوسی شکل ۱۵-۲۷ (ب) می‌گذرد برابر با EA است. شاری که از قاعده داخلی همین سطح گاوسی می‌گذرد صفر است، زیرا برای تمام نقاط داخلی رسانا $\vec{E} = 0$. شار عبوری از دیواره استوانه‌ای نیز صفر است زیرا خطوط \vec{E} با این قسمت از سطح گاوسی موازی‌اند و در نتیجه نمی‌توانند در آن نفوذ کنند. بار احاطه‌شده توسط سطح گاوسی یعنی q برابر با σA است.

در این حالت می‌توان شار کل را به‌صورت زیر محاسبه کرد

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{قاعده بیرونی}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{قاعده داخلی}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

نازک باردار را به‌جا می‌گذاشتیم. میدان الکتریکی به‌هیچ‌وجه تغییر نمی‌کرد—در همه جا در داخل پوسته همچنان صفر باقی می‌ماند. این نشان می‌دهد که میدان الکتریکی به‌وسیله بارها ایجاد می‌شود و نه به‌وسیله رسانا. رسانا تنها مسیری را فراهم می‌آورد که بارها بتوانند به‌آسانی حرکت کنند و در مکانهایی قرار گیرند به‌طوری که در داخل رسانا میدان الکتریکی خالص صفر را ایجاد کنند.

بار الکتریکی روی سطحهای داخلی

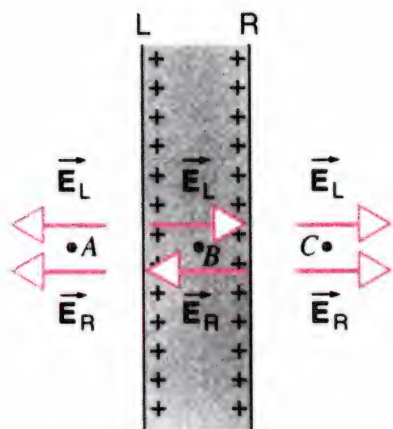
تا اینجا بار الکتریکی موجود روی سطح خارجی یک رسانای توپر را مورد بررسی قرار دادیم. تصور کنید رسانا دارای یک کاواک داخلی است (شکل ۱۴-۲۷ (ب)). آیا بار روی سطح این کاواک نیز پدیدار می‌شود؟ منطقی است تصور کنیم که در آوردن یک ماده به لحاظ الکتریکی خنثی برای ایجاد کاواک نباید توزیع بار روی سطح خارجی یا میدان الکتریکی داخل رسانا را تغییر دهد. برای اثبات کمی این موضوع می‌توانیم از قانون گاوس استفاده کنیم.

یک سطح گاوسی که کاواک را احاطه کند، خیلی نزدیک به دیواره کاواک ولی در داخل جسم رسانا، مطابق شکل ۱۴-۲۷ (ب)، رسم می‌کنیم. چون در داخل جسم رسانا در همه جا $\vec{E} = 0$ ، هیچ شار الکتریکی از این سطح گاوسی نمی‌گذرد، بنابراین، از قانون گاوس، نتیجه می‌گیریم که این سطح حاوی هیچ بار خالصی نیست، و از آن رو هیچ بار خالصی نمی‌تواند روی دیواره کاواک داخلی یک رسانای منزوی وجود داشته باشد.

اگر جسمی با بار الکتریکی q' در داخل کاواک قرار داده شود (به‌طوری که دیگر نتوان رسانا را یک رسانای منزوی در نظر گرفت)، باز هم قانون گاوس ایجاب می‌کند که بار خالص موجود در داخل سطح گاوسی صفر باشد. در این حالت، باید بار $-q'$ به سطح کاواک جذب شود تا باز هم بار خالص موجود در داخل سطح گاوسی برابر با صفر شود. اگر رسانای خارجی در آغاز حامل بار خالص q باشد، در این صورت بار $q + q'$ روی سطح خارجی آن پدیدار می‌شود، به‌طوری که بار خالص موجود در جسم تغییر نکند.

میدان الکتریکی در خارج رسانا

گرچه بار اضافی روی رسانای منزوی به‌طور کامل به سطح می‌رود، این بار—به‌جز برای رسانای کروی منزوی—در حالت کلی به‌طور یکنواخت روی سطح توزیع نمی‌شود. به عبارت دیگر، چگالی سطحی بار σ (مساوی dq/dA) روی سطح از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر می‌کند.



شکل ۱۶-۲۷ میدان الکتریکی در نزدیکی یک برگه نازک رسانا. توجه کنید که بار روی هر دو سطح رسانا قرار گرفته است. میدانهای \vec{E}_L و \vec{E}_R که، به ترتیب، ناشی از بارهای رویه سمت چپ و رویه سمت راست رسانا هستند در نقاط A و C یکدیگر را تقویت ولی در نقاط داخل رسانا مانند B یکدیگر را خنثی می‌کنند.

ورق را به عنوان یک برگه باردار در نظر بگیریم، که (بنابر معادله ۱۲-۲۷) میدان الکتریکی $E = \sigma / 2\epsilon_0 = q / 4A\epsilon_0$ ایجاد می‌کنند. در نزدیکی برگه (در نقاط A یا C در شکل ۱۶-۲۷) میدانهای ناشی از رویه‌های راست و چپ با هم برابرند و به هم افزوده می‌شوند تا میدان الکتریکی کل $E = q / 4A\epsilon_0 + q / 4A\epsilon_0 = q / 2A\epsilon_0 = \sigma / \epsilon_0$ را به دست دهند. در داخل ورق (نقطه B) میدانها در خلاف جهت همدیگرند، و همان‌طور که برای ناحیه داخلی یک رسانا انتظار داریم حاصل جمع آنها به صفر منجر می‌شود.

اکنون در نظر بگیرید ورق دیگری را، که حامل بار $-q$ است، به نزدیکی ورق اولیه بیاوریم. در این حالت دیگر نمی‌توانیم رسانای اول را به عنوان یک رسانای "منزوی" در نظر بگیریم و در نتیجه بار روی سطح خارجی آن نمی‌تواند به طور یکنواخت توزیع شود. بین بارهای مثبت و منفی موجود روی دو ورق نیروی ربایشی وجود دارد و این عامل سبب می‌شود که بارها به رویه‌های مقابل هم کشیده شوند (شکل ۱۷-۲۷). در این حالت هر کدام از دو رویه حامل بار q (به جای $q/2$) خواهند بود و چگالی بار هم در این حالت $\sigma = q/A$ است. اگر هر کدام از این صفحه‌ها را به صورت یک برگه بار در نظر بگیریم، هر رویه یک میدان الکتریکی $E = \sigma / 2\epsilon_0 = q / 2A\epsilon_0$ ، بنابر معادله (۱۲-۲۷)، ایجاد می‌کند. در ناحیه بین دو ورق، ورقهای مثبت و منفی سهم یکسانی از نظر مقدار و جهت در میدان الکتریکی دارند، و در نتیجه میدان الکتریکی خالص آنها برابر $E = \sigma / \epsilon_0 = q / A\epsilon_0$ است. این مقدار میدان الکتریکی مربوط به یک خازن با صفحات موازی است. این میدان را در شکل ۱۷-۲۷ نشان داده‌ایم.

$$+ \int_{\text{سطح جانبی}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$= EA + 0 + 0 = EA$$

اکنون می‌توان با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی را معین کرد:

$$\epsilon_0 \Phi_E = q$$

و با جایگزین کردن مقادیرهای مربوط به شار و بار احاطه شده q (مساوی σA) می‌رسیم به

$$\epsilon_0 EA = \sigma A$$

یا

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (۱۸-۲۷)$$

این نتیجه را با معادله (۱۲-۲۷) برای میدان الکتریکی در نزدیکی یک صفحه باردار یعنی $E = \sigma / 2\epsilon_0$ مقایسه کنید. میدان الکتریکی در نزدیکی یک رسانا دو برابر میدانی است که برای رسانای به شکل یک برگه باردار انتظار داریم، این مطلب حتی برای نقاط بسیار نزدیک به سطح رسانا، که محدودهٔ بلافاصله آنها واقعاً مانند برگه باردار به نظر می‌رسد واقعیت دارد. چگونه می‌توان تفاوت بین این دو مورد را فهمید؟ یک برگه باردار می‌توان با افشاندن بار الکتریکی در یک طرف لایهٔ نازکی از پلاستیک تهیه کرد. بارها در محل فرود می‌چسبند و دیگر نمی‌توانند حرکت کنند. یک جسم رسانا را نمی‌توانیم به همین ترتیب باردار کنیم. می‌توانیم تصور کنیم که سطح رسانا به دو قسمت تقسیم شده باشد: ناحیهٔ نزدیک به محلی که می‌خواهیم میدان الکتریکی را در آنجا تعیین کنیم و بقیهٔ رسانا. اگر به قدر کافی به رسانا نزدیک باشیم (شکل ۱۵-۲۷)، ناحیهٔ نزدیک به سطح گاوسی را می‌توانیم با یک برگه باردار تقریب بزنیم، و سهم آن در میدان الکتریکی برابر با $E = \sigma / 2\epsilon_0$ است. ولی، می‌توان نشان داد که بار موجود روی بقیه رسانا هم به مقدار دقیقاً یکسانی در میدان الکتریکی سهمیم است. در نتیجه، میدان الکتریکی کل برابر است با حاصل جمع دو سهم، یعنی σ / ϵ_0 .

این موضوع را به مستقیم‌ترین وجه می‌توانیم در مورد یک ورق نازک رسانا مشاهده کنیم. ورقی به مساحت A را در نظر بگیرید. اگر بار q را در هر جای ورق بپاشانیم، بار خودش را روی هر دو سطح این ورق توزیع می‌کند (شکل ۱۶-۲۷). بنابراین انتظار داریم که روی هر کدام از دو سطح بار $q/2$ داشته باشیم و از آن رو چگالی سطحی بار روی هر کدام از دو رویهٔ ورق برابر با $\sigma = q / 2A$ است. می‌توانیم هر کدام از دو رویهٔ

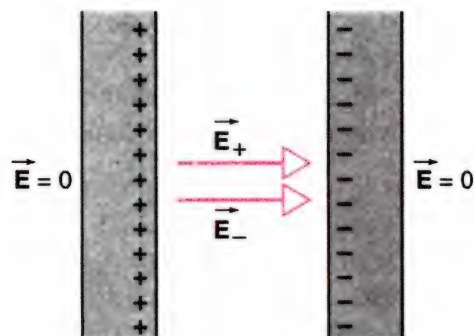
مسئله نمونه ۶-۲۷ یک استوانهٔ رسانای توخالی طویل (با شعاع داخلی a ، و شعاع خارجی b) به وسیلهٔ یک استوانهٔ رسانای طویل هم‌محور (با شعاع داخلی c ، و شعاع خارجی d) مطابق شکل ۱۸-۲۷ احاطه شده است. استوانهٔ داخلی حامل بار مثبت $2q$ است، و استوانهٔ خارجی دارای بار $-3q$ است. مقدار باری را که روی هر کدام از این دو رسانا قرار گرفته است مشخص کنید.

حل. قانون گاوس در مورد اجسام استوانه‌ای نتیجه‌های مشابه اجسام کروی ارائه می‌دهد. به‌ویژه، میدان الکتریکی ناشی از استوانهٔ خارجی در ناحیهٔ $c < r$ برابر صفر است، درست به همان صورت که برای پوستهٔ کروی باردار اثبات کرده‌ایم. بارهای الکتریکی موجود روی رسانای خارجی هیچ میدان الکتریکی در محل رسانای داخلی ایجاد نمی‌کنند، که به این ترتیب می‌توان آن را در این بحث «منزوی» پنداشت. اگر استوانهٔ داخلی را به‌عنوان یک رسانای منزوی در نظر بگیریم، نتیجه می‌گیریم که بار الکتریکی موجود در آن باید کلاً روی سطح خارجی آن مستقر شود. در نتیجه هیچ باری روی سطح a قرار ندارد و بار مثبت $2q$ روی سطح b توزیع شده است.

اگر یک سطح گاوسی استوانه‌ای هم‌محور در داخل پوستهٔ استوانه‌ای خارجی رسم کنیم ($c < r < d$)، می‌توانیم از قانون گاوس استفاده کنیم و نتیجه بگیریم که شار الکتریکی گذرنده از این سطح گاوسی صفر است. شار گذرنده از سطح جانبی استوانه، همه جا در داخل رسانا، صفر است، زیرا $E = 0$ و شار گذرنده از دو قاعدهٔ تخت استوانه نیز صفر است، زیرا میدان در ناحیهٔ $c < r < d$ باید شعاعی و از آن‌رو موازی با دو قاعدهٔ استوانه باشد. یعنی اینکه، بنابر قانون گاوس، باید بار خالص موجود در داخل این سطح گاوسی برابر صفر باشد.



شکل ۱۸-۲۷ مسئله نمونه ۶-۲۷. دو پوسته استوانه‌ای هم‌محور.



شکل ۱۷-۲۷ دو ورق رسانای نازک حامل بارهای مساوی با علامت مخالف. \vec{E}_+ میدان ناشی از ورق حامل بار مثبت است، و \vec{E}_- میدانی است که ورق با بار منفی ایجاد می‌کند.

مسئله نمونه ۴-۲۷ مقدار میدان الکتریکی E درست در روی سطح جانبی استوانهٔ باردار یک دستگاه فتوکپی برابر $2.3 \times 10^5 \text{ N/C}$ است. اگر استوانه رسانا باشد چگالی سطحی بار آن چقدر است؟ **حل.** از معادلهٔ (۱۸-۲۷) داریم،

$$\sigma = \epsilon_0 E = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(2.3 \times 10^5 \text{ N/C}) \\ = 2.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 = 2.0 \mu\text{C/m}^2$$

مسئله نمونه ۵-۲۷ اندازهٔ میدان الکتریکی متوسطی که در جو زمین و درست روی سطح زمین معمولاً وجود دارد در حدود 150 N/C و رو به پایین است. بار خالص سطحی زمین چقدر است؟ فرض کنید زمین رساناست.

حل. خطهای نیرو به بارهای منفی ختم می‌شوند، بنابراین اگر میدان الکتریکی زمین پایین‌سواست، میانگین چگالی سطحی بار آن یعنی σ باید منفی باشد. از معادلهٔ (۱۸-۲۷) می‌دانیم که

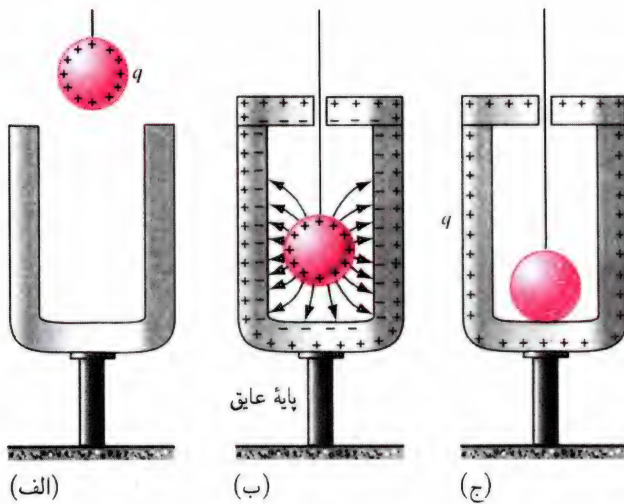
$$\sigma = \epsilon_0 E = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(-150 \text{ N/C}) \\ = -1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

بار الکتریکی کل زمین، q ، برابر است با چگالی سطحی بار ضربدر مساحت سطح زمین (که کروی فرض می‌شود)، یعنی $4\pi R^2$. به این ترتیب

$$q = \sigma 4\pi R^2 \\ = (-1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2)(4\pi)(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2 \\ = -6.8 \times 10^5 \text{ C} = -680 \text{ kC}$$

می‌دانیم که بار $2q$ روی سطح رسانای داخلی وجود دارد، از آن رو برای اینکه بار خالص موجود در داخل سطح گاوسی برابر صفر شود باید بار $-2q$ روی سطح c قرار داشته باشد. چون بار کل موجود در استوانه خارجی برابر $-3q$ است، باقی‌مانده بار یعنی $-q$ باید روی سطح d پدیدار شود.

توجه کنید که رسانای خارجی تحت تأثیر بار موجود در رسانای داخلی قرار می‌گیرد و به همین دلیل نمی‌توان آن را منزوی در نظر گرفت، در نتیجه بار موجود در رسانا تماماً روی سطح خارجی آن قرار نمی‌گیرد.



شکل ۲۷-۱۹ آرایشی را که بنیامین فرانکلین برای نشان دادن اینکه، باری را که روی یک رسانا قرار می‌دهیم به سطح خارجی آن می‌رود، در نظر گرفته بود. (الف) یک گوی فلزی حامل بار را در داخل یک قوطی فلزی بدون بار پایین می‌آوریم. (ب) وقتی که گوی در داخل قوطی جای گرفت در پوشی روی قوطی می‌گذاریم، خطوط میدان بین گوی و قوطی بدون بار را نشان داده‌ایم. گوی بارهای مخالف بار خودش را به طرف جدار داخلی رسانا می‌کشاند. (ج) وقتی گوی با قوطی تماس پیدا کرد، آنها تشکیل یک رسانای واحد می‌دهند و بار خالص به سمت جدار خارجی قوطی حرکت می‌کند. حال می‌توان گوی را از داخل قوطی خارج کرد و نشان داد که کاملاً بدون بار است و از آن رو باید کل بار خود را به قوطی انتقال داده باشد.

گرفته است. وقتی که گوی باردار با قسمت داخلی قوطی تماس پیدا می‌کند، دو جسم یک رسانای مرکب تشکیل می‌دهند و اگر قانون گاوس معتبر باشد، تمام بار روی گوی باید، مانند شکل ۲۷-۱۹ (ج)، به سطح خارجی رسانای مرکب یعنی مجموعه گوی به اضافه قوطی برود. وقتی گوی را خارج می‌کنیم، دیگر نباید حامل هیچ باری باشد. تماس اجسام فلزی عایق‌بندی شده دیگر با قسمت داخلی قوطی نباید باعث هیچ‌گونه انتقال بار به این اجسام شود. فقط از روی جدار خارجی قوطی امکان انتقال بار وجود دارد.

به نظر می‌رسد که بنیامین فرانکلین نخستین کسی بود که متوجه شد در داخل یک قوطی فلزی عایق‌بندی شده هیچ باری وجود ندارد. در سال ۱۷۵۵ او به دوستی نوشت:

یک قوطی نقره‌ای را که روی یک پایه عایق قرار داشت باردار کردم و سپس یک گوی چوب‌پنبه‌ای به قطر تقریبی یک اینچ را که از یک رشته نخ ابریشمی آویخته شده بود، در داخل آن پایین بردم تا چوب‌پنبه با کف قوطی تماس پیدا کرد. چوب‌پنبه آن‌طور که به قسمت خارجی قوطی می‌چسبید به قسمت داخلی آن نمی‌چسبید، اگر چه با کف قوطی تماس پیدا کرد، ولی وقتی آن را بیرون آوردم، دریافت‌م که به علت آن تماس

۲۷-۷ آزمونهای تجربی قانون گاوس و قانون

کولن

در بخش ۲۷-۶ به این نتیجه رسیدیم که بار اضافی در رسانا فقط باید روی سطح خارجی آن قرار گیرد. هیچ باری نمی‌تواند در داخل حجم رسانا یا در سطح یک کاواک تهی داخلی قرار گیرد. این نتیجه پیامد مستقیم قانون گاوس است. بنابراین، آزمایش اینکه بار اضافی به‌طور کامل روی سطح خارجی جسم رسانا قرار می‌گیرد روشی برای آزمودن قانون گاوس است. یافتن بار در داخل رسانا یا روی یک سطح داخلی (مانند کاواک شکل ۲۷-۱۴ (ب)) به معنای نقض قانون گاوس است. در بخش ۲۷-۴ همچنین نشان دادیم که قانون کولن پیامد مستقیم قانون گاوس است. بنابراین، اگر قانون گاوس نقض شود، قانون کولن نیز با شکست روبه‌رو می‌شود. به‌ویژه، امکان دارد که قانون نیرو دقیقاً قانون عکس مجذوری نباشد. نمای شعاع r می‌تواند به میزان اندک δ با ۲ تفاوت داشته باشد، به‌طوری که

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \delta} \quad (۲۷-۱۹)$$

که اگر قانون کولن و قانون گاوس صادق باشند δ دقیقاً برابر با صفر است. اندازه‌گیری مستقیم نیروی بین دو بار الکتریکی، که در فصل ۲۵ توصیف شد، دقت لازم را برای آزمون اینکه آیا δ با دقت چند درصد برابر با صفر است ندارد. مشاهده بار در داخل رسانا، چنانکه خواهیم دید، امکان آزمون بسیار دقیقتر را فراهم می‌آورد.

اصولاً، آزمایش، روال نشان داده‌شده در شکل ۲۷-۱۹ را دنبال می‌کند. یک گوی فلزی باردار را که از یک رشته نخ عایق آویخته شده است داخل یک قوطی فلزی می‌کنیم که روی پایه عایق قرار

جدول ۱-۲۷ آزمونهای مربوط به قانون عکس مجذوری کولن

پژوهشگران	تاریخ	δ (معادله ۱۹-۲۷)
فرانکلین	۱۷۵۵	
پریستلی	۱۷۶۷	متناسب با مجذورها
روبیسن	۱۷۶۹	< 0.06
کاوندیش	۱۷۷۳	< 0.02
کولن	۱۷۸۵	حداکثر چند درصد
ماکسول	۱۸۷۳	$5 \times 10^{-5} <$
پلیمپتون و لوتون	۱۹۳۶	$2 \times 10^{-9} <$
بارتلت، گلدهاگن و فیلیس	۱۹۷۰	$1.3 \times 10^{-13} <$
ویلیامز، فالر، و هیل	۱۹۷۱	$1.0 \times 10^{-16} <$

قانون کولن در فیزیک اهمیتی فوق العاده دارد و اگر δ در معادله (۱۹-۲۷) صفر نباشد، در استنباط الکترومغناطیس و فیزیک کوانتومی دچار دردسرهای جدی خواهیم شد. بهترین راه برای اندازه گیری δ آن است که به کمک آزمایش دریابیم آیا بار اضافی روی یک رسانای عایق بندی شده، کاملاً به جدار خارجی آن می رود یا نه.

آزمایشهای جدید، که با دقت بسیار زیادی انجام شده اند، نشان می دهند که اگر δ در معادله (۱۹-۲۷) صفر نباشد، مسلماً بسیار کوچک است. جدول ۱-۲۷ نتیجه مهمترین آزمایشهایی از این دست را نشان می دهد.

شکل ۲۰-۲۷ دستگاهی را نشان می دهد که پلیمپتون و لوتون از آن برای اندازه گیری δ استفاده کردند. این دستگاه دو پوسته فلزی هم مرکز A و B تشکیل شده است، که قطر پوسته A برابر ۱٫۵ متر است. پوسته داخلی حاوی یک الکترومتر حساس E است و این الکترومتر طوری قرار گرفته بود که اگر بین پوسته های A و B باری جابه جا می شد آن را مشخص می کرد. اگر قانون گاوس و در نتیجه قانون کولن به صورتی که بیان شده اند صحیح باشند، در صورتی که پوسته ها به لحاظ الکتریکی به هم متصل باشند، هر باری که روی این مجموعه قرار داده شود باید به طور کامل روی پوسته A قرار گیرد.

با حرکت کلید S به طرف چپ، مقدار قابل ملاحظه ای بار به وسیله باتری V روی مجموعه کره ها قرار می گیرد. اگر بخشی از این بار به پوسته B منتقل شود، باید از الکترومتر بگذرد و سبب انحراف آن بشود، که در این صورت انحراف به صورت اپتیکی از طریق تلسکوپ T، آینه M، و پنجره های W قابل مشاهده است.

باردار نشده است، در حالی که در تماس با جدار خارجی باردار می شود. واقعیت شگفت انگیزی است. دلیلش را می خواهی؛ من آن را نمی دانم...

حدود ده سال بعد از فرانکلین توجه دوستش ژوزف پریستلی (۱۷۳۳ تا ۱۸۰۴) را به این "واقعیت شگفت انگیز" جلب کرد. در سال ۱۷۶۷ (تقریباً بیست سال پیش از آزمایشهای کولن) پریستلی مشاهدات فرانکلین را بررسی کرد و با بصیرت استثنایی، متوجه شد که قانون عکس مجذوری نیرو پیامد آن است. به این ترتیب رهیافت غیرمستقیم نه تنها خیلی دقیقتر از رهیافت مستقیم بخش ۴-۲۵ است بلکه قبل از آن هم انجام شده بود.

پریستلی، با استدلال مبتنی بر قیاس با گرانش، اظهار داشت که وارد نشدن هیچ نیروی الکتریکی به گوی چوب پنبه ای فرانکلین که در داخل یک قوطی فلزی عمیق قرار دارد، مشابه این واقعیت است که (نگاه کنید به بخش ۵-۱۴) بر ذره ای که در داخل یک پوسته کروی از ماده قرار دارد هیچ نیروی گرانشی وارد نمی آید؛ اگر گرانش از قانون عکس مجذوری پیروی کند، شاید نیروی الکتریکی هم از این قانون تبعیت کند. با توجه به آزمایش فرانکلین، پریستلی چنین استدلال کرد: آیا نمی توان از این رفتار، نتیجه گرفت که ربایش الکتریکی از همان قانونهای ربایش گرانشی پیروی می کند و بنابراین برحسب مربع فاصله تغییر می کند؛ زیرا به آسانی می توان نشان داد که اگر زمین به شکل پوسته بود، یک جسم در داخل آن به هیچ طرفی بیشتر از طرف دیگر جذب نمی شد؟

توجه کنید که چگونه آگاهی از یک موضوع (گرانش) به درک موضوع دیگر (الکتروستاتیک) کمک می کند.

مایکل فاراده نیز آزمایشهایی را برای نشان دادن این موضوع که بار اضافی موجود در یک رسانا روی جدار خارجی آن قرار می گیرد طراحی کرد. به ویژه او یک جعبه بزرگ با پوشش فلزی ساخت که روی پایه های عایقی قرار داشت و توسط یک مولد الکتروستاتیکی قوی باردار شده بود. به گفته فاراده:

به داخل آن اتاقک رفتم و در آن زندگی کردم و با استفاده از شمعهای روشن، الکترومتر و همه آزمونهای الکتریکی دیگر نتوانستم کوچکترین تأثیری در آنها مشاهده کنم... با اینکه در تمام این مدت پوشش فلزی جدار خارجی این اتاقک به شدت باردار شده بود و جرقه های بزرگی از همه جای سطح خارجی آن گسیل می شد.

(۲) کدام یک از گزاره‌های زیر درباره شارگذرنده از چهار سطح

صحیح است؟

(الف) حداقل یکی از Φ_n ها باید منفی باشد.

(ب) حداقل یکی از Φ_n ها باید مثبت باشد.

(ج) حداقل یکی از Φ_n ها باید صفر باشد.

(د) اگر A صحیح است، در آن صورت B نیز باید صحیح باشد.

(ه) یا A یا B می‌تواند درست باشد، ولی هر دو گزاره نمی‌توانند صحیح باشند.

(۳) اندازه‌گیریها نشان می‌دهند که $\Phi_1 + \Phi_2 > 0$. از این

اطلاعات می‌توانیم نتیجه بگیریم که

(الف) $\Phi_3 = \Phi_4$ (ب) $\Phi_3 = -\Phi_4$ (ج) $\Phi_3 > \Phi_4$

(د) $\Phi_3 < -\Phi_4$

۳-۲۷ شار میدان الکتریکی

۲. شارگذرنده از یک سطح تخت به مساحت A در یک میدان

یکنواخت \vec{E} وقتی بیشینه است که

(الف) سطح تخت موازی با \vec{E} باشد.

(ب) سطح تخت عمود بر \vec{E} باشد.

(ج) سطح تخت به شکل مستطیل باشد.

(د) سطح تخت به شکل مربع باشد.

۳. یک سطح بسته کروی به شعاع a در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E}

قرار گرفته است. شار الکتریکی Φ_E گذرنده از این سطح چقدر است؟

(الف) $\Phi_E = 4\pi a^2 E$ (ب) $\Phi_E = \pi a^2 E$ (ج) $\Phi_E = 0$

(د) بدون اطلاعات بیشتر نمی‌توان Φ_E را معین کرد.

۴-۲۷ قانون گاوس

۴. دو سطح کروی هم‌مرکز در نظر بگیرید. S_1 به شعاع a و S_2 به شعاع

$2a$ که مرکز هر دو در مبدأ مختصات است. بار الکتریکی $+q$ در مبدأ

مختصات قرار دارد و هیچ بار دیگری وجود ندارد. شارگذرنده از سطح

S_1 ، یعنی Φ_1 را با شارگذرنده از سطح S_2 ، یعنی Φ_2 با هم مقایسه کنید.

(الف) $\Phi_1 = 4\Phi_2$ (ب) $\Phi_1 = 2\Phi_2$ (ج) $\Phi_1 = \Phi_2$

(د) $\Phi_1 = \Phi_2/2$

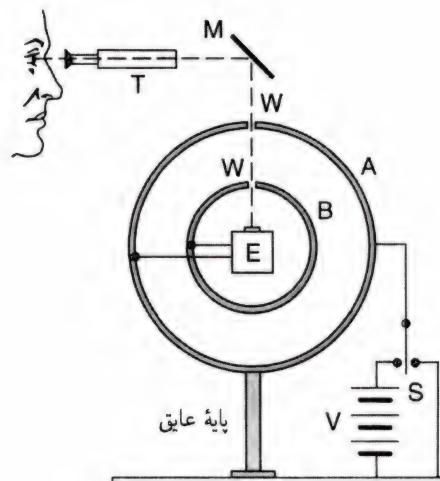
۵. مرکز یک سطح بسته کروی خیالی S به شعاع R در مبدأ مختصات

قرار دارد. یک بار مثبت ابتدا در مبدأ مختصات قرار دارد و شارگذرنده

از سطح برابر Φ_E است. این بار مثبت را به آرامی از مبدأ به نقطه‌ای

به فاصله $R/2$ از مبدأ جابه‌جا کرده‌ایم. در انجام این کار، شارگذرنده

از سطح S



شکل ۲۷-۲۰ نوع جدید و دقیقتری از دستگاه شکل ۱۹-۲۷، که آن نیز برای تحقیق در مورد اینکه بار الکتریکی فقط روی سطح خارجی یک رسانا قرار می‌گیرد، طراحی شده است. با جابه‌جا کردن کلید S به طرف چپ، بار الکتریکی روی کره A قرار می‌گیرد و الکترومتر حساس E برای نشان دادن هر باری که به کره داخلی B نقل مکان کند مورد استفاده قرار می‌گیرد. انتظار داریم که تمام بارها روی سطح خارجی (کره A) باقی بماند.

با این همه، وقتی کلید S متناوباً به چپ و راست جابه‌جا شد و مجموعه پوسته‌ای به باتری و زمین وصل شد، هیچ اثری از جابه‌جایی بار مشاهده نشد. پلیمپتون و لوتون با آگاهی از حساسیت الکترومتر خود، محاسبه کردند که اختلاف δ در معادله (۱۹-۲۷) با صفر بیش از $10^{-9} \times 2$ نیست، که در واقع مقدار بسیار کوچکی است. با وجود این پس از آزمایش آنها، حدود δ بیش از هفت مرتبه بزرگی بهبود پیدا کرده است و این اصلاح با استفاده از انواع دقیقتری از همین دستگاه پایه توسط پژوهشگران انجام شده است.

چندگزینه‌ای

۱-۲۷ قانون گاوس درباره چیست؟

۲-۲۷ شار میدان برداری

۱. میدان سرعت \vec{v} در ناحیه‌ای از فضا وجود دارد. سطح بسته S به چهار بخش S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 تقسیم شده است. چشمه‌ای درست در بیرون سطح بسته و نزدیک به S_1 قرار دارد؛ ممکن است چشمه‌ها با چاهکهای دیگری در نزدیکی سایر سطحهای S_n وجود داشته باشند، ولی هیچ‌کدام در داخل S نیستند.

(۱) در مورد Φ_1 ، شارگذرنده از S_1 ، به چه نتیجه می‌توان رسید؟

(الف) $\Phi_1 > 0$ (ب) $\Phi_1 = 0$ (ج) $\Phi_1 < 0$

(د) بدون اطلاعات بیشتر، درباره Φ_1 نمی‌توان به هیچ نتیجه‌ای دست یافت.

(الف) معین کردن میدان الکتریکی در نقاط مختلف روی سطح یک استوانهٔ یکنواخت باردار شده با طول محدود.

(ب) معین کردن شار الکتریکی گذرنده از قاعدهٔ یک استوانهٔ یکنواخت باردار شده.

(ج) معین کردن میدان الکتریکی در نقاط مختلف روی سطح یک مکعب یکنواخت باردار شده.

(د) معین کردن شار الکتریکی گذرنده از یکی از سطوح یک مکعب یکنواخت باردار شده.

۶-۲۷ قانون گاوس و رساناها

۱۲. تک بار مثبت $+q$ در مرکز یک گوی رسانای توخالی قرار داده شده است. گوی دارای هیچ بار خالصی نیست.

(۱) بار خالص موجود روی جدار داخلی گوی برابر است با
(الف) $+2q$ (ب) $+q$ (ج) $-q$ (د) 0

(۲) بار خالص موجود روی جدار خارجی گوی برابر است با
(الف) $+2q$ (ب) $+q$ (ج) $-q$ (د) 0

۱۳. تصور کنید که بار الکتریکی خالص $+q$ را روی گوی پرسش چندگزینه‌ای ۱۲ قرار دهیم؛ بار نقطه‌ای باز هم در مرکز می‌ماند. در این صورت

(۱) بار خالص موجود روی جدار داخلی گوی برابر است با
(الف) $+2q$ (ب) $+q$ (ج) $-q$ (د) 0

(۲) بار خالص موجود روی جدار خارجی گوی برابر است با
(الف) $+2q$ (ب) $+q$ (ج) $-q$ (د) 0

۱۴. بار مثبت موجود در مرکز گوی پرسش چندگزینه‌ای ۱۳ را جابه‌جا کرده آن را به جدار داخلی گوی نزدیک می‌کنیم، ولی مواظب هستیم که با جدار گوی تماس پیدا نکند.

(۱) بار کل موجود روی جدار داخلی گوی در این حالت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.
(د) تغییر می‌کند، و بستگی دارد به اینکه بار تا چه حد به جدار داخلی گوی نزدیک شود.

(۲) بار کل موجود روی جدار خارجی گوی در این حالت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.
(د) تغییر می‌کند، و بستگی دارد به اینکه بار تا چه حد به جدار داخلی گوی نزدیک شود.

۷-۲۷ آزمونهای تجربی قانون گاوس و قانون کولن

(الف) به $4\Phi_E$ افزایش می‌یابد. (ب) به $2\Phi_E$ افزایش می‌یابد.

(ج) ثابت می‌ماند. (د) به $\Phi_E/2$ کاهش می‌یابد.

(ه) به $\Phi_E/4$ کاهش پیدا می‌کند.

۶. در چه شرایطی می‌توان شار الکتریکی Φ_E گذرنده از یک سطح بسته را معین کرد؟

(الف) اگر مقدار \vec{E} در همهٔ نقطه‌های روی سطح معلوم باشد.

(ب) اگر کل بار الکتریکی محصور در سطح بسته معلوم باشد.

(ج) اگر کل بار الکتریکی موجود در خارج از سطح بسته مشخص باشد.

(د) فقط اگر موقعیت هر یک از بارهای نقطه‌ای در داخل سطح بسته مشخص باشد.

۷. مرکز یک سطح بستهٔ کروی خیالی S به شعاع R در مبدأ مختصات قرار دارد. بار $+q$ ابتدا در مبدأ مختصات قرار دارد، و شار گذرنده از سطح برابر Φ_E است. سپس سه بار دیگر روی محور x به این سیستم اضافه می‌شود. مقدار و موقعیت بارها به این شرح است: بار $-3q$ در $x = -R/2$ ، بار $+5q$ در $x = R/2$ ، و بار $+4q$ در $x = 3R/2$. در این صورت شار گذرنده از سطح S چقدر است؟

(الف) $2\Phi_E$ (ب) $3\Phi_E$ (ج) $6\Phi_E$ (د) $7\Phi_E$

(ه) Φ_E را نمی‌توان معین کرد، زیرا مسئله دیگر متقارن نیست.

۵-۲۷ کاربردهای قانون گاوس

۸. یک دوقطبی روی محور x قرار گرفته است به طوری که بار $+q$ آن در $x = +d/2$ و بار منفی آن در $x = -d/2$ قرار دارد. شار الکتریکی Φ_E گذرنده از صفحهٔ yz در وسط دو بار چنین است:

(الف) صفر است. (ب) به d بستگی دارد.

(ج) به q بستگی دارد. (د) هم به q و هم به d وابسته است.

۹. صفحهٔ تعریف شده در پرسش چندگزینه‌ای ۸ به طرف بار مثبت حرکت داده شده است. وقتی که صفحه حرکت می‌کند، شار گذرنده Φ_E از این سطح

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

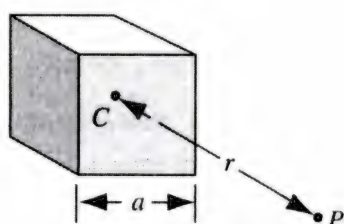
۱۰. صفحهٔ تعریف شده در پرسش چندگزینه‌ای ۸ را می‌چرخانیم به طوری که عمود بر آن صفحهٔ دیگر به موازات محور x نیست. همراه با دوران صفحه، شار الکتریکی Φ_E گذرنده از این سطح

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

۱۱. در کدام یک از مسائل زیر ممکن است قانون گاوس مورد استفاده قرار گیرد؟

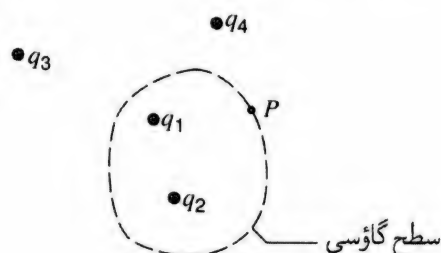
پرسشها

۱. مبنای این حکم که خطوط میدان الکتریکی تنها از بارهای الکتریکی شروع و به آنها ختم می‌شوند چیست؟
۲. گاهی بارهای مثبت را “چشمه” و بارهای منفی را “چاهک” میدان الکتریکی می‌گوییم. این اصطلاحات را چگونه توجیه می‌کنید؟ آیا برای میدان گرانشی چشمه، چاهک، یا هر دو وجود دارند؟
۳. در مقایسه با Φ_E ، شار Φ_g یک میدان گرانشی را چگونه تعریف خواهید کرد؟ شار Φ_g میدان گرانشی زمین که از دیواره‌های یک اتاق می‌گذرد، با فرض اینکه اتاق حاوی ماده نباشد، چقدر است؟ از یک سطح کروی که زمین را، خیلی نزدیک به سطح آن، احاطه کرده است چه شاری می‌گذرد؟ از یک سطح کروی به اندازه مدار ماه چقدر است؟
۴. سطح گاوسی را در نظر بگیرید که بخشی از توزیع بار شکل ۲۷-۲۱ را احاطه می‌کند. (الف) کدامیک از بارها در میدان الکتریکی در نقطه P سهمیند؟ (ب) آیا مقدار شار عبوری از این سطح گاوسی با در نظر گرفتن میدان ناشی از بارهای q_1 و q_2 از شار مربوط به میدان کل، بزرگتر، مساوی، یا کوچکتر است؟
۵. فرض کنید که میدان الکتریکی در ناحیه‌ای دارای جهت ثابتی است ولی شدت میدان در آن جهت کاهش پیدا می‌کند. در مورد توزیع بار در آن ناحیه چه می‌توانید بگویید؟ خطهای نیرو را برای آن ناحیه رسم کنید.
۶. آیا این گزاره از قانون گاوس دقیقاً درست است که می‌گوید، تعداد کل خطهای نیرویی که از هر سطح بسته خارج می‌شود با مقدار بار مثبت خالصی که در آن سطح وجود دارد متناسب است؟
۷. یک بار نقطه‌ای را در مرکز یک سطح گاوسی کروی قرار داده‌ایم. آیا اگر (الف) سطح را با مکعبی با همان حجم جایگزین کنیم؛ (ب) کره را با مکعبی با حجم یک‌دهم حجم آن جایگزین کنیم؛ (ج) بار را از مرکز کره جابه‌جا کنیم، ولی هنوز در داخل آن قرار داشته باشد؛ (د)
۸. در قانون گاوس، $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0$ ، آیا الزاماً میدان الکتریکی ناشی از بار q است؟
۹. سطحی یک دوقطبی الکتریکی را در برمی‌گیرد. درباره Φ_E این سطح چه می‌توان گفت؟
۱۰. فرض کنید که یک سطح گاوسی حاوی هیچ بار خالصی نباشد. آیا قانون گاوس ایجاب می‌کند که میدان \vec{E} در همه جا روی سطح گاوسی صفر باشد؟ آیا عکس این عبارت درست است؛ یعنی اگر \vec{E} در همه جا روی یک سطح گاوسی صفر باشد، آیا قانون گاوس ایجاب می‌کند که هیچ بار خالصی در داخل آن سطح وجود نداشته باشد؟
۱۱. آیا می‌توان از قانون گاوس برای محاسبه میدان ناشی از سه بار مساوی که در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته‌اند استفاده کرد؟ درباره پاسختان چه مثبت و چه منفی توضیح دهید.
۱۲. بار کل Q به طور یکنواخت در سرتاسر مکعبی به ضلع a توزیع شده است. آیا میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار در نقطه خارجی P ، در فاصله r از مرکز C مکعب از رابطه $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ به دست می‌آید؟ نگاه کنید به شکل ۲۷-۲۲. اگر E از رابطه بالا به دست نمی‌آید، آیا می‌توان با در نظر گرفتن یک سطح گاوسی به صورت مکعب “هم‌مرکز” E را محاسبه کرد؟ اگر چنین کاری ممکن نیست، توضیح دهید چرا. اگر $r \gg a$ باشد، آیا می‌توانید E را محاسبه کنید؟



شکل ۲۷-۲۲ پرسش ۱۲.

۱۳. آیا میدان الکتریکی \vec{E} در داخل یک بادکنک بادار شده لاستیکی که (الف) کروی یا (ب) به شکل سوسیس باشد الزاماً صفر است؟ برای هر یک از دو مورد بالا فرض کنید که بار به صورت یکنواخت روی سطح بادکنک توزیع شده باشد. اگر روی سطح خارجی بادکنک یک لایه نازک از رنگ رسانا داشته باشیم، آیا وضعیت تغییر خواهد کرد؟
۱۴. یک بادکنک لاستیکی کروی حامل باری است که به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. وقتی که بادکنک را باد می‌کنیم،



شکل ۲۷-۲۱ پرسش ۴.

۵. فرض کنید که میدان الکتریکی در ناحیه‌ای دارای جهت ثابتی است ولی شدت میدان در آن جهت کاهش پیدا می‌کند. در مورد توزیع بار در آن ناحیه چه می‌توانید بگویید؟ خطهای نیرو را برای آن ناحیه رسم کنید.
۶. آیا این گزاره از قانون گاوس دقیقاً درست است که می‌گوید، تعداد کل خطهای نیرویی که از هر سطح بسته خارج می‌شود با مقدار بار مثبت خالصی که در آن سطح وجود دارد متناسب است؟
۷. یک بار نقطه‌ای را در مرکز یک سطح گاوسی کروی قرار داده‌ایم. آیا اگر (الف) سطح را با مکعبی با همان حجم جایگزین کنیم؛ (ب) کره را با مکعبی با حجم یک‌دهم حجم آن جایگزین کنیم؛ (ج) بار را از مرکز کره جابه‌جا کنیم، ولی هنوز در داخل آن قرار داشته باشد؛ (د)

۲۳. چگونه می‌توانید بار اضافی موجود در یک جسم رسانای کوچک را به‌طور کامل تخلیه کنید؟

۲۴. توضیح دهید که چگونه تقارن کروی موجود در شکل ۲۷-۷ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که \vec{E} در هر نقطه فقط یک مؤلفه شعاعی داشته باشد. (راهنمایی: مؤلفه‌های دیگر، شاید در امتدادهایی هم‌ارز با طول و عرض جغرافیایی زمین در نظر بگیرید. تقارن کروی ایجاب می‌کند که این مؤلفه‌ها از هر دیدگاهی یکسان مشاهده شوند. آیا می‌توانید خطاهای میدانی ابداع کنید که این معیار را برآورده کند؟)

۲۵. توضیح دهید که چرا تقارن شکل ۲۷-۸ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که \vec{E} در هر نقطه فقط باید یک مؤلفه شعاعی داشته باشد. به‌خاطر داشته باشید که در این مورد، میدان نه تنها باید برای هر نقطه‌ای در روی خط یکسان به نظر برسد، بلکه سروته‌شدن آن نیز نباید تغییری به‌وجود آورد.

۲۶. بار کل موجود روی یک میله نامتناهی، بینهایت است. چرا در این مورد E بینهایت نیست؟ به هر حال، بنابر قانون کولن، اگر q بینهایت باشد، E هم باید بینهایت باشد.

۲۷. توضیح دهید که چرا تقارن شکل ۲۷-۹ این محدودیت را به‌وجود می‌آورد که \vec{E} فقط باید مؤلفه‌هایی داشته باشد که از صفحه به سمت خارج‌اند؟ مثلاً، چرا \vec{E} نمی‌تواند مؤلفه‌هایی موازی با صفحه داشته باشد؟ توجه داشته باشید که در این مورد، میدان نه تنها باید برای هر نقطه‌ای در روی برگه در هر جهت یکسان به نظر برسد بلکه اگر برگه را حول یک محور عمود بر آن بچرخانیم باز هم باید میدان یکسان به نظر بیاید.

۲۸. میدان ناشی از یک برگه نامتناهی با بار یکنواخت در همه جا بدون توجه به اینکه فاصله نقطه مورد بررسی از برگه چقدر است شدت یکسانی دارد. با توجه به سرشت عکس مجذوری قانون کولن، این مطلب را توضیح دهید.

۲۹. وقتی به داخل کره یکنواختی از بار نفوذ کنید، میدان E باید با کاهش شعاع، کم شود زیرا مقدار کمتری بار در داخل کره‌ای که از نقطه مشاهده می‌گذرد قرار دارد. از طرف دیگر، میدان E باید زیاد شود زیرا نزدیکتر به مرکز این توزیع بار قرار گرفته است. کدامیک از این دو عامل غالب‌اند و چرا؟

۳۰. آیا برای یک توزیع بار دارای تقارن کروی (نه برای یک چگالی بار یکنواخت شعاعی)، الزاماً در روی سطح کره بیشینه است؟ درباره جنبه‌های متفاوت این موضوع اظهار نظر کنید.

میدان E مربوط به نقطه‌های (الف) داخل بادکنک، (ب) روی سطح بادکنک، و (ج) خارج از بادکنک چگونه تغییر خواهد کرد؟

۱۵. در بخش ۲۷-۴، دیدیم که قانون کولن را می‌توان از قانون گاوس به‌دست آورد. آیا این موضوع الزاماً به این معنی است که قانون گاوس را می‌توان از قانون کولن استنتاج کرد؟

۱۶. اگر نمای r در قانون کولن دقیقاً برابر ۲ نبود، آیا قانون گاوس معتبر بود؟

۱۷. یک رسانای بزرگ، توخالی، عایق‌بندی‌شده حامل بار مثبت است. یک گوی کوچک فلزی که حامل همان مقدار بار منفی است به‌وسیله یک رشته نخ و از طریق دریچه‌ای در بالای رسانا وارد آن می‌شود و با سطح داخلی رسانا تماس پیدا می‌کند و سپس بیرون آورده می‌شود. در این صورت بار موجود (الف) روی رسانا و (ب) بار روی گوی چقدر است؟

۱۸. آیا از استدلال بخش ۲۷-۶ می‌توان چنین نتیجه گرفت که الکترونهای موجود در سیمهای شبکه سیم‌کشی یک خانه روی سطح این سیمها حرکت می‌کنند؟ اگر پاسختان منفی است، توضیح دهید، چرا؟

۱۹. در بخش ۲۷-۶، فرض کردیم که \vec{E} در همه جا در داخل یک رسانای منزوی صفر است. گرچه، مسلماً در داخل رساناها و در نقاط نزدیک به الکترونها یا هسته‌ها میدانهای الکتریکی بسیار قوی وجود دارد. آیا این موضوع استدلال بخش ۲۷-۴ را رد می‌کند؟ در این باره توضیح دهید.

۲۰. آیا قانون گاوسی، به‌صورتی که در بخش ۲۷-۶ مورد استفاده قرار گرفت، ایجاب می‌کند که تمام الکترونهای رسانش موجود در یک رسانای عایق‌بندی‌شده روی سطح آن مستقر شوند؟

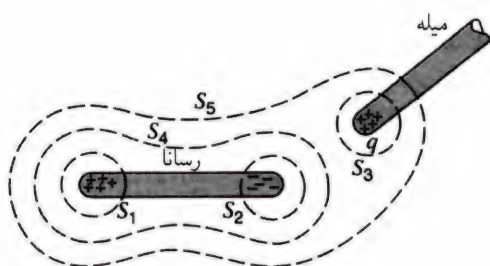
۲۱. بار مثبت q را در مرکز یک کره فلزی توخالی قرار داده‌ایم. چه بارهایی (الف) روی سطح داخلی و (ب) روی سطح خارجی کره پدیدار می‌شود؟ (ج) اگر جسم فلزی (بدون باری) را به کره نزدیک کنید آیا جوابهای قسمت (الف) و (ب) تغییر خواهد کرد؟ آیا توزیع بار روی سطح کره تغییر خواهد کرد؟

۲۲. اگر بار الکتریکی $-q$ به‌طور یکنواخت روی سطح یک پوسته کروی فلزی عایق‌بندی‌شده به شعاع a توزیع شود، میدان الکتریکی در داخل این پوسته صفر است. حالا، اگر بار $+q$ را در مرکز این کره قرار دهیم، هیچ میدان خارجی نخواهیم داشت. این بار نقطه‌ای را می‌توان در مسافت $d < a$ در داخل کره از مرکز جابه‌جا کرد، اما این عمل به سیستم یک گشتاور دوقطبی می‌دهد و یک میدان خارجی ایجاد می‌کند. انرژی پدیدآمده در این میدان خارجی از کجا تأمین می‌شود؟

۳. شار عبوری Φ_E از (الف) قاعده تخت و (ب) سطح خمیده نیمکره‌ای به شعاع R را محاسبه کنید. میدان الکتریکی \vec{E} یکنواخت و موازی محور نیمکره است و خطهای میدان از طرف قاعده تخت به نیمکره وارد می‌شوند. (برای مشخص کردن عنصر سطح از عمود بر سطح به سمت خارج استفاده کنید).

۲۷-۴ قانون گاوس

۴. بارهای موجود در یک رسانای عایق‌بندی شده که در ابتدا بدون بار است، با نگه داشتن یک میله باردار با بار مثبت در نزدیکی آن از هم جدا شده‌اند (شکل ۲۷-۲۵). شار گذرنده از پنج سطح گاوسی نشان داده شده در شکل را محاسبه کنید. فرض کنید که بار القاشده منفی روی رسانا برابر با بار مثبت q روی میله است.

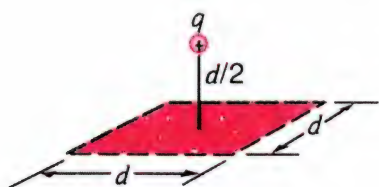


شکل ۲۷-۲۵ تمرین ۴.

۵. بار نقطه‌ای q به مقدار $۱.۸۴ \mu\text{C}$ در مرکز یک سطح گاوسی مکعبی به ضلع ۵۵ cm قرار گرفته است. شار الکتریکی Φ_E را که از این سطح می‌گذرد معین کنید.

۶. شار الکتریکی خالص گذرنده از هر یک از وجوه یک تاس برحسب یکای $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$ برابر با تعداد نقطه‌های N (از ۱ تا ۶) روی هر وجه است. برای N های فرد شار ورودی و برای N های زوج شار خروجی است. بار خالص موجود در داخل تاس چقدر است؟

۷. بار نقطه‌ای $+q$ در فاصله $d/2$ از سطح مربعی به ضلع d و در بالای مرکز آن قرار دارد (شکل ۲۷-۲۶). شار الکتریکی گذرنده از مربع را معین کنید. (راهنمایی: مربع را یک رخ از مکعبی به ضلع d در نظر بگیرید).



شکل ۲۷-۲۶ تمرین ۷.

۳۱. در شکل ۲۷-۱۱ (الف) آیا اگر (الف) یک کاواک کروی هم‌مرکز در جسم وجود داشت، (ب) یک بار نقطه‌ای Q در مرکز کاواک قرار داشت، و (ج) بار Q در داخل کاواک بود ولی در مرکزش قرار نداشت، معادله (۲۷-۱۵) صادق بود؟

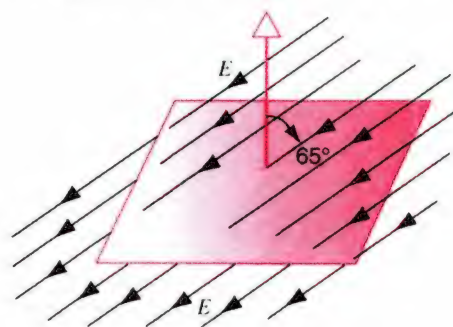
تمرینها

۲۷-۱ قانون گاوس درباره چیست؟

۲۷-۲ شار میدان برداری

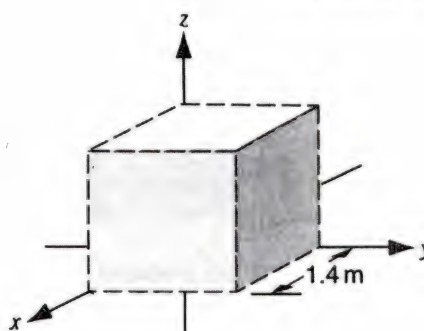
۲۷-۳ شار میدان الکتریکی

۱. طول ضلع مربع شکل ۲۷-۲۳ برابر ۳.۲ mm است. این سطح در میدان الکتریکی یکنواختی به شدت $E = ۱۸۰^\circ \text{ N/C}$ غوطه‌ور شده است. خطهای میدان، مطابق شکل، با خط عمود بر سطح "به سمت خارج" زاویه ۶۵° می‌سازند. شار عبوری از این سطح را محاسبه کنید.



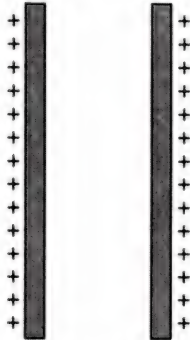
شکل ۲۷-۲۳ تمرین ۱.

۲. مکعبی به ضلع ۱.۴ m مطابق شکل ۲۷-۲۴ در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. شار الکتریکی عبوری از سطح سمت راست را با در نظر گرفتن اینکه شدت میدان الکتریکی برحسب N/C برابر (الف) $۶\hat{i}$ ، (ب) $-۲\hat{j}$ ، و (ج) $-۳\hat{i} + ۴\hat{k}$ باشد، محاسبه کنید. (د) شار عبوری کل از چنین مکعبی را در هر یک از میدانهای نامبرده در بالا محاسبه کنید.



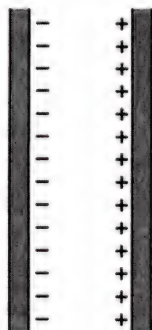
شکل ۲۷-۲۴ تمرین ۲.

۱۴. در شکل ۲۷-۲۸ دو برگه بزرگ و نازک نارسانا با بار مثبت را نشان داده‌ایم که در برابر هم قرار گرفته‌اند. شدت میدان \vec{E} در نقاط واقع در (الف) سمت چپ برگه‌ها، (ب) بین برگه‌ها، و (ج) در سمت راست برگه‌ها چقدر است؟ چگالی بار سطحی σ را برای هر دو برگه یکسان در نظر بگیرید. فقط نقطه‌هایی را در نظر بگیرید که خیلی نزدیک به لبه‌ها نباشند و فاصله آنها از دو برگه در مقایسه با ابعاد برگه‌ها کوچک باشد. (راهنمایی: مسئله نمونه ۲۷-۳ را ببینید.)



شکل ۲۷-۲۸ تمرین ۱۴.

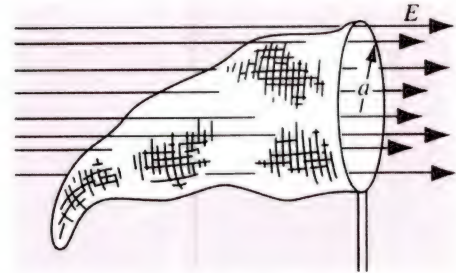
۱۵. دو صفحه فلزی بزرگ مطابق شکل ۲۷-۲۹ روبه‌روی هم قرار گرفته‌اند و حامل بارهایی با چگالی سطحی $+\sigma$ و $-\sigma$ روی سطوح داخلی خود هستند. شدت میدان الکتریکی E در نقطه‌های واقع در (الف) سمت چپ دو صفحه، (ب) بین دو صفحه، و (ج) سمت راست دو صفحه، چقدر است؟ فقط نقطه‌هایی را در نظر بگیرید که به لبه‌ها نزدیک نباشند و فاصله آن نقطه‌ها از صفحه‌ها در مقایسه با ابعاد صفحه‌ها کوچک باشد. (راهنمایی: مسئله نمونه ۲۷-۳ را ببینید.)



شکل ۲۷-۲۹ تمرین ۱۵.

۱۶. الکترونی تحت تأثیر یک میدان الکتریکی پایین‌سو در میدان گرانشی زمین ساکن باقی می‌ماند. اگر این میدان الکتریکی ناشی از بارهای موجود روی دو صفحه رسانای بزرگ و موازی باشد که بار آنها

۸. یک تور پروانه‌گیری، مطابق شکل ۲۷-۲۷، در میدان الکتریکی یکنواخت E قرار دارد. قاب این تور دایره‌ای به شعاع a ، عمود بر راستای میدان است. شار الکتریکی را که از تور می‌گذرد نسبت به بردار عمود بر سطح و به طرف خارج معین کنید.



شکل ۲۷-۲۷ تمرین ۸.

۹. به تجربه دریافته‌ایم که میدان الکتریکی در ناحیه‌ی معینی از جو زمین بر سطح زمین عمود و به طرف داخل است. در ارتفاع 300 متر، شدت میدان 58 N/C و در ارتفاع 200 متری، 11 N/C است. مقدار بار خالص موجود در یک مکعب به ضلع 100 متر را که در ارتفاع بین 200 و 300 متر قرار گرفته است محاسبه کنید. انحنای زمین را نادیده بگیرید.

۱۰. شار خالصی را که از سطح مکعب تمرین ۲ و شکل ۲۷-۲۴ می‌گذرد به دست آورید. فرض کنید که میدان الکتریکی برحسب یکاهای SI (N/C) به شرح زیر باشد: (الف) $\vec{E} = 3y\hat{j}$ و (ب) $\vec{E} = -4\hat{i} + (6 + 3y)\hat{j}$. (ج) در هر یک از دو مورد بالا، چقدر بار در داخل مکعب قرار دارد؟

۱۱. بار نقطه‌ای q را در رأس مکعبی به ضلع a قرار می‌دهیم. شاری که از هر یک از وجوه مکعب می‌گذرد چقدر است؟ (راهنمایی: از قانون گاوس و استدلال مبتنی بر تقارن استفاده کنید.)

۲۷-۵ کاربرد قانون گاوس

۱۲. یک خط بار نامتناهی در فاصله 1.96 متری، میدانی به شدت $4.52 \times 10^4 \text{ N/C}$ ایجاد می‌کند. چگالی طولی بار این توزیع را محاسبه کنید.

۱۳. (الف) استوانه‌ی دستگاه فتوکپی مسئله نمونه ۲۷-۴ به طول 42 cm و قطر 12 cm را در نظر بگیرید. بار کل موجود روی این استوانه چقدر است؟ (ب) تولیدکننده‌ی این دستگاه فتوکپی تمایل دارد که نوع رومیزی این دستگاه را به بازار عرضه کند. این کار مستلزم کاهش ابعاد استوانه به طول 28 cm و قطر 8 cm است. میدان الکتریکی روی سطح استوانه نباید تغییر کند. مقدار بار لازم برای استوانه‌ی جدید چقدر است؟

۲۳. الکترونی با انرژی 115 keV به سوی یک ورقه پلاستیکی بزرگ و تخت که دارای چگالی بار سطحی $2.8 \mu\text{C}/\text{m}^2$ است شلیک می‌شود. الکترون را از چه فاصله‌ای باید شلیک کرد تا درست قبل از برخورد با صفحه بازگردد؟ (آثار نسبیتی را نادیده بگیرید.)

۲۴. یک سطح گاوسی کروی در نظر بگیرید که مرکز آن روی یک خط بار نامتناهی باشد. شار گذرنده از کره را محاسبه کنید و از آنجا نشان دهید که قانون گاوس معتبر است.

۲۵. بار به‌طور یکنواخت در سرتاسر یک استوانهٔ بینهایت بلند به شعاع R توزیع شده است. (الف) نشان دهید میدان E در فاصلهٔ r از محور استوانه ($r < R$) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

در اینجا ρ چگالی حجمی بار است. (ب) چه نتیجه‌ای را برای $r > R$ پیش‌بینی می‌کنید؟

۲۶-۶ قانون گاوس و رساناها

۲۶. یک کرهٔ رسانا و با بار یکنواخت به شعاع 1.22 m دارای چگالی سطحی بار $8.13 \mu\text{C}/\text{m}^2$ است. (الف) بار موجود روی کره را پیدا کنید. (ب) شار الکتریکی کل که از سطح کره می‌گذرد چقدر است؟ (ج) میدان الکتریکی را روی سطح کره محاسبه کنید.

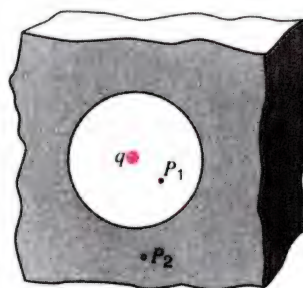
۲۷. سفینه‌های فضایی در عبور از کمربندهای تابشی زمین با الکترونهای به‌دام افتاده برخورد می‌کنند. چون در فضا جایی برای تخلیهٔ بار وجود ندارد، انباشتگی بار می‌تواند قابل ملاحظه شود و به اجزای قطعات الکترونیکی آسیب برساند و به آشفتگیهایی در مدار کنترل و ناهنجاریهایی در عملکرد بینجامد. بر روی یک ماهوارهٔ فلزی کروی شکل به قطر 1.3 متر در یک چرخش مداری مقدار $2.4 \mu\text{C}$ بار جمع شود. (الف) چگالی بار سطحی را معین کنید. (ب) میدان الکتریکی حاصل از این بار را روی سطح ماهواره محاسبه کنید.

۲۸. معادلهٔ (۲۷-۱۸) ($E = \sigma/\epsilon_0$) میدان الکتریکی را در نقاط نزدیک به سطح یک رسانای باردار به‌دست می‌دهد. این معادله را در مورد یک کرهٔ رسانا به شعاع r ، که در روی سطحش حامل بار q است به‌کار ببرید و نشان دهید که میدان الکتریکی در خارج از کره درست مانند میدان یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد.

۲۹. یک صفحهٔ فلزی به ضلع 8 cm حامل بار خالص $6 \mu\text{C}$ است. (الف) با بهره‌گیری از تقریب صفحهٔ نامتناهی، میدان الکتریکی

ناهمنام بوده و فاصلهٔ بین آنها 2.3 cm است، با فرض یکنواختی توزیع بار دو صفحه، چگالی سطحی بار دو صفحه چقدر است؟
۱۷. یک سیم نازک راست بسیار دراز حامل بار ثابت $36 \text{ nC}/\text{m}$ است. قرار است این سیم را استوانه‌ای با بار مثبت یکنواخت، به شعاع 1.5 cm و هم‌محور با سیم احاطه کند. چگالی حجمی بار استوانه، ρ ، را باید چنان برگزینیم که میدان الکتریکی در خارج از استوانه صفر شود. چگالی بار مثبت، ρ ، مورد نیاز را محاسبه کنید.

۱۸. در شکل ۲۷-۳۰ بار نقطه‌ای $q = 126 \text{ nC}$ را در مرکز یک کاواک کروی به شعاع 3.66 cm در یک قطعه فلز نشان داده‌ایم. با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی را در نقطهٔ (الف) P_1 ، در وسط فاصلهٔ بین مرکز و سطح کاواک و (ب) P_2 ، در داخل فلز، بیابید.



شکل ۲۷-۳۰ تمرین ۱۸.

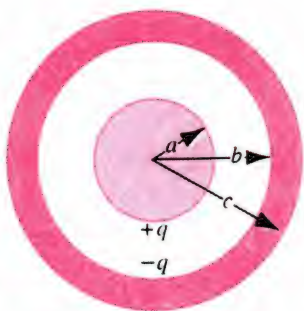
۱۹. پروتونی درست در خارج از کرهٔ باردار به شعاع 1.13 cm با سرعت $v = 294 \text{ km/s}$ گرد آن می‌چرخد. بار روی کره را معین کنید.
۲۰. دو پوستهٔ نازک کروی هم‌مرکز باردار، به شعاعهای 10 cm و 15 cm در اختیار داریم. بار روی پوستهٔ داخلی 4.6 nC و روی پوستهٔ خارجی 19.3 nC است. میدان الکتریکی را در فاصله‌های (الف) $r = 12 \text{ cm}$ ، (ب) 22 cm ، و (ج) 8.18 cm ، از مرکز پوسته‌ها معین کنید.

۲۱. دو استوانهٔ دراز هم‌محور باردار با شعاعهای 3.22 cm و 6.18 cm در اختیار داریم. چگالی بار سطحی روی استوانهٔ داخلی $24.1 \mu\text{C}/\text{m}^2$ و روی استوانهٔ خارجی $18 \mu\text{C}/\text{m}^2$ است. میدان الکتریکی را در (الف) $r = 4.1 \text{ cm}$ و (ب) $r = 8.2 \text{ cm}$ معین کنید.

۲۲. بار مثبت به‌طور یکنواخت در سرتاسر یک پوستهٔ استوانه‌ای نارسانای بلند به شعاع داخلی R و شعاع خارجی $2R$ توزیع شده است. در چه فاصله‌ای بین R و $2R$ شدت میدان الکتریکی نصف شدت میدان روی سطح پوسته است؟

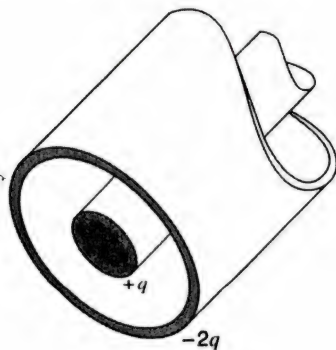
باردار یکنواخت، زاویه $\theta = ۲۷.۴^\circ$ می‌سازد. چگالی بار سطحی یکنواخت σ این صفحه را محاسبه کنید.

۴. در شکل ۲۷-۳۳ نشان داده‌ایم که بار $+q$ به صورت یک کره رسانای یکنواخت به شعاع a درآمده و در مرکز یک پوسته کروی رسانا با شعاع داخلی b و شعاع خارجی c قرار گرفته است. پوسته خارجی حامل بار $-q$ است. میدان الکتریکی $E(r)$ را در مکانهای زیر به دست آورید: (الف) در داخل کره ($r < a$)، (ب) بین کره و پوسته ($a < r < b$)، (ج) در داخل پوسته ($b < r < c$)، و (د) در خارج پوسته ($r > c$). (ه) روی سطوح داخلی و خارجی پوسته کروی چه بارهایی ظاهر می‌شوند؟



شکل ۲۷-۳۳ مسئله ۴.

۵. یک استوانه رسانای بسیار بلند (به طول L) حامل بار کل $+q$ است و یک پوسته استوانه‌ای رسانا (آن هم به طول L) با بار کل $-2q$ آن را احاطه کرده است. مقطع این مجموعه را در شکل ۲۷-۳۴ نشان داده‌ایم. با بهره‌گیری از قانون گاوس کمیت‌های زیر را معین کنید: (الف) میدان الکتریکی در خارج از پوسته استوانه‌ای رسانا، (ب) توزیع بار روی پوسته استوانه‌ای و (ج) میدان الکتریکی در ناحیه بین استوانه‌ها.



شکل ۲۷-۳۴ مسئله ۵.

۶. یک برگه نارسانای تخت و بزرگ حامل چگالی بار یکنواخت σ است. در وسط این برگه یک سوراخ دایره‌ای کوچک به شعاع R ، مطابق

را در فاصله ۵.۰ mm بالاتر از صفحه و در نزدیکی مرکز صفحه محاسبه کنید. (ب) میدان را در فاصله ۳.۰ m برآورد کنید.

۲۷-۷ آزمونهای تجربی قانون گاوس و قانون کولن

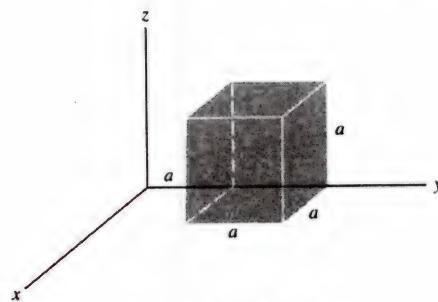
مسئله‌ها

۱. "قانون گاوس برای گرانش" به صورت زیر است

$$\frac{1}{4\pi G} \Phi_g = \frac{1}{4\pi G} \oint \vec{g} \cdot d\vec{A} = -m$$

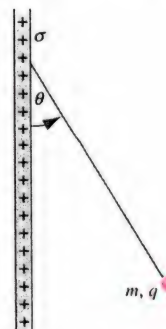
که در اینجا m جرم موجود در داخل سطح گاوسی و G ثابت جهانی گرانش است. با استفاده از این رابطه، قانون گرانش نیوتون را به دست آورید. در این رابطه علامت منها چه اهمیتی دارد؟

۲. در شکل ۲۷-۳۱ مؤلفه‌های میدان الکتریکی عبارت‌اند از $E_x = E_z = 0$ ، $E_y = by^{1/2}$ که در اینجا $b = ۸۸۳\text{ N/C} \cdot \text{m}^{1/2}$ است. (الف) شار Φ_E عبوری از مکعب را حساب کنید و (ب) بار موجود در آن را معین کنید. فرض کنید که $a = ۱۳.۰\text{ cm}$ است.



شکل ۲۷-۳۱ مسئله ۲.

۳. گوی کوچکی به جرم $m = ۱.۱۲\text{ mg}$ حامل بار $q = ۱۹.۷\text{ nC}$ است. این گوی در میدان گرانشی زمین از یک رشته نخ ابریشمی آویخته شده است که، مطابق شکل ۲۷-۳۲، با یک صفحه نارسانای بزرگ



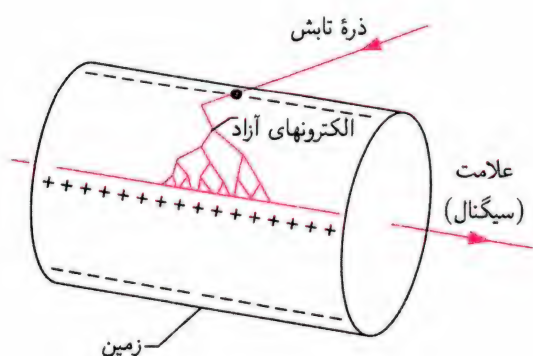
شکل ۲۷-۳۲ مسئله ۳.



شکل ۲۷-۳۷ مسئله ۸.

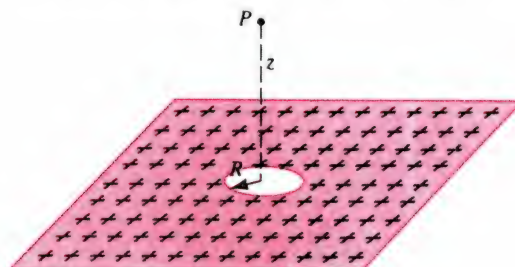
۹. در ترتیب هندسی مسئله ۸ پوزیترونی در مسیر دایره‌ای و هم‌مرکز با استوانه‌ها در فاصله بین آنها می‌چرخد. انرژی جنبشی آن را برحسب الکترون‌ولت تعیین کنید. فرض کنید $\lambda = 30 \text{ nC/m}$ است. (چرا نیازی نیست شعاع استوانه‌ها را بدانیم؟)

۱۰. در شکل ۲۷-۳۸ یک شمارگر گایگر را نشان داده‌ایم که برای آشکارسازی تابش یوننده مورد استفاده قرار می‌گیرد. شمارگر تشکیل شده است از یک سیم نازک مرکزی حامل بار مثبت که به وسیله یک استوانه دایره‌ای هم‌محور رسانا احاطه شده است. این استوانه حامل همان مقدار بار با علامت منفی است. به این ترتیب یک میدان الکتریکی شعاعی قوی در استوانه به وجود می‌آید. استوانه حاوی یک گاز بی‌اثر با فشار کم است. وقتی ذره‌ای تابشی از دیواره استوانه وارد آن می‌شود، چند اتم از گاز بی‌اثر را یونیده می‌کند. الکترونهای آزاد حاصل از عمل یونش به طرف سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی آن به قدری شدید است که الکترونها بین برخوردهای متوالی با اتمهای گاز به قدر کافی انرژی به دست می‌آورند که این اتمها را نیز یونیده کنند. در اینجا تعداد بیشتری الکترون آزاد به وجود می‌آید و



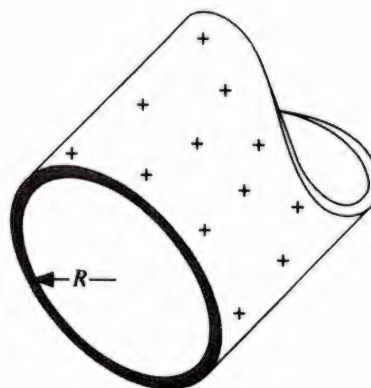
شکل ۲۷-۳۸ مسئله ۱۰.

شکل ۲۷-۳۵، ایجاد شده است. با چشمپوشی از مسائل حاشیه‌ای مربوط به خطهای میدان در لبه‌ها، میدان الکتریکی را در نقطه P ، در فاصله z از مرکز سوراخ و در امتداد محور آن تعیین کنید. (راهنمایی: به معادله (۲۶-۱۹) رجوع و از اصل برهم‌نهی استفاده کنید.)



شکل ۲۷-۳۵ مسئله ۶.

۷. در شکل ۲۷-۳۶ بخشی از یک لوله فلزی دراز با جداره نازک به شعاع R را نشان داده‌ایم، که در سطحش حامل بار بر واحد طول λ است. رابطه‌هایی را برای میدان الکتریکی در فاصله‌های متفاوت r از محور لوله در حالت‌های (الف) $r > R$ و (ب) $r < R$ به دست آورید. (ج) نتیجه‌های به دست آمده را با این فرض که $\lambda = 20 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ و $R = 30 \text{ cm}$ ، در فاصله $r = 0$ تا $r = 50 \text{ cm}$ رسم کنید. (راهنمایی: سطحهای گاوسی را استوانه‌ای، هم‌محور با لوله در نظر بگیرید.)



شکل ۲۷-۳۶ مسئله ۷.

۸. در شکل ۲۷-۳۷ مقطعی از دو پوسته استوانه‌ای هم‌مرکز نازک دراز با شعاعهای a و b را نشان داده‌ایم. استوانه‌ها حامل بار بر واحد طول مساوی و با علامت مخالف λ هستند. از قانون گاوس بهره بگیرید و ثابت کنید که (الف) برای $r < a$ داریم $E = 0$ و (ب) در فاصله بین دو استوانه میدان E از معادله زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

از مفاهیم برهم‌نهی، نشان دهید که میدان الکتریکی در تمام نقاط واقع در داخل کاواک برابر است با $\vec{E} = \rho \vec{a} / 3\epsilon_0$ (میدان یکنواخت است)، در اینجا \vec{a} برداری است که مرکز کره را به مرکز کاواک متصل می‌کند. توجه کنید که هر دو نتیجه مستقل از شعاعهای کره و کاواک است.

۱۵. نشان دهید که تعادل پایدار با اعمال نیروهای الکتروستاتیکی به تنهایی حاصل نمی‌شود. (راهنمایی: فرض کنید که اگر بار $+q$ در نقطه‌ای مانند P در میدان الکتریکی \vec{E} قرار گیرد در حال تعادل پایدار خواهد بود. یک سطح گاوسی کروی در اطراف نقطه P رسم کنید، و مجسم کنید که میدان \vec{E} در روی این سطح باید چه جهتی داشته باشد، اکنون قانون گاوس را اعمال کنید تا نشان دهد که فرض به تناقض می‌انجامد.) این نتیجه به نام قضیه اِزن‌شاو مشهور است.

۱۶. یک تیغه تخت به ضخامت d دارای چگالی حجمی باریک‌نواخت ρ است. شدت میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های فضای (الف) داخل و (ب) خارج از تیغه را برحسب x ، که فاصله نقطه مورد نظر از صفحه میانی تیغه است، به دست آورید.

۱۷. کره نارسا‌نایی به شعاع R دارای توزیع بار نایک‌نواختی است که در آن چگالی بار با $\rho = \rho_s r / R$ مشخص شده است. در این رابطه ρ_s ثابت و r فاصله نقطه از مرکز کره است. نشان دهید که (الف) بار کل موجود در کره $Q = \pi \rho_s R^3$ است و (ب) میدان الکتریکی در داخل کره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^4} r^2$$

۱۸. یک رسانای منزوی با شکل دلبخواه حامل بار خالص $+10\mu\text{C}$ است. در داخل این رسانا یک کاواک توخالی وجود دارد که در داخل آن بار نقطه‌ای $+3\mu\text{C}$ قرار گرفته است. بار الکتریکی (الف) روی دیواره کاواک و (ب) روی سطح خارجی رسانا چقدر است؟

۱۹. کره رسانایی را که حامل بار Q است یک پوسته رسانای کروی احاطه کرده است. (الف) بار خالص روی جدار داخلی پوسته چقدر است؟ (ب) بار دیگری به اندازه q در خارج از پوسته قرار می‌دهیم. اکنون بار خالص روی سطح داخلی پوسته چقدر است؟ (ج) اگر بار q را در جایی بین پوسته و کره قرار دهیم، مقدار بار خالص روی سطح داخلی پوسته چقدر می‌شود؟ (د) آیا اگر کره و پوسته هم‌مرکز نباشند جوابهایتان معتبر است؟

این فرایند تکرار می‌شود تا الکترون‌ها به سیم برسند. "بهمن" الکترون‌ها که توسط سیم گردآوری می‌شود، سیگنالی را به وجود می‌آورد که نشانه عبور ذره فرودی است. فرض کنید که شعاع سیم میانی برابر $25\mu\text{m}$ ، شعاع استوانه 1.4 cm ، و طول استوانه 16 cm باشد. میدان الکتریکی روی جداره داخلی استوانه 10^4 N/C است. مقدار بار مثبت واقع بر سیم مرکزی را محاسبه کنید. (راهنمایی: نگاه کنید به مسئله ۸.)

۱۱. بار نقطه‌ای q را در مرکز یک پوسته کروی فلزی نازک بدون بار قرار می‌دهیم. با بهره‌گیری از قانون گاوس عبارتی را برای میدان الکتریکی (الف) در داخل پوسته و (ب) خارج از پوسته، به دست آورید. (ج) آیا پوسته هیچ تأثیری بر میدان ناشی از q دارد؟ (د) آیا وجود بار q هیچ تأثیری روی پوسته دارد؟ (ه) اگر یک بار نقطه‌ای دیگر را در خارج از پوسته نگه داریم، آیا بر این بار بیرونی نیرویی وارد می‌شود؟ (و) آیا بر بار داخلی نیرویی وارد می‌شود؟ (ز) آیا در اینجا تناقضی با قانون سوم نیوتون وجود دارد؟ اگر پاسخ آری یا خیر است، دلیل آن را بیان کنید.

۱۲. ذرات غبار باردار، که هر کدام حامل یک الکترون اضافی و همگی دارای جرم یکسان هستند در فضای میان ستاره‌ای، ابرکروی یکنواخت پایداری را تشکیل می‌دهند. جرم هر ذره را معین کنید.

۱۳. در ناحیه کروی $a < r < b$ بار با چگالی حجمی $\rho = A/r$ توزیع شده است، که در آن A مقداری ثابت است. در مرکز این کره ($r = 0$) بار نقطه‌ای q قرار گرفته است. برای اینکه بزرگی شدت میدان الکتریکی در ناحیه $a < r < b$ ثابت بماند، مقدار ثابت A چقدر باید باشد؟

۱۴. یک ناحیه کروی حامل بار بر واحد حجم یکنواخت ρ است. فرض کنید \vec{r} برداری است که مرکز کره را به یک نقطه عمومی P در داخل کره وصل می‌کند. (الف) نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطه P از رابطه $\vec{E} = \rho \vec{r} / 3\epsilon_0$ به دست می‌آید. (ب) در داخل این کره، مطابق شکل ۲۷-۳۹، یک کاواک کروی ایجاد می‌کنیم. با بهره‌گیری



شکل ۲۷-۳۹ مسئله ۱۴.

مسئله‌های کامپیوتری

۱. درستی قانون گاوس را با محاسبه‌های عددی تحقیق کنید. بار نقطه‌ای $q = 1 \text{ nC}$ در فاصله 0.5 m در خارج از سطح کره‌ای به شعاع $r = 1 \text{ m}$ قرار گرفته است. شار الکتریکی گذرنده از کره را محاسبه کنید.
۲. درستی قانون گاوس را با محاسبه‌های عددی تحقیق کنید. بار نقطه‌ای $q = 1 \text{ nC}$ در نیمراه بین مرکز و سطح کره‌ای به شعاع $r = 1 \text{ m}$ قرار گرفته است. شار الکتریکی گذرنده از سطح کره را محاسبه کنید.

۳. بار نقطه‌ای $q = 1 \text{ } \mu\text{C}$ روی محور سطحی استوانه‌ای به شعاع $r = 0.5 \text{ m}$ و طول $L = 3 \text{ m}$ قرار گرفته است. این بار در فاصله 1 m از یک انتها و 2 m از انتهای دیگر قرار دارد. (الف) شار الکتریکی گذرنده از سطح خمیده استوانه را به صورت عددی محاسبه کنید. (ب) به صورت تحلیلی پاسخ خودتان را مورد تحقیق و ارزیابی قرار دهید. (یادآوری: در اینجا هیچ‌گونه انتگرال‌گیری ضرورت ندارد!)

انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی

در فصلهای ۱۱ تا ۱۳ آموختیم که روشهای مبتنی بر مفهومیهای انرژی، شناخت و بصیرت تازه‌ای را در درک علم مکانیک ارائه می‌دهد و اغلب ساده‌سازیهایی را در حل مسئله‌های مکانیک فراهم می‌آورد. در فصل ۱۴ از روشهای مبتنی بر انرژی پتانسیل در مواردی که نیروی گرانشی در آنها دخالت داشت استفاده کردیم، تا ویژگیهایی مانند حرکت ماهواره‌ها و سیاره‌ها را معین کنیم.

در این فصل، از روش انرژی برای مطالعه الکتروستاتیک استفاده می‌کنیم. این کار را با انرژی پتانسیل الکتریکی شروع می‌کنیم، کمیتی نرده‌ای که مشخص‌کننده یک نیروی الکتروستاتیکی است، درست همان‌طور که انرژی پتانسیل گرانشی مشخص‌کننده یک نیروی گرانشی است. سپس این موضوع را به مفهوم پتانسیل الکتریکی تعمیم می‌دهیم و نشان می‌دهیم که چگونه پتانسیل الکتریکی مربوط به توزیعهای گوناگون گسسته و پیوسته بار را معین کنیم.

۲۸-۱ انرژی پتانسیل

اغلب پدیده‌های الکتریکی با انتقال هنگامی انرژی همراه است. مثلاً، وقتی آذرخشی از ابر به زمین برخورد می‌کند، انرژی در حدود 10^8 J به صورت درخشش برق، صدای رعد، گرما، و موج صوتی آزاد می‌شود. این انرژی از کجا می‌آید، و چگونه در ابر ذخیره می‌شود؟ برای درک دقیق این پرسش، باید انرژی وابسته به نیروهای الکتریکی را مورد توجه قرار دهیم.

قانون نیروی الکتروستاتیکی بسیار شبیه قانون نیروی گرانشی است:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \text{الکتروستاتیک (الف ۲۸-۱)}$$

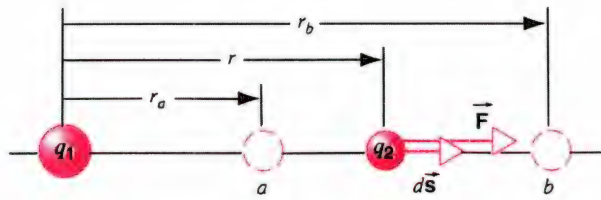
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{گرانش (ب ۲۸-۱)}$$

هر دو نیرو به عکس مربع فاصله بین دو جسم وابسته‌اند. وقتی جسم تحت تأثیر نیروی گرانشی جسم دیگری از یک مکان به مکان دیگر

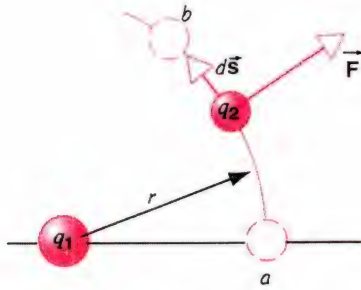
حرکت می‌کند (که فرض می‌کنیم جسم واردکننده نیرو ساکن باشد)، کار انجام‌شده توسط نیروی گرانشی روی جسم اول فقط به نقطه‌های آغاز و پایان حرکت بستگی دارد و به مسیری که بین این نقطه‌ها پیموده شده است بستگی ندارد. در بخش ۱۲-۱ نیرویی که این سرشت ویژه را داشت به عنوان نیروی پایستار معرفی کردیم، و در بخش ۱۲-۲ به این نتیجه رسیدیم که برای یک نیروی پایستار می‌توانیم یک انرژی پتانسیل تعریف کنیم. وقتی که جسم از وضعیت آغازین به وضعیت پایانی می‌رود اختلاف در انرژی پتانسیل، ΔU ، سیستم برابر است با منفی کار انجام‌شده به وسیله نیرو:

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{if} = - \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (2-28)$$

که در اینجا W_{if} کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F} است، وقتی که جسم از موقعیت اولیه i به موقعیت پایانی f می‌رود. در بخش ۱۴-۶، در مورد



شکل ۲۸-۱ ذره باردار q_2 تحت تأثیر نیروی الکتروستاتیک \vec{F} وارد شده از طرف بار q_1 از نقطه a به نقطه b می‌رود. نقطه‌های a و b در امتداد خط واصل بین بارهای q_1 و q_2 قرار دارند.



شکل ۲۸-۲ حرکت از a به b در این حالت در امتداد مسیری با شعاع ثابت r است.

از دو بار را، وقتی که بار q_2 تحت تأثیر نیروی ناشی از بار ساکن q_1 از نقطه a به نقطه b می‌رود، محاسبه کنیم. در حال حاضر فرض می‌کنیم که هر دو بار الکتریکی مثبت باشند. شکل ۲۸-۱ آرایش هندسی این فرایند را نشان می‌دهد. با این فرض که حرکت از a به b در امتداد خطی انجام می‌شود که بارهای q_1 و q_2 را به هم متصل می‌کند، مسئله را تا حدودی ساده کرده‌ایم. (بعداً این استدلال را به سایر انواع جابه‌جاییها تعمیم می‌دهیم.) فرض می‌کنیم که مبدأ مختصات در مکان ذره q_1 قرار داشته باشد، r ، مکان ذره q_2 را نسبت به این مبدأ مشخص کند. در شکل ۲۸-۲، بردار $d\vec{s}$ یک جابه‌جایی بینهایت کوچک را، در راستای حرکت از a به b ، نشان می‌دهد. در این حرکت نیروی \vec{F} و جابه‌جایی $d\vec{s}$ همواره موازی‌اند، و در نتیجه $\vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds$. برای حرکت نشان داده‌شده در شکل ۲۸-۱، $ds = dr$ است، زیرا جابه‌جایی همواره در راستای r انجام می‌شود. با انجام این جانشانیها، معادله (۲۸-۲) به صورت زیر در می‌آید

$$\Delta U = - \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_a^b F dr = - \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr \quad (۴-۲۸)$$

با انجام عمل انتگرال‌گیری می‌رسیم به

$$\Delta U = U_b - U_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (۵-۲۸)$$

نیروی گرانشی، نشان دادیم که، وقتی جسمی به جرم m_2 از فاصله r_i نسبت به جرم m_1 حرکت کرده و به فاصله r_f از آن می‌رسد، اختلاف در انرژی پتانسیل آن عبارت است از

$$\Delta U = -Gm_1 m_2 \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) \quad (۳-۲۸)$$

این اختلاف در انرژی پتانسیل وابسته است به کل سیستم متشکل از m_1 و m_2 و ارتباطی به هیچ‌یک از دو جرم به تنهایی ندارد.

به دلیل همانندی قانونهای نیروی مربوط به الکتروستاتیک و گرانش، می‌توانیم همان نتیجه‌گیری را که در مورد نیروی گرانش کردیم، در مورد نیروی الکتروستاتیک نیز اعمال کنیم: نیروی الکتروستاتیک یک نیروی پایستار است، و بنابراین در پیوند با پیکربندی (وضعیت نسبی اجسام) سیستمی که نیروی الکتروستاتیک در آن عمل می‌کند یک انرژی پتانسیل وجود دارد.

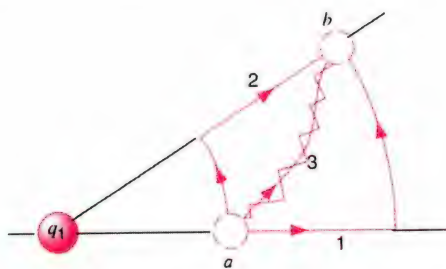
چرا این رهیافت در مورد نیروهای الکتروستاتیک مفید است؟ در مکانیک آموختیم که برای تحلیل مسائل دو روش وجود دارد. یک روش بر نیرو (یک بردار) پایه‌گذاری شده است و به ما این امکان را می‌دهد که مکان و سرعت یک جسم را در هر نقطه‌ای از مسیر حرکتش معین کنیم. رهیافت دیگر بر انرژی (یک کمیت اسکالر) استوار است و این امکان را فراهم می‌آورد که تعیین کنیم چگونه یک سیستم در حرکت از یک حالت آغازی معین به یک حالت پایانی مشخص تغییر می‌کند. به روشی همانند در خواهیم یافت که به هنگام مطالعهٔ برهم‌کنشهای بین اجسام باردار هر دو رهیافت مفیدند.

یک ویژگی مهم وجود دارد که در آن نیروی الکتروستاتیک با نیروی گرانش فرق می‌کند: نیروی گرانشی همواره بالینی است، در حالی که نیروهای الکتروستاتیک (برحسب اینکه علامت نسبی بارها چه باشد) ممکن است رپایشی یا رانشی باشند. این تفاوت می‌تواند در علامت انرژی پتانسیل تأثیر بگذارد، ولی به هیچ‌وجه نمی‌تواند استدلال مبتنی بر تشابه بین دو نیرو را تغییر دهد.

۲۸-۲ انرژی پتانسیل الکتریکی

در این بخش برای تعیین انرژی پتانسیل ناشی از برهم‌کنش بین دو بار الکتریکی، از نیروی الکتروستاتیک مورد بحث در فصل ۲۵ بهره می‌گیریم، و سپس محاسبات را گسترش می‌دهیم تا مجموعه‌های بیش از دو بار الکتریکی را در برگیرد.

با پذیرفتن نتیجهٔ بخش قبلی دال بر اینکه نیروی الکتروستاتیک نیرویی پایستار است، می‌توانیم تغییر در انرژی پتانسیل سیستم متشکل



شکل ۳-۲۸ بار الکتریکی q_2 در امتداد چندین مسیر ممکن، بین نقطه‌های دلخواه a و b حرکت می‌کند.

دلخواه شماره ۳ را می‌توانیم به مجموعه‌ای از گامهای کوتاه شعاعی و مماسی تقسیم کنیم. در امتداد هریک از گامهای مماسی $\Delta U = 0$ است، در صورتی که کل ΔU در امتداد تمامی گامهای شعاعی با معادله (۵-۲۸) داده شده است. نتیجه‌گیری نهایی آن است که معادله (۵-۲۸) کل تغییر در انرژی پتانسیل ΔU را برای هر مسیری بین نقطه a ، که در فاصله r_a از q_1 قرار دارد، و نقطه b ، که در فاصله r_b از q_1 قرار دارد، به دست می‌دهد و موقعیت این نقطه‌ها اصلاً نقشی در نتیجه نهایی ندارد. این رفتار با بیان نیروی الکتروستاتیک نیروی پایستار است سازگاری دارد، و این بدان معنی است که کار و از آن رو تغییر انرژی پتانسیل در گذر از a به b به مسیر بستگی ندارد.

تا اینجا دربارهٔ اختلاف انرژی پتانسیل بین دو نقطه بحث کردیم: $\Delta U = U_b - U_a$. می‌توانیم این بحث را گسترش دهیم تا انرژی پتانسیل را در یک نقطه مانند b تعریف کنیم. این کار را با انتخاب یک نقطه مرجع، a ، برای انرژی پتانسیل و نسبت دادن یک مقدار مرجع به انرژی پتانسیل U_b انجام می‌دهیم. اغلب مناسب است که نقطه مرجع را متناظر با فاصلهٔ بینهایت بین بارها انتخاب کنیم، و معمولاً مقدار مرجع را $U_a = 0$ اختیار می‌کنیم. در این صورت، وقتی b را طوری انتخاب کنیم که هر نقطه دلخواهی را در فاصله r نمایش دهد، معادله (۵-۲۸) به صورت زیر در می‌آید:

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (7-28)$$

در این عبارت، اگر بارهای q_1 و q_2 هم علامت باشند، U کمیتی مثبت است که متناظر با یک نیروی رانشی است و اگر بارهای q_1 و q_2 با علامت مخالف باشند U منفی است که متناظر با نیرویی ربایشی است. اگر معادله (۷-۲۸) را با عبارت متناظر ارائه شده در معادله (۱۷-۱۴) برای انرژی پتانسیل گرانشی، یعنی $U(r) = -G m_1 m_2 / r$ ، مقایسه کنیم، درمی‌یابیم که انرژی پتانسیل گرانشی همواره منفی است، چون نیروی گرانش همواره ربایشی است. این رفتار با مقدار منفی انرژی

معادله (۵-۲۸)، اعم از اینکه بار q_2 به سمت بار q_1 حرکت کند یا از آن دور شود، معتبر است. اگر q_2 به سمت q_1 برود، در آن صورت $r_b < r_a$ و $\Delta U > 0$ است؛ یعنی، اگر بارها به یکدیگر نزدیکتر شوند انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. اگر q_2 از q_1 دور شود، در آن صورت $r_b > r_a$ و $\Delta U < 0$ است؛ یعنی، وقتی بارها از هم دور می‌شوند انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

معادله (۵-۲۸)، اعم از اینکه علامت بارهای الکتریکی مثبت یا منفی باشد، همواره معتبر است. اگر هر دو بار منفی باشند، واضح است که همان نتیجهٔ قبلی را به دست می‌آوریم. اگر علامت بارهای الکتریکی مخالف یکدیگر باشند (یکی مثبت و دیگری منفی)، در آن صورت نیروی بین آنها ربایشی است. اگر بردار نیروی نشان داده شده در شکل ۱-۲۸ در جهت عکس باشد، داریم

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot d\vec{s} &= -F ds = -F dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} dr \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr \end{aligned} \quad (6-28)$$

که تساوی آخر را به این دلیل نوشتیم که هرگاه یک بار مثبت و بار دیگر منفی باشد $q_1 q_2 = -|q_1||q_2|$ است. حاصل این عمل همان انتگرالده معادله (۴-۲۸) است، و از آن رو انتگرال همان نتیجه قبلی را به دست می‌دهد.

وقتی بارهای الکتریکی دارای علامتهای مخالف هستند، به طوری که عبارت $q_1 q_2$ در معادله (۵-۲۸) منفی شود، در آن صورت وقتی بارها به هم نزدیکتر می‌شوند $\Delta U < 0$ و وقتی بارها از هم دور می‌شوند، $\Delta U > 0$ است.

تصور کنید که q_2 را در راستایی حرکت دهیم که در امتداد خط واصل بین q_1 و q_2 نیست. شکل ۲-۲۸ نشان می‌دهد که q_2 در امتداد کمانی از دایره‌ای به شعاع r و به مرکز q_1 از نقطه a به نقطه b حرکت می‌کند. در امتداد این مسیر، \vec{F} همواره عمود است بر $d\vec{s}$ ، و در نتیجه برای تمام مسیر $\vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$ است. در امتداد این مسیر نیروی الکتروستاتیک هیچ کاری انجام نمی‌دهد، و بنابراین $\Delta U = 0$ است.

برای اینکه q_2 را بین نقطه‌های دلخواه a و b ، مطابق شکل ۳-۲۸، حرکت دهیم، می‌توانیم مجموعه‌ای از مسیرهای گوناگون اختیار کنیم. در امتداد مسیرهای ۱ و ۲، اختلاف انرژی پتانسیل ΔU برای بخش شعاعی مسیرها (خط راست) با معادله (۵-۲۸) داده شده است و برای بخش مماسی مسیرها (خط خمیده) $\Delta U = 0$ است. مسیر

پتانسیل الکتروستاتیکی وقتی که علامت بارهای الکتریکی متفاوت و نیرو، ربایشی است سازگاری دارد.

پایستگی انرژی در الکتروستاتیک

در یک سیستم منزوی متشکل از دو بار الکتریکی، انرژی الکتریکی کل پایسته است: $E = K + U$. فرض می‌کنیم که بار q_1 را در موقعیت ثابتی نگه داشتیم و بار q_2 را از حال سکون در فاصله معینی از q_1 رها می‌کنیم. اگر هر دو بار الکتریکی هم‌علامت باشند، در آن صورت وقتی بار q_2 به وسیله نیروی رانشی از q_1 رانده می‌شود $\Delta U < 0$ است. در این حالت پایستگی انرژی مکانیکی کل ایجاب می‌کند که $\Delta U > 0$ باشد، به طوری که سرعت q_2 باید افزایش پیدا کند. برعکس اگر ما بار q_2 را با انرژی جنبشی اولیه معینی به سمت q_1 پرتاب کنیم، در آن صورت با کاهش فاصله بین بارها $\Delta U > 0$ و پایستگی انرژی مکانیکی کل ایجاب می‌کند که $\Delta K < 0$ ، و از آن رو سرعت q_2 کاهش می‌یابد. این نتیجه‌گیریها وقتی که بارها علامتهای متفاوت داشته باشند به طوری که نیرو ربایشی باشد، برعکس می‌شود. در اینجا روش دیگری را برای مشاهده پایستگی انرژی در سیستمی متشکل از دو بار الکتریکی ارائه می‌دهیم. فرض می‌کنیم که دو بار الکتریکی هم‌علامت باشند. از حالتی شروع می‌کنیم که دو بار الکتریکی در فاصله بسیار دور از یکدیگر در حالت سکون قرار گرفته‌اند، و ذره q_2 را حرکت داده و آن را در فاصله معینی از بار q_1 قرار می‌دهیم. برای انجام این کار، عامل خارجی که بار q_2 را حرکت می‌دهد باید نیرویی در خلاف جهت رانش الکتروستاتیکی بین q_1 و q_2 اعمال کند. در انجام این عمل، عامل خارجی روی سیستم کار مثبت انجام می‌دهد، و در نتیجه انرژی سیستم افزایش پیدا می‌کند. به دلیل کار انجام شده توسط عامل خارجی، انرژی سیستم به اندازه ΔU افزایش می‌یابد. به بیانی دیگر، عامل خارجی در داخل سیستم انرژی ذخیره کرده است. این ذخیره انرژی دقیقاً مشابه ذخیره انرژی به هنگامی است که یک عامل خارجی فتری را متراکم می‌کند. با رها کردن بارها، می‌توانیم انرژی ذخیره شده را به صورت انرژی جنبشی ذرات متحرک بازیافت کنیم. برعکس، اگر بارهای الکتریکی دارای علامتهای مخالف بودند، به طوری که نیروی الکتروستاتیک ربایشی می‌شد، در آن صورت عامل خارجی برای حرکت دادن بار q_2 از فاصله بسیار دور و آوردن آن به مکان نزدیکتری به بار q_1 و در حال سکون قرار دادن آن، باید روی سیستم کار منفی انجام بدهد. این عمل، انرژی ذخیره شده در سیستم را کاهش می‌دهد و در نتیجه قابل بازیافت نیست. (بدون حضور عامل

خارجی، بار q_2 به طور خودبه‌خود به سوی بار q_1 شتاب می‌گیرد؛ عامل خارجی باید برای مقید کردن بار q_2 به منظور قرار دادن آن در حالت سکون در یک فاصله معین از q_1 انرژی هزینه کند).

اگر بارهای q_1 و q_2 دارای علامتهای مخالف باشند و در آغاز در فاصله کمی از یکدیگر قرار داشته باشند، در آن صورت عامل خارجی باید روی سیستم کار مثبت ΔU انجام دهد تا آنها را از یکدیگر دور کند و در فاصله بسیار زیاد از یکدیگر قرار دهد. هنگامی که این مفهوم در مورد اتمها یا مولکولها به کار برده شود، این انرژی را ممکن است انرژی بستگی، انرژی یونش، یا انرژی تفکیک بخوانیم. این کمیت نشانگر مقدار انرژی خارجی است که باید فراهم آوریم تا مثلاً یک الکترون را از یک اتم جدا کنیم یا مولکولی مانند KCL را به یونها K^+ و CL^- جدا کنیم.

مسئله نمونه ۲۸-۱ دو پروتون در هسته یک اتم ^{238}U در فاصله $6 \times 10^{-15} \text{ m}$ (فرمی) از یکدیگر قرار دارند. انرژی پتانسیل مربوط به نیروی الکتریکی بین دو ذره چقدر است؟
حل. از معادله (۲۸-۵)، با توجه به

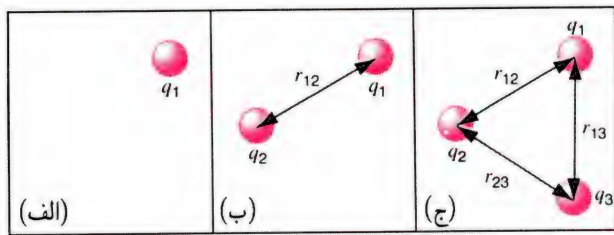
$$q_1 = q_2 = +1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 3.8 \times 10^{-14} \text{ J} = 2.4 \times 10^5 \text{ eV} = 240 \text{ keV} \end{aligned}$$

در اینجا برای پیکربندی که در آن پروتونها بسیار دور از یکدیگر قرار دارند $U = 0$ را اختیار می‌کنیم. پروتونها از یکدیگر دور نمی‌شوند زیرا یک نیروی ربایشی قوی که اجزای هسته را به هم پیوند می‌دهد آنها را در کنار هم نگه می‌دارد. برعکس نیروی الکتریکی، نیروی قوی را نمی‌توان با تابع انرژی پتانسیل ساده‌ای نشان داد.

مسئله نمونه ۲۸-۲ دو جسم، یکی به جرم $m_1 = 0.022 \text{ kg}$ و m_2 بار الکتریکی $q_1 = +32 \mu\text{C}$ و دیگری به جرم $m_2 = 0.039 \text{ kg}$ و بار الکتریکی $q_2 = -18 \mu\text{C}$ ، در آغاز در فاصله 4.6 cm از



شکل ۴-۲۸ سیستمی متشکل از سه بار الکتریکی که در آغاز در فاصلهٔ بینهایت از یکدیگر قرار دارند.

نمی‌کند، هیچ تغییری در انرژی پتانسیل به وجود نمی‌آید؛ و باز هم برای این سیستم داریم $U = 0$ ، زیرا فاصلهٔ بین بارها بینهایت باقی می‌ماند. حالا بار q_2 را به فاصلهٔ معین r_{12} از بار q_1 می‌آوریم (شکل ۴-۲۸ (ب)). انرژی پتانسیل این پیکربندی بارهای q_1 و q_2 (نسبت به $U = 0$ برای فاصلهٔ بینهایت) برابر $q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_{12}$ است. سرانجام بار q_3 را از بینهایت می‌آوریم و در فاصلهٔ r_{13} از بار q_1 و فاصلهٔ r_{23} از بار q_2 قرار می‌دهیم (شکل ۴-۲۸ (ج)). چون بار q_3 با هر دو ذرهٔ q_1 و q_2 برهم‌کنش انجام می‌دهد، در نتیجه دو جملهٔ دیگر در انرژی پتانسیل این پیکربندی نهایی مشارکت دارند: $q_1 q_3 / 4\pi\epsilon_0 r_{13}$ (برهم‌کنش بین q_1 و q_3) و $q_2 q_3 / 4\pi\epsilon_0 r_{23}$ (برهم‌کنش بین q_2 و q_3). بنابراین انرژی پتانسیل کل تمامی این سیستم برابر است با

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \quad (۸-۲۸)$$

همان‌طور که معادلهٔ (۸-۲۸) به روشنی مشخص می‌کند، انرژی پتانسیل ویژگی سیستم است و به هیچ‌یک از بارها به تنهایی وابسته نیست. می‌توانیم این فرایند را ادامه دهیم تا هر توزیع دلخواهی از بارها را به وجود آوریم. انرژی پتانسیل کل چنین سیستمی از بارها، مستقل از نظم و ترتیبی است که این بارها در کنار هم آورده شده‌اند.

از این مثال فوراً متوجه مزیت استفاده از روش انرژی برای تحلیل این سیستم می‌شویم: جمع موجود در معادلهٔ (۸-۲۸) یک جمع جبری از کمیت‌های نرده‌ای است. اگر می‌خواستیم میدان الکتریکی سه ذرهٔ باردار را محاسبه کنیم، باید جمع برداری دشوارتری را انجام می‌دادیم. در این فرایند به‌طور ضمنی فرض کرده‌ایم که اصل برهم‌نهی معتبر است. قبلاً این اعمال را، که می‌گویند برهم‌کنش هر دو ذرهٔ باردار مستقل از حضور ذره‌های باردار دیگر است، در تحلیل جمع برداری به‌کار برده‌ایم. در اینجا می‌بینیم که نتیجه‌های یکسانی در مورد جمله‌های جمع نرده‌ای به‌کار می‌رود؛ مثلاً، جملهٔ انرژی پتانسیلی که برهم‌کنش بارهای q_1 و q_3 را توصیف می‌کند مستقل از حضور بار q_2 است.

یکدیگر قرار گرفته‌اند. جسم (۱) را در مکانی ثابت نگه می‌داریم و جسم (۲) را از حالت سکون رها می‌کنیم. وقتی که فاصلهٔ بین دو جسم برابر ۲۳ cm است، سرعت جسم (۲) چقدر است؟ فرض کنید که اجسام رفتاری شبیه بارهای نقطه‌ای دارند.

حل. وقتی که بارهای الکتریکی به یکدیگر نزدیک می‌شوند، و فقط تحت تأثیر نیروی الکتروستاتیک قرار دارند، کاهش در انرژی پتانسیل باید با افزایش متناظر در انرژی جنبشی متوازن شود. فرض کنید حالت آغازی لحظه‌ای باشد که جسم (۲) رها می‌شود (با $K_i = 0$) و حالت پایانی لحظه‌ای باشد که فاصلهٔ بین دو جسم ۲۳ cm است. در آن صورت پایستگی انرژی نتیجه می‌دهد $U_i + K_i = U_f + K_f$ یا $U_i + K_i = 0$ یا

$$\begin{aligned} K_f &= U_i - U_f = -\Delta U = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) \\ &= - (۸.۹۹ \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) (۳۲ \times 10^{-6} \text{ C}) \\ &\quad \times (-۱۸ \times 10^{-6} \text{ C}) \left(\frac{1}{۰.۲۳ \text{ m}} - \frac{1}{۰.۴۶ \text{ m}} \right) \\ &= ۱۱۳ \text{ J} \\ v_f &= \sqrt{\frac{2K_f}{m_2}} = \sqrt{\frac{2(۱۱۳ \text{ J})}{۰.۰۰۳۹ \text{ kg}}} = ۲۴۰ \text{ m/s} \end{aligned}$$

اگر جسم (۲) را ثابت نگه می‌داشتیم و جسم (۱) را رها می‌کردیم، باز هم وقتی که فاصلهٔ بین دو جسم برابر ۲۳ cm می‌شد انرژی جنبشی همان مقدار ۱۱۳ J را داشت، زیرا انرژی ویژگی کل سیستم است. اگر هر دو ذره را از حالت سکون رها می‌کردیم و اجازه می‌دادیم که به سمت هم حرکت کنند، باز هم انرژی جنبشی کل دو ذره، وقتی فاصلهٔ بین آنها ۲۳ cm می‌شد، ۱۱۳ J بود. با استفاده از پایستگی تکانه می‌توانیم سرعت هر یک از دو ذره را معین کنیم.

انرژی پتانسیل سیستمی از بارها

فرض کنید که سه بار الکتریکی (q_1, q_2, q_3) داریم که فاصلهٔ آنها از یکدیگر بینهایت است. در چنین پیکربندی $U = 0$ می‌خواهیم انرژی پتانسیل پیکربندی را بدانیم که بر اثر نزدیک شدن این سه بار الکتریکی به یکدیگر حاصل می‌شود.

در نظر بگیرید که ابتدا بار q_1 را از بینهایت می‌آوریم و آن را در حالت سکون در موقعیت نشان داده شده در شکل ۴-۲۸ (الف) قرار می‌دهیم. از آنجا که این بار در این فرایند با هیچ بار دیگری برهم‌کنش

انرژی پتانسیل منفی در این مورد به معنی آن است که عامل خارجی برای گردآوری این ساختار، با شروع از وضعیتی که سه ذرهٔ باردار در حالت سکون و در فاصلهٔ بینهایت از یکدیگر قرار دارند، کار منفی انجام می‌دهد. به عبارت دیگر، یک عامل خارجی می‌تواند با انجام $17 \text{ mJ} +$ کار، این ساختار را به‌طور کامل از هم جدا کند.

۳-۲۸ پتانسیل الکتریکی

تصور کنید که بار الکتریکی q در مبدأ دستگاه مختصات قرار گرفته است. بار الکتریکی دیگری مانند q_0 را، که به آن “بارآزمون” می‌گوییم، تحت تأثیر نیروی ناشی از q از r_a به r_b می‌بریم. تغییر در انرژی پتانسیل ΔU مربوط به این سیستم متشکل از دو بار با معادلهٔ (۵-۲۸) داده شده است.

اگر می‌خواستیم از بار آزمونی با دو برابر مقدار استفاده کنیم، به دو برابر تغییر در انرژی پتانسیل دست می‌یافتیم؛ با بار آزمونی با سه برابر مقدار به تغییر در انرژی پتانسیل سه برابر می‌رسیدیم.

تغییر در انرژی پتانسیل با مقدار بار آزمون نسبت مستقیم دارد. به عبارت دیگر، کمیت $\Delta U/q_0$ مستقل از مقدار بار آزمون است و فقط ویژگی بار مرکزی q است. این کمیت در تحلیل گسترهٔ وسیعی از مسائل الکتروستاتیک، حتی آن دسته از مسائلی که توزیع بار پیچیده‌تری دارند، بسیار سودمند است. در اینجا اختلاف پتانسیل الکتریکی ΔV را به‌صورت اختلاف انرژی پتانسیل الکتریکی به‌ازای واحد بار آزمون تعریف می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \quad (9-28)$$

یا

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} \quad (10-28)$$

همانند انرژی پتانسیل، پتانسیل الکتریکی یک کمیت نرده‌ای است. معمولاً به‌جای پتانسیل الکتریکی از واژهٔ “پتانسیل” به‌تنهایی استفاده می‌کنیم.

با بهره‌گیری از ارتباط بین کار و انرژی پتانسیل که با معادلهٔ (۲-۲۸) داده شده است، می‌توانیم اختلاف پتانسیل را به‌صورت زیر بنویسیم

$$\Delta V = -\frac{W_{ab}}{q_0} \quad (11-28)$$

همان‌طور که در بالا بحث کردیم، اگر عامل خارجی برای تشکیل مجموعه‌ای از بارها با آوردن آنها از فاصلهٔ بینهایت و در کنار هم قرار دادن آنها کار مثبت انجام دهد (در مقابله با نیروی رانشی موجود در فرایند)، انرژی پتانسیل کل، که از معادلهٔ (۸-۲۸) محاسبه می‌شود، مثبت است. در واقع عامل خارجی باعث ذخیرهٔ انرژی در سیستم بارها شده است. اگر بارها در مکان خودشان رها شوند، تمایل دارند که از هم دور شوند، و همزمان با کاهش انرژی پتانسیل انرژی جنبشی افزایش پیدا می‌کند. اگر انرژی پتانسیل کل منفی باشد، در آن صورت عامل خارجی در تشکیل سیستم بارهای الکتریکی کار منفی انجام داده است. در این حالت، عامل خارجی برای تجزیهٔ سیستم بارهای الکتریکی باید انرژی بیشتری را به شکل کار فراهم آورد تا بارها را به فاصلهٔ بینهایت از هم برده.

این دیدگاه از انرژی پتانسیل را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد: انرژی پتانسیل الکتریکی سیستمی از بارهای الکتریکی نقطه‌ای ثابت برابر است با کاری که عامل خارجی باید برای گردآوری سیستم با آوردن بارها از بینهایت به مکانهای موردنظر انجام دهد. بارها در مکانهای آغازی و پایانی در حال سکون اند.

به‌طور ضمنی در این دیدگاه نقطهٔ مرجع انرژی پتانسیل به‌صورت وضعیتی تعریف شد که در آن بارهای الکتریکی در فاصلهٔ بینهایت از یکدیگر قرار داشته باشند، که در آن وضعیت مقدار مرجع برای انرژی پتانسیل را صفر اختیار می‌کنیم.

مسئلهٔ نمونهٔ ۳-۲۸ در سیستم شکل ۴-۲۸، فرض کنید که $r_{12} = r_{13} = r_{23} = d = 12 \text{ cm}$ ، و اینکه $q_1 = +q$ ، $q_2 = -4q$ ، و $q_3 = +2q$ ، که در اینجا $q = 150 \text{ nC}$ است. انرژی پتانسیل این سیستم چقدر است؟ فرض کنید که وقتی بارها در فاصلهٔ بینهایت از یکدیگر قرار دارند $U = 0$ باشد.

حل. با استفاده از معادلهٔ (۸-۲۸)، داریم

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d} \right) \\ &= -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \\ &= -\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(10)(150 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{0.12 \text{ m}} \\ &= -1.7 \times 10^{-2} \text{ J} = -17 \text{ mJ} \end{aligned}$$

کولن است. این ترکیب از یکاها ولت (V) نامیده می‌شود:

$$(۱۳-۲۸) \quad ۱ \text{ کولن} = \frac{\text{ژول}}{\text{ولت}}$$

اغلب نام متداول "ولتاژ" برای پتانسیل یک نقطه به‌کار برده می‌شود، و بیشتر به‌جای اختلاف پتانسیل از "اختلاف ولتاژ" صحبت می‌کنیم. وقتی دو کاوه یک ولت‌سنج را به دو نقطه یک مدار الکتریکی وصل می‌کنید، اختلاف ولتاژ با اختلاف پتانسیل (برحسب ولت) بین آن نقطه‌ها را اندازه می‌گیرید.

قبلاً در این باره بحث کرده‌ایم که نیروی الکتریکی یک نیروی پایستار است، و در نتیجه اختلاف انرژی پتانسیل وقتی که یک بار آزمون بین دو نقطه جابه‌جا می‌شود فقط به موقعیت با مکان آن دو ذره بستگی دارد و به مسیری که برای رفتن از یک نقطه به نقطه دیگر پیموده است وابسته نیست. بنابراین معادله (۹-۲۸) حاکی از آن است که اختلاف پتانسیل نیز به‌صورتی مشابه مستقل از مسیر باشد: اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه در یک میدان الکتریکی مستقل از مسیری است که بار آزمون در رفتن از یک نقطه به نقطه دیگر پیموده است.

برای هر اختلاف پتانسیل دلخواه ΔV ، بدون توجه به اینکه چه آرایشی از بارها آن را به‌وجود آورده است، معادله (۹-۲۸) را می‌توانیم به‌صورت زیر بازنویسی کنیم

$$(۱۴-۲۸) \quad \Delta U = q\Delta V$$

که نشان می‌دهد، هرگاه بار الکتریکی q بین دو نقطه یا اختلاف پتانسیل ΔV حرکت کند، انرژی پتانسیل سیستم به اندازه ΔU تغییر می‌کند که از معادله (۱۴-۲۸) به‌دست می‌آید. اختلاف پتانسیل ΔV توسط بارهای دیگری که ساکن و ثابت هستند ایجاد می‌شود. به‌طوری که حرکت بار q تغییری در اختلاف پتانسیل ΔV به‌وجود نمی‌آورد. با بهره‌گیری از معادله (۱۴-۲۸)، از معادله (۱۳-۲۸) می‌بینیم که اگر ΔV برحسب ولت و برحسب کولن بیان شود، آنگاه ΔU برحسب ژول به‌دست می‌آید.

از معادله (۱۴-۲۸) می‌بینیم که الکترون‌ولت که قبلاً آن را یکای انرژی معرفی کرده‌ایم، مستقیماً از تعریف پتانسیل با اختلاف پتانسیل به‌دست می‌آید. اگر ΔV را برحسب ولت و q را برحسب بار بنیادی e در نظر بگیریم. ΔU برحسب الکترون‌ولت (eV) به‌دست می‌آید. مثلاً، سیستمی مانند یک اتم کربن را در نظر بگیرید که شش الکترون آن جدا شده است ($q = +6e$)، و در جایی حرکت می‌کند که در آن

که در اینجا W_{ab} عبارت است از کار انجام‌شده توسط نیروی الکتروستاتیک اعمال‌شده از طرف بار q بر بار q_0 وقتی که بار آزمون از a به b می‌رود.

با انتخاب نقطه مرجع مناسب برای انرژی پتانسیل (مانند $U_a = 0$) برای فاصله جدایی اولیه بینهایت بین بارها) در بخش قبلی، معادله (۷-۲۸) را برای انرژی پتانسیل یک پیکربندی مشخص به‌دست آوردیم، و نه تغییر در انرژی پتانسیل ناشی از تغییر در پیکربندی. همین کار را می‌توانیم در مورد پتانسیل الکتریکی انجام دهیم. تنها تغییر در پتانسیل است که مفهوم فیزیکی دارد، در نتیجه این اختیار را داریم که نقطه صفر و مقدار مرجع را برحسب تناسب و آسانی عملیات اختیار کنیم. هرگاه مقدار پتانسیل را برای نقطه‌هایی که در فاصله بینهایت دور از q قرار دارند برابر صفر اختیار کنیم، پتانسیل الکتریکی به‌صورت زیر درمی‌آید

$$(۱۲-۲۸) \quad V = \frac{U}{q_0}$$

در آرایش پیچیده‌ای که از چندین بار الکتریکی تشکیل شده است، پتانسیل V ممکن است مثبت، منفی، یا صفر باشد. پتانسیل در نقطه‌های نزدیک به یک بار مثبت منزوی مثبت است. اگر بخواهیم بار آزمون مثبت را از فاصله بینهایت دور به نقطه‌های نزدیک به یک بار مثبت بیاوریم، بار از مکانی که برای آن $V = 0$ است به مکانی می‌رود که برای آن $V > 0$ است. در نتیجه $\Delta V > 0$ است و (بنابر معادله ۹-۲۸) $\Delta U > 0$ ، حاکی از آن است که نیروی الکتریکی روی بار آزمون کار منفی انجام داده است، به همین ترتیب، در نزدیکی یک بار منفی منزوی پتانسیل منفی است؛ یعنی وقتی بار آزمون مثبت را از فاصله بینهایت دور نقطه‌های نزدیک می‌آوریم نیروی الکتریکی روی آن بار کار مثبت انجام می‌دهد.

اگر پتانسیل در نقطه‌ای برابر با صفر باشد، وقتی بار آزمون از فاصله بینهایت دور به آن نقطه آورده می‌شود، هیچ کار خالصی توسط نیروی الکتریکی روی آن انجام نمی‌شود، گرچه ممکن است که بار آزمون از منطقه‌هایی بگذرد که در آنجاها تحت تأثیر نیروهای الکتریکی روی آن انجام نمی‌شود، گرچه ممکن است که بار آزمون از منطقه‌هایی بگذرد که در آنجاها تحت تأثیر نیروهای الکتریکی ربایشی یا رانشی قرار بگیرد. پتانسیل صفر در یک نقطه الزاماً به معنی صفر بودن نیروی الکتریکی در آن نقطه نیست.

یکای SI پتانسیل که از معادله (۹-۲۸) نتیجه می‌شود ژول بر

برای مشاهده ساده‌سازی‌هایی که حاصل می‌شود، سعی کنید این مسئله را مجدداً با یکاهای انرژی برحسب الکترون‌ولت (eV) حل کنید.

اختلاف پتانسیل $\Delta V = 20 \text{ kV}$ است. تغییر در انرژی پتانسیل این سیستم برابر است با

$$\Delta U = q\Delta V = (+e)(+20 \text{ kV}) = +120 \text{ keV}$$

انجام این‌گونه محاسبات یکای eV در بررسی و مطالعه آنها یا هسته‌ها، که در آنها بار برحسب e بیان می‌شود، بسیار مناسب است. به‌خاطر داشته باشید که اختلاف پتانسیل دارای اهمیتی بنیادی است و معادله (۱۲-۲۸) به اختصاص اختیاری مقدار صفر به پتانسیل در نقطه مرجع (در بینهایت) بستگی دارد: این پتانسیل مرجع را می‌توان هر مقدار دلخواه دیگری، مثلاً 100 V - در نظر گرفت. به‌صورتی مشابه، هر نقطه مورد توافق دیگری را هم می‌توان مکان (یا موقعیت) مرجع اختیار کرد. در بسیاری از مسئله‌ها زمین را مرجع پتانسیل اختیار می‌کنیم و مقدار صفر را به آن نسبت می‌دهیم. محل نقطه مرجع و مقدار پتانسیل در آن نقطه برای سهولت کار برگزیده می‌شود؛ سایر گزینه‌ها مقدار پتانسیل را در همه جا به یک اندازه تغییر می‌دهد اما نتایج مربوط به اختلاف پتانسیل را تغییر نمی‌دهد.

مسئله نمونه ۴-۲۸ ذره آلفایی ($q = +2e$) در یک شتابدهنده هسته‌ای از یک پایانه با پتانسیل $V_a = +6.5 \times 10^6 \text{ V}$ به پایانه دیگر با پتانسیل $V_b = 0$ می‌رود. (الف) انرژی پتانسیل سیستم چقدر تغییر می‌کند؟ (ب) با فرض اینکه پایانه‌ها و بارهای آنها جابه‌جا نمی‌شوند و نیز اینکه هیچ عامل خارجی روی این سیستم اثر نمی‌کند. تغییر در انرژی جنبشی ذره چقدر است؟
حل. (الف) از معادله (۱۴-۲۸)، داریم

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_b - U_a = q(V_b - V_a) \\ &= (+2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0 - 6.5 \times 10^6 \text{ V}) \\ &= -2.1 \times 10^{-12} \text{ J}\end{aligned}$$

(ب) اگر هیچ نیروی خارجی به سیستم وارد نشود، انرژی مکانیکی سیستم یعنی $E = U + K$ باید ثابت باقی بماند. یعنی $\Delta E = \Delta U + \Delta K = 0$

$$\Delta K = -\Delta U = +2.1 \times 10^{-12} \text{ J}$$

در نتیجه ذره آلفا $2.1 \times 10^{-12} \text{ J}$ انرژی جنبشی به‌دست می‌آورد، درست همان‌طور که جسم در حال سقوط در میدان گرانشی زمین دارای انرژی جنبشی می‌شود.

۴-۲۸ محاسبه پتانسیل از میدان

تا به اینجا بارهای الکتریکی و برهم‌کنشهای آنها را با چهار خاصیت متفاوت مشخص کردیم که عبارت‌اند از: نیروی الکتریکی، میدان الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی، و پتانسیل الکتریکی. در جدول ۴-۲۸ این چهار خاصیت را نشان داده‌ایم. دو تا از این کمیتها بردارند (نیرو و میدان) و دوتای دیگر کمیتهای نرده‌ای (انرژی پتانسیل و پتانسیل). دو تا از این کمیتها برهم‌کنش بین دو ذره را با همدیگر مشخص می‌کنند (نیرو و انرژی پتانسیل) و دوتای دیگر نمایشگر آثار ناشی از وجود یک بار منفرد یا مجموعه‌ای از بارها در یک نقطه از فضا هستند (میدان و پتانسیل). پیکانهای دوسویه موجود در جدول نشان می‌دهد که کمیتهای موجود در خانه‌های مجاور هم در جدول را می‌توان از یکدیگر محاسبه کرد؛ مثلاً \vec{E} را از \vec{F} (معادله ۳-۲۶)، U از \vec{F} (معادله ۴-۲۸)، و V از U (معادله ۱۲-۲۸). اکنون چهارمین ارتباط، یعنی ارتباط بین V و \vec{E} را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

ارتباط بین V و \vec{E} مستقیماً از تعریف پتانسیل در معادله (۱۱-۲۸) به‌دست می‌آید: $\Delta V = -W_{ab}/q_0$. فرض کنید که بار آزمون q_0 را در میدان الکتریکی \vec{E} از نقطه a به نقطه b می‌بریم. کار انجام‌شده توسط نیروی الکتریکی $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ را محاسبه می‌کنیم و می‌رسیم به

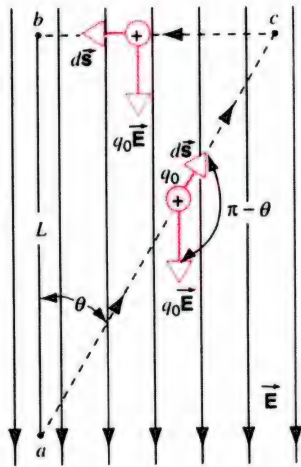
$$\Delta V = \frac{-W_{ab}}{q_0} = \frac{-\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s}}{q_0} = \frac{-\int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}}{q_0}$$

یا

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۵-۲۸)$$

جدول ۴-۲۸ خواص بارهای الکتریکی

توصیف برداری	توصیف نرده‌ای	
نیروی \vec{F}	انرژی پتانسیل U	برهم‌کنش بین دو ذره باردار
میدان \vec{E}	پتانسیل V	اثر وجود یک بار یا مجموعه‌ای از بارها در یک نقطه از فضا



شکل ۶-۲۸ مسئله نمونه ۵-۲۸. بار آزمون q_0 در امتداد مسیر acb در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} حرکت می‌کند.

مسئله نمونه ۵-۲۸ در شکل ۶-۲۸، بار آزمون q_0 در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} در امتداد مسیر acb از a تا b حرکت می‌کند. اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b را معین کنید.

حل. از معادله (۱۵-۲۸) برای مسیر ac داریم،

$$V_c - V_a = - \int_a^c \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_a^c E ds \cos(\pi - \theta) \\ = E \cos \theta \int_a^c ds$$

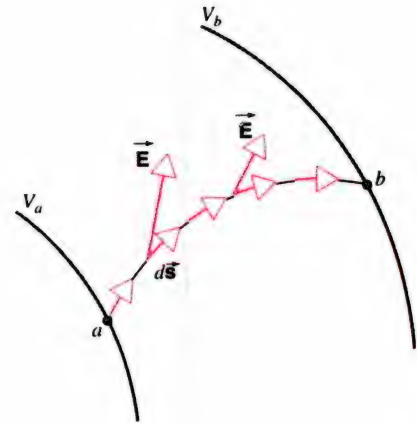
حاصل این انتگرال برابر طول خط ac و برابر است با $L / \cos \theta$. به این ترتیب داریم

$$V_c - V_a = E \cos \theta \frac{L}{\cos \theta} = EL$$

نقاط b و c دارای پتانسیل یکسانی هستند زیرا برای جابه‌جا کردن بار بین این دو نقطه کاری انجام نشده است، برای تمام نقاط خط cb بردارهای \vec{E} و $d\vec{s}$ برهم عمودند. به این ترتیب

$$V_b - V_a = (V_b - V_c) + (V_c - V_a) = 0 + EL = EL$$

این همان مقداری است که برای مسیر مستقیم بین a و b به دست می‌آید، نتیجه‌ای که انتظارش را هم داشتیم، زیرا اختلاف پتانسیل بین دو نقطه مستقل از مسیر پیموده شده بین آنهاست.



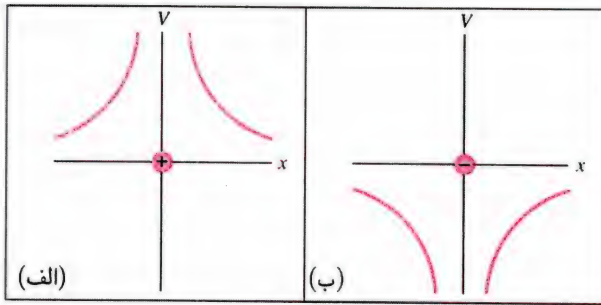
شکل ۵-۲۸ اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b را می‌توان با محاسبه انتگرال خطی \vec{E} در امتداد مسیر ab معین کرد.

اگر میدان الکتریکی هم‌جهت با $d\vec{s}$ باشد. در آن صورت انتگرال معادله (۱۵-۲۸) مثبت خواهد بود، و تغییر در پتانسیل منفی می‌شود؛ یعنی، $V_b < V_a$ است. میدان الکتریکی یک ذره دارای بار مثبت را از ناحیه‌ای با پتانسیل بالاتر به ناحیه‌ای با پتانسیل پایین‌تر، با یک ذره دارای بار منفی را در جهت برعکس حرکت می‌دهد.

انتگرالی از نوع انتگرال مطرح شده در معادله (۱۵-۲۸) را انتگرال خطی می‌گوییم. در شکل ۵-۲۸ چگونگی محاسبه یک انتگرال خطی را نشان داده‌ایم. در امتداد هر مسیر مناسبی از a تا b انتگرال می‌گیریم؛ می‌دانیم که اختلاف پتانسیل یک کمیت مستقل از مسیر است. بنابراین صرف‌نظر از اینکه چه مسیری را انتخاب کنیم همواره جواب یکسانی را از معادله (۱۵-۲۸) به دست می‌آوریم. در حالت کلی این امکان وجود دارد که در امتداد مسیر از نقطه‌ای به نقطه دیگر اندازه و جهت بردار \vec{E} تغییر کند. در هر گام از مسیر، حاصلضرب داخلی بردار \vec{E} و نمو مسیر $d\vec{s}$ (که اساساً مؤلفه \vec{E} را در امتداد مسیر به دست می‌دهد) را پیدا می‌کنیم، و در این حاصلضربهای داخلی را در امتداد تمامی مسیر با هم جمع می‌کنیم.

همان‌طور که در بخش ۳-۲۸ عمل کردیم، ممکن است بخواهیم پتانسیل در یک نقطه را، نسبت به یک پتانسیل مرجع اختیاری، پیدا کنیم و نه اختلاف پتانسیل داده شده با معادله (۱۵-۲۸). اگر نقطه مرجع را در فاصله بینهایت در نظر بگیریم و مقدار مرجع را $V = 0$ تعریف کنیم، در آن صورت معادله (۱۵-۲۸) مقدار پتانسیل در نقطه P را به دست می‌دهد، یعنی

$$V_P = \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۶-۲۸)$$



شکل ۷-۲۸ پتانسیل در امتداد یک بعد (که در اینجا محور x انتخاب شده است) برای (الف) یک بار نقطه‌ای مثبت و (ب) برای یک بار نقطه‌ای منفی. وقتی فاصله از بار الکتریکی به صفر می‌رسد اندازه پتانسیل به بینهایت افزایش می‌یابد. پتانسیل مربوط به یک بار نقطه‌ای مثبت در همه جا مثبت، و پتانسیل مربوط به یک بار نقطه‌ای منفی در همه جا منفی است.

معادله (۱۸-۲۸) نشان می‌دهد که پتانسیل ناشی از یک بار مثبت نقطه‌ای در فاصله‌های بسیار دور صفر است و وقتی به بار نزدیک می‌شویم ($r \rightarrow 0$) به مقادیر مثبت بزرگ می‌رسد. اگر بار q منفی باشد، در نزدیکی بار، پتانسیل به مقدارهای منفی بزرگ می‌رسد. توجه کنید این نتیجه‌ها به هیچ‌وجه به علامت بار آزمون q_0 که در این محاسباتها مورد استفاده قرار گرفت بستگی ندارد. در شکل ۷-۲۸ پتانسیل مربوط به یک بار نقطه‌ای مثبت و یک بار نقطه‌ای منفی را به صورت تابعی از فاصله نشان داده‌ایم.

مسئله نمونه ۶-۲۸ برای اینکه پتانسیل الکتریکی یک بار مثبت منزوی در فاصله ۱۵ cm از آن برابر 120 V باشد، بزرگی بار باید چقدر باشد؟ فرض کنید در بینهایت $v = 0$ حل. از حل معادله (۱۸-۲۸) برای q نتیجه می‌گیریم

$$\begin{aligned} q &= 4\pi\epsilon_0 rV \\ &= (4\pi)(8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.15 \text{ m})(120 \text{ V}) \\ &= 2.0 \times 10^{-9} \text{ C} = 2.0 \text{ nC} \end{aligned}$$

این بار، با آنچه بر اثر اصطکاک، مانند مالش یک بادکنک، تولید می‌شود، قابل مقایسه است.

مسئله نمونه ۷-۲۸ پتانسیل الکتریکی در سطح هسته طلا چقدر است؟ شعاع هسته طلا $1.5 \times 10^{-15} \text{ m}$ و عدد اتمی آن Z برابر ۷۹ است.

۵-۲۸ پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای

در این بخش برای به دست آوردن پتانسیل ناشی از آرایشهای گوناگون بارهای نقطه‌ای از نتیجه‌های مربوط به بخش پیشین استفاده می‌کنیم. در بخش بعدی پتانسیل ناشی از توزیعهای پیوسته بار را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

ابتدا پتانسیل ناشی از یک بار مثبت نقطه‌ای، q را مورد توجه قرار می‌دهیم. فرض کنید که بار آزمون q_0 در حوالی بار q از نقطه a به نقطه b می‌رود. می‌خواهیم از بار آزمون برای پیدا کردن اختلاف پتانسیل ناشی از وجود بار q بین نقطه‌های a و b استفاده کنیم. برای این منظور می‌توانیم از آرایش هندسی شکل ۱-۲۸ بهره بگیریم، مشروط بر اینکه بار q_1 را با بار q و بار q_2 را با بار q_0 جایگزین کنیم.

قبلاً تغییر در انرژی پتانسیل این وضعیت یعنی ΔU را معین کرده‌ایم، که برای دو بار نقطه‌ای با معادله (۵-۲۸) داده شده است. با نوشتن معادله (۵-۲۸) برای بارهای q و q_0 و بهره‌گیری از معادله (۹-۲۸) برای اختلاف پتانسیل، می‌رسیم به

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (17-28)$$

همان‌طور که در بخش ۲-۲۸ بررسی کردیم، معادله (۵-۲۸) حتی اگر نقطه‌های a و b در امتداد یک خط نباشند معتبر است. معادله (۱۷-۲۸) برای اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه‌ای مانند a و b معتبر است.

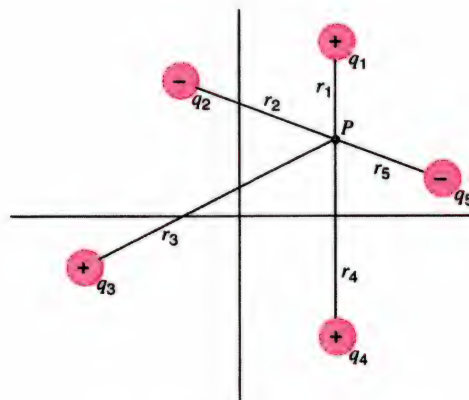
به جای اختلاف پتانسیل بین دو نقطه، می‌توانیم پتانسیل مربوط به یک نقطه منفرد را در نزدیکی بار q پیدا کنیم. معادله (۷-۲۸)، انرژی پتانسیل U ناشی از برهم‌کنش دوبار نقطه‌ای را به دست می‌دهد. نقطه مرجع برای این عبارت را در بینهایت در نظر می‌گیریم، که در آنجا U را برابر صفر ($U = 0$) اختیار می‌کنیم. می‌توانیم از معادله (۷-۲۸) برای یافتن پتانسیل یک نقطه استفاده کنیم. در این صورت باید این معادله را برای q و q_0 بنویسیم و از معادله (۱۲-۲۸) برای پتانسیل استفاده کنیم:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (18-28)$$

که پتانسیل را برای هر نقطه‌ای به فاصله r از بار q به دست می‌دهد. توجه کنید که معادله (۱۸-۲۸) را می‌توانستیم مستقیماً با اعمال شرط مربوط به نقطه مرجع؛ یعنی $V_a = 0$ در $r_a = \infty$ ، از معادله (۱۷-۲۸) به دست آوریم.

که می‌توان آن را به صورت فشرده‌تر زیر بنویسیم

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^N \frac{q_n}{r_n} \quad (۲۸-۲۰)$$



شکل ۲۸-۸ مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای.

حل. این هسته، با فرض تقارن کروی، برای نقاط خارجی، رفتاری مانند یک بار نقطه‌ای دارد. به این ترتیب می‌توان از معادله (۲۸-۱۸) یا بار $q = +79e$ استفاده کرد و در نتیجه داریم

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \\ &= \frac{(9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(79)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{7.0 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 1.6 \times 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

این پتانسیل مثبت بسیار بزرگ در خارج از اتم طلا هیچ تأثیری ندارد زیرا با پتانسیل منفی مربوط به 79 الکترون اتمی که همان قدر بزرگ است خنثی می‌شود.

پتانسیل ناشی از مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای

مجموعه‌ای متشکل از N بار نقطه‌ای q_1, q_2, \dots, q_N را که در مکانهای گوناگونی به طور مثبت قرار گرفته‌اند در نظر بگیرید (شکل ۲۸-۸). می‌خواهیم پتانسیل ناشی از این مجموعه از بارها را در نقطه دلخواهی مانند P معین کنیم. روش کار برای محاسبه پتانسیل ناشی از هر کدام از بارها در نقطه P آن است که فرض کنیم هیچ‌یک از بارهای دیگر حضور ندارند و سپس پتانسیلهای به دست آمده به این ترتیب را با هم جمع کنیم تا پتانسیل کل را به دست آوریم. یعنی

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + \dots + V_N \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_N}{r_N} \end{aligned} \quad (۲۸-۱۹)$$

که در این دو عبارت اخیر، q_n مقدار (اندازه و علامت) بار n ام است و r_n فاصله بار n ام تا نقطه P است که می‌خواهیم پتانسیل را در آنجا معین کنیم.

مثلاً، می‌توانیم از معادله (۲۸-۲۰) برای محاسبه کار انجام شده برای آوردن بار آزمون q_0 از بینهایت به نقطه موردنظر P (در شکل ۲۸-۸)، استفاده کنیم. برای انجام این محاسبه مزیت استفاده از پتانسیل را، که یک کمیت نرده‌ای است، به استفاده از نیرو، که یک کمیت برداری است مشاهده می‌کنیم. برای یافتن نیروی خالص وارد بر بار آزمون موجود در نقطه P ، ضرورت دارد که جمع برداری را مشخص کنیم. محاسبه کمیت نرده‌ای پتانسیل بسیار ساده‌تر است.

در این محاسبه، سهم پتانسیل ناشی از هر بار را در صورت عدم حضور بقیه بارها معین کردیم. این روش، نمونه دیگری از کاربرد اصل برهم‌نهی است، که در ارتباط با نیروهای الکتریکی در فصل ۲۵ مورد بررسی قرار دادیم.

مسئله نمونه ۲۸-۸ پتانسیل الکتریکی را در نقطه P واقع در مرکز مربعی از بارهای نقطه‌ای در شکل ۲۸-۹ (الف) محاسبه کنید. فرض کنید که $d = 1.3 \text{ m}$ و مقدار بارها عبارت باشد از

$$\begin{aligned} q_1 &= +12 \text{ nC}, & q_3 &= +31 \text{ nC} \\ q_2 &= -24 \text{ nC}, & q_4 &= +17 \text{ nC} \end{aligned}$$

حل. از معادله (۲۸-۲۰) داریم

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_n \frac{q_n}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{R}$$

فاصله هر یک از بارها از مرکز مربع، یعنی R برابر است با $d/\sqrt{2}$ یا 0.919 m ، به طوری که

$$\begin{aligned} V &= \frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(12 - 24 + 31 + 17) \times 10^{-9} \text{ C}}{0.919 \text{ m}} \\ &= 3.5 \times 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

در نزدیکی هریک از سه بار مثبت در شکل ۲۸-۹ (الف) پتانسیل

قرار می‌دهیم، و پتانسیل الکتریکی را در نقطه P که در فاصله r از مرکز دوقطبی قرار دارد و با محور دوقطبی (محور z) زاویه θ می‌سازد محاسبه می‌کنیم. فاصله بارهای مثبت و منفی از نقطه P به ترتیب عبارت‌اند از r_+ و r_- . با استفاده از معادله (۲۸-۲۰)، درمی‌یابیم که پتانسیل برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_+} + \frac{-q}{r_-} \right) \quad (21-28)$$

معادله (۲۸-۲۱) عبارت دقیق مربوط به پتانسیل ناشی از دوقطبی است. ولی، در بسیاری از کاربردها (مانند دوقطبیهای اتمی و مولکولی)، با توجه به اینکه نقطه مشاهده P معمولاً در فاصله بسیار دوری از دوقطبی قرار دارد، می‌توانیم رابطه سودمندتری به دست آوریم. در اینجا وقتی از فاصله دور صحبت می‌کنیم منظورمان این است که فاصله نقطه مشاهده در مقایسه با فاصله بین بارها بسیار بزرگ است؛ یعنی، $r \gg d$. در این حالت، داریم

$$r_- - r_+ \approx d \cos \theta \quad \text{و} \quad r_- r_+ \approx r^2$$

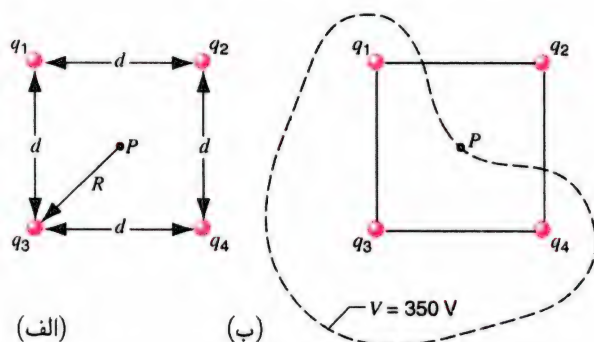
از جانشانی این مقادیر در معادله (۲۸-۲۱) می‌رسیم به

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad (22-28)$$

که در اینجا از معادله (۲۶-۸) برای گشتاور دوقطبی ($p = qd$) استفاده کردیم. معادله (۲۸-۲۲) پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی را در هر نقطه‌ای از فضا به دست می‌دهد. دوقطبی دارای تقارنی استوانه‌ای برای دوران حول محور z است، در نتیجه معادله (۲۸-۲۲) برای نقطه‌هایی معتبر است که در صفحه نمودار شکل ۲۸-۱۰ قرار نمی‌گیرند.

توجه کنید که پتانسیل ناشی از دوقطبی به صورت تابعی از $1/r^2$ تغییر می‌کند. این رفتار با پتانسیل ناشی از بار نقطه‌ای، که به صورت $1/r$ تغییر می‌کند (معادله ۲۸-۱۸ را ببینید)، ناسازگار است.

معادله (۲۸-۲۲) نشان می‌دهد که به ازای $\theta = 90^\circ$ ، که متناظر با نقطه‌های واقع در صفحه xy شکل ۲۸-۱۰ است، داریم $V = 0$. این گزاره به این معنی است که اگر بار آزمونی را از بینهایت به نقطه‌ای واقع در صفحه xy بیاوریم، دوقطبی هیچ کار خالصی روی بار آزمون انجام نمی‌دهد. برای یک r معین، پتانسیل از مقادیر مثبت روی جهت مثبت محور z ($\theta = 0^\circ$) تغییر می‌کند و در صفحه xy ($\theta = 90^\circ$) به صفر می‌رسد و باز هم تغییر می‌کند و در امتداد محور منفی z ($\theta = 180^\circ$) منفی می‌شود.

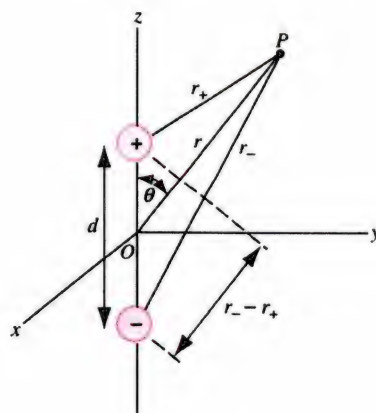


شکل ۹-۲۸ مسئله نمونه ۲۸-۸. (الف) چهار بار در چهار رأس یک مربع قرار گرفته‌اند. (ب) خط‌چین خمیده نقطه‌ای را که دارای پتانسیل یکسان با نقطه P مرکز مربع (یعنی 350 V) هستند به هم متصل می‌کند.

می‌تواند مقادیر مثبت بسیار بزرگی را اختیار کند. در نزدیکی بار منفی موجود در آن شکل، پتانسیل می‌تواند مقادیر منفی بزرگی داشته باشد. بنابراین این در محدوده مربع نقطه‌های دیگری نیز باید وجود داشته باشند که در آنها پتانسیل برای پتانسیل در نقطه P است. خط‌چین شکل ۹-۲۸ (ب) سایر نقطه‌های صفحه را که دارای همان مقدار پتانسیل هستند به هم متصل می‌کند. همان‌گونه که بعداً در بخش ۸-۲۸ بحث خواهیم کرد، این سطوح هم‌پتانسیل روش مفیدی را برای تجسم پتانسیلهای مربوط به توزیع بارهای متفاوت فراهم می‌آورند.

پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی را می‌توان مستقیماً با استفاده از معادله (۲۸-۲۰) محاسبه کرد. شکل ۲۸-۱۰ ساختار هندسی این محاسبه را نشان می‌دهد. مبدأ دستگاه مختصات را در مرکز دوقطبی



شکل ۱۰-۲۸ ساختار هندسی یک دوقطبی الکتریکی برای محاسبه پتانسیل آن در نقطه P .

همچنین توجه کنید که (۱) دوقطبی شامل دو بار مساوی و با علامتهای مخالف است که در فضا کاملاً بر هم منطبق نمی‌شوند و آثار الکتریکی آنها در نقطه‌های دوردست کاملاً یکدیگر را خنثی نمی‌کنند و (۲) چهارقطبی شامل دو دوقطبی مساوی و در جهتهای مخالف است که در فضا کاملاً بر هم منطبق نیستند به طوری که آثار آنها در فاصله‌های دوردست کاملاً خنثی نمی‌شود. می‌توان به همین ترتیب کار را ادامه داد و مجموعه‌های پیچیده‌تری از بارهای الکتریکی را ساخت. این فرایند سودمند است، زیرا پتانسیل الکتریکی هر توزیع باری را می‌توان به صورت سری جملاتی با توان صعودی $1/r$ نوشت. جزء $1/r$ ، که جمله تک‌قطبی خوانده می‌شود، به بار خالص توزیع بستگی دارد، جملاتی که پس از آن می‌آیند ($1/r^2$ جمله دوقطبی؛ $1/r^3$ جمله چهارقطبی؛ و مانند آن) چگونگی توزیع بار را معین می‌کنند. این‌گونه تحلیل از توزیع بارها را بسط چندقطبیها می‌خوانیم.

۲۸-۶ پتانسیل الکتریکی توزیعهای پیوسته بار

در بخش ۲۵-۵ روش محاسبه نیروی اعمال‌شده از طرف یک توزیع پیوسته بار را بر یک بار نقطه‌ای معرفی کردیم. به صورتی مشابه می‌توانیم انرژی پتانسیل مربوط به برهم‌کنش بین یک توزیع پیوسته بار و یک بار نقطه‌ای را به دست آوریم، این کار را با محاسبه پتانسیل ناشی از توزیع بار انجام می‌دهیم. در این بخش پتانسیل مربوط به همان سه نوع توزیع بار بررسی‌شده در بخش ۲۵-۵ را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه پتانسیل الکتریکی توزیع پیوسته‌ای از بارهای الکتریکی، مشابه همان روشی را دنبال می‌کنیم که برای محاسبه نیرو (یا در بخش ۲۶-۴ برای محاسبه میدان الکتریکی) به کار بردیم. این کار را با یک استثنای عمده انجام می‌دهیم: پتانسیل کمیتی نرده‌ای است، و از آن رو با دشواریهایی که در بخش ۲۵-۵ به علت اختلاف در راستاهای عنصر نیروی $d\vec{F}$ یا میدان $d\vec{E}$ ناشی از عنصرهای متفاوت بار dq مواجه می‌شدیم، دیگر روبه‌رو نیستیم.

مراحل محاسبه پتانسیل را با تقسیم جسم به عنصرهای بار dq آغاز می‌کنیم. می‌توانیم پتانسیل dV ناشی از بار dq را با فرض اینکه این عنصر بار مانند یک بار نقطه‌ای عمل می‌کند محاسبه کنیم:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad (24-28)$$

که در اینجا r فاصله نقطه مشاهده P از بار dq است. پتانسیل کل را با انجام عمل جمع روی سهم مربوط به تمام عنصرهای بار جسم

توجه کنید که، گرچه در صفحه xy مقدار $V = 0$ است، ولی میدان \vec{E} در آن صفحه صفر نیست. در حالت کلی نمی‌توانیم فرض کنیم که، $V = 0$ به معنی $\vec{E} = 0$ است یا اینکه $\vec{E} = 0$ به معنی $V = 0$ است.

مسئله نمونه ۲۸-۹ چهارقطبی الکتریکی تشکیل شده است از دو دوقطبی الکتریکی که طوری قرار گرفته‌اند که اثرهای الکتریکی یکدیگر را تقریباً، ولی نه به طور کامل، در نقطه‌های دوردست خنثی می‌کنند (شکل ۲۸-۱۱). پتانسیل $V(r)$ را برای نقطه‌های روی محور این چهارقطبی محاسبه کنید.

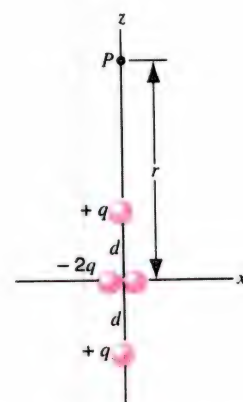
حل. با به کارگیری معادله (۲۸-۲) در مورد شکل ۲۸-۱۱ داریم

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r-d} + \frac{-2q}{r} + \frac{q}{r+d} \right) \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qd^2}{r(r^2-d^2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qd^2}{r^3(1-d^2/r^2)}$$

چون $d \ll r$ ، می‌توان از d^2/r^2 در مقایسه با ۱ چشم پوشید، در این صورت پتانسیل به شکل زیر در می‌آید:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \quad (23-28)$$

که در این معادله $Q (= 2qd^2)$ گشتاور چهار قطبی الکتریکی مربوط به مجموعه بارهای شکل ۲۸-۱۱ است. توجه کنید که V برای (۱) بار نقطه‌ای به صورت $1/r$ (نگاه کنید به معادله ۲۸-۱۸)، (۲) دوقطبی به صورت $1/r^2$ ، و (۳) چهارقطبی به صورت $1/r^3$ (نگاه کنید به معادله ۲۳-۲۸) تغییر می‌کند.



شکل ۲۸-۱۱ مسئله نمونه ۲۸-۹. یک چهارقطبی الکتریکی، متشکل از دو دوقطبی الکتریکی که جهت آنها مخالف یکدیگر است.

به دست می آوریم:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (25-28)$$

که انتگرال گیری روی تمامی عنصرهای توزیع بار انجام می شود.

توزیع یکنواخت بار روی یک خط

می توانیم از آرایش هندسی شکل ۱۲-۲۸ برای تعیین پتانسیل ناشی از توزیع خطی یکنواخت بار مثبت در نقطه P استفاده کنیم، که در فاصله y از میله و روی عمود منصف آن قرار دارد. با بهره گیری از معادله (۲۴-۲۸)، و استفاده از عنصر بار $dq = \lambda dz$ (که λ چگالی خطی بار الکتریکی است)، داریم

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dz}{\sqrt{z^2 + y^2}} \quad (26-28)$$

با انجام عمل انتگرال گیری روی طول L ، همانند عملی که در معادله (۲۵-۲۸) صورت می گیرد، و توجه به اینکه y مقداری ثابت است، می رسم به

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\lambda dz}{\sqrt{z^2 + y^2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \left(z + \sqrt{z^2 + y^2} \right) \right]_{-L/2}^{+L/2} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L/2 + \sqrt{L^2/4 + y^2}}{-L/2 + \sqrt{L^2/4 + y^2}} \right] \quad (27-28) \end{aligned}$$

که در اینجا برای رسیدن به جواب نهایی، از تساوی $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$ استفاده کردیم.

بررسی این نتیجه و مشاهده اینکه آیا مقدار حدی درستی را به دست می دهد، مهم است. وقتی که از میله دور می شویم، انتظار داریم که پتانسیل به سمت صفر میل کند، که معادله (۲۷-۲۸) این خاصیت را برای وقتی که $y \rightarrow \infty$ می رود داراست. علاوه بر آن می توانیم نشان دهیم که وقتی y مقادیر بزرگی را اختیار می کند، معادله (۲۷-۲۸) به صورت زیر در می آید

$$V \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y} \quad (28-28)$$

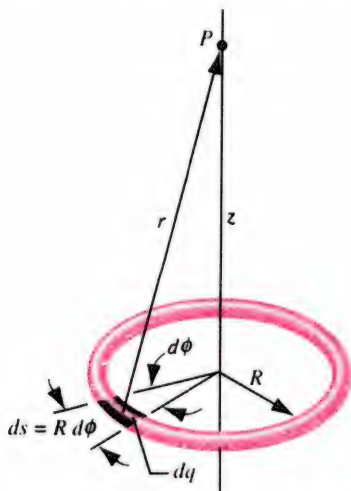
که این همان پتانسیل مربوط به یک بار نقطه ای در فاصله y است. وقتی که خیلی از میله دور شویم، میله به صورت بار نقطه ای به نظر می رسد.

حلقه ای از بار الکتریکی

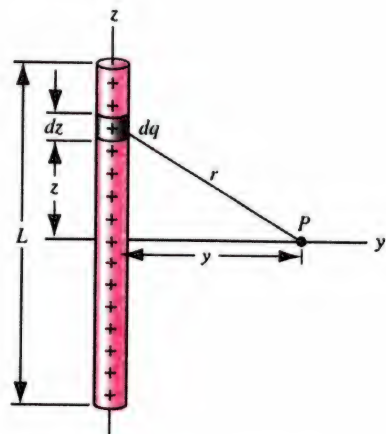
در شکل ۱۳-۲۸ حلقه ای حاوی بار یکنواخت مثبت را نشان داده ایم. سهم عنصر بار $dq = \lambda ds = \lambda R d\phi$ در پتانسیل ناشی از این توزیع بار در نقطه P روی محور این حلقه برابر است با

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\phi}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (29-28)$$

با انجام انتگرال گیری روی حلقه به همان صورتی که در بخش ۵-۲۵ عمل کردیم، در می یابیم که R و z هر دو ثابت باقی می مانند. متغیر



شکل ۱۳-۲۸ حلقه ای با بار الکتریکی یکنواخت. برای تعیین پتانسیل این توزیع بار در نقطه P ، سهم کلیه عنصرهای بار مانند dq را با هم جمع می کنیم.



شکل ۱۲-۲۸ یک میله یکنواخت باردار شده. برای تعیین پتانسیل ناشی از این توزیع بار در نقطه P ، میله را به صورت تعداد بسیار زیادی عنصر بار مانند dq در نظر می گیریم.

روی محور z اعم از بالای قرص ($z > 0$) یا پایین قرص ($z < 0$) معتبر باقی بماند. پتانسیل در سطح قرص (جایی که $z = 0$ است) بیشترین مقدار را دارد و با جابه‌جایی در امتداد محور z در هر یک از دو جهت مقدارش کاهش می‌یابد.

به‌ازای مقدارهای بزرگ z می‌توانیم از قضیهٔ دوجمله‌ای برای بسط عبارت ریشهٔ دوم در معادلهٔ (۳۲-۲۸) استفاده کنیم:

$$\sqrt{R^2 + z^2} = |z| \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{1/2} \approx |z| \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{z^2} \right) \quad (33-28)$$

و با جانشانی این مقدار در معادلهٔ (۳۲-۲۸)، یک‌بار دیگر همان عبارت مربوط به پتانسیل بار نقطه‌ای را به‌دست می‌آوریم. برای مقادیر بسیار کوچک z ، پتانسیل به‌صورت زیر است

$$V = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma |z|}{2\epsilon_0} \quad (34-28)$$

وقتی که $z \rightarrow 0$ پتانسیل به مقدار ثابت $\sigma R/2\epsilon_0$ نزدیک می‌شود و وقتی z هر یک از دو طرف قرص افزایش پیدا می‌کند، پتانسیل به‌طور خطی کاهش می‌یابد. آهنگ کاهش پتانسیل، وقتی در امتداد محور از قرص دور می‌شویم (که با جملهٔ دوم معادلهٔ (۳۴-۲۸) داده شده است)، برای چگالی بار معین، مستقل از اندازهٔ قرص است. در واقع، معلوم می‌شود که این مقدار برای تمام توزیع بارهای یکنواخت تخت و بزرگ، یکسان است و تا وقتی که مکان مشاهده در نزدیکی مرکز و از آن‌رو دور از لبه‌ها باشد، تغییرات پتانسیل به اندازه و شکل توزیع بار (دایره، مربع و غیره) ارتباطی پیدا نمی‌کند. در بخش بعدی از این واقعیت در ترسیم "نمودار" پتانسیل استفاده خواهیم کرد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۰-۲۸ قرصی به شعاع $R = 4.8 \text{ cm}$ حامل بار کل $q = +2.5 \text{ nC}$ است که به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع و در مکانهای ثابت نگه داشته شده‌اند (تصور کنید که سطح همانند یک عایق رفتار کند). الکترونی در آغاز در حال سکون و در فاصلهٔ $d = 3.0 \text{ cm}$ از قرص، در امتداد محور آن قرار گرفته است. وقتی که الکترون آزاد می‌شود، به سمت قرص جذب می‌شود. سرعت الکترون، وقتی در مرکز قرص با آن برخورد می‌کند، چقدر است؟

حل. چگالی بار روی قرص چنین است

$$\sigma = \frac{q}{\pi R^2} = \frac{2.5 \times 10^{-9} \text{ C}}{\pi (0.048 \text{ m})^2} = 3.45 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

انتگرال‌گیری $d\phi$ است، که بین 0 و 2π تغییر می‌کند.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\lambda R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (30-28)$$

توجه کنید که وقتی $z \rightarrow \infty$ ، پتانسیل به سمت صفر میل می‌کند و برای z های بزرگ پتانسیل دارای مقدار تقریبی $z/4\pi\epsilon_0 q$ می‌شود (که در اینجا $q = 2\pi\lambda R$) و این همان نتیجه‌ای است که برای موقعیت z از بار نقطه‌ای انتظار داریم.

پتانسیل قرص باردار

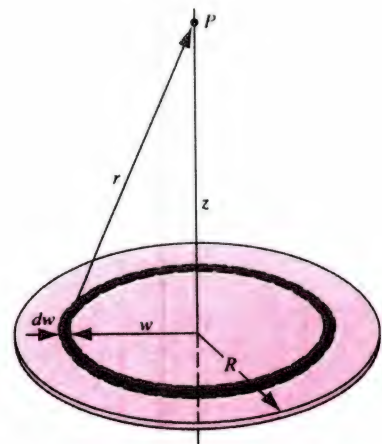
با استفاده از آرایش هندسی ۱۴-۲۸، می‌توانیم برای تعیین پتانسیل dV ناشی از حلقهٔ باردار به شعاع w و بار $dq = \sigma dA$ با عنصر سطح $dA = 2\pi w dw$ در نقطهٔ P از معادلهٔ (۳۰-۲۸) استفاده کنیم:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{\sqrt{w^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\sigma w dw}{\sqrt{w^2 + z^2}} \quad (31-28)$$

برای جمع‌کردن سهم مربوط به کلیه حلقه‌هایی که قرص را تشکیل می‌دهند، روی متغیر w در گسترهٔ 0 تا R انتگرال می‌گیریم:

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{w dw}{\sqrt{w^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right) \quad (32-28)$$

جملهٔ آخر معادلهٔ (۳۲-۲۸) از محاسبهٔ $\sqrt{z^2}$ به‌دست می‌آید و به‌صورت $|z|$ نوشته شده است تا این معادله برای تمامی نقطه‌های



شکل ۱۴-۲۸ قرصی به شعاع R که حامل چگالی بار سطحی یکنواخت σ است. عنصر بار dq ، مربوط به یک حلقهٔ یکنواخت باردار شده است.

۲۸-۷ محاسبه میدان از پتانسیل

در بخش ۲۸-۴ روشی را برای تعیین اختلاف پتانسیل با بهره‌گیری از میدان الکتریکی توصیف کردیم. اکنون تشریح می‌کنیم که چگونه این عمل را در جهت وارونه انجام دهیم: یعنی با دانستن پتانسیل، بتوانیم میدان الکتریکی را معین کنیم. یعنی پیکان دوسویه‌ای که دو خانه پایینی جدول ۲۸-۱ را به هم ارتباط می‌دهد، واقعاً می‌تواند در هر دو جهت عمل کند.

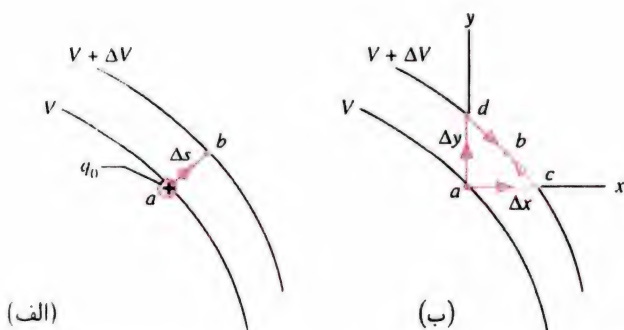
در شکل ۲۸-۱۵ (الف)، بار آزمون مثبت q_0 را نشان داده‌ایم که از نقطه a (با پتانسیل V) به نقطه b (با پتانسیل $V + \Delta V$) می‌رود. در این فرایند، انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_0 به اندازه $\Delta U = q_0 \Delta V$ تغییر می‌کند. به زبان نیروها، می‌گوییم که در آنجا میدان الکتریکی \vec{E} وجود دارد که نیروی $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ را بر ذره وارد می‌آورد. کار انجام شده توسط این نیرو، روی این ذره به هنگام جابه‌جایی از a به b برابر است با $W = F_s \Delta s = q_0 E_s \Delta s$ ، که در اینجا E_s و F_s مؤلفه‌های بردارهای \vec{E} و \vec{F} در امتداد Δs است، که جابه‌جایی ذره را از a به b نمایش می‌دهد. (فرض می‌کنیم که Δs کوچک باشد، به‌طوری که بتوانیم نیرو و میدان را به‌طور تقریبی، هم از نظر اندازه و هم از نظر جهت در امتداد ab ، ثابت در نظر بگیریم.) رابطه ریاضی بین این دو توصیف هم‌ارز، به‌صورت $W = -\Delta V$ است، که نتحه می‌دهد

$$q_0 E_s \Delta s = -q_0 \Delta V \quad (۳۵-۲۸)$$

یا

$$E_s = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \quad (۳۶-۲۸)$$

این معادله یک ارتباط بنیادی بین میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی به‌دست می‌دهد: میدان الکتریکی برابر با منفی تغییر پتانسیل برحسب



شکل ۲۸-۱۵ (الف) ذره باردار q_0 در مسیر ab بر دو سطح هم‌پتانسیل حرکت می‌کند. (ب) ذره، بین a و b در امتداد هر یک از دو مسیر adb یا acb حرکت می‌کند.

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در مکانهای $z = d$ و $z = 0$ را می‌توان از معادله (۲۸-۳۲) به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} \Delta V = V(0) - V(d) &= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + d^2} - d) \\ &= \frac{3.45 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2}{2(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)} \\ &\quad [0.48 \text{ m} - (\sqrt{(0.48 \text{ m})^2 + (0.30 \text{ m})^2} - 0.30 \text{ m})] \\ &= 4177 \end{aligned}$$

تغییر در انرژی پتانسیل الکترون، از معادله (۲۸-۱۴)، برابر است با

$$\Delta U = q \Delta V = (-1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(4177) = -6.67 \times 10^{-17} \text{ J}$$

پایستگی انرژی نتیجه می‌دهد که $\Delta U + \Delta K = 0$ ، یا $\Delta K = -\Delta U = +6.67 \times 10^{-17} \text{ J}$ و از آن رو داریم

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(6.67 \times 10^{-17} \text{ J})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.21 \times 10^6 \text{ m/s}$$

مسئله نمونه ۲۸-۱۱ با استفاده از عبارت مربوط به میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه بار یکنواخت مثبت در نقطه‌ای روی محور حلقه (محور z)، عبارت مربوط به پتانسیل ناشی از حلقه را در نقطه‌ای به فاصله z' از آن و روی محور به‌دست آورید.

حل. معادله (۲۸-۱۶) ارتباط بین \vec{E} و V را به‌دست می‌دهد. میدان الکتریکی ناشی از حلقه با معادله (۲۶-۱۸) مشخص می‌شود. میدان الکتریکی فقط دارای مؤلفه z است، در نتیجه انتگرالده معادله (۲۸-۱۶) به‌صورت $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_z dz$ در می‌آید. حال از معادله (۲۸-۱۶) از بینهایت تا نقطه P (نقطه مشاهده) انتگرال می‌گیریم:

$$V_P = - \int_{\infty}^{z'} E_z dz = - \int_{\infty}^{z'} \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{Rz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} dz$$

با انجام عمل انتگرال‌گیری می‌رسیم به

$$V_P = \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{R}{\sqrt{z'^2 + R^2}}$$

که با معادله (۲۸-۳۰)، که از انتگرال‌گیری روی توزیع بار حلقه به‌دست آمده، یکسان است.

اگر تابع $V(x, y, z)$ را در تمام نقطه‌های فضا برای یک توزیع بار مشخص بدانیم، در آن صورت می‌توانیم مؤلفه‌های \vec{E} را با استخراج مشتقات جزئی V نسبت به مختصات پیدا کنیم.*

بنابراین در روش برای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از توزیعهای پیوسته بار در اختیار داریم؛ یکی بر انتگرالگیری از قانون کولن استوار است (معادله‌های ۱۳-۲۶ تا ۱۵-۲۶) و دیگری بر مشتقگیری از پتانسیل (معادله ۳۸-۲۸). در عمل، بیشتر اوقات روش دوم با دشواری کمتری مواجه می‌شود.

مسئله نمونه ۱۲-۲۸ با بهره‌گیری از معادله (۳۲-۲۸) که پتانسیل را روی محور یک قرص یکنواخت باردار شده، به دست می‌دهد، عبارتی را برای میدان الکتریکی ناشی از این توزیع بار روی نقاط محوری آن به دست آورید.

حل. با بهره‌گیری از تقارن مسئله، \vec{E} باید در امتداد محور قرص (محور z) قرار گیرد. با استفاده از معادله (۳۸-۲۸)، (با فرض $z > 0$) داریم

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{d}{dz} [(z^2 + R^2)^{1/2} - z] \\ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

که این نتیجه با نتیجه به دست آمده از طریق انتگرالگیری مستقیم، معادله (۱۹-۲۶)، سازگار است.

مسئله نمونه ۱۳-۲۸ در شکل ۱۶-۲۸ نقطه (دور دست) p را در میدان یک دوقطبی واقع در مبدأ دستگاه مختصات xz نشان داده‌ایم.

میدان \vec{E} را به صورت تابعی از مکان محاسبه کنید.

حل. با توجه به تقارن مسئله، \vec{E} مربوط به نقاط واقع در صفحه شکل ۱۶-۲۸ در این صفحه قرار می‌گیرد و می‌توان آن را بر حسب مؤلفه‌های E_x و E_z بیان کرد و در اینجا E_y صفر است. ابتدا پتانسیل را به جای دستگاه مختصات قطبی در دستگاه مختصات راستگوشه بیان می‌کنیم. برای این کار، با استفاده از رابطه‌های زیر

$$r = (x^2 + z^2)^{1/2} \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{z}{(x^2 + z^2)^{1/2}}$$

* نماد $\partial V / \partial x$ معرف مشتق جزئی نسبت به x است. در گرفتن این مشتق از تابع $V(x, y, z)$ ، کمیت x را متغیر در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که y و z ثابت باشند. ملاحظات مشابهی را درباره $\partial V / \partial y$ و $\partial V / \partial z$ مورد استفاده قرار می‌دهیم.

فایده است. اگر ΔV مثبت باشد، میدان الکتریکی نیرویی وارد می‌آورد که با حرکت یک ذره آزمون باردار، با بار مثبت، از a به b مخالفت می‌کند، اگر ΔV منفی باشد، میدان نیرویی در جهت حرکت اعمال می‌کند. در حد مربوط به جابه‌جاییهای پیمنايت کوچک، معادله (۳۶-۲۸) به صورت مشتق در می‌آید:

$$E_s = -\frac{dV}{ds} \quad (۳۷-۲۸)$$

مؤلفه میدان الکتریکی در هر راستایی برابر است با منفی مشتق پتانسیل نسبت به جابه‌جایی در آن راستا.

نور ساختار هندسی متفاوتی برای این فرایند انتخاب می‌کنیم. شکل ۱۵-۲۸ (ب) همان فرایند را نشان داده‌ایم، ولی به جای حرکت مستقیم بار آزمون از a به b ، آن را در امتداد دو مسیر متفاوت حرکت می‌دهیم. در مسیر acb ابتدا بار آزمون در امتداد محور x از a به c برده می‌شود و سپس در امتداد مسیر نشان داده شده در شکل از c به b برده می‌شود. این قسمت از مسیر چنان انتخاب شده است که همواره بین b و c پتانسیل، مقدار یکسان $V + \Delta V$ را دارد. کار انجام شده توسط میدان الکتریکی در امتداد مسیر cb صفر است، زیرا در آنجا پتانسیل تغییر نمی‌کند (معادله ۱۱-۲۸) را ببینید). کار انجام شده توسط میدان الکتریکی در امتداد مسیر ac برابر است با $F_x \Delta x = q_0 E_x \Delta x$. چون تغییر در انرژی پتانسیل مستقل از مسیر است، باز هم داریم $W = -\Delta U$

$$q_0 E_x \Delta x = -q_0 \Delta V \quad \text{یا} \quad E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

اگر ذره آزمون را در امتداد مسیر adb جابه‌جا کنیم، کار انجام شده بر روی ذره توسط میدان، در امتداد ad برابر با $F_y \Delta y = q_0 E_y \Delta y$ است، و در امتداد db برابر صفر است (این مسیر باز هم چنان انتخاب شده است که در همه جا بین d و b پتانسیل دارای مقدار یکسان $V + \Delta V$ است). چون تغییر خالص در انرژی پتانسیل در امتداد مسیر adb نیز برابر با ΔV است، نتیجه می‌گیریم که

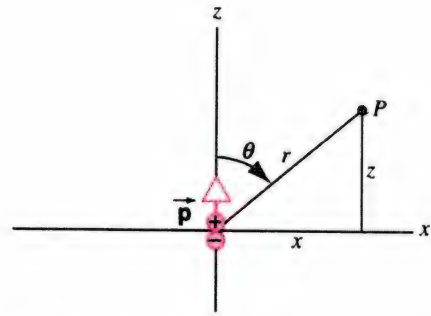
$$q_0 E_y \Delta y = -q_0 \Delta V \quad \text{یا} \quad E_y = -\frac{\Delta V}{\Delta y}$$

از محاسبات سه بعدی، نتیجه مشابهی برای E_z به دست می‌آید.

اگر حد این تابعها را برای وقتی که طول مسیرها بسیار کوتاه می‌شود در نظر بگیریم، اختلافها به صورت مشتق در می‌آیند، و می‌توانیم رابطه بین \vec{E} و V را به کلیترین صورت زیر بنویسیم

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (۳۸-۲۸)$$

که دقیقاً با آنچه در معادله (۱۲-۲۶) یافتیم سازگار است و باز هم از تقارن مسئله درمی یابیم که E_x در صفحه عمودمنصف دوقطبی برابر با صفر است. علامت منفی در این معادله نشان می دهد که \vec{E} در جهت منفی z است. برای یافتن E_x باید مراحل مشابهی را دنبال کنید، و نتیجه ای به دست آورید که با نتیجه مسئله ۲ از فصل ۲۶ سازگار باشد.



شکل ۱۶-۲۸ مسئله نمونه ۱۳-۲۸. دوقطبی واقع در مبدأ دستگاه مختصات xz .

و اینکه پتانسیل V با معادله (۲۲-۲۸) داده شده است، داریم

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

با جانشانی مقدارهای مربوط به r^2 و $\cos \theta$ ، می رسیم به

$$V = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

با ثابت در نظر گرفتن x و استفاده از معادله (۳۸-۲۸)، می توانیم مؤلفه E_z را معین کنیم

$$\begin{aligned} E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x^2 + z^2)^{3/2} - z[\frac{3}{2}(x^2 + z^2)^{1/2}](2z)}{(x^2 + z^2)^3} \\ &= -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{x^2 - 2z^2}{(x^2 + z^2)^{5/2}} \end{aligned} \quad (۳۹-۲۸)$$

با قرار دادن $x = 0$ برای نقاط دوردست در امتداد محور دوقطبی (یعنی، امتداد محور z) رابطه مربوط به E_z به صورت زیر در می آید:

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{z^3}$$

این نتیجه با آنچه در فصل ۲۶، مسئله ۱، برای میدان در امتداد محور دوقطبی یافتیم دقیقاً همخوان است. توجه داشته باشید که در امتداد محور z ، به علت تقارن موجود در مسئله، $E_x = 0$ است.

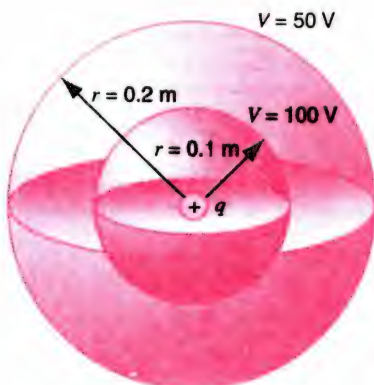
با قرار دادن $z = 0$ در معادله (۳۹-۲۸)، مؤلفه E_z را برای نقطه های دوردست در صفحه عمودمنصف دوقطبی به دست می آوریم:

$$E_z = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3}$$

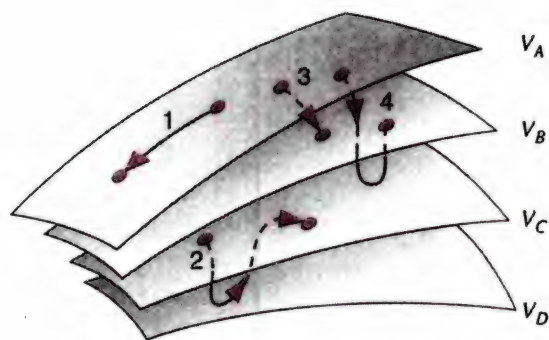
۸-۲۸ سطح های هم پتانسیل

بار نقطه ای $q = 1.1 \text{ nC}$ را در نظر بگیرید. با استفاده از معادله (۱۸-۲۸)، می توانیم پتانسیل ناشی از این بار را معین کنیم که در فاصله 1 m از بار برابر 100 V است. از آنجا که هیچ سمت و سویی به پتانسیل وابسته نیست، مقدار پتانسیل در هر راستایی در آن فاصله برابر است با 100 V است. این موضوع را در شکل ۱۷-۲۸ نشان داده ایم. در هر نقطه واقع بر کره ای به شعاع 1 m که بار q را احاطه کرده باشد، پتانسیل برابر با 100 V است. روی کره دیگری با شعاع 2 m ، همه جا پتانسیل برابر با 50 V است.

هر سطحی که پتانسیل در همه جای آن مقدار یکسانی داشته باشد، مانند هر کدام از کره های شکل ۱۷-۲۸، را یک سطح هم پتانسیل می خوانیم. برای جابه جاکردن بار آزمون از هر نقطه ای روی یک سطح هم پتانسیل به نقطه دیگری روی همان سطح، هیچ کار خالصی توسط نیروهای الکتریکی صورت نمی گیرد، زیرا در آنجا $\Delta V = 0$. حتی اگر مسیر از آن سطح خارجی شود، مادام که نقطه آغاز و پایان مسیر روی یک سطح هم پتانسیل باشد، هیچ کار خالصی صورت نمی گیرد.



شکل ۱۷-۲۸ در تمامی نقاط کره ای که بار q را در برمی گیرد پتانسیل مقدار یکسانی دارد. در اینجا دو کره نشان داده شده اند، یکی برای $V = 100 \text{ V}$ و دیگری برای $V = 50 \text{ V}$.



شکل ۱۸-۲۸ قسمتهایی از چهار سطح هم‌پتانسیل. چهار مسیر متفاوت برای بار آزمون نشان داده شده است.

مقدار کاری که به هنگام جابه‌جایی یک بار آزمون از یک سطح هم‌پتانسیل به سطح هم‌پتانسیل دیگری توسط نیروهای الکتریکی انجام می‌شود، فقط به اختلاف پتانسیل بین دو سطح وابسته است؛ این کار، مستقل از مکانهای آغاز و پایان حرکت بر روی سطح است. وقتی یک ذره باردار از هر نقطه‌ای واقع بر یک سطح به هر نقطه‌ای واقع بر سطح دیگر می‌رود، همواره کار یکسانی انجام می‌شود.

در شکل ۱۸-۲۸ قسمتهایی از یک خانواده از سطحهای هم‌پتانسیل را نشان داده‌ایم که احتمالاً به توزیع بار مشخصی وابسته‌اند. وقتی که یک ذره باردار در امتداد مسیر ۱ حرکت می‌کند، کار انجام‌شده توسط نیروهای الکتریکی صفر است، زیرا آغاز و پایان این مسیر در سطح هم‌پتانسیل یکسانی قرار دارد. کار انجام‌شده در امتداد مسیر ۲ نیز به همین دلیل برابر صفر است. کار انجام‌شده در امتداد مسیرهای ۳ و ۴ صفر نیست، ولی برای هر دوی این مسیرها مقدار یکسانی دارد، زیرا این دو مسیر یک زوج مسطح هم‌پتانسیل یکسان را به هم متصل می‌کند. یعنی مسیرهای ۳ و ۴ نقاطی را به هم وصل می‌کنند که دارای اختلاف پتانسیل یکسان $(V_B - V_A)$ هستند. اگر بار الکتریکی q را از هر نقطه‌ای روی سطح A به هر نقطه‌ای روی سطح B ببریم، کار انجام‌شده توسط نیروهای الکتروستاتیک، بنابر معادله (۱۱-۲۸)، برابر با $W_{AB} = -q(V_B - V_A)$ است.

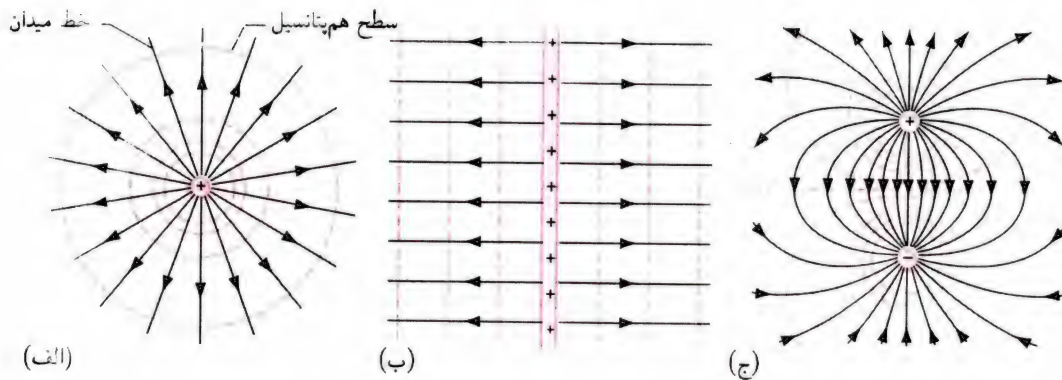
خطهای میدان و سطحهای هم‌پتانسیل

در بخش ۵-۲۶، روش نموداری متفاوتی را برای توصیف یک توزیع بار، مورد بحث و بررسی قرار دادیم. آن روش بر خطهای میدان الکتریکی پایه‌گذاری شده بود. ارتباط ریاضی به‌دست‌آمده در معادله (۷-۲۸) بین \vec{E} و V حاکی از وجود یک ارتباط بین نمایشهای نموداری آنها نیز هست.

تصور کنید که بار مثبتی را از حال سکون از نقطه b واقع بر سطح هم‌پتانسیل $V + \Delta V$ ، در شکل ۱۵-۲۸ رها کنیم. به زبان پتانسیل، خواهیم گفت که ذره به اندازه اختلاف پتانسیل ΔV به‌سوی سطح هم‌پتانسیل V "سقوط" خواهد کرد. همچنین می‌توانیم در نظر بگیریم که ذره توسط میدان الکتریکی که در ناحیه بین دو سطح هم‌پتانسیل وجود دارد، شتاب بگیرد. میدان الکتریکی باید در نقطه b بر سطح هم‌پتانسیل عمود باشد. اگر چنین نباشد، آنگاه میدان الکتریکی باید در امتداد سطح هم‌پتانسیل دارای مؤلفه‌ای باشد، که روی ذره‌ای که در امتداد سطح حرکت می‌کند کار انجام دهد. ولی، این رفتار تعریف سطح هم‌پتانسیل را به‌عنوان سطحی که در آن پتانسیل ثابت است، و می‌توانیم در امتداد آن ذره باردار را آزادانه و بدون انجام هیچ کاری جابه‌جا کنیم، نقض می‌کند. از این بحث نتیجه می‌گیریم که خطهای میدان الکتریکی باید در همه جا بر سطحهای هم‌پتانسیل عمود باشند.

این امکان نیز وجود دارد که از معادله (۳۷-۲۸)، $E_s = -dV/ds$ ، به همین نتیجه برسیم. در شکل ۱۵-۲۸، برای ds راستایی وجود دارد که در آن راستا کمیت $-dV/ds$ بیشینه است، یعنی در آن راستا E_s نیز بیشینه است. آن بیشینه‌مقدار همان E ، مقدار میدان الکتریکی در آن نقطه، است و راستایی که در آن E_s دارای بیشینه مقدارش می‌شود همان راستای میدان الکتریکی است. به‌طور هم‌ارز، می‌توانیم در نقطه b دایره‌ای به شعاع ds رسم کنیم. یکی از نقطه‌های این دایره به سطح هم‌پتانسیل بعدی نزدیک‌ترین نقطه است و در نتیجه این نقطه نمایشگر بیشترین مقدار $-dV$ است. راستایی که از b به آن نقطه متصل می‌شود عمود است بر سطح هم‌پتانسیل در نقطه b و جهت میدان الکتریکی در نقطه b را نمایش می‌دهد.

اگر نقش سطحهای هم‌پتانسیل را برای توزیع بار مشخصی بدانیم، می‌توانیم خطهای میدان را با ترسیم خطوط عمود بر سطحهای هم‌پتانسیل پیدا کنیم. در شکل ۱۹-۲۸ سطحهای هم‌پتانسیل و خطهای میدان مربوط به سه مورد توزیع بار را که قبلاً بررسی کرده‌ایم، روی یک نمودار نشان داده‌ایم. این سه مورد عبارت‌اند از: بار نقطه‌ای، برگه باردار بینهایت بزرگ، و دوقطبی. این نمودارها خطهای میدان مربوط به شکلهای ۱۰-۲۶، ۱۱-۲۶ و ۱۲-۲۶ را نشان می‌دهد که شکل سطحهای هم‌پتانسیل بر آنها نهاده شده است. توجه کنید که خطهای میدان هر جا که سطحهای هم‌پتانسیل را قطع می‌کنند بر هم عمودند.



شکل ۲۸-۱۹ خطهای میدان الکتریکی (خط پر) و مقاطع سطحهای همپتانسیل (خط چینها) برای (الف) بار مثبت نقطه‌ای، (ب) برگهٔ بینهایت با بار مثبت، که از امتداد لبه‌اش مشاهده شده است، و (ج) دوقطبی الکتریکی.

۹-۲۸ پتانسیل رسانای باردار

در بخش ۶-۲۷ دو ویژگی رسانای باردار منزوی را استنتاج کردیم: (۱) میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است، (۲) بار روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. ویژگی مهم سوم رسانای باردار از بررسی پتانسیل الکتریکی آن حاصل می‌شود.

فرض کنید رسانایی با شکل دلخواه در اختیار داریم، که به آن بار خالصی را منتقل می‌کنیم. بارها آزادند که حرکت کنند و به سرعت خودشان را روی سطح خارجی رسانا توزیع می‌کنند تا به حالت تعادل برسند. در واقع، بارهای هم‌علامت یکدیگر را می‌رانند تا به توزیعی برسند که در آن میانگین فاصلهٔ بین آنها به بیشترین مقدار ممکن برسد، به طوری که انرژی پتانسیل این آرایش از بارها کمینه مقدارش را پیدا کند. اگر بارها روی سطح یک رسانا در حالت تعادل باشند، در آن صورت سطح رسانا باید یک سطح همپتانسیل باشد. اگر چنین نباشد، بعضی از قسمتهای رسانا باید در پتانسیل بالاتر یا پایین‌تری نسبت به سایر قسمتها باشد. در چنین حالتی بارهای مثبت به سمت ناحیه‌های با پتانسیل پایین‌تر حرکت می‌کنند و بارهای منفی به سمت ناحیه‌های با پتانسیل بیشتر جابه‌جا می‌شوند. ولی، این رفتار با این فرض که بارها در حال تعادل قرار دارند متناقض است و بنابراین سطح رسانا باید یک سطح همپتانسیل باشد.

اگر میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر باشد، در آن صورت می‌توانیم بار آزمون را در امتداد هر مسیری در داخل رسانا جابه‌جا کنیم و یا از سطح رسانا به داخل رسانا ببریم و هیچ کار خالصی توسط بارهای سطحی روی بار آزمون انجام نشود. یعنی، اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه‌ای برابر با صفر است، و از آن‌رو پتانسیل در تمام نقطه‌های رسانا مقدار یکسانی خواهد داشت. بنابراین ویژگی سوم

را برای رساناها به دست آوردیم: کل رسانا در پتانسیل یکسانی قرار دارد. این نتیجه‌گیری فقط در الکتروستاتیک معتبر است؛ وقتی دربارهٔ جریانهای شارنده در رساناها بحث می‌کنیم، ممکن است که بین نقاط متفاوت یک رسانا، اختلاف پتانسیل وجود داشته باشد.

توجه کنید که در اینجا دربارهٔ شکل رسانا هیچ‌گونه فرضی نکردیم. اگر رسانا کره باشد، بار به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع خواهد شد. برای رساناهایی که به شکل کره نیستند، چگالی بار روی سطح رسانا یکنواخت نخواهد بود، ولی باز هم سطح رسانا یک سطح همپتانسیل است. حتی در رسانایی که دارای کاواکهای داخلی است، اعم از اینکه این کاواکها حاوی بار باشند یا نباشند، تمام نقطه‌های رسانا (روی سطح و داخل آن) در یک پتانسیل قرار دارند.

این نتیجه‌گیری که سطح رسانا همپتانسیل است، با بحث ارائه‌شده در بخش ۸-۲۸، مبنی بر اینکه خطهای میدان الکتریکی همواره بر سطحهای همپتانسیل عمودند، سازگار است. در بخش ۶-۲۷، برای اثبات اینکه میدان الکتریکی درست در بیرون سطح رسانا بر آن سطح عمودند از قانون گاوس استفاده کردیم که اگر سطح رسانا همپتانسیل است، باید این گزاره درست باشد.

می‌توانیم نتیجه‌های صریحی را برای یک رسانای کروی توپر که حامل بار یکنواخت توزیع‌شدهٔ کل q روی سطح آن است به دست آوریم. در بخش ۵-۲۵، ویژگی یک پوستهٔ کروی یکنواخت باردارشده را مورد بررسی قرار دادیم: نیروی وارد بر یک بار خارج از پوسته، همانند جایگزینی پوسته با یک بار نقطه‌ای در مرکزش است. چنین ویژگی، این امکان را فراهم می‌آورد که ما از عبارت مربوط به بار نقطه‌ای برای پتانسیل الکتریکی (معادلهٔ ۲۸-۱۸) و میدان الکتریکی (معادلهٔ ۶-۲۶) برای مکانهایی که در آنها $r > R$ است استفاده کنیم.

عبارت‌اند از

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2}$$

که نتیجه می‌دهد

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (۴۱-۲۸)$$

فرض می‌کنیم که دو کره باردار آن قدر از هم دورند که بار یکی از آنها تأثیری در توزیع بار دیگری ندارد.

نسبت چگالی سطحی بار دو کره عبارت است از

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{q_1}{4\pi R_1^2}}{\frac{q_2}{4\pi R_2^2}} = \frac{q_1 R_2^2}{q_2 R_1^2}$$

که با بهره‌گیری از معادله (۴۱-۲۸) نتیجه می‌دهد

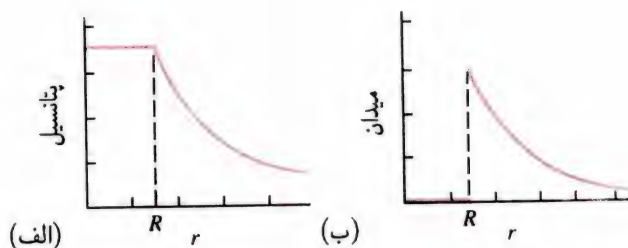
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (۴۲-۲۸)$$

معادله (۴۲-۲۸) نشان می‌دهد که کره کوچکتر چگالی بار سطحی بیشتری دارد. با یادآوری این موضوع که برای بار خارجی، میدان چنان است که گویی کره را با بار نقطه‌ای در مرکزش جایگزین کرده‌ایم، می‌توانیم میدان را درست در خارج از سطح کره به صورت زیر بیان کنیم

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (۴۳-۲۸)$$

بنابر معادله (۴۲-۲۸)، چگالی بار سطحی برای کره با شعاع کوچکتر بیشتر است، و از آن رو میدان درست در خارج از سطح کره با شعاع کوچکتر نیز بزرگتر است. هرچه شعاع کره کوچکتر باشد، میدان الکتریکی درست در خارج از سطح آن بزرگتر است.

در نزدیکی رسانای نوک‌تیز (یعنی، رسانایی با شعاع بسیار کوچک) میدان الکتریکی ممکن است آن قدر بزرگ باشد که مولکولهای هوای اطرافش را یونیده کند؛ در نتیجه هوا که معمولاً نارسا است می‌تواند بار الکتریکی را از رسانا به خارج از آن هدایت و حمل کند. این اثر را تخلیه هاله‌ای می‌خوانیم. افشانه‌های الکتروستاتیکی رنگ برای انتقال بار به قطرات ریز رنگ از اثر تخلیه هاله‌ای استفاده می‌کنند و سپس این قطره‌های باردار را به وسیله میدان الکتریکی شتاب می‌دهند. دستگاههای فتوکپی که مبتنی بر زیراکس خشک هستند از یک سیم برای ایجاد تخلیه هاله‌ای استفاده می‌کنند، که بار را به یک سطح



شکل ۲۸-۲۰ (الف) پتانسیل مربوط به یک رسانای کروی باردار. (ب) میدان الکتریکی یک رسانای باردار.

در داخل پوسته، نیروی وارد بر بار نقطه‌ای صفر است. یعنی، اینکه پتانسیل باید همه جا در داخل رسانا و از جمله روی سطح آن، مقدار یکسانی داشته باشد. مقدار پتانسیل روی سطح رسانا از معادله (۱۸-۲۸) به دست می‌آید، که در $r = R$ محاسبه شده باشد، و در نتیجه پتانسیل داخل رسانا برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad r < R \quad (۴۰-۲۸)$$

در شکل ۲۸-۲۰ میدان و پتانسیل مربوط به رسانای کروی منزوی را نشان داده‌ایم. در $r < R$ میدان الکتریکی صفر است و برای $r > R$ به صورت $1/r^2$ کاهش می‌یابد. پتانسیل برای $r < R$ ثابت است و برای $r > R$ به صورت $1/r$ کاسته می‌شود.

تخلیه هاله‌ای (اختیاری)

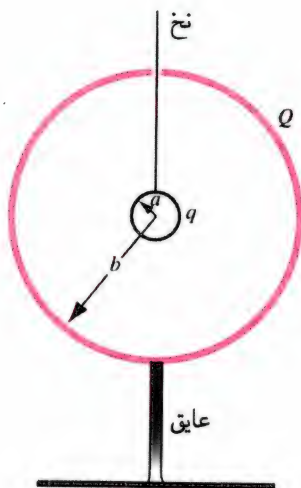
گرچه بار سطحی روی رسانای کروی به طور یکنواخت توزیع می‌شود، ولی برای رساناهای با اشکال مختلف چنین نیست.* در حوالی نقطه‌ها یا لبه‌های تیز، چگالی سطحی بار، و در نتیجه میدان الکتریکی درست در بیرون سطح — می‌تواند مقدارهای بسیار زیادی داشته باشد.

برای مشاهده کیفی چگونگی این رویداد، دو کره به شعاعهای متفاوت را که با سیم نازکی به هم متصل شده‌اند (شکل ۲۸-۲۱) در نظر بگیرید. فرض کنید که کل مجموعه به پتانسیل دلخواه V رسیده باشد. پتانسیلهای (یکسان) دو کره با استفاده از معادله (۴۰-۲۸)



شکل ۲۸-۲۱ دو کره رسانا که با سیم نازک و بسیار بلند به هم متصل شده‌اند.

* برای بحث دقیق‌تری در مورد این پدیده، رجوع کنید به مقاله "مغلطه برفگیر" نوشته ریچارد پرایس و رونالد کرولی در شماره سپتامبر ۱۹۸۵ (صفحه ۸۴۳) مجله "آمریکن ژورنال آف فیزیکس".



شکل ۲۸-۲۲ کره کوچک باردار که در داخل پوسته کروی باردار بزرگتر آویخته شده است.



شکل ۲۸-۲۳ مولد الکتروستاتیکی با پتانسیل ۲٫۷ میلیون ولت، که به علت رسانش از طریق هوا جرقه می‌زند.

این اصل شناخته‌شده الکتروستاتیک را اولین بار رابرت جی. وان دوگراف در اوایل دهه ۱۹۳۰ برای شتاب دادن ذرات هسته‌ای به کار برد و این شتابدهنده به شتابدهنده وان دوگراف شهرت یافت. با این وسیله می‌توان به آسانی به پتانسیلهایی تا حدود چند میلیون ولت دست یافت، پتانسیل حدی را نشت بار از طریق پایه عایق یا فروریزش الکتریکی هوا (یا گاز عایق‌کننده با فشار بالا) که پایانه ولتاژ بالا را در بر می‌گیرد تعیین می‌کند.

شکل ۲۸-۲۴ طرح مقدماتی یک شتابدهنده وان دوگراف را نشان

سلنیوم اندود منتقل می‌کند؛ در منطقه‌هایی که در معرض تابش نور هستند بار خنثی می‌شود و بقیه منطقه‌های باردار یک گرد نرم سیاه را جذب می‌کند و تصویر را به وجود می‌آورد.

۲۸-۱۰ شتابدهنده الکتروستاتیکی (اختیاری)

در بسیاری از مطالعات مربوط به علوم هسته‌ای واکنشهای هسته‌ای دخیل اند، که هنگامی رخ می‌دهند که باریکه‌ای از ذرات بر هدفی فرود آیند. یکی از روشهایی که برای شتاب دادن ذرات جهت واکنشهای هسته‌ای به کار می‌رود بر مبنای روش الکتروستاتیک است. ذره‌ای با بار مثبت q در اختلاف پتانسیل منفی ΔV "سقوط" می‌کند و بنابراین انرژی پتانسیل آن، بنابر معادله (۲۸-۱۴)، به اندازه $\Delta U = q\Delta V$ ، کم می‌شود. افزایش انرژی جنبشی متناظر با این کاهش انرژی پتانسیل $\Delta K = -\Delta U$ است و با فرض اینکه ذره از حالت سکون شروع به حرکت کند، انرژی جنبشی نهایی آن برابر است با

$$K = -q\Delta V \quad (28-44)$$

برای اتمهای یونیده، q مثبت است. برای دستیابی به باریکه‌ای با بیشترین انرژی ممکن، به بالاترین اختلاف پتانسیل علاقه‌مندیم. در کاربردهای مورد توجه در فیزیک هسته‌ای، به منظور غلبه بر نیروی رانشی کولنی بین ذرات فرودی و هدف، ذراتی با انرژی جنبشی چندین میلیون الکترون-ولت (MeV) مورد نیاز است. انرژیهای جنبشی در محدوده MeV به اختلاف پتانسیلهایی در محدوده میلیون ولت نیاز دارد.

یک وسیله الکتروستاتیکی که می‌تواند این اختلاف پتانسیل زیاد را تولید کند، در شکل ۲۸-۲۲ نشان داده شده است. یک کره کوچک رسانا به شعاع a که حامل بار q است در داخل یک پوسته کروی رسانا به شعاع b قرار می‌گیرد که حامل بار Q است. یک مسیر رسانا به صورت لحظه‌ای بین دو رسانا به وجود می‌آید و بار q ، بدون توجه به اینکه در آن زمان چه مقدار بار Q روی پوسته قرار دارد، به طور کامل به رسانای خارجی منتقل می‌شود. (زیرا بار روی رسانا همواره به سطح خارجی آن جابه‌جا می‌شود). اگر سازوکار مناسبی برای قرار دادن بار q روی کره داخلی از چشمه خارجی وجود داشته باشد، اصولاً می‌توانیم بار Q روی کره خارجی و پتانسیل مربوط به آن را بدون هیچ محدودیتی افزایش دهیم. در عمل، پتانسیل نهایی را جرقه‌هایی که در هوا پدید می‌آیند محدود می‌کند (شکل ۲۸-۲۳).

مسئله نمونه ۲۸-۱۴ اختلاف پتانسیل بین دو کره شکل ۲۸-۲۲ را محاسبه کنید.

حل. اختلاف پتانسیل $V(b) - V(a)$ شامل دو بخش است: یک بخش مربوط به کره کوچک و بخش دیگر مربوط به پوسته کروی بزرگ. این بخشها را می توان به طور جداگانه محاسبه و به صورت جبری با هم جمع کرد. ابتدا پوسته کروی را در نظر می گیریم. شکل ۲۸-۲۰ (الف) نشان می دهد که پتانسیل در تمام نقطه های داخلی یکسان و مقدار آن همان پتانسیل روی سطح پوسته است. به این ترتیب، سهم پوسته بزرگ کروی در اختلاف پتانسیل $V(b) - V(a)$ صفر است.

آنچه باقی می ماند محاسبه اختلاف فقط با در نظر گرفتن کره کوچک است. برای تمام نقطه های خارجی کره کوچک، می توان آن را با نقطه ای در نظر گرفت و اختلاف پتانسیل را با بهره گیری از معادله (۲۸-۱۷) به دست آورد:

$$V(b) - V(a) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

این رابطه، اختلاف پتانسیل کره داخلی و پوسته خارجی را به دست می دهد. توجه داشته باشید که در اینجا اختلاف پتانسیل مستقل از مقدار بار Q روی پوسته خارجی است. اگر بار q مثبت باشد، اختلاف پتانسیل همواره منفی است، که نشان می دهد پوسته خارجی همواره در پتانسیل کمتری قرار دارد. اگر بار مثبت بتواند بین دو کره جریان یابد، همواره از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایین تر جاری می شود، یعنی از کره داخلی به کره خارجی می رود، بدون توجه به اینکه در هر زمان چه مقدار بار روی سطح پیوسته کروی خارجی قرار دارد.

چندگزینه ای

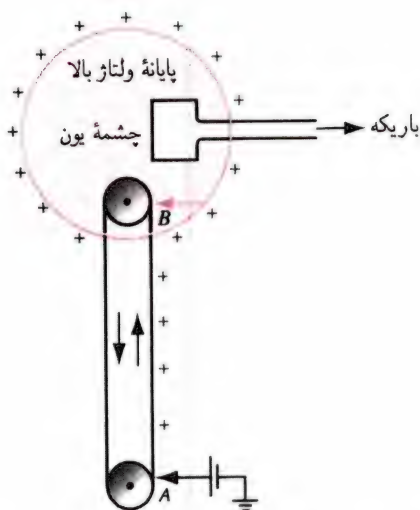
۲۸-۱ انرژی پتانسیل

۲۸-۲ انرژی پتانسیل الکتریکی

۲۸-۳ پتانسیل الکتریکی

۱. یک بار نقطه ای منفی از موقعیت a به چندین موقعیت نهایی b در شکل ۲۸-۲۵ برده شده است. کدام مسیر به بیشترین مقدار کار خارجی برای جابه جایی این ذره نیاز دارد؟

۲. الکترونی از حالت سکون در ناحیه ای از فضا که میدان الکتریکی در آن صفر نیست رها شده است. کدام یک از گزاره های زیر درست است؟



شکل ۲۸-۲۴ نمودار شتاب دهنده وان دوگراف. بار مثبت در نقطه A روی تسمه متحرک افشاندن می شود و در نقطه B از روی آن جمع و به پایانه منتقل می شود، در نتیجه پایانه برای باردار شدن به پتانسیل V می رسد. یونهای دارای بار مثبت از پایانه رانده می شوند تا باریکه شتاب دهنده را به وجود آورند.

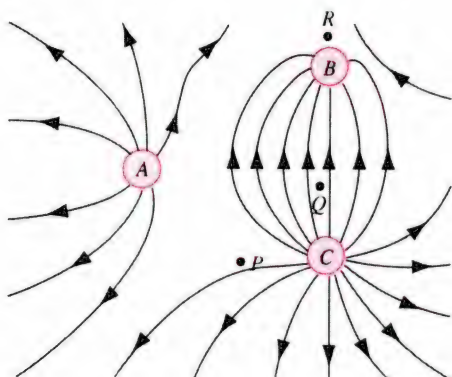
می دهد. بار از یک کاوه نوک تیز (که به آن نقطه هاله ای می گوئیم) در نقطه A بر روی تسمه ای از مواد عایق (اغلب از لاستیک) افشاندن می شود. تسمه بارها را به پایانه ولتاژ بالا حمل می کند، که در آنجا نقطه هاله ای دیگر، B ، آن را از روی تسمه برمی دارد و به رسانای خارجی منتقل می کند. در داخل این پایانه چشمه ای از یونهای مثبت قرار دارد، که ممکن است هسته هیدروژن (پروتون) یا هلیوم (ذره آلفا) باشد. یونها از پتانسیل بالا "سقوط" می کنند و انرژی جنبشی چندین MeV به دست می آورند. پایانه در مخزنی از گاز عایق قرار دارد که مانع از جرقه زنی می شود.

یک نوع هوشمندانه این طرح مقدماتی با استفاده از همین ولتاژ بالا یونها را تا دو برابر شتاب می دهد و در نتیجه انرژی جنبشی مضاعفی را کسب می کند. چشمه ای از یونهای منفی را، که با افزودن الکترونی به یک اتم خنثی درست شده است، در خارج از پایانه قرار می دهیم. این یونهای منفی "به سمت" پایانه با پتانسیل مثبت "سقوط" می کنند. در داخل پایانه ولتاژ بالا، باریکه یونها از اتاقکی متشکل از گاز یا یک ورقه نازک عبور می کنند که برای کندن چند الکترون از یونهای منفی طراحی شده است و با این عمل آنها را به یونهای مثبت تبدیل می کند. سپس این یونهای مثبت از پتانسیل مثبت "سقوط" یا در واقع فرار می کنند. این نوع شتاب دهنده های وان دوگراف "چندمرحله ای" اخیراً از یک ولتاژ نهایی ۲۵ میلیون ولت برای شتاب دادن یونهای نظیر کربن یا اکسیژن تا انرژیهای جنبشی افزون بر ۱۰۰ MeV استفاده کرده اند.

(الف) P (ب) Q (ج) R (د) هر سه نقطه دارای پتانسیل یکسان اند.

(۲) کدام نقطه دارای کمترین پتانسیل است؟

(الف) P (ب) Q (ج) R (د) هر سه نقطه پتانسیل یکسان دارند.



شکل ۲۸-۲۶ پرسش چندگزینه‌ای ۵.

۵-۲۸ پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای

۶. یک بار نقطه‌ای منفرد مثبت q در موقعیت نشان داده شده در شکل ۲۸-۲۷ (الف) قرار گرفته است، و پتانسیل در نقطه P برابر با V_0 است (البته فرض کرده‌ایم که در بینهایت $V = 0$ است).

(۱) بار دیگر $q' = +q$ را در فاصله مساوی از P قرار داده‌ایم

(مطابق شکل ۲۸-۲۷ (ب)). در این حالت پتانسیل در نقطه

P برابر است با

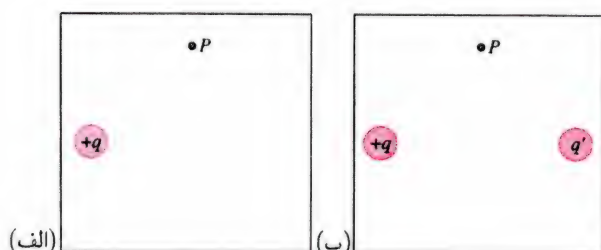
(الف) $4V_0$ (ب) $2V_0$ (ج) $\sqrt{2}V_0$ (د) $V_0/2$ (ه) V_0

(۲) به جای یک بار مثبت، یک بار منفی $q' = -q$ را در

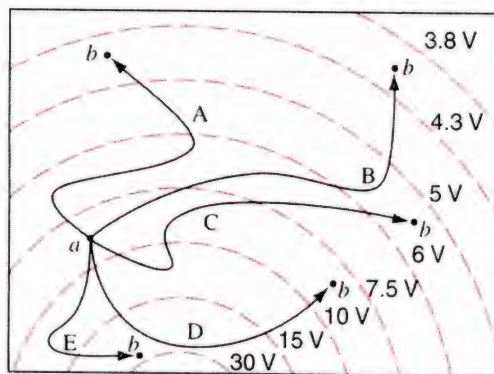
موقعیت نشان داده شده در شکل ۲۸-۲۷ (ب) قرار دهید.

حالا پتانسیل در نقطه P چقدر است؟

(الف) $4V_0$ (ب) $2V_0$ (ج) $\sqrt{2}V_0$ (د) $V_0/2$ (ه) V_0



شکل ۲۸-۲۷ پرسش چندگزینه‌ای ۶.



شکل ۲۸-۲۵ پرسش چندگزینه‌ای ۱.

(الف) الکترون به سمت ناحیه‌ای که در پتانسیل بالاتری قرار دارد به حرکت در می‌آید.

(ب) الکترون به سمت ناحیه‌ای که در پتانسیل پایین‌تر قرار دارد به حرکت در می‌آید.

(ج) الکترون در امتداد خطی که در پتانسیل ثابت قرار دارد به حرکت در می‌آید.

(د) تا وقتی جهت میدان الکتریکی را ندانیم، چیزی نمی‌توانیم بگوییم.

۴-۲۸ محاسبه پتانسیل از میدان

۳. در شرایط الکتروستاتیک در داخل رسانای باردار،

(الف) $V = 0$ (ب) $\partial V / \partial x = 0$ (ج) $\partial^2 V / \partial x^2 = 0$

(د) دو گزینه از گزینه‌های (الف)، (ب)، یا (ج) باید درست باشد.

(ه) هر سه گزینه باید درست باشد.

۴. خطهای میدان الکتریکی در نزدیکی جسم A به هم نزدیک‌ترند تا در نزدیکی جسم B . از این موضوع، چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

(الف) پتانسیل در نزدیکی جسم A بیشتر از پتانسیل در نزدیکی جسم B است.

(ب) پتانسیل در نزدیکی جسم A کمتر از پتانسیل در نزدیکی جسم B است.

(ج) پتانسیل در نزدیکی جسم A برابر با پتانسیل در نزدیکی جسم B است.

(د) درباره پتانسیل در نزدیکی اجسام A و B هیچ اظهارنظری نمی‌توان کرد.

۵. در شکل ۲۸-۲۶ خطهای میدان الکتریکی را در نزدیکی سه بار نقطه‌ای A ، B ، و C نشان داده‌ایم.

(۱) کدام نقطه دارای بیشترین پتانسیل است؟

۷. برای اینکه دوبار مثبت یکسان $+q$ را از بینهایت بیاوریم و در فاصله a از هم قرار دهیم، ۱ mJ کار نیاز است.

(۱) برای اینکه سه بار مثبت یکسان $+q$ را از بینهایت بیاوریم و در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a قرار دهیم، چقدر کار باید انجام داد؟

(الف) ۲ mJ (ب) ۳ mJ (ج) ۴ mJ (د) ۹ mJ

(۲) برای اینکه چهار بار مثبت یکسان $+q$ را از بینهایت بیاوریم. و در چهار رأس یک چهاروجهی منتظم به ضلع a قرار دهیم، چقدر کار باید انجام داد؟

(الف) ۳ mJ (ب) ۴ mJ (ج) ۶ mJ (د) ۱۶ mJ

۸. بار نقطه‌ای $+q$ در مبدأ مختصات قرار گرفته است، و یک بار نقطه‌ای دیگر، $+۲q$ ، در $x = a$ واقع شده است، که در اینجا a مثبت است؛ در این حالت $V(\infty) = ۰$ است.

(۱) کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) در نزدیکی بارها و خارج از محور x ، پتانسیل الکتریکی ممکن است صفر شود.

(ب) بزرگی پتانسیل الکتریکی روی محور x دارای یک بیشینه است.

(ج) پتانسیل الکتریکی در ناحیه بین دو بار می‌تواند برابر با صفر شود.

(د) پتانسیل الکتریکی فقط روی محور x می‌تواند برابر با صفر شود.

(۲) در کدام یک از نواحی زیر روی محور x ، ممکن است نقطه‌ای وجود داشته باشد که در آن پتانسیل الکتریکی برابر با صفر شود؟

(الف) $-\infty < x < ۰$ (ب) $۰ < x < a$ (ج) $a < x < \infty$ (د) V در ناحیه $-\infty < x < \infty$ صفر نمی‌شود.

۹. بار نقطه‌ای $+q$ در مبدأ مختصات قرار گرفته است و یک بار نقطه‌ای دیگر، $-۲q$ ، در $x = a$ واقع شده، که در اینجا a مثبت است؛ در این حالت $V(\infty) = ۰$ است.

(۱) کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) در نزدیکی بارها و خارج از محور x ، پتانسیل الکتریکی ممکن است برابر صفر شود.

(ب) در نزدیکی بارها و خارج از محور x ، ممکن است که بزرگی پتانسیل الکتریکی بیشینه باشد.

(ج) پتانسیل الکتریکی فقط بین دو بار ممکن است صفر شود.

(د) پتانسیل الکتریکی فقط روی محور x ممکن است برابر صفر شود.

(۲) در کدام ناحیه یا ناحیه‌های زیر ممکن است نقطه‌ای وجود داشته باشد که در آن پتانسیل الکتریکی برابر با صفر شود؟

(الف) $V \neq ۰$ (ب) $\partial V / \partial x \neq ۰$ (ج) $\partial^2 V / \partial x^2 \neq ۰$

(د) دو پاسخ از سه پاسخ (الف)، (ب)، یا (ج) باید درست باشد.

(ه) هر سه پاسخ باید درست باشد.

(۲) در کدام ناحیه یا ناحیه‌های زیر ممکن است نقطه‌ای وجود داشته باشد که در آن پتانسیل الکتریکی برابر با صفر شود؟

(الف) $V \neq ۰$ (ب) $\partial V / \partial x \neq ۰$ (ج) $\partial^2 V / \partial x^2 \neq ۰$

(د) دو پاسخ از سه پاسخ (الف)، (ب)، یا (ج) باید درست باشد.

(ه) هر سه پاسخ باید درست باشد.

(الف) $-\infty < x < ۰$ (ب) $۰ < x < a$ (ج) $a < x < \infty$ (د) V در ناحیه $-\infty < x < \infty$ صفر نمی‌شود.

۲۸-۶ پتانسیل الکتریکی توزیعهای پیوسته بار

۱۰. پتانسیل الکتریکی $V(z)$ را روی محور یک حلقه باریک‌نواخت مثبت در نظر بگیرید؛ در اینجا $V(\infty) = ۰$ است.

(۱) بیشترین مقدارش را در کجا دارد؟

(الف) $z = ۰$ (ب) $۰ < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) درست‌اند.

(۲) $V(z)$ در کجا ممکن است برابر صفر شود؟

(الف) $z = ۰$ (ب) $۰ < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) درست‌اند.

۱۱. پتانسیل الکتریکی $V(z)$ را روی محور یک قرص با باریک‌نواخت مثبت در نظر بگیرید؛ در اینجا $V(\infty) = ۰$ است.

(۱) بیشترین مقدارش را در کجا دارد؟

(الف) $z = ۰$ (ب) $۰ < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) درست‌اند.

(۲) $V(z)$ در کجا ممکن است برابر صفر شود؟

(الف) $z = ۰$ (ب) $۰ < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) درست‌اند.

۲۸-۷ محاسبه میدان از پتانسیل

۱۲. بار مثبت کوچک در مبدأ مختصات قرار گرفته است و نیرویی الکتروستاتیکی، در امتداد محور x ، بر آن وارد می‌شود. از اینجا می‌توانیم نتیجه بگیریم که در مبدأ مختصات:

(الف) $V \neq ۰$ (ب) $\partial V / \partial x \neq ۰$ (ج) $\partial^2 V / \partial x^2 \neq ۰$

(د) دو پاسخ از سه پاسخ (الف)، (ب)، یا (ج) باید درست باشد.

(ه) هر سه پاسخ باید درست باشد.

۱۳. یک دوقطبی الکتریکی موازی با محور x در مبدأ مختصات قرار گرفته است و نیرویی الکتروستاتیکی، در امتداد محور x ، بر آن وارد می‌شود. از اینجا می‌توانیم نتیجه بگیریم که در مبدأ مختصات:

(الف) $V \neq ۰$ (ب) $\partial V / \partial x \neq ۰$ (ج) $\partial^2 V / \partial x^2 \neq ۰$

(د) دو پاسخ از سه پاسخ (الف)، (ب)، یا (ج) باید درست باشد.

(ه) هر سه پاسخ باید درست باشد.

۲۸-۸ سطحهای هم‌پتانسیل

۱۴. کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درباره شار الکتریکی، Φ_E ،

گذرنده از سطح هم پتانسیل بسته درست است؟

- (الف) $\Phi_E = 0$ (ب) $\Phi_E > 0$ (ج) $\Phi_E < 0$ (د) Φ_E با بار خالص موجود در داخل سطح متناسب است.

۹-۲۸ پتانسیل رسانای باردار

۱۵. یک رسانای کروی کوچک در آغاز حامل بار $+q$ است. این کره را به داخل یک قوطی رسانا فرو می‌بریم.

- (۱) وقتی که این کره را در داخل قوطی پایین می‌بریم، قبل از آنکه با دیواره قوطی تماس پیدا کند، کدام یک از کمیت‌های زیر ثابت می‌ماند؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ درست وجود داشته باشد.)

- (الف) پتانسیل قوطی (ب) پتانسیل کره (ج) بار روی سطح کره (د) بار خالص موجود روی کره و قوطی

(۲) این کره با قوطی تماس پیدا می‌کند. کدام یک از کمیت‌های زیر قبل و بعد از اینکه کره با قوطی تماس پیدا کرد یکسان باقی می‌ماند؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ درست وجود داشته باشد.)

- (الف) پتانسیل قوطی (ب) پتانسیل کره (ج) بار روی سطح کره (د) بار خالص موجود روی کره و قوطی

۱۶. دو کره رسانای کوچک ($r = 1 \text{ cm}$) در فاصله یک متر از یکدیگر قرار گرفته‌اند و حامل بار مثبت یکسانی هستند. پتانسیل الکتریکی یک کره برابر با V_0 است (در اینجا فرض کرده‌ایم که در بینهایت $V = 0$ باشد).

(۱) پتانسیل کره دیگر چقدر است؟

- (الف) بیشتر از V_0 است. (ب) کمتر از V_0 است. (ج) برابر با V_0 است.

(د) بدون اطلاعات بیشتر، نمی‌توان آن را تعیین کرد.

(۲) کره‌ها را به هم نزدیک کرده‌ایم تا سرانجام با هم تماس پیدا کرده‌اند. پتانسیل الکتریکی دو کره اکنون برابر V است.

ارتباط V با V_0 چگونه است؟

- (الف) $V = V_0$ (ب) $V_0 < V < 2V_0$ (ج) $V = 2V_0$ (د) $2V_0 < V$

۱۰-۲۸ شتاب‌دهنده الکتروستاتیکی

پرسشها

۱. آیا می‌توانیم پتانسیل زمین را به جای صفر، $+100 \text{ V}$ اختیار کنیم؟

این فرض چه تأثیری در مقادیرهای اندازه‌گیری شده مربوط به (الف) پتانسیلها و (ب) اختلاف پتانسیلها خواهد داشت؟

۲. اگر روی یک تکیه‌گاه عایق‌بندی شده قرار داشتید و پتانسیل شما نسبت به زمین به اندازه 10 kV افزایش می‌یافت، چه اتفاقی می‌افتاد؟

۳. چرا اغلب الکترون‌ولت یکای انرژی مناسب‌تری از ژول است؟

۴. چگونه پروتون‌ولت را با الکترون‌ولت مقایسه می‌کنید؟ جرم پروتون 1840 برابر جرم الکترون است.

۵. آیا برای انتقال بار الکتریکی از نقطه‌ای به نقطه دیگر در یک میدان الکتروستاتیکی مقدار کار مورد نیاز به ازای واحد بار به مقدار انتقال یافته بستگی دارد؟

۶. اختلاف پتانسیل چه اتفاقی با اختلاف انرژی پتانسیل دارد؟ مثالهایی بیاورید که در آنها هر اصطلاح به صورت صحیح به کار رفته باشد.

۷. مجموع انرژی کلیه الکترونهایی را که در مدت یک ثانیه به صفحه یک نوسان نمای پرتو کاتدی برخورد می‌کنند برآورد کنید.

۸. چرا می‌توان یک اتاق را در برابر نیروهای الکتریکی حفاظت کرد ولی حفاظت آن در برابر نیروهای گرانشی امکان‌پذیر نیست؟

۹. فرض کنید زمین بار خالصی دارد که برابر با صفر نیست. چرا هنوز می‌توان زمین را نقطه مرجع استاندارد پتانسیل اختیار کرد و به آن پتانسیل $V = 0$ را نسبت داد؟

۱۰. آیا ممکن است بین دو رسانایی که بارهای هم علامت به مقدار مساوی دارند اختلاف پتانسیلی وجود داشته باشد؟

۱۱. مثالهایی را مطرح کنید که در آنها علامت پتانسیل جسم باردار مخالف علامت بار مربوط به آن جسم باشد.

۱۲. آیا دو سطح هم پتانسیل متفاوت می‌توانند یکدیگر را قطع کنند؟

۱۳. یک کارگر برق‌کار به طور تصادفی دچار برق‌گرفتگی شد و درگذشت و روزنامه‌ای در مورد این حادثه چنین نوشت: "او برحسب تصادف، کابل ولتاژ بالا را لمس کرد و 20000 V برق از تنش عبور کرد." این گزاره را نقد کنید.

۱۴. به کوهنوردان گرفتار آذرخش و توفانهای تندری توصیه می‌شود که (الف) به سرعت از قله‌ها و ستیغها فاصله بگیرند و (ب) هر دو پا را در کنار هم قرار دهند و در فضای باز خم شوند تا فقط پاهای آنها با زمین در تماس باشد. اساس این توصیه خوب چیست؟

۱۵. اگر E در نقطه‌ای برابر با صفر باشد، آیا لازم است که V هم در آن نقطه برابر با صفر باشد؟ برای اثبات پاسخ خود مثال بیاورید.

۱۶. اگر E را تنها در یک نقطه بدانید، آیا می‌توانید V را در آن نقطه

قرار داده‌ایم. چگالی نسبی بار در نقطه‌های مختلف روی مکعب (سطحی، یالها، کنجها) چگونه است؟ اگر مکعب در هوا باشد، چه بر سر بار خواهد آمد؟

۲۹. دیدیم (بخش ۲۸-۹) که پتانسیل در داخل رسانا مانند پتانسیل در سطح آن است. (الف) اگر رسانا شکل نامنظمی داشته باشد و کاواک داخل آن نیز نامنظم باشد چه اتفاقی خواهد افتاد؟ (ب) اگر کاواک با یک "سوراخ کرم‌خوردگی" کوچک به خارج وصل شود چه خواهد شد؟ (ج) اگر کاواک بسته باشد ولی یک بار نقطه‌ای در داخل آن معلق باشد چه خواهد شد؟ درباره پتانسیل داخل ماده رسانا و در نقاط مختلف درون کاواکها بحث کنید.

۳۰. یک پوسته رسانای کروی عایق‌بندی شده حامل مقداری بار منفی است. اگر یک جسم فلزی که حامل بار مثبت است در تماس با جدار داخلی پوسته قرار گیرد چه اتفاقی می‌افتد؟ سه مورد زیر را که در آن اندازه بار مثبت (الف) کمتر از بار منفی، (ب) برابر بار منفی، و (ج) بیشتر از بار منفی است بررسی کنید.

۳۱. یک کره فلزی بدون بار از یک رشته نخ ابریشمی آویزان و در داخل یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد. اندازه شدت میدان الکتریکی برای نقاط داخل کره چقدر است؟ آیا اگر کره حامل باری باشد جوابهای شما تغییر خواهد کرد؟

تمرینها

۱-۲۸ انرژی پتانسیل

۲-۲۸ انرژی پتانسیل الکتریکی

۱. در مدل کواریکی ذرات بنیادی، پروتون از سه کواریک: دو کواریک "بالا" که بار هر کدام $2/3e$ + و یک کواریک "پایین" با بار $1/3e$ -، تشکیل شده است. فرض کنید سه کواریک در فاصله مساوی از یکدیگر قرار داشته باشند. فاصله بین آنها $10^{-15} \times 1.32$ در نظر بگیرید و (الف) انرژی پتانسیل برهم‌کنش بین دو کواریک "بالا" و (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این مجموعه را محاسبه کنید.

۲. رابطه‌ای برای کار مورد نیاز یک عامل خارجی به منظور قرار دادن چهار بار الکتریکی به صورت نشان داده شده در شکل ۲۸-۲۸ به دست آورید. طول هر ضلع مربع a است.

۳. یک دهه پیش از آنکه اینشتین نظریه نسبیت خود را منتشر کند، جی. جی. تامسون مطرح کرد که الکترون ممکن است از اجزای کوچکی تشکیل یافته باشد و جرم الکترون ناشی از برهم‌کنش الکتریکی این اجزاست. علاوه بر آن، اظهار کرد که انرژی الکترون برابر با mc^2 است.

محاسبه کنید؟ اگر پاسخ شما منفی است، چه اطلاعات بیشتری نیاز دارید؟

۱۷. در شکل ۲۸-۱۸، میدان الکتریکی E در طرف چپ شکل بیشتر است یا در طرف راست آن؟

۱۸. آیا قرص نارسای مسئله نمونه ۲۸-۱۲ که به طور یکنواخت باردار شده سطحی با پتانسیل ثابت است؟ در این باره توضیح دهید.

۱۹. دیدیم که در داخل رسانای توخالی، از میدانهای ناشی از بارهای خارجی مصون هستیم. اگر خارج از رسانای توخالی که حاوی مقداری بار است قرار داشته باشیم، آیا از میدان ناشی از این بارها مصون هستیم؟ درباره پاسخ مثبت یا منفی خود توضیح دهید.

۲۰. آیا اگر سطح رسانای باردار هم پتانسیل باشد، به معنی آن است که توزیع بار روی آن سطح یکنواخت است؟ آیا اگر بزرگی میدان الکتریکی روی سطح رسانای باردار ثابت باشد، به معنی آن است که توزیع بار روی آن سطح یکنواخت است؟

۲۱. در بخش ۲۸-۹ یادآور شدیم که، باری که به داخل یک رسانای منزوی منتقل شود، بدون توجه به اینکه چقدر بار روی سطح خارجی آن قرار دارد، کاملاً به سطح خارجی انتقال می‌یابد. آیا می‌توان این کار را برای همیشه ادامه داد؟ اگر نمی‌شود، چه عاملی مانع آن است؟

۲۲. چرا اتم منزوی نمی‌تواند گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی داشته باشد؟

۲۳. یونها و الکترونها مانند مراکز چگالش عمل می‌کنند؛ یعنی در هوا قطره‌های ریز آب در اطراف آنها شکل می‌گیرند. درباره علت این موضوع توضیح دهید.

۲۴. اگر V در سراسر ناحیه‌ای از فضا ثابت باشد، درباره \vec{E} در آن ناحیه چه می‌توان گفت؟

۲۵. در فصل ۱۴ دیدیم شدت میدان گرانشی در داخل پوسته کروی ماده برابر صفر است. شدت میدان الکتریکی نه تنها در داخل یک رسانای باردار کروی منزوی صفر است بلکه در داخل هر رسانای منزوی با هر شکلی صفر است. آیا شدت میدان گرانشی در داخل، مثلاً، یک پوسته مکعبی از ماده صفر است؟ اگر صفر نیست، از چه نظر تشابه بین میدانها کامل نیست؟

۲۶. چگونه می‌توانید اطمینان حاصل کنید که پتانسیل الکتریکی در ناحیه مشخصی از فضا دارای مقدار ثابتی است؟

۲۷. سه بار نقطه‌ای را که در فاصله محدودی از یکدیگر قرار گرفته‌اند طوری مرتب کنید که انرژی پتانسیل الکتریکی آن صفر شود.

۲۸. برای یک رسانای عایق‌بندی شده به شکل مکعب کامل،

۳-۲۸ پتانسیل الکتریکی

۶. اختلاف پتانسیل دو سطح تخت رسانای موازی که در فاصله $d = ۱.۰ \text{ cm}$ از یکدیگر قرار دارند، ΔV برابر ۱.۰۳ kV است. الکترونی از یکی از این دو صفحه مستقیماً به صفحه دیگر پرتاب می‌شود. اگر الکترون درست در زمان رسیدن به سطح دوم به حالت سکون درآید، سرعت اولیه الکترون به هنگام پرتاب چقدر بوده است؟ از آثار نسبیتی چشم‌پوشید.

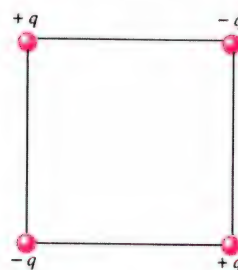
۷. در یک آذرخش نوعی، اختلاف پتانسیل بین نقاط تخلیه در حدود $۱.۰ \times ۱۰^9 \text{ V}$ و مقدار باری که انتقال پیدا می‌کند در حدود ۳.۰ C است. (الف) در این آذرخش چقدر انرژی آزاد می‌شود؟ (ب) اگر تمام انرژی آزاد شده را صرف شتاب دادن یک اتومبیل ۱۲۰۰ kg می‌کردیم سرعت نهایی آن چقدر می‌شد؟ (ج) اگر از این انرژی برای ذوب کردن یخ استفاده می‌کردیم، چقدر یخ را در ۰°C ذوب می‌کرد؟ ۸. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه تخلیه در یک آذرخش معین $۱.۰ \times ۱۰^9 \text{ V}$ است. اندازه تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترونی که بین دو نقطه جابه‌جا می‌شود چقدر است؟ پاسخهای خود را برحسب (الف) ژول و (ب) الکترون‌ولت بیان کنید.

۹. ذره‌ای با بار q را در مکان ثابتی در نقطه P نگه داشته‌ایم و ذره دیگری به جرم m را که حامل همان بار q است، ابتدا در حالت سکون در فاصله r_1 از نقطه P نگه می‌داریم. سپس ذره دوم را رها می‌کنیم و ذره اول آن را می‌راند. سرعت ذره دوم را در لحظه‌ای که در فاصله r_2 از P قرار دارد معین کنید. فرض کنید $q = ۳.۱ \mu\text{C}$ ، $m = ۱.۸ \text{ mg}$ ، $r_1 = ۰.۹۰ \text{ mm}$ و $r_2 = ۲.۵ \text{ mm}$ است.

۱۰. الکترونی با سرعت اولیه $۳.۴۴ \times ۱۰^5 \text{ m/s}$ ، مستقیماً به طرف پروتون که در حال سکون قرار دارد، پرتاب می‌شود. اگر فاصله الکترون از پروتون در آغاز زیاد باشد، در چه فاصله‌ای از پروتون سرعت لحظه‌ای آن دو برابر سرعت اولیه‌اش خواهد شد؟

۱۱. (الف) پتانسیل الکتریکی هسته اتم هیدروژن در فاصله میانیگین الکترونی که گرد آن می‌چرخد ($r = ۵.۲۹ \times ۱۰^{-11} \text{ m}$)؛ (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی اتم وقتی الکترون در این فاصله قرار دارد؛ و (ج) انرژی جنبشی الکترون را، با فرض اینکه مدار الکترون دایره‌ای با این شعاع به مرکز هسته باشد، محاسبه کنید. (د) برای یونش اتم هیدروژن چقدر انرژی لازم است؟ تمام انرژیها را برحسب الکترون‌ولت بیان کنید، و فرض کنید که در فاصله بینهایت $V = 0$ است.

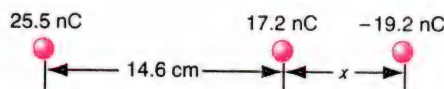
۱۲. در مستطیل نشان داده شده در شکل ۳۱-۲۸، طول اضلاع ۵.۰ cm و ۱۵ cm و بارها $q_1 = -۵.۰ \mu\text{C}$ و $q_2 = +۲.۰ \mu\text{C}$



شکل ۲۸-۲۸ تمرین ۲.

با بهره‌گیری از روش زیر جرم الکترون را به‌طور تقریبی برآورد کنید: فرض کنید الکترون از سه جزء کاملاً یکسان تشکیل شده است که آنها را از بینهایت آوردیم و در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع که طول هر ضلع آن برابر با شعاع کلاسیک الکترون، یعنی $۲.۸۲ \times ۱۰^{-15} \text{ m}$ است، قرار داده‌ایم. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این مجموعه را تعیین کنید. (ب) این مقدار را بر e^2 تقسیم و نتیجه به دست آمده را با مقدار پذیرفته شده جرم الکترون ($۹.۱۱ \times ۱۰^{-31} \text{ kg}$) مقایسه کنید. اگر تعداد اجزا را بیشتر در نظر بگیریم نتیجه بهتری به دست می‌آید. امروزه، الکترون را یک تک‌ذره تقسیم‌نشده در نظر می‌گیریم.

۴. بارهای شکل ۲۸-۲۹ در مکان ثابتی در فضا قرار دارند. فاصله x را چنان تعیین کنید که انرژی پتانسیل الکتریکی این مجموعه برابر با صفر شود.



شکل ۲۹-۲۸ تمرین ۴.

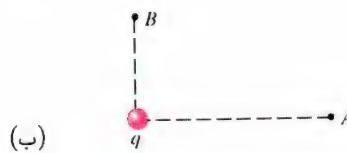
۵. شکل ۲۸-۳۰ نمایش ایده‌آلی از هسته اورانیوم ($Z = ۹۲$) را در آستانه شکافت نشان می‌دهد. (الف) نیروی رانشی وارد بر هر یک از دو شکافت‌پاره و (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی متقابل شکافت‌پاره‌ها را محاسبه کنید. فرض کنید که شکافت‌پاره‌ها از نظر اندازه و بار یکسان و هر دو کروی و تماس با یکدیگر باشند. شعاع هسته در آغاز کروی اورانیوم برابر ۸.۰ fm فرض کنید که ماده خارج از هسته‌ای است که چگالی ثابتی داشته باشد.



شکل ۳۰-۲۸ تمرین ۵.

تماس پیدا کرده جهت سرعتش تغییر کند. (الف) انرژی جنبشی K را محاسبه کنید. (ب) انرژی واقعی ذره آلفایی که در آزمایش رادفورد و همکارانش مورد استفاده قرار گرفت و به کشف مفهوم اتم دارای هسته انجامید برابر 5.0 MeV بود. از این موضوع چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ 1.8 . سرعت فرار الکترون را از سطح یک کره دارای بار یکنواخت به شعاع 1.22 cm و بار کل $1.5 \times 10^{-10} \text{ C}$ ، محاسبه کنید. از نیروهای گرانشی چشم‌پوشید.

19 . بار نقطه‌ای $q = +1.6 \mu\text{C}$ را در نظر بگیرید. نقطه A را در فاصله 2.0 m از آن و نقطه B را در فاصله 1.7 m در طرف دیگر آن، مطابق شکل ۲۸-۳۲ (الف)، اختیار کنید. (الف) اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ را معین کنید. (ب) همین کار را برای وقتی که نقاط A و B در محل نشان داده شده در شکل ۲۸-۳۲ (ب) اختیار شده‌اند تکرار کنید.



شکل ۲۸-۳۲ تمرین ۱۹.

20 . بخش اعظم موادی که حلقه‌های زحل را تشکیل می‌دهند (نگاه کنید به شکل ۲۸-۳۳) ذرات غبار بسیار ریز با شعاعهایی از مرتبه $1.0 \mu\text{m}$ هستند. این دامنه‌های ریز در ناحیه‌ای قرار دارند که حاوی



شکل ۲۸-۳۳ تمرین ۲۰.

است. (الف) پتانسیل الکتریکی در رأسهای A و B چقدر است؟ (ب) چه مقدار کار خارجی لازم است انجام شود تا بار سومی به اندازه $q_3 = +3.0 \mu\text{C}$ را در امتداد قطر مستطیل از B به A ببریم؟ (ج) آیا در این فرایند کار خارجی به انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی تبدیل شده است یا برعکس؟ درباره پاسختان توضیح دهید.



شکل ۲۸-۳۱ تمرین ۱۲.

۲۸-۴ محاسبه پتانسیل از میدان

13 . دو صفحه بزرگ رسانای موازی در فاصله 12.0 cm از هم قرار دارند و هر دو حامل بارهای مساوی و با علامت مخالف روی سطحهایی هستند که مقابل هم قرار گرفته‌اند. بر الکترونی که در وسط دو صفحه قرار گرفته است نیروی $3.9 \times 10^{-15} \text{ N}$ وارد می‌شود. (الف) شدت میدان الکتریکی را در محل الکترون معین کنید. (ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها را به دست آورید.

14 . یک برگه باردار نامتناهی دارای چگالی بار $\sigma = 0.12 \mu\text{C}/\text{m}^2$ است. سطحهای هم‌پتانسیلی که اختلاف پتانسیل آنها 48 V است در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند؟

15 . شمارگر گایگر دارای یک استوانه فلزی به قطر 2.10 cm است که در امتداد محور آن رشته‌سیمی به قطر $1.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$ کشیده شده است. اگر پتانسیل 855 V بین آنها برقرار شود، شدت میدان الکتریکی را در سطح (الف) سیم و (ب) استوانه معین کنید. (راهنمایی: از نتیجه مسئله ۱۰، فصل ۲۷ استفاده کنید.)

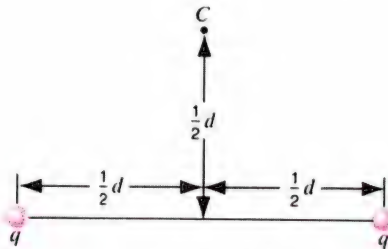
16 . در آزمایش قطره روغن میلیکان (نگاه کنید به بخش ۲۶-۶)، میدان الکتریکی ثابت $1.92 \times 10^5 \text{ N/C}$ بین دو صفحه‌ای که در فاصله 1.50 cm از هم قرار دارند دایر است. اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را تعیین کنید.

۲۸-۵ پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای

17 . هسته طلا حاوی بار مثبتی برابر با بار 79 پروتون و شعاع آن 7.0 fm فرمی است؛ مسئله نمونه ۲۸-۷ را ببینید. ذره آلفایی (که از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است) در فاصله‌های بسیار دور از هسته طلا دارای انرژی جنبشی K است و مستقیماً به سمت آن حرکت می‌کند. ذره آلفا آن قدر به هسته نزدیک می‌شود تا درست با سطح هسته طلا

که چنین نقطه‌هایی وجود داشته باشند. فقط نقطه‌های روی محور را مورد توجه قرار دهید و فرض کنید که در بینهایت $V = 0$ است.

۲۷. دوبار نقطه‌ای $q = +2.13 \mu\text{C}$ در فضا در فاصله $d = 1.96 \text{ cm}$ از یکدیگر، مطابق شکل ۲۸-۳۶، ثابت شده‌اند. (الف) پتانسیل الکتریکی در نقطه C چقدر است؟ فرض کنید که در بینهایت $V = 0$ است. (ب) بار سومی به مقدار $Q = +1.91 \mu\text{C}$ را به آرامی از بینهایت به نقطه C می‌آوریم. چقدر کار باید انجام دهیم؟ (ج) وقتی بار سوم در جای خود قرار گرفت، انرژی پتانسیل U این پیکربندی چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۶ تمرین ۲۷.

۲۸-۶ پتانسیل الکتریکی توزیعهای پیوسته بار

۲۸. در چه فاصله‌ای از مرکز و در امتداد محور یک قرص یکنواخت باردار شده به شعاع R ، پتانسیل الکتریکی نصف مقدار پتانسیل در مرکز قرص و روی سطح آن خواهد شد؟

۲۹. بار الکتریکی 9.12 nC را به طور یکنواخت روی حلقه‌ای به شعاع 1.48 m که در صفحه yz قرار گرفته و مرکز در مبدأ مختصات است توزیع می‌کنیم. ذره‌ای که حامل بار 5.93 pC است روی محور x در فاصله $x = 3.7 \text{ m}$ قرار گرفته است. کار یک عامل خارجی را برای آوردن این بار نقطه‌ای به مبدأ مختصات محاسبه کنید.

۲۸-۷ محاسبه میدان از پتانسیل

۳۰. فرض کنید که پتانسیل الکتریکی روی محور x مطابق نمودار شکل ۲۸-۳۷ تغییر می‌کند. در بین بازه‌های نشان داده شده در این شکل (از رفتار نقطه‌های انتهایی بازه‌ها چشم‌پوشی کنید) بازه‌هایی را تعیین کنید که برای آنها E_x دارای (الف) بیشترین قدر مطلق و (ب) کمترین قدر مطلق است. (ج) E_x را بر حسب x رسم کنید.

۳۱. دو صفحه فلزی بزرگ موازی که در فاصله 1.48 cm از هم قرار گرفته‌اند حامل بارهای مساوی و با علامت مخالف روی سطحهای مقابل هم هستند. صفحه منفی به زمین متصل شده است و پتانسیل

گاز یونیده رقیقی است که الکترونهای اضافی را جمع می‌کند. اگر پتانسیل الکتریکی در سطح این دانه‌ها برابر با 400 V باشد، آنها چند الکترون اضافی جمع کرده‌اند؟

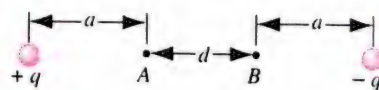
۲۱. وقتی یک فضاییا در ناحیه حاوی گاز یونیده رقیقی در یون سپهر زمین حرکت می‌کند، پتانسیل آن قبل از اینکه یک دور کامل بزند، نوعاً به اندازه 1.0 V تغییر می‌کند. با فرض اینکه فضاییا کره‌ای به شعاع 1.0 m باشد، مقدار بارگردآوری شده را برآورده کنید.

۲۲. فرض کنید که بار منفی موجود در یک سکه مسی را برداریم و به فاصله بسیار دوری از زمین منتقل کنیم — شاید به یک کهکشان دور دست — و بار مثبت آن را به طور یکنواخت روی سطح زمین توزیع کنیم. پتانسیل الکتریکی در سطح زمین چه تغییری خواهد کرد؟ (مسئله نمونه ۲۵-۱ را ببینید.)

۲۳. در نزدیکی سطح زمین اغلب یک میدان الکتریکی با شدت تقریبی 100 V/m مشاهده می‌شود. اگر این میدان در تمامی سطح زمین یکسان باشد، پتانسیل الکتریکی یک نقطه روی سطح زمین چقدر است؟ فرض کنید که در بینهایت $V = 0$ است.

۲۴. مولکول آمونیاک، NH_3 ، دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی به مقدار 1.47 D است، که در آن 1 D یکای دبی و مقدار آن $3.34 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ است. پتانسیل الکتریکی ناشی از مولکول آمونیاک را در نقطه‌ای به فاصله 52.0 nm از مرکز دوقطبی و روی محور آن، محاسبه کنید. فرض کنید که در بینهایت $V = 0$ است.

۲۵. (الف) در شکل ۲۸-۳۴، رابطه‌ای برای پتانسیل $V_A - V_B$ به دست آورید. (ب) آیا پاسخی را که به دست آورده‌اید در این حالتها مورد انتظار شماست: وقتی $d = 0$ است؟ وقتی $a = 0$ است؟ و وقتی $q = 0$ است؟



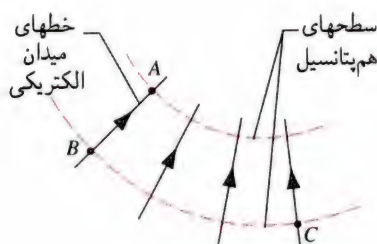
شکل ۲۸-۳۴ تمرین ۲۵.

۲۶. در شکل ۲۸-۳۵، محل نقطه‌هایی را مشخص کنید که (الف) در آنجا $V = 0$ و (ب) در آنجا $E = 0$ است؛ البته در صورتی



شکل ۲۸-۳۵ تمرین ۲۶.

۳۷. در جابه‌جایی از نقطه A به نقطه B در امتداد یک خط میدان الکتریکی، میدان الکتریکی شکل ۲۸-۳۸ مقدار $J = 10^{-19} \times 3.94$ کار روی یک الکترون انجام می‌دهد. اختلاف پتانسیل الکتریکی در حالت‌های زیر چقدر است؟ (الف) $V_B - V_A$ ، (ب) $V_C - V_A$ ، و (ج) $V_C - V_B$.



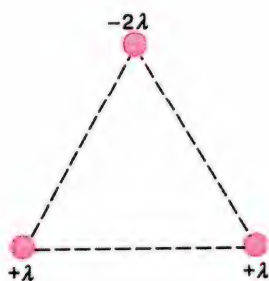
شکل ۲۸-۳۸ تمرین ۳۷.

۳۸. بار نقطه‌ای $q = 1.5 \times 10^{-8} \text{ C}$ را در نظر بگیرید. (الف) شعاع سطح هم‌پتانسیل دارای پتانسیل 30 V چقدر است؟ فرض کنید که در بینهایت $V = 0$ است. (ب) آیا فاصله بین سطحهایی که اختلاف پتانسیل آنها از یکدیگر مقدار ثابتی (مثلاً 10 V) است، برابر است؟ ۳۹. در شکل ۲۸-۳۹ (الف) خط‌های میدان الکتریکی و (ب) فصل مشترک سطح‌های هم‌پتانسیل با صفحه شکل را به صورت کیفی رسم کنید. (راهنمایی: رفتار را در نزدیکی هر یک از دو بار و در فاصله‌های بسیار دور از آنها بررسی کنید).

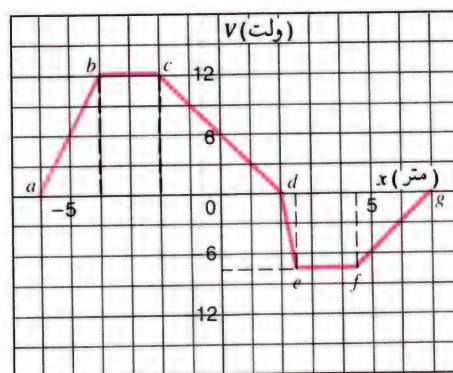


شکل ۲۸-۳۹ تمرین ۳۹.

۴۰. سه خط بار موازی طولی، دارای چگالی طولی بار نسبی نشان داده شده در شکل ۲۸-۴۰ هستند. برخی از خط‌های میدان الکتریکی و تعدادی از فصل مشترک سطح‌های هم‌پتانسیل با صفحه شکل را رسم کنید.



شکل ۲۸-۴۰ تمرین ۴۰.



شکل ۲۸-۳۷ تمرین ۳۰.

آن را صفر اختیار می‌کنیم. اگر پتانسیل در وسط این دو صفحه برابر با 52.5 V باشد، میدان الکتریکی در این ناحیه چقدر است؟ ۳۲. از معادله (۲۸-۳۰) رابطه‌ای را برای E در نقطه‌های روی محور یک حلقه دارای بار یکنواخت به دست آورید. ۳۳. شیب پتانسیل شعاعی، $\partial V / \partial r$ ، را روی سطح هسته طلا محاسبه کنید. مسئله نمونه ۲۸-۷ را ببینید. ۳۴. تمرین ۳۹ فصل ۲۶ مربوط به محاسبه رادرفورد از میدان الکتریکی در فاصله r از مرکز یک اتم است. او پتانسیل الکتریکی را نیز به صورت زیر ارائه داد:

$$V = \frac{Z_e}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right)$$

(الف) نشان دهید که چگونه عبارت مربوط به میدان الکتریکی در تمرین ۳۹ فصل ۲۶ از این عبارت مربوط به V به دست می‌آید. (ب) چرا به ازای $r \rightarrow \infty$ عبارت بالا برای V ، به سمت صفر میل نمی‌کند؟ ۳۵. پتانسیل الکتریکی V در فضای بین صفحه‌های یک لامپ تخلیه خاص که اکنون دور انداخته شده است از رابطه $V = (1530 \text{ V/m}^2)x^2$ به دست می‌آید، که در اینجا x فاصله از یکی از صفحات است. مقدار و جهت میدان الکتریکی را در فاصله $x = 1.28 \text{ cm}$ محاسبه کنید.

۲۸-۸ سطح‌های هم‌پتانسیل

۳۶. دو توزیع بار خطی به موازات محور z قرار گرفته‌اند. یکی از آنها، دارای بار $+8$ در واحد طول است و در فاصله a در طرف راست محور قرار دارد. توزیع دیگر، دارای بار -8 در واحد طول است و در فاصله a در طرف چپ محور قرار دارد (این خط‌ها و محور z جملگی در یک صفحه قرار دارند). برخی از سطح‌های هم‌پتانسیل را رسم کنید.

۹-۲۸ پتانسیل یک رسانای باردار

۴۱. یک پوسته کروی رسانای نازک با شعاع خارجی 2.0 cm حامل بار $3.0 \mu\text{C}$ است. (الف) اندازه میدان الکتریکی \vec{E} و (ب) پتانسیل V این توزیع بار را برحسب فاصله r از مرکز پوسته ترسیم کنید. (فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است.)

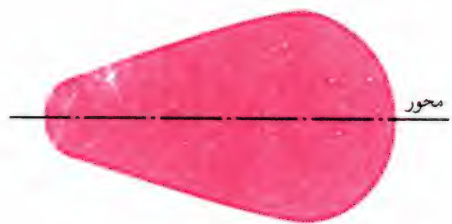
۴۲. دو کره رسانای ۱ و ۲ را به فاصله بسیار زیاد از یکدیگر در نظر بگیرید که قطر دومی دو برابر قطر اولی است. کره کوچکتر در آغاز حامل بار مثبت q و کره بزرگتر بدون بار است. اکنون دو کره را با یک رشته سیم نازک و دراز به هم متصل می‌کنیم. (الف) پتانسیل‌های نهایی V_1 و V_2 دو کره چه رابطه‌ای با یکدیگر دارند؟ (ب) بارهای نهایی q_1 و q_2 روی دو کره را برحسب بار q تعیین کنید.

۴۳. اگر زمین بار خالصی معادل یک الکترون بر مترمربع به‌ازای کل مساحتش داشت (فرضی بسیار غیرطبیعی)، (الف) پتانسیل زمین چقدر می‌شد؟ (ب) میدان الکتریکی ناشی از زمین درست روی سطح آن چقدر بود؟

۴۴. بار الکتریکی 15 nC را می‌توان به راحتی با مالش به دست آورد. این مقدار بار، پتانسیل یک کره رسانای منزوی با شعاع 16 cm را چقدر (نسبت به $V = 0$ در بینهایت) افزایش می‌دهد؟

۴۵. (الف) مقدار بار و (ب) چگالی بار روی سطح یک کره رسانا به شعاع 15.2 cm را که پتانسیل آن 215 V است تعیین کنید. (فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است.)

۴۶. جسم فلزی شکل ۹-۲۸ یک جسم دوار حول محور افقی است. اگر این جسم دارای بار منفی باشد، چندتایی از سطوح‌های هم‌پتانسیل و خط‌های میدان الکتریکی آن را به‌طور تقریبی رسم کنید. برای انجام این کار از استدلال فیزیکی استفاده کنید و نه از تحلیل ریاضی.



شکل ۹-۲۸ تمرین ۴۶.

۴۷. دو کره رسانا، یکی به شعاع 5.88 cm و دیگری به شعاع 12.2 cm را در نظر بگیرید که هر کدام دارای بار الکتریکی 28.6 nC هستند و در آغاز در فاصله بسیار دوری از هم قرار دارند. اگر این دو کره را با

یک رشته سیم رسانا به هم متصل کنیم، (الف) بار نهایی واقع بر آنها و (ب) پتانسیل هر یک از دو کره را تعیین کنید، فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است.

۴۸. یک کره فلزی باردار به شعاع 16.2 cm حامل 315 nC بار خالص است. (الف) پتانسیل الکتریکی را در سطح کره معین کنید. (ب) در چه فاصله‌ای از سطح کره پتانسیل الکتریکی به اندازه 55.0 V کاهش می‌یابد؟

۱۰-۲۸ شتابدهنده الکتروستاتیکی

۴۹. (الف) برای رساندن پتانسیل کره فلزی منزوی به شعاع 1.0 m به 1.0 MV چقدر بار لازم است؟ این محاسبه را برای کره‌ای به شعاع 1.0 cm تکرار کنید. فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است. (ب) چرا در شتابدهنده الکتروستاتیکی از یک کره بزرگ استفاده می‌کنیم در حالی که با بهره‌گیری از یک کره کوچکتر و مقدار کمتری بار می‌توان به همان پتانسیل دست یافت؟ (راهنمایی: چگالی‌های بار را محاسبه کنید.)

۵۰. فرض کنید که اختلاف پتانسیل بین پوسته داخلی پتانسیل — بالای یک شتابدهنده وان دوگراف و نقطه‌ای که بارها روی تسمه متحرک پاشیده می‌شود برابر با 3.41 MV باشد. اگر تسمه بار را با آهنگ 2.83 mC/s به پوسته منتقل کند، حداقل توان مورد نیاز برای به حرکت درآوردن تسمه چقدر است؟

مسئله‌ها

۱. (الف) الکترون در چه اختلاف پتانسیلی باید سقوط کند، تا با توجه به مکانیک نیوتونی سرعت، v ، آن برابر با سرعت مسیر نور، c ، شود؟ (ب) وقتی $c \rightarrow v$ مکانیک نیوتونی با شکست مواجه می‌شود، بنابراین، با بهره‌گیری از رابطه صحیح نسبیتی زیر برای انرژی جنبشی (معادله ۲۰-۲۷ را ببینید)

$$K = mc^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right]$$

به جای عبارت نیوتونی $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، سرعت واقعی الکترون را پس از سقوط در این اختلاف پتانسیل، محاسبه شده در قسمت (الف)، تعیین کنید. این سرعت را به صورت کسر مناسبی از سرعت نور بیان کنید.

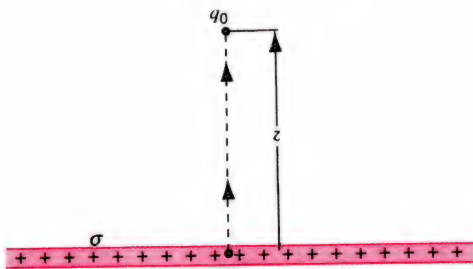
۲. فرض کنید که الکترون پوسته‌ای توخالی با شعاع 10^{-15} m تا $2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$ است که بار e به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است، سپس تمرین ۳ را تکرار کنید.

است؟ فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است.

۸. در شکل ۲۸-۴۲ مقطع یک برگه "نامتناهی" از بار مثبت با چگالی σ را نشان داده‌ایم. (الف) وقتی بار آزمون کوچک مثبت q_0 را از مکان اولیه‌ای واقع بر برگه باردار به مکان نهایی که در فاصله عمودی z از برگه قرار دارد، می‌بریم، میدان الکتریکی چه مقدار کار انجام می‌دهد؟ (ب) با استفاده از نتیجه‌های قسمت (الف) نشان دهید که پتانسیل الکتریکی برگه نامتناهی از بار σ می‌توان به صورت زیر نوشت

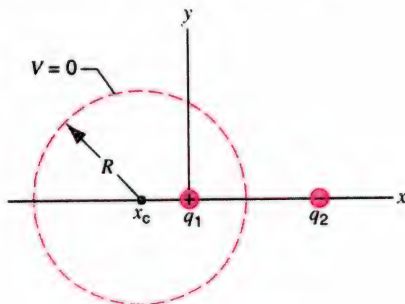
$$V = V_0 - \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) z$$

که در اینجا V_0 پتانسیل در سطح برگه است.



شکل ۲۸-۴۲ مسئله ۸.

۹. بار نقطه‌ای $q_1 = +6e$ در مبدأ یک دستگاه مختصات راستگوشه قرار گرفته است و یک بار الکتریکی نقطه‌ای دیگر، $q_2 = -10e$ ، در نقطه $x = 9.6 \text{ nm}$ و $V = 0$ قرار دارد. مکان هندسی تمام نقاطی از صفحه xy که برای آنها $V = 0$ است دایره است، که، مطابق شکل ۲۸-۴۳، مرکزش روی محور x است. البته، در اینجا فرض کرده‌ایم در بینهایت $V = 0$ است. (الف) مکان x_c ، یعنی مرکز دایره و (ب) شعاع R دایره را معین کنید. (ج) آیا سطح هم‌پتانسیل $V = 5 \text{ V}$ نیز دایره است؟



شکل ۲۸-۴۳ مسئله ۹.

۱۰. بار مثبت Q را روی یک طوق دایره‌ای تخت نارسانا به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b توزیع کرده‌ایم. این بار چنان توزیع شده است که چگالی بار (بار بر واحد سطح) آن از رابطه $\sigma = k/r^3$

۳. فرض می‌کنیم ذره‌ای با بار (مثبت) Q در مکان ثابت P قرار دارد. ذره دومی به جرم m و بار (منفی) $-q$ با سرعتی ثابت در دایره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز P در حرکت است. رابطه‌ای برای کار W که یک عامل خارجی باید روی ذره دوم انجام دهد به دست آورید تا شعاع حرکت دایره‌ای حول P به r_2 افزایش یابد.

۴. میدان الکتریکی در داخل یک کره نارسانا به شعاع R که چگالی بار در آن یکنواخت است، به صورت شعاعی بوده و بزرگی آن به شکل زیر است:

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

که در اینجا q کل بار موجود در کره و r فاصله نقطه موردنظر از مرکز کره است. (الف) پتانسیل V را در داخل کره معین کنید، فرض کنید که در $r = 0$ داشته باشیم $V = 0$. (ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین یک نقطه روی سطح کره و مرکز کره چقدر است؟ اگر بار q مثبت باشد، کدام نقطه در پتانسیل بالاتری قرار دارد؟ (ج) نشان دهید که برای $r < R$ پتانسیل در فاصله r از مرکز کره از رابطه زیر به دست می‌آید

$$V = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3}$$

که در اینجا فرض کرده‌ایم در $r = \infty$ پتانسیل صفر است. چرا این نتیجه، با آنچه در قسمت (الف) به دست آورده‌ایم تفاوت دارد؟

۵. سه بار $+122 \text{ mC}$ در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع 1.72 m قرار گرفته‌اند. اگر انرژی با آهنگ 831 W وlt تأمین شود، چند روز طول می‌کشد تا یکی از این بارها را به وسط خطی که دو بار دیگر را به هم متصل می‌کند ببریم؟

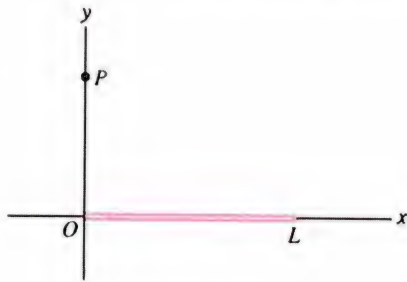
۶. ذره‌ای به جرم m ، بار $q > 0$ ، و انرژی جنبشی اولیه K (از "بینهایت") به طرف یک هسته سنگین با بار Q ، که فرض می‌کنیم در دستگاه مختصات ثابت است، پرتاب می‌شود. (الف) اگر هدف "کامل" باشد، وقتی که ذره پرتابه به طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، فاصله آن از مرکز هسته هدف چقدر است؟ (ب) برای یک هدف ناقص مشخص، کمترین فاصله ذره پرتابه از هسته دوبرابر فاصله‌ای است که در قسمت (الف) معین کردیم. سرعت ذره پرتابه را در این نزدیکترین فاصله از مرکز هسته معین کنید. فرض کنید ذره به سطح هسته نمی‌رسد.

۷. یک قطره کروی آب حامل بار 32 pC و پتانسیل سطح آن 512 V است. (الف) شعاع قطره چقدر است؟ (ب) اگر دو تا از این قطره‌ها با همین بار و همین شعاع به هم ملحق شوند و تشکیل یک قطره کروی واحد بدهند، پتانسیل در سطح این قطره جدید چقدر



شکل ۴۵-۲۸ مسئله ۱۲.

پتانسیل V را در نقطه P روی محور y معین کنید. (ب) مؤلفه قائم میدان الکتریکی، E_y ، را در نقطه P از نتیجه قسمت (الف) و به طور مستقیم محاسبه کنید. (ج) چرا نمی‌توان مؤلفه افقی میدان الکتریکی، E_x ، در نقطه P را با بهره‌گیری از نتیجه قسمت (الف) به دست آورد؟ (د) در چه فاصله‌ای از میله در امتداد محور y پتانسیل، نصف پتانسیل الکتریکی در سر طرف چپ میله است؟



شکل ۴۶-۲۸ مسئله ۱۳.

۱۴. دو کره رسانای کاملاً یکسان به شعاع 15.0° cm در فاصله 1.0° m از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر پتانسیل یکی از کره‌ها $150^\circ \text{ V} +$ و کره دیگر $150^\circ \text{ V} -$ باشد بار روی هر کدام از آنها چقدر است؟ در این رابطه چه فرضیهایی را پذیرفته‌اید؟ فرض کنید که پتانسیل در بینهایت صفر است.

۱۵. فرض کنید که زمین کره رسانایی به شعاع 6370° km و در ابتدا بدون بار است. یک کره فلزی به شعاع 13° cm که حامل $62^\circ \text{ nC} -$ بار است به زمین متصل می‌شود، یا به عبارتی با زمین تماس الکتریکی پیدا می‌کند. نشان دهید که این فرایند به طور مؤثر کره را تخلیه می‌کند. این کار را با محاسبه نسبت تعداد الکترونها اضافی که پس از اتصال به زمین روی کره باقی می‌ماند به تعدادی که در آغاز روی کره قرار داشت، انجام دهید.

۱۶. یک کره مسی به شعاع 1.8° cm دارای پوشش بسیار نازک نیکل است. برخی از اتمهای نیکل پرتوزا هستند و هنگام واپاشی یک

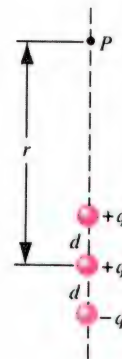
به دست می‌آید، که در آن r فاصله هر نقطه از مرکز طوق است. نشان دهید پتانسیل در مرکز طوق (با فرض اینکه در بینهایت، $V = 0$ است) برابر است با

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{a+b}{ab} \right)$$

۱۱. نشان دهید که برای مجموعه بارهای الکتریکی شکل ۴۴-۲۸، پتانسیل $V(r)$ نقاط روی محور قائم، با فرض اینکه $d \gg r$ باشد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \left(1 + \frac{2d}{r} \right)$$

در اینجا فرض می‌کنیم در بینهایت $V = 0$ است. (راهنمایی: این پیکربندی بار را می‌توان به صورت مجموعه‌ای متشکل از یک بار منزوی و یک دوقطبی در نظر گرفت.)



شکل ۴۴-۲۸ مسئله ۱۱.

۱۲. روی میله نازکی به طول L بار را با چگالی طولی ثابت λ (بار به ازای واحد طول) توزیع کرده‌ایم. (الف) پتانسیل الکتریکی این توزیع را در نقطه P که به فاصله y از یک سر میله و در امتداد آن قرار دارد (با فرض صفر بودن پتانسیل در بینهایت) معین کنید (شکل ۴۵-۲۸ را ببینید). (ب) با استفاده از نتیجه به دست آمده در قسمت (الف) مؤلفه y (در امتداد میله) میدان الکتریکی در نقطه P را محاسبه کنید. (ج) مؤلفه میدان الکتریکی در راستای عمود بر میله را در نقطه P تعیین کنید.

۱۳. روی میله نازکی به طول L که در امتداد محور x طوری قرار گرفته است که یک سر آن در مبدأ مختصات است ($x = 0$)، همانند شکل ۴۶-۲۸، توزیع بار به ازای واحد طول به صورت $\lambda = kx$ است، که در اینجا k مقداری ثابت و r فاصله از مبدأ مختصات است. (الف) با فرض اینکه پتانسیل الکتروستاتیکی در بینهایت برابر صفر باشد،

این ابزار وقتی صورت می‌گیرد که میدان برابر $E = 100 \text{ MV/m}$ شود. برای پیشگیری از وقوع این رویداد، چه محدودیتی را باید بر شعاع r پوسته اعمال کرد؟ (ب) یک تسمه متحرک لاستیکی طولی بارها را با آهنگ $320 \mu\text{C/s}$ به پوسته منتقل می‌کند، در عین حال به واسطه نشت، پتانسیل پوسته ثابت می‌ماند. حداقل توان مورد نیاز برای انتقال بار چقدر است؟ (ج) عرض تسمه $w = 48.5 \text{ cm}$ است و با سرعت $v = 330 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند. چگالی بار سطحی روی تسمه چقدر است؟

مسئله‌های کامپیوتری

۱. چگالی بار روی میله‌ای به طول L که در امتداد محور x قرار دارد و در وسط آن بر مبداء مختصات منطبق است با عبارت $\lambda = (10^{-6} \text{ C/m}) \sin^2(\pi x/L)$ مشخص شده است. (الف) به صورت عددی نموداری از پتانسیل ناشی از این میله را در صفحه xy ایجاد کنید و از این نمودار برای ترسیم خطهای هم‌پتانسیل استفاده کنید. (ب) از این نمودار، خطهای میدان الکتریکی را ترسیم کرده و نتیجه‌های خودتان را با مسئله کامپیوتری ۲ فصل ۲۶ مقایسه کنید.
۲. به صورت عددی تحقیق کنید که در فضای دوبعدی خطهای هم‌پتانسیل در اطراف دو بار مساوی با علامتهای مخالف، به شکل دایره‌اند. آیا این دایره‌ها هم‌مرکزند؟

الکترون گسیل می‌دارند. نصف این الکترون‌ها وارد کره مسی می‌شوند و هر کدام از آنها 100 keV انرژی در آنجا تخلیه می‌کنند. نصف دیگر این الکترون‌ها می‌گریزند و با خود بار الکتریکی $-e$ را به خارج می‌برند. پوشش نیکلی دارای فعالیت 100 mCi (مساوی 10^8 میلی‌کوری $= 3.7 \times 10^8$ واپاشی در هر ثانیه) است. این کره از یک ریسمان نارسانا و طولی آویخته و از محیط اطرافش منزوی شده است. چقدر طول می‌کشد تا پتانسیل کره به اندازه 1000 V افزایش پیدا کند؟ ۱۷. یک پوسته نازک رسانای کروی منزوی را در نظر بگیرید که به طور یکنواخت با چگالی ثابت σ باردار شده است. چقدر کار باید انجام شود تا بار آزمون کوچک q_0 (الف) از سطح پوسته از طریق یک سوراخ کوچک به داخل پوسته برود؛ (ب) از یک نقطه روی سطح خارجی بدون توجه به مسیر حرکت به نقطه دیگری روی پوسته برود؛ (ج) از نقطه‌ای در داخل پوسته به نقطه دیگری در آنجا برود و (د) از هر نقطه‌ای مانند P در خارج از پوسته روی هر مسیری که ممکن است پوسته را سوراخ کند یا نکند و مجدداً به P باز گردد؟ (ه) در شرایط توصیف‌شده در بالا، آیا اینکه پوسته رسانا باشد یا نباشد اهمیتی دارد؟

۱۸. الکترو و لثاژ بالای یک شتابدهنده الکتروستاتیکی عبارت است از یک پوسته کروی فلزی باردار با پتانسیل $V = +915 \text{ MV}$ (نسبت به $V = 0$ در بینهایت). (الف) فروریزش الکتریکی در گاز

خواص الکتریکی مواد

با آنکه مواد معمولی از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، یعنی تعداد مساوی از بارهای مثبت و منفی را در برمی گیرند، هنگام قرار گرفتن در میدانهای الکتریکی، می توانند رفتارهای بسیار متفاوتی از خود بروز دهند. برخی از مواد می توانند در میدانهای بسیار ضعیف، رسانای الکتریسیته باشند در حالی که برخی دیگر حتی در میدانهای بسیار بسیار قوی نارسانا باقی می مانند. در برخی از مواد که بارهای الکتریکی مجاز به جابه جایی نیستند، خواص الکتریکی آنها در صورت اعمال یک میدان به وسیله چرخش دوقطبیها معین می شود، در حالی که در برخی دیگر، میدان اعمال شده می تواند سبب ایجاد دوقطبیهایی بشود که قبلاً وجود نداشتند.

در این فصل، رفتار اساسی دو نوع ماده را مورد توجه قرار می دهیم: رساناها و عایقها. نشان می دهیم که چگونه می توانیم رفتار آنها را در میدانهای اعمال شده بر مبنای مدل های ساده ای از نیروها و حرکت بارها درک کنیم. گرچه شناخت دقیق خواص الکتریکی مواد نیازمند روشهای مکانیک کوانتومی است، می توانیم با بهره گیری از مدل های کلاسیکی، که از رفتار کوانتومی چشم پوشی می کند، اطلاعات زیادی به دست آوریم.

۲۹-۱ انواع ماده

مواد طبیعی و مصنوعی گستره وسیعی از خواص الکتریکی نشان می دهند. بخشی از این خواص با رفتار اتمها یا مولکولهای منفرد مشخص می شود و بخشی به وسیله برهم کنشهای بین اتمها یا مولکولهای موجود در کل ماده. توانایی یک ماده در رساندن الکتریسیته ممکن است به شرایط ماده، مانند دما یا فشار آن، نیز بستگی داشته باشد. رساناها (به عنوان مثال، اغلب فلزها) موادی هستند که بارهای الکتریکی در آنها به آسانی جاری می شود. در بسیاری از فلزها، هر اتم یک یا چند الکترون بیرونی یا والانس خودش را به کل ماده می دهد، و ما اغلب الکترونها را به صورت تشکیل دهنده "گازی" در داخل ماده در نظر می گیریم تا متعلق به هر اتم خاص. هرگاه میدان الکتریکی به ماده اعمال شود این الکترونها آزادند حرکت کنند. در شرایط استاتیکی

میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است، حتی اگر رسانا عامل مقداری بار خالص باشد. (اگر چنین نباشد، الکترونهای آزاد شتاب خواهند گرفت، که این موضوع فرض استاتیکی بودن توزیع بار را نقض می کند.) در بخش ۲۹-۲، اثر اعمال میدان الکتریکی خارجی به رسانا در شرایط استاتیکی را مورد مطالعه قرار خواهیم داد.

از طرف دیگر، در ماده عایق، الکترونها به صورتی نسبتاً محکم به اتمهایشان بسته شده اند و این آزادی را ندارند که تحت تأثیر میدانهای الکتریکی اعمال شده در شرایط عادی حرکت کنند. ماده عایق می تواند حامل هر توزیع بار الکتریکی در روی سطح و در داخل خود باشد، و (برخلاف یک رسانا) میدان الکتریکی در داخل جسم عایق می تواند مقادیر غیر صفر را اختیار کند.

ماده عایق را اغلب می توان به صورت مجموعه ای از مولکولهایی

برخی از مواد جریان پیدا کنند. این خاصیت مواد را ابررسانایی یا ابررسانندگی می‌گوییم و موادی را که در چنین شرایطی قرار می‌گیرند ابررسانا می‌خوانیم. برخی از مواد که ممکن است در دمای اتاق رساناهای نسبتاً ضعیفی باشند می‌توانند در دماهای خیلی پایین ابررسانا شوند.

در این فصل، واکنش مواد رسانا و عایق را نسبت به اعمال میدانهای الکتریکی مورد بررسی قرار می‌دهیم. درک رفتار مربوط به نیمرساناها و ابررساناها نیازمند روشهای مکانیک کوانتومی است، که در فصل ۴۹ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۲-۲۹ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط استاتیکی

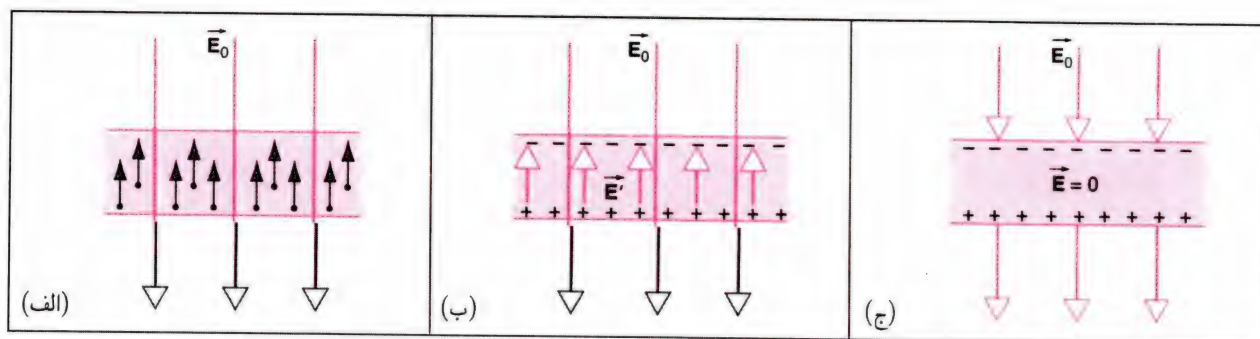
تصور کنید که یک رسانای بزرگ به شکل مکعب مستطیل از یک رسانا مانند مس را، مطابق شکل ۲۹-۱ (الف)، در میدان الکتریکی یکنواخت قرار داده‌ایم. می‌توانیم مس را به صورت "گازی" از الکترون‌ها در نظر بگیریم که آزادند در یک شبکه از یونهای مس که در مکانهای ثابتی قرار گرفته‌اند، حرکت کنند. میدان الکتریکی \vec{E}_0 نیرویی برابر با $\vec{F} = -e\vec{E}_0$ به الکترون‌ها وارد می‌کند، که سبب می‌شود الکترون‌ها مخالف جهت میدان حرکت کنند. الکترون‌ها به سرعت به سمت سطح بالایی مس حرکت می‌کنند، و کمبود الکترونی (بار مثبت) را در سطح پایینی مس از خود به جای می‌گذارند. وقتی که یک جسم رسانا را در میدان خارجی قرار می‌دهیم، بارها تقریباً به طور لحظه‌ای به توزیع مجدد خود می‌پردازند، به طوری که پس از آن شرایط استاتیکی برقرار می‌شود. دو رویه رسانا را می‌توان به صورت دو صفحه باردار در نظر گرفت، که میدان الکتریکی \vec{E}' را ایجاد می‌کند (شکل ۲۹-۱ (ب)). در داخل مس، میدان الکتریکی خالص \vec{E} حاصل جمع برداری دو میدان است: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$. از لحاظ بزرگی، حاصل جمع، برابر با تفاضل دو میدان می‌شود، زیرا دو میدان در جهتهای مخالف اثر می‌کنند؛ یعنی، داریم $E = E_0 - E'$. داخل مکعب مسی در شرایط استاتیکی، میدان الکتریکی خالص E باید برابر صفر باشد، که این مطلب را در بخش ۲۷-۶ مورد بحث قرار دادیم. (در بخش ۲۷-۶، تأثیر وجود میدان الکتریکی خارجی را بررسی نکردیم؛ ولی نتیجه به همان صورت باقی می‌ماند، میدان الکتریکی در داخل رسانا باید صفر باشد، زیرا در غیر این صورت الکترونهای آزاد در داخل رسانا شتاب خواهند گرفت، و از آن رو فرض مربوط به حالت استاتیکی نقض خواهد شد.)

در نظر گرفت که به آسانی یونیده نمی‌شوند. در این حالت امکان دارد که خواص الکتریکی ماده به گشتاورهای دوقطبی الکتریکی مولکولها وابسته باشد. موادی را که در آنها مولکولها دارای گشتاورهای دوقطبی دائمی هستند مواد قطبیده می‌گوییم، و میدانهای الکتریکی می‌توانند گشتاورهای دوقطبی مولکولها را همسو کنند، این مطلب را در بخش ۲۶-۷ مورد بحث قرار دادیم. در برخی از مواد، حتی پس از حذف میدان اعمال شده، همسویی دوقطبیها باقی می‌ماند؛ به این دسته از مواد فروالکتریک می‌گوییم (در مقایسه با مواد فرومغناطیس، که در آنها گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی، حتی پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی، همسو باقی می‌مانند). حتی مواد ناقطبیده می‌توانند این آثار را بروز دهند، زیرا میدان الکتریکی اعمال شده می‌تواند در مولکولها گشتاور دوقطبی القا کند. این آثار را در بخش ۲۹-۵ مورد بحث قرار می‌دهیم.

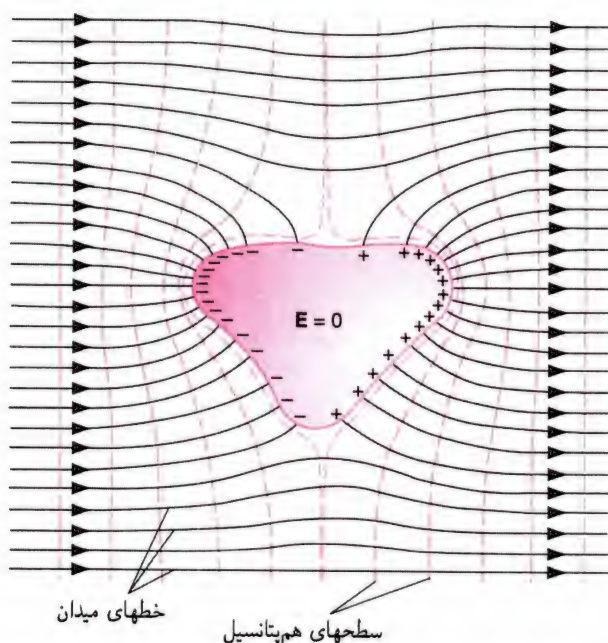
ماده عادی معمولاً از لحاظ الکتریکی خنثی است. در صورت عدم حضور میدان الکتریکی خارجی، این خنثی بودن نه تنها به اتمهای منفرد اعمال می‌شود که در مورد کل ماده نیز برقرار است. اعمال میدان الکتریکی می‌تواند سبب کردن یا برداشتن یک یا چند الکترون از اتمهای ماده شود. این فرایند را یونش می‌خوانیم و اتمهای دارای بار مثبت به جای مانده از این فرایند را که با کمبود الکترون مواجه‌اند یون می‌گوییم. در ماده عایق، یک میدان الکتریکی به قدر کافی قوی می‌تواند اتمها را یونیده کند، و در نتیجه این فرایند الکترونیایی در دسترس قرار می‌گیرند که می‌توانند در ماده حرکت کنند. در چنین شرایطی، جسم عایق می‌تواند خیلی شبیه رسانا عمل کند. این حالت را فروریزش الکتریکی می‌خوانیم که معمولاً به میدانهایی در گستره 10^6 V/m در هوا تا 10^7 V/m در پلاستیکها و سرامیکها نیاز دارد.

در فاصله بین رساناها و عایقها، نیمرساناها قرار می‌گیرند. در ماده نیمرسانا، شاید یک اتم از هر 10^{10} تا 10^{12} اتم، یک الکترون را جهت شارش الکتریسیته در ماده به اشتراک بگذارد (برخلاف ماده رسانا، که در آن هر اتم نوعاً یک الکترون را جهت شارش الکتریسیته به اشتراک می‌گذارد). نیمرساناهایی که معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرند، علاوه بر تعداد زیادی مواد مرکب، شامل سیلیسیم و ژرمانیم هستند.

حتی بهترین رساناها (مس، نقره، و طلا) مقاومت کم ولی قطعاً غیرصفری را در برابر شارش الکتریسیته از خود بروز می‌دهند. تحت شرایط معینی، که اغلب شامل سرمایش تا دماهای بسیار بسیار پایین است، بارهای الکتریکی می‌توانند بدون هیچگونه مقاومتی در داخل



شکل ۱-۲۹ (الف) یک مکعب بزرگ رسانا در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار داده شده است. الکترونهای موجود در ماده در پاسخ به اثر میدان به سمت بالا به حرکت در می‌آیند. (ب) الکترونها، روی رویه بالا انباشته می‌شوند، و یونهاى مثبت را در پایین به جای می‌گذارند. این بارها میدان الکتریکی E' را به وجود می‌آورند. (ج) در داخل مکعب رسانا، میدان برابری با صفر است.



شکل ۲-۲۹ یک رسانای بدون بار را در میدان الکتریکی خارجی قرار داده‌ایم. الکترونهای رسانا چنان خودشان را روی سطح رسانا توزیع می‌کنند که میدان در داخل رسانا را به صفر کاهش دهند. توجه کنید که وقتی رسانا در میدان از پیش یکنواخت قرار داده می‌شود خطهای نیرو (خطهای پر) و سطحهای هم‌پتانسیل (خط‌چینها) واپیچیده می‌شوند. همچنین توجه کنید که چگونه خطهای میدان الکتریکی از بارهای مثبت سرچشمه می‌گیرند و به بارهای منفی ختم می‌شوند.

این شکل همچنین سطحهای هم‌پتانسیل برای این حالت را نشان می‌دهد. در فاصله‌های بسیار دور از رسانا، جایی که میدان یکنواخت است، سطحهای هم‌پتانسیل صفحه‌هایی تخت هستند. وقتی به سمت رسانا حرکت می‌کنیم و به آن نزدیک می‌شویم، سطحهای هم‌پتانسیل واپیچیده می‌شوند، تا اینکه در سطح رسانا، سطح هم‌پتانسیل دقیقاً همان سطح رسانا می‌شود؛ همان‌طور که در بخش ۹-۲۸، مورد بحث قرار دادیم سطح رسانا سطح هم‌پتانسیل است.

میدان اعمال‌شده الکتریکی E_0 باید به قدر کافی الکترون به سطح رسانا منتقل کند که مقدار این میدان الکتریکی E' برابر E_0 است، و سبب می‌شود میدان خالص ایجادشده در داخل مس برابر صفر شود (شکل ۱-۲۹ ج)). در خارج از تخته رسانا، برکه‌های باردار روی دو رویه رسانا میدانهای الکتریکی را ایجاد می‌کنند که حذف می‌شود، و سبب می‌شود میدان خالص در این نواحی بدون تغییر باقی بماند.

شکل ۲-۲۹ یک رسانای بدون بار با شکل نامنظم را نشان می‌دهد که در میدان الکتریکی در اصل یکنواخت قرار داده شده است. بار دیگر، الکترونهای آزاد در رسانا به سرعت به سمت رویه جسم می‌روند و توزیع باری را به وجود می‌آورند که دقیقاً در داخل رسانا میدانی ایجاد می‌کنند که میدان اعمال‌شده خارجی را خنثی کرده اثر آن را از بین می‌برند. در خارج رسانا، میدان عبارت است از حاصل جمع (برداری) میدان یکنواخت اصلی و میدان ناشی از بارهایی که روی سطح رسانا قرار گرفته‌اند. توجه کنید که خطهای میدان از بارهای مثبت سرچشمه می‌گیرند و به بارهای منفی ختم می‌شوند. همچنین توجه کنید که چگالی بار در قسمتهایی از رویه که شعاع انحنای کمتری دارند بیشتر است؛ که این موضوع را در بخش ۹-۲۸ مورد بحث قرار دادیم، و نیز اینکه هر جا چگالی بار بیشتر باشد میدان قوی‌تر است (خطهای میدان به هم نزدیک‌ترند).

در سطح رسانا در شکل ۲-۲۹، خطهای میدان الکتریکی بر سطح رسانا عمودند. اگر این رفتار واقعیت نداشت، در آن صورت میدان الکتریکی مؤلفه‌ای موازی با سطح رسانا داشت، که سبب حرکت بارها می‌شد. از آنجا که حرکت بارها فرض حالت استاتیکی را نقض می‌کند، چنین مؤلفه‌ای برای میدان الکتریکی وجود نخواهد داشت و میدان باید عمود بر سطح رسانا باشد.

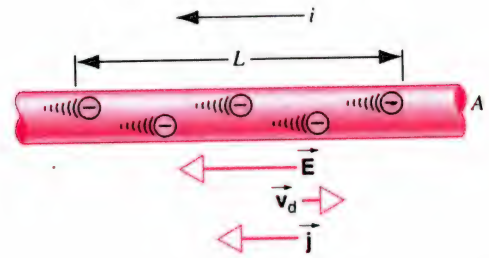
به طوری که در قسمت آلومینیومی

$$j_{Al} = \frac{1.3 \text{ A}}{4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 2.6 \times 10^5 \text{ A/m}^2 = 2.6 \text{ A/cm}^2$$

می‌توانیم نشان دهیم که مساحت سطح مقطع سیم مسی برابر با $2.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ است، و در نتیجه

$$j_{Cu} = \frac{1.3 \text{ A}}{2.54 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.1 \times 10^5 \text{ A/m}^2 = 5.1 \text{ A/cm}^2$$

این واقعیت که سیمها از مواد متفاوتی ساخته شده‌اند در این موضوع دخالتی ندارد.



شکل ۵-۲۹ میدان الکتریکی سبب سوق الکترونها به طرف راست می‌شود. جریان متداول (جهت فرضی جاری شدن بار مثبت) به سمت چپ شکل است. چگالی جریان \vec{j} نیز چنان رسم شده است که گویی حاملهای بار مثبت‌اند. به طوری که \vec{j} و \vec{E} در یک جهت قرار گرفته‌اند.

واحد حجم) برابر با n باشد، در آن صورت مقدار بار خالصی که از این رویه می‌گذرد برابر $q = enAL$ است، و چگالی جریان چنین خواهد شد:

$$j = \frac{q}{At} = \frac{enAL}{AL/v_d} = env_d \quad (6-29)$$

که این عبارت را می‌توان به صورت برداری زیر نوشت

$$\vec{j} = -en\vec{v}_d \quad (7-29)$$

علامت منفی یادآوری می‌کند که جهت چگالی جریان خلاف جهت حرکت الکترونهاست.

همان‌طور که در مثالهای زیر نشان داده‌ایم، سرعت سوق الکترونها در مواد معمولی در مقایسه با سرعت کاتوره‌ای حرکت گرمایی الکترونها (نوعاً از مرتبه 10^6 m/s) بسیار کوچک است.

مسئله نمونه ۲-۲۹ سیم آلومینیومی به قطر 2.5 mm را به سیم مسی با قطر 1.8 mm جوش داده‌ایم. این سیم مرکب حامل جریان پایای $i = 1.3 \text{ A}$ است. چگالی جریان در هر یک از دو قسمت سیم چقدر است؟

حل. چگالی جریان را به صورت ثابتهای (متفاوتی) در هر یک از دو قسمت سیم در نظر می‌گیریم. البته این ثابتها در نزدیکی محل اتصال دو سیم دیگر اعتبار ندارند. چگالی جریان با معادله (۴-۲۹)، $j = i/A$ مشخص شده است. مساحت مقطع A سیم آلومینیومی چنین است

$$A_{Al} = \frac{1}{4} \pi d^2 = \left(\frac{\pi}{4}\right) (2.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 4.91 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

مسئله نمونه ۳-۲۹ سرعت سوق الکترونهاي رسانش در داخل سیم مسی مسئله نمونه ۲-۲۹ چقدر است؟

حل. در سیم مسی، به طور متوسط به ازای هراتم تقریباً یک الکترون رسانش وجود دارد. بنابراین تعداد الکترونهاي رسانش در واحد حجم، n برابر با تعداد اتمها در واحد حجم است و از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{n}{N_A} = \frac{\rho_m}{M}$$

یا

$$\frac{\text{جرم یک متر مکعب}}{\text{جرم یک مول}} = \frac{\text{تعداد اتمها در یک متر مکعب}}{\text{تعداد اتمها در یک مول}}$$

که در اینجا ρ_m چگالی (جرمی) مس است، N_A ثابت آووگادرو، و M جرم مولی مس* است. به این ترتیب

$$n = \frac{N_A \rho_m}{M} =$$

$$\frac{(\text{کیلوگرم بر متر مکعب } 8.96 \times 10^3)(\text{الکترون به ازای هر مول } 6.02 \times 10^{23})}{\text{کیلوگرم بر متر مکعب } 63.5 \times 10^{-3}} \\ = \text{الکترون در هر متر مکعب } 8.49 \times 10^{28} *$$

و از آن رو، با استفاده از معادله (۶-۲۹) $(v_d = j/ne)$ داریم

$$v_d = \frac{5.9 \times 10^5 \text{ A/m}^2}{(8.49 \times 10^{28})(\text{کولن به ازای هر الکترون } 1.6 \times 10^{-19})} \\ = 3.8 \times 10^{-5} \text{ m/s} = 1.4 \text{ cm/h}$$

حال باید بتوانیم نشان دهیم که برای سیم آلومینیومی، داریم $v_d = 2.7 \times 10^{-5} \text{ m/s} = 9.7 \text{ cm/h}$. آیا می‌توانید، با استفاده

* در اینجا از شاخص پایین m استفاده می‌کنیم که نشان دهیم چگالی مورد بحث در این مسئله نمونه چگالی جرمی (kg/m^3) است و نه چگالی بار (C/m^3).

در رسانای مس فلزی مسئله نمونه ۲۹-۳ است، با آنکه چگالی جریانیها در این دو مورد قابل مقایسه اند. تعداد حاملهای بار در این نیمرسانا $(۱۰^{۲۱} \text{m}^{-۳} \times ۸۰)$ بسیار کمتر از حاملهای بار در رسانای مسی $(۱۰^{۲۸} \text{m}^{-۳} \times ۸۰)$ است. اگر بخواهیم چگالی جریان یکسانی داشته باشیم، تعداد کمتر حاملهای بار در نیمرسانا باید سریع تر از تعداد زیادت حاملهای بار در مس سوق داده شوند.

۴-۲۹ مواد اهمی

الکترونها در ماده رسانا، در فاصله بین برخوردها با یونهای شبکه، به وسیله میدان الکتریکی \vec{E} شتاب می گیرند، و در نتیجه سرعت سوق آنها متناسب با شدت میدان \vec{E} است. چگالی جریان \vec{j} نیز متناسب با \vec{v}_d است، در نتیجه منطقی به نظر می رسد که \vec{j} متناسب با \vec{E} باشد. در واقع، چنین رفتاری را برای گروه گسترده ای از مواد مشاهده می کنیم. ضریب تناسب بین چگالی جریان و میدان الکتریکی، رسانندگی الکتریکی ماده، یعنی σ ، است:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (۸-۲۹)$$

اگر مقدار σ بزرگ باشد، مبین آن است که ماده، رسانای خوبی برای جریان الکتریکی است. رسانندگی خاصیت مربوط به ماده است، و نه مربوط به هر نمونه ویژه ای از ماده. یکای SI رسانندگی زیمنس بر متر (S/m) است که در اینجا زیمنس به صورت زیر تعریف شده است

$$\text{ولت/آمپر} = ۱ = ۱ \text{ زیمنس}$$

رایج تر است که مواد را برحسب مقاومت ویژه آنها مشخص می کنند. مقاومت ویژه ماده وارون رسانندگی الکتریکی ماده است:

$$\rho = 1/\sigma \quad (۹-۲۹)$$

که در این حالت معادله (۸-۲۹) به صورت زیر در می آید

$$\vec{E} = \rho \vec{j} \quad (۱۰-۲۹)$$

یکای مقاومت ویژه اهم متر است، که در آن اهم (با نماد Ω) به صورت زیر تعریف شده است

$$\text{آمپر/ولت} = ۱ = ۱ \text{ اهم}$$

توجه کنید که $(۱ \text{ زیمنس})^{-۱} = ۱ \text{ اهم}$.

از مفهوما یا واژه های فیزیکی، توضیح دهید که، چرا با آنکه جریان یکسانی از سیمها می گذرد، سرعت سوق در آلومینیم کمتر از سرعت سوق در مس است؟

اگر الکترونها با این سرعت کم سوق داده می شوند، چرا به نظر می رسد که آثار الکتریکی بلافاصله پس از بستن یک کلید، مانند وقتی که چراغهای اتاق را روشن می کنید، پدیدار می شوند؟ ابهام در این مورد ناشی از آن است که بین سرعت سوق و سرعت سیر تغییرات پیکربندی میدان الکتریکی در امتداد سیمها تفاوت قائل نمی شویم. سرعت اخیر به سرعت سیر نور میل می کند. همین طور که وقتی شیر آب متصل به شیلنگی پر از آب را باز می کنیم، موج فشار با سرعتی برابر با سرعت سیر صوت در آب در طول شیلنگ به حرکت در می آید. سرعت حرکت آب در شیلنگ، که می توان آن را با یک ماده رنگی اندازه گرفت، بسیار کمتر از سرعت انتشار این موج است.

مسئله نمونه ۲۹-۴ یک نوار سیلیسیمی به عرض $w = ۳.۲ \text{ mm}$ و ضخامت $d = ۲۵۰ \mu\text{m}$ حامل جریان i با شدت ۱۹۰ mA است. سیلیسیم که با مقدار کنترل شده ای از ناخالصی فسفر "آلاییده" شده باشد یک نیمرسانای نوع n است. آلایش این اثر را دارد که تعداد حاملهای بار (در این مورد الکترونها) بر واحد حجم، یعنی n ، را در مقایسه با تعداد مربوط به سیلیسیم خالص، تا حد بسیار زیادی افزایش می دهد. در این مورد، برای n داریم: $n = ۸۰ \times ۱۰^{۲۱} \text{m}^{-۳}$. (الف) چگالی جریان در این نوار چقدر است؟ (ب) سرعت سوق چقدر است؟

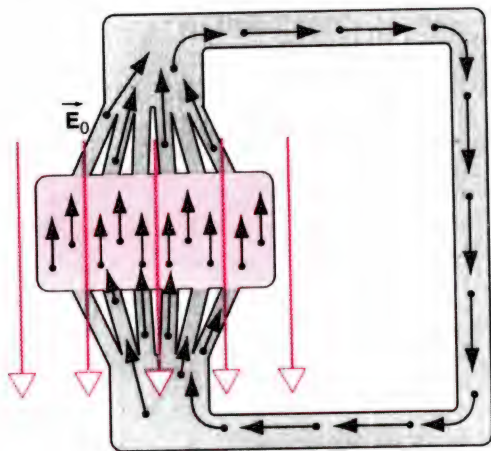
حل. (الف) از معادله (۴-۲۹) داریم

$$j = \frac{i}{wd} = \frac{۱۹۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ A}}{(۳.۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ m})(۲۵۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ m})} = ۲.۴ \times ۱۰^۵ \text{ A/m}^2$$

(ب) از معادله (۶-۲۹) داریم

$$v_d = \frac{j}{ne} = \frac{۲.۴ \times ۱۰^۵ \text{ A/m}^2}{(۸۰ \times ۱۰^{۲۱} \text{m}^{-۳})(۱.۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ C})} = ۱۹۰ \text{ m/s}$$

سرعت سوق (۱۹۰ m/s) الکترونها در این نیمرسانای سیلیسیمی بسیار بیشتر از سرعت سوق ($۳.۸ \times ۱۰^{-۵} \text{ m/s}$) الکترونهای رسانش



شکل ۳-۲۹ میدان الکتریکی \vec{E}_0 سبب می‌شود که الکترون‌ها در تخته مسی به حرکت در آیند. الکترون‌ها را می‌توان در سطح بالایی تخته گردآوری کرده و از طریق یک مسیر خارجی به رویه پایینی تخته مسی منتقل کرد.

شود. تصور کنید، سازوکاری وجود داشت که الکترون‌ها را از رویه بالایی برمی‌داشت و آنها را از طریق یک مسیر خارجی حمل، و به رویه پایینی تخته مسی تزریق می‌کرد (که این موضوع به صورت نموداری در شکل ۳-۲۹ ترسیم شده است). در این حالت، هیچ‌گونه تجمع بار الکتریکی در رویه‌های بالایی و پایینی تخته مسی پدید نمی‌آید و شرایط الکتروستاتیکی بخش پیشین را نمی‌توان در مورد تخته مسی به‌کار گرفت. به‌ویژه، نتیجه استنتاج شده در قسمت آخری آن بخش دیگر معتبر نیست — میدان الکتریکی در داخل تخته مسی هنگامی که بارها جریان دارند، در حالت کلی صفر نیست.

حلقه پیوسته الکترون‌های شارشی، نمایش ساده‌ای از مدار الکتریکی است، و حرکت الکترون‌ها (یا هر نوع ذره باردار دیگری) را جریان الکتریکی می‌خوانیم.

ابتدا جاری شدن یک بار الکتریکی را که از یک نقطه مشخص در قسمت داخلی ماده می‌گذرد بررسی می‌کنیم (شکل ۴-۲۹). مقدار بار dq از سطح کوچکی به مساحت A در زمان dt عبور می‌کند. مثلاً، سطح A ممکن است مساحت سطح مقطع سیمی باشد که بار در آن جاری می‌شود. جریان الکتریکی i را به صورت مقدار بار خالصی که در یکای بازه زمانی از سطح می‌گذرد تعریف می‌کنیم:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (۱-۲۹)$$

برای اینکه جریان الکتریکی وجود داشته باشد، باید مقدار خالصی بار از رویه عبور کند. اگر انتهای خنثی از سطح بگذرند، با آنکه بارها از سطح می‌گذرند، هیچ جریانی جاری نمی‌شود، زیرا تعداد مساوی

مسئله نمونه ۱-۲۹ یک ورق بزرگ نازک مسی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت به مقدار $E_0 = 450 \text{ N/C}$ قرار داده‌ایم، که بر ورق مسی عمود است (مانند شکل ۱-۲۹). چگالی بار سطحی ورق مسی را که از این عمل ناشی می‌شود معین کنید.

حل. میدان الکتریکی سبب پدیدار شدن چگالی بار مثبت σ روی سطح پایینی رسانا و چگالی بار منفی به مقدار مساوی روی سطح بالایی رسانا می‌شود. میدان الکتریکی در داخل رسانا (ورق) باید صفر باشد، یعنی اینکه دو توزیع بار باید چنان با هم ترکیب شوند که در داخل ورق یک میدان الکتریکی به مقدار E_0 و در جهت عکس میدان اعمال شده ایجاد کنند. اگر ورق را با ابعاد بسیار بزرگ در نظر بگیریم، میدان ناشی از توزیع بار مثبت، بنابر معادله (۲۶-۲۰)، برابر است با $E_+ = \sigma / 2\epsilon_0$ ، و اندازه میدان ناشی از بار منفی برابر $E_- = \sigma / 2\epsilon_0$ است. این دو میدان در یک جهت قرار دارند و برای اینکه میدان کل E_0 را به دست آوریم باید آنها را با هم جمع کنیم

$$E_0 = \sigma / 2\epsilon_0 + \sigma / 2\epsilon_0 = \sigma / \epsilon_0$$

و از اینجا چگالی بار روی هر کدام از دو سطح ورق برابر است با

$$\sigma = \epsilon_0 E_0 = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(450 \text{ N/C}) \\ = 3.98 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

توجه کنید که در خارج از ورق مسی، میدانهای ناشی از دو رویه با هم دیگر را خنثی می‌کنند. به‌طوری که میدان خارجی همان E_0 باقی می‌ماند. این موضوع فقط در مورد هندسه تخت (مسطح) مربوط به این مسئله واقعیت دارد و در حالت کلی صادق نیست؛ مسئله نمونه ۲-۲۹ را ببینید.

۳-۲۹ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط دینامیکی

در شکل ۱-۲۹ (الف)، الکترون‌ها تحت تأثیر میدان الکتریکی اعمال شده از قسمت پایینی تخته مسی به سمت بالا به حرکت در می‌آیند تا زمانی که غلظت الکترون‌ها در رویه بالایی تخته (و چگالی یونهای مثبت در رویه پایینی) میدانی ایجاد کنند که اثر میدان خارجی اعمال شده را در داخل تخته مسی حذف کند و مانع از جریان الکترونهای بیشتری

جریانی را که از هر سطحی عبور می‌کند می‌توان با انتگرال‌گیری چگالی جریان روی سطح معین کرد:

$$i = \int \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad (5-29)$$

که در این معادله $d\vec{A}$ عنصر سطح رویه است و انتگرال روی تمامی سطحی گرفته می‌شود که می‌خواهیم جریان را در آنجا محاسبه کنیم. بردار $d\vec{A}$ به صورت عمود بر عنصر سطح رویه گرفته می‌شود به طوری که $\vec{j} \cdot d\vec{A}$ برای یک جریان مثبت i ، مثبت باشد.

چگالی جریان و سرعت سوق

همین که الکترون‌ها خودشان را در مس یافتند، به وسیله میدان الکتریکی شتاب می‌گیرند، که این میدان به الکترون‌ها نیروی $-e\vec{E}$ را وارد می‌آورد. در بخش ۲-۲۹ شرایط استاتیکی را بررسی کردیم، که در آن حالت، میدان الکتریکی در داخل رسانا همواره صفر است. در اینجا بارهای در حال حرکت را مورد توجه قرار می‌دهیم، به طوری که دیگر شرایط استاتیکی برقرار نیست و \vec{E} در داخل رسانا می‌تواند غیر صفر باشد. الکترون‌ها با یونهای شبکه برخورد کرده به آنها انرژی منتقل می‌کنند. بنابراین حرکت هر الکترون منفرد، بسیار نامنظم و تشکیل شده است از بازه‌های کوتاه شتاب‌گیری در جهت مخالف میدان الکتریکی که در پی آن برخوردی با یک یون صورت می‌گیرد و ممکن است الکترون را در هر راستایی بفرستد، سپس بازه دیگری از شتاب‌گیری و تکرار مراحل به همین ترتیب. اثر خالص و نهایی این فرایند سوق دادن الکترون در جهت مخالف جهت میدان است. هیچ‌گونه شتابدهی خالصی روی الکترون‌ها صورت نمی‌گیرد، زیرا آنها به طور پیوسته در برخورد با شبکه یونهای مس انرژی از دست می‌دهند. در نتیجه، انرژی از میدان اعمال شده به شبکه (به صورت انرژی داخلی رسانا، که اغلب به صورت افزایش دما مشاهده می‌شود) انتقال پیدا می‌کند. در نتیجه، الکترون‌ها را می‌توان چنین توصیف کرد که با سرعت سوق ثابت \vec{v}_d در جهت مخالف جهت میدان حرکت می‌کنند. این موضوع در شکل ۵-۲۹ نشان داده شده است.

حرکت الکترون‌ها را در قسمتی از رسانا به طول L در نظر بگیرید. الکترون‌ها با سرعت سوق v_d حرکت می‌کنند، به طوری که مسافت L را در زمان $t = L/v_d$ می‌پیمایند. مساحت مقطع رسانا برابر A است، در نتیجه در زمان t تمامی الکترونهایی که در حجم AL قرار دارند از رویه سمت راست رسانا می‌گذرند. اگر چگالی الکترون‌ها (تعداد بر

بار مثبت و منفی از سطح می‌گذرد. اگر الکترون‌ها به صورت کاتوره‌ای در جسم حرکت کنند، به طوری که تعداد مساوی در هر دو جهت از سطح بگذرند، جریانی جاری نمی‌شود زیرا بار خالصی که از سطح می‌گذرد صفر است.

جریان الکتریکی دارای جهت است، که به صورت جهت جاری شدن بار مثبت تعریف می‌شود. با آنکه جریان دارای جهت است، یک کمیت اسکالر است و بردار نیست، زیرا جریانه‌ها از قانونهای مربوط به جمع برداری پیروی نمی‌کنند.

یکای SI جریان آمپر (A) است که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$1 \text{ آمپر} = 1 \text{ کولن بر ثانیه}$$

اگر جریان ثابت باشد، آنگاه معادله (۱-۲۹) به صورت زیر درمی‌آید:

$$i = \frac{q}{t} \quad (2-29)$$

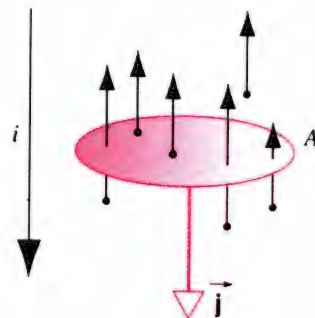
بار خالصی که از هر سطح می‌گذرد با انتگرال‌گیری روی جریان معین می‌شود:

$$q = \int i dt \quad (3-29)$$

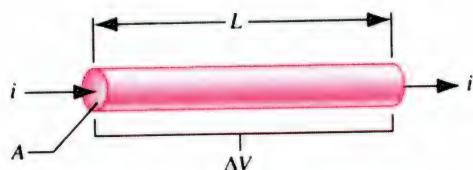
کمیت برداری مرتبط با آن عبارت است از چگالی جریان \vec{j} یا جریان در یکای سطح، که مقدار آن به صورت زیر تعریف شده است

$$\vec{j} = \frac{i}{A} \quad (4-29)$$

جهت بردار \vec{j} به صورت جهت جاری شدن بار مثبت تعریف می‌شود. نظر به آنکه در شکل ۴-۲۹ الکترون‌ها به سمت بالا حرکت می‌کنند، جهت بردار \vec{j} به سمت پایین است. یعنی، الکترون‌ها در جهت $-\vec{j}$ به حرکت در می‌آیند.



شکل ۴-۲۹ الکترون‌ها از سطح مقطع A عبور می‌کنند. جهت جریان i و بردار چگالی جریان \vec{j} برخلاف جهت حرکت الکترون‌ها هستند.



شکل ۶-۲۹ اختلاف پتانسیل ΔV به دو سر رسانای استوانه‌ای شکل به طول L و مساحت سطح مقطع A اعمال شده است و جریان i را در آن برقرار کرده است.

که در گستره وسیعی از شدت میدانها، مقاومت ویژه به شدت میدان الکتریکی اعمال شده بستگی ندارد. برای این دسته از مواد، نمودار E برحسب j به صورت یک خط راست است، که شیب این خط مقاومت ویژه ρ است. این مواد را مواد اهمی می خوانیم. به طور هم ارز، می گوئیم این مواد از قانون اهم پیروی می کنند.

مقاومت ویژه (یا رسانندگی) ماده از اندازه و جهت میدان الکتریکی اعمال شده مستقل است.

اغلب مواد همگن، از جمله فلزهای رسانا مانند مس، در گستره معینی از مقدارهای مربوط به میدان الکتریکی اعمال شده، از قانون اهم پیروی می کنند. اگر میدان به قدر کافی شدید باشد، تمام مواد در تناقض با قانون اهم رفتار خواهند کرد.

مقدارهای مقاومت ویژه ارائه شده در جدول ۱-۲۹، ویژگیهای موادی است که در جدول فهرست شده اند. ممکن است نیاز داشته باشیم که مقاومت یک جسم مشخص، مثلاً یک قطعه مس با ابعاد معین، را نیز بدانیم. در شکل ۶-۲۹ یک رسانای همگن، همسانگرد به طول L و مساحت سطح مقطع یکنواخت A را نشان داده ایم که به آن اختلاف پتانسیل ΔV را اعمال کرده ایم. در داخل این جسم میدان الکتریکی یکنواخت $E = \Delta V/L$ برقرار است. چگالی جریان روی مساحت A نیز یکنواخت است، یعنی $j = i/A$. در این حالت مقاومت ویژه به صورت زیر محاسبه می شود

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{\Delta V/L}{i/A} \quad (۱۱-۲۹)$$

خارج قسمت $\Delta V/i$ را، که در معادله بالا ظاهر شده است، مقاومت R تعریف می کنیم:

$$R = \frac{\Delta V}{i} \quad (۱۲-۲۹)$$

از ترکیب معادله های (۱۱-۲۹) و (۱۲-۲۹)، به عبارتی برای مقاومت دست پیدا می کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (۱۳-۲۹)$$

جدول ۱-۲۹ مقاومت ویژه برخی از مواد در دمای اتاق (20°C)

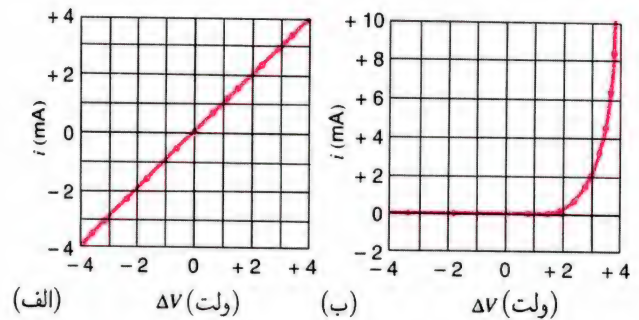
ماده	مقاومت ویژه $\rho (\Omega \cdot \text{m})$	ضریب دمایی مقاومت ویژه $\alpha_{av} (^\circ\text{C}^{-1})$
فلزات نوعی		
نقره	1.62×10^{-8}	3.91×10^{-3}
مس	1.69×10^{-8}	3.93×10^{-3}
آلومینیم	2.75×10^{-8}	3.94×10^{-3}
تنگستن	5.25×10^{-8}	3.95×10^{-3}
آهن	9.68×10^{-8}	3.95×10^{-3}
پلاتین	1.06×10^{-7}	3.99×10^{-3}
منگانهین ^۱	4.82×10^{-8}	2.002×10^{-2}
نیم رساناهای نوعی		
سیلیسیم خالص	2.5×10^3	-70×10^{-3}
سیلیسیم نوع n	8.7×10^{-4}	
سیلیسیم نوع p	2.8×10^{-3}	
عایقهای نوعی		
آب خالص	2.5×10^5	
شیشه	10^{10} تا 10^{14}	
پلی استیرن	$> 10^{14}$	
کوارتز گداخته	$\approx 10^{16}$	

۱. آلیاژی که به گونه ای خاص طراحی شده است که α آن کوچک باشد.
۲. سیلیسیم خالص که با ناخالصی فسفری تا چگالی 10^{23}m^{-3} حامل بار "آلیاژ" شده باشد.
۳. سیلیسیم خالص که با ناخالصی آلومینیومی تا چگالی 10^{23}m^{-3} حامل بار "آلیاژ" شده باشد.

معادله های (۸-۲۹) و (۱۰-۲۹) فقط در مواد همسانگرد، یعنی موادی که خاصیت های الکتریکی آنها در تمام راستاها یکسان است، معتبرند. در این مواد، \vec{j} همواره هم جهت با \vec{E} است.

در جدول ۱-۲۹ برخی از مقدارهای مربوط به مقاومت ویژه مواد گوناگونی را آورده ایم. در یک عایق کامل باید داشته باشیم $\rho = \infty$ (یا $\sigma = 0$). توجه کنید که حتی عایقهای خوب رسانندگی ضعیفی دارند.

می توانیم با استفاده از معادله (۱۰-۲۹) مقاومت ویژه هر ماده ای را با اعمال میدان الکتریکی و اندازه گیری چگالی جریان، معین کنیم. درمی یابیم که مقاومت ویژه برخی از مواد، ثابت نیست بلکه به شدت میدان الکتریکی وابسته است. یعنی، اگر میدان الکتریکی را دو برابر کنیم چگالی جریان دو برابر نمی شود. برای برخی مواد دیگر، درمی یابیم



شکل ۷-۲۹ (الف) نمودار جریان-ولتاژ مربوط به ماده‌ای که از قانون اهم پیروی می‌کند، در این مورد یک مقاومت ۱۰۰۰ اهمی. (ب) نمودار جریان-ولتاژ مربوط به ماده‌ای که از قانون اهم پیروی نمی‌کند، در این مورد یک دیود پیوندی pn .

مقاومت R ویژگی یک جسم مشخص است که نه تنها به ماده‌ای که از آن ساخته شده بستگی دارد، بلکه به طول آن جسم و مساحت سطح مقطع آن نیز وابسته است؛ مقاومت ویژه در حالت کلی ویژگی ماده است. یکای مقاومت الکتریکی اهم (Ω) است.

معادله (۱۲-۲۹) مبنای دیگری برای بیان قانون اهم ارائه می‌دهد. برای یک جسم مشخص، می‌توانیم جریان i را برای اختلاف پتانسیلهای گوناگون اندازه‌گیری و جریان i را به صورت تابعی از ΔV رسم کنیم. اگر این نمودار یک خط راست ارائه دهد، در آن صورت جسم یک ماده اهمی است و از قانون اهم پیروی می‌کند. گزاره معادلی از قانون اهم به شرح زیر است:

مقاومت جسم، مستقل از مقدار یا علامت اختلاف پتانسیل اعمال شده است.

مقاومت‌های معمولی که در مدارهای الکتریکی به کار می‌روند، درگستره اختلاف پتانسیلهایی که به طور متداول در مدارها مورد استفاده قرار می‌گیرند، اهمی هستند. قطعه‌های نیم‌رسانا، مانند دیودها و ترانزیستورها، معمولاً غیراهمی هستند. در شکل ۷-۲۹ نمودارهای جریان-ولتاژ را برای قطعه‌های اهمی و غیراهمی با هم مقایسه کرده‌ایم.

به یاد داشته باشید که رابطه $\Delta V = iR$ بیانی از قانون اهم نیست. این معادله تعریفی از مقاومت به دست می‌دهد که در هر دو مورد اجسام اهمی و غیراهمی صادق است. حتی در مورد قطعات غیراهمی هم مقدار مقاومت R را می‌توانیم برای مقدار مشخص ΔV به دست آوریم؛ برای ΔV متفاوت، با مقدار دیگری از R روبه‌رو می‌شویم. در مورد قطعات اهمی، به ازای هر مقدار ΔV مقدار یکسانی برای R به دست می‌آوریم.

ΔV ، i ، و R کمیت‌هایی ماکروسکوپی هستند که در مورد یک جسم

مشخص یا ناحیه‌ای گسترده به کار می‌روند، کمیت‌های میکروسکوپی متناظر با آنها عبارت‌اند از \vec{E} ، \vec{j} ، و ρ (یا σ)؛ این کمیت‌ها در هر نقطه‌ای از جسم دارای مقدار مشخصی هستند. کمیت‌های ماکروسکوپی از طریق معادله (۱۲-۲۹) به هم مرتبط می‌شوند ($\Delta V = iR$)، و کمیت‌های میکروسکوپی از طریق معادله (۱۰-۲۹) ($\vec{E} = \rho \vec{j}$).

کمیت‌های ماکروسکوپی ΔV ، i ، و R وقتی که اندازه‌گیریهای الکتریکی را روی اجسام رسانای واقعی انجام می‌دهیم اهمیت اساسی دارند. این کمیت‌ها همانهایی هستند که سنج‌ها مقدارهایشان را نمایش می‌دهند. کمیت‌های میکروسکوپی \vec{E} ، \vec{j} ، و ρ وقتی اهمیت دارند که رفتار بنیادی ماده (و نه نمونه‌هایی از آنها) مورد نظر است، مانند آنچه معمولاً در زمینه‌های پژوهشی در فیزیک حالت جامد (یا ماده چگال) صورت می‌گیرد. به همین دلیل بخش ۵-۲۹ از دیدگاه اتمی به موضوع مقاومت ویژه یک فلز می‌پردازد و نه مقاومت یک نمونه فلزی.

مسئله نمونه ۵-۲۹ یک قطعه آهن مکعب مستطیل شکل دارای ابعاد $15 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm} \times 1.2 \text{ cm}$ است. (الف) مقاومت این قطعه بین دو سر مربعی آن چقدر است؟ (ب) مقاومت بین دو رخ مستطیل مقابل هم چقدر است؟ مقاومت ویژه آهن در دمای اتاق $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ است.

حل. (الف) مساحت رخ مربعی برابر است با $(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})^2$ یا $10^{-4} \text{ m}^2 \times 1.44$. از معادله (۱۳-۲۹) داریم

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(0.15 \text{ m})}{1.44 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

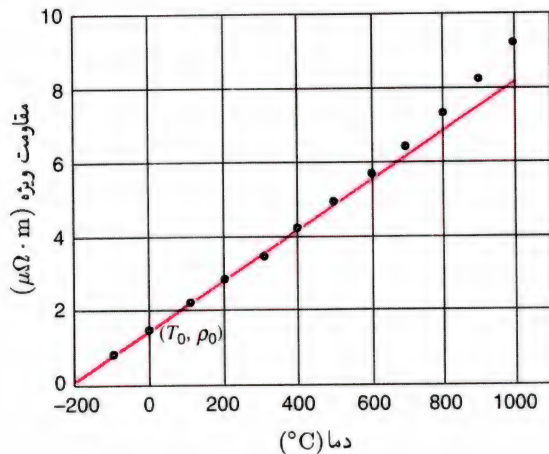
$$= 1.0 \times 10^{-4} \Omega = 100 \mu\Omega$$

(ب) مساحت رخ مستطیل شکل برابر است با $(15 \text{ m})(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})$ یا $10^{-3} \text{ m}^2 \times 1.8$. از معادله (۱۳-۲۹) داریم

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(9.68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1.2 \times 10^{-2} \text{ m})}{1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$= 6.5 \times 10^{-7} \Omega = 0.65 \mu\Omega$$

در هر دو مورد فرض می‌کنیم اختلاف پتانسیل طوری به قطعه اعمال می‌شود که سطحهایی که مقاومت بین آنها را اندازه‌گیری می‌کنیم سطحهای هم‌پتانسیل هستند. در آن صورت میدان الکتریکی بین دو



شکل ۸-۲۹ نقطه‌ها اندازه‌گیریهای برگزیده‌ای از مقاومت ویژه مس را در دماهای مختلف نشان می‌دهد. در هر گستره دمایی معین تغییر مقاومت ویژه برحسب T را می‌توان با یک خط راست تقریب زد؛ مثلاً خط رسم‌شده در شکل به خوبی با داده‌های بین حدود 100°C تا 400°C همخوانی دارد.

محدودی از دما، رابطه بین مقاومت ویژه و دما تقریباً خطی است. با استفاده از دو نقطه برای تعیین شیب خط، می‌توانیم برای هر ناحیه‌ای در شکل ۸-۲۹، که مایل باشیم یک خط راست برازش کنیم. با انتخاب نقطه مرجع، مانند نقطه‌ای که در شکل با برچسب T_0 و ρ_0 نشانگذاری شده است، می‌توانیم مقاومت ویژه ρ را برای هر دمای دلخواهی مانند T ، از معادله تجربی خط راست شکل ۸-۲۹، که به صورت زیر است، به دست آوریم:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha_{av} (T - T_0) \quad (۱۶-۲۹)$$

(این عبارت خیلی شبیه معادله مربوط به انبساط گرمایی طول، $\Delta L = \alpha L \Delta T$ ، است که آن را در بخش ۴-۲۱ مشاهده کردیم.) در اینجا شیب خط را به صورت $\rho_0 \alpha_{av}$ نوشته‌ایم. اگر معادله (۱۶-۲۹) را برای α_{av} حل کنیم، خواهیم داشت:

$$\alpha_{av} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} \quad (۱۷-۲۹)$$

کمیت α_{av} عبارت است از میانگین (یا متوسط) ضریب دمایی مقاومت ویژه برای ناحیه‌ای از دماها بین دو نقطه‌ای که برای تعیین شیب خط مورد استفاده قرار گرفته‌اند. می‌توانیم ضریب دمایی مقاومت ویژه را به صورت کلی‌تر زیر بیان کنیم:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (۱۸-۲۹)$$

که تغییر نسبی مقاومت ویژه، یعنی $d\rho/\rho$ را به ازای تغییر دمای dT نشان می‌دهد. یعنی، α بستگی مقاومت ویژه به دما را در دمای

رویه یکنواخت بوده و از آن رو چگالی جریان نیز یکنواخت است. اگر چنین نباشد، معادله (۱۳-۲۹) معتبر نیست.

شباهت بین جریان و شار گرمایی (اختیاری)

شباهت زیادی بین جریان بار الکتریکی که به وسیله اختلاف پتانسیل برقرار شده و شار گرمایی حاصل از اختلاف دما وجود دارد. تیغه نازکی از یک ماده رسانای الکتریکی به ضخامت Δx و مساحت A را در نظر بگیرید. فرض کنید که اختلاف پتانسیل ΔV را بین دو رخ مقابل آن برقرار کرده‌ایم. جریان i از معادله (۱۲-۲۹) $(i = \Delta V/R)$ و (۱۳-۲۹) $(R = \rho L/A)$ به دست می‌آید، یعنی داریم

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{\rho \Delta x / A} = \sigma A \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

که در تساوی آخر از رابطه $\sigma = \rho^{-1}$ استفاده کردیم. در حالت حدی مربوط به تیغه‌ای به ضخامت dx معادله بالا به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{dq}{dt} = -\sigma A \frac{dV}{dx} \quad (۱۴-۲۹)$$

علامت منفی در معادله (۱۴-۲۹) حاکی از آن است که بار مثبت در جهت کاهش V حرکت می‌کند؛ یعنی، dq/dt وقتی مثبت است که dV/dx منفی باشد.

معادله مشابه برای شار گرمایی عبارت است از (نگاه کنید به

بخش ۲-۲۳)

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (۱۵-۲۹)$$

که نشان می‌دهد k ، رسانندگی گرمایی، متناظر با σ است و dT/dx ، گرادیان یا شیب دما، متناظر با dV/dx ، گرادیان یا شیب پتانسیل است. برای فلزات خالص، شباهت معادله‌های (۱۴-۲۹) و (۱۵-۲۹) فراتر از یک تشابه صرفاً ریاضی است. در این فلزها الکترونهای آزاد هم انرژی گرمایی و هم بار الکتریکی را حمل می‌کنند؛ به لحاظ تجربی، رساننده الکتریکی خوب (مانند نقره) رسانای خوب گرمایی نیز هست و رسانندگی الکتریکی σ با رسانندگی گرمایی k ارتباط مستقیم دارد.

تغییر مقاومت ویژه برحسب دما (اختیاری)

شکل ۸-۲۹ خلاصه بعضی از اندازه‌گیریهای تجربی مقاومت ویژه مس را در دماهای مختلف نشان می‌دهد. برای استفاده عملی از این اطلاعات، بهتر است آن را به صورت معادله بیان کنیم. در گستره

معین به دست می‌دهد، در حالی که α_{av} میانگین وابستگی به دما را در محدوده یک بازه معین ارائه می‌دهد. ضریب α معمولاً تابع دماست.

در اغلب منظوره‌های کاربردی، معادله (۱۶-۲۹) نتیجه‌هایی به دست می‌دهد که گستره دقت آنها قابل قبول است. مقدارهای نوعی α_{av} در جدول ۱-۲۹ نشان داده شده‌اند. برای کارهای دقیق‌تر، مانند استفاده از دماسنج، مقاومت پلاتینی برای اندازه‌گیری دما (نگاه کنید به بخش ۳-۲۱) تقریب خطی کافی نیست. در این مورد می‌توان جمله‌هایی از مرتبه $(T - T_0)^2$ یا $(T - T_0)^3$ را به منظور بهبود در دقت محاسبات، به طرف راست معادله (۱۶-۲۹) اضافه کرد. ضریبهای مربوط به این جمله‌های اضافی را باید، شبیه تعیین ضریب α_{av} در معادله (۱۶-۲۹)، به صورت تجربی تعیین کرد.

۵-۲۹ قانون اهم: دیدگاه میکروسکوپی

چنانکه قبلاً گفتیم، قانون اهم یک قانون بنیادی الکترومغناطیس نیست زیرا به ویژگیهای محیط رساننده بستگی دارد. این قانون از لحاظ صوری بسیار ساده است، شگفت اینکه در حالی که بسیاری از مواد به خوبی از آن پیروی می‌کنند، برخی از مواد به هیچ وجه تابع آن نیستند. می‌خواهیم ببینیم آیا می‌توان فهمید چرا فلزات از قانون اهم پیروی می‌کنند، یعنی چرا مقاومت ویژه آنها، ρ ، ثابت است (و مثلاً، به میدان الکتریکی اعمال شده بستگی ندارد).

در فلز، الکترونهای والانس به تک‌تک اتمها وابسته نیستند بلکه آزادند که در داخل شبکه به هر سو حرکت کنند و به آنها الکترونهای رسانش می‌گوییم. در فلز مس به ازای هر اتم یک الکترون از این نوع وجود دارد و ۲۸ الکترون باقی‌مانده پیوندشان را با هسته مس حفظ می‌کنند تا هسته‌های یونی را به وجود آورند.

نظریه رسانندگی الکتریکی در فلزها اغلب براساس مدل الکترون آزاد است، که در آن (در تقریب نخست) فرض می‌شود که الکترونهای رسانش می‌توانند آزادانه در سرتاسر ماده رسانا حرکت کنند، کم‌وبیش مانند حرکت مولکولهای گاز موجود در یک ظرف. در واقع، مجموعه الکترونهای رسانش را گاهی اوقات گاز الکترونی می‌نامیم. گرچه، بعدها خواهیم دید که نمی‌توان تأثیر هسته‌های یونی بر این "گاز" را نادیده گرفت.

توزیع سرعت کلاسیک ماکسولی (بخش ۴-۲۲ را ببینید) گاز الکترونی نشان می‌دهد که الکترونهای رسانش دارای توزیع سرعت بسیار گسترده‌ای از صفر تا بینهایت هستند که مقدار میانگین کاملاً

مشخصی دارد. با این همه، در بررسی حرکت الکترونها نمی‌توان مکانیک کوانتومی را، که دیدگاهی بسیار متفاوت دارد، نادیده گرفت. در توزیع کوانتومی (بخش ۴-۴۹ را ببینید) الکترونهایی که در رسانش الکتریکی سهیم‌اند در بازه بسیار باریکی از انرژی جنبشی و در نتیجه بازه باریکی از سرعتها متمرکز شده‌اند. به همین دلیل، با تقریب بسیار خوبی می‌توان فرض کرد که الکترونها با سرعت متوسط یکنواختی حرکت می‌کنند. برای مس، این سرعت در حدود $v_{av} = 1.6 \times 10^6$ m/s است. به علاوه در حالی که سرعت میانگین ماکسولی به شدت تابع دماست، سرعت مؤثری که از توزیع کوانتومی حاصل می‌شود تقریباً مستقل از دماست.

در نبود میدان الکتریکی، الکترونها باز هم مانند مولکولهای گاز موجود در یک ظرف، به صورت کاتوره‌ای حرکت می‌کنند. گاهی یک الکترون با یک هسته یونی در شبکه برخورد می‌کند، و در این فرایند متحمل یک تغییر ناگهانی در جهت حرکتش می‌شود. درست مانند مورد مربوط به برخورد مولکولهای گاز، می‌توان مسافت آزاد میانگین λ و زمان آزاد میانگین τ را به میانگین مسافت و زمان بین برخوردها نسبت داد. (برخورد الکترونها با یکدیگر پدیده‌ای بسیار نادرست است و تأثیری در خواص الکتریکی رسانا ندارد.)

در بلور فلزی کامل (که هیچ نقص و ناخالصی ندارد) در دمای صفر مطلق، بنابراین پیش‌بینیهای فیزیک کوانتومی، برخوردهای الکترون-شبهه صورت نمی‌گیرد، یعنی برای بلورهای کامل وقتی $T \rightarrow 0$ K داریم $\lambda \rightarrow \infty$. در بلورهای واقعی برخوردها به دلایلی زیر صورت می‌گیرد (۱) هسته‌های یونی در هر دمایی مانند T حول وضعیت تعادلشان به صورت کاتوره‌ای نوسان می‌کنند؛ (۲) ممکن است ناخالصیها، یعنی اتمهای خارجی، وجود داشته باشند؛ و (۳) بلور می‌تواند شامل ناکاملیهای شبکه، مانند اتمهای گمشده یا اتمهای جابه‌جا شده، باشد. در نتیجه مقاومت ویژه فلز را می‌توان به صورتهای زیر افزایش داد (۱) بالابردن دمای آن، (۲) افزودن اندکی ناخالصی به آن، و (۳) قرار دادن آن تحت کشش شدید، مثلاً با کشیدن آن از حدیده، برای افزایش تعداد ناکاملیهای شبکه.

وقتی که میدان الکتریکی به فلز اعمال می‌کنیم، الکترونها حرکت کاتوره‌ای خود را تصحیح و به آرامی در جهت عکس میدان الکتریکی، با سرعت سوق میانگین v_d حرکت می‌کنند. این سرعت سوق (با ضریبی در حدود 10^{10} ؛ نگاه کنید به مسئله نمونه ۳-۲۹) از سرعت میانگین مؤثر v_{av} کوچکتر است. شکل ۹-۲۹ رابطه بین این دو سرعت را نشان می‌دهد. خطهای پُر، مسیرهای کاتوره‌ای ممکن برای الکترون

بین برخورد هاست. این تغییر سرعت همان سرعت سوق v_d است، یا*

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m} \quad (۱۹-۲۹)$$

سرعت سوق v_d را می‌توان برحسب چگالی جریان (معادله ۶-۲۹) نیز بیان کرد، که در این مورد داریم

$$v_d = \frac{j}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$$

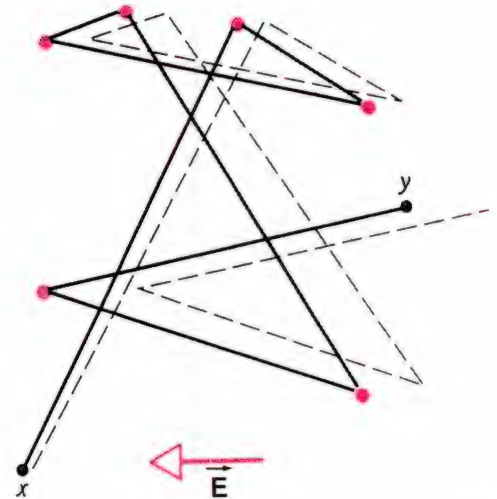
از ترکیب این معادله با معادله (۱۰-۲۹) ($\rho = E/j$) سرانجام می‌رسیم به

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad (۲۰-۲۹)$$

توجه کنید که در این معادله m ، n و e مقادیر ثابت‌اند. به این ترتیب معادله (۲۰-۲۹) را می‌توان به این حکم که فلزها از قانون اهم پیروی می‌کنند تلقی کرد، اگر بتوانیم نشان دهیم که τ ثابت است. به‌ویژه، باید نشان دهیم که زمان τ به میدان الکتریکی اعمال‌شده E بستگی ندارد. در این حالت ρ تابع میدان الکتریکی E نیست، که این عدم وابستگی، معیاری است از اینکه یک ماده از قانون اهم پیروی می‌کند. کمیت τ تابع توزیع سرعت الکترونها رسانش است. دیدیم که این توزیع سرعت فقط اندکی از میدانهای الکتریکی نسبتاً شدید تأثیر می‌پذیرد، زیرا v_{av} از مرتبه 10^6 m/s است، و v_d (نگاه کنید به مسئله نمونه ۳-۲۹) از مرتبه 10^{-4} m/s است، نسبت این سرعتها به یکدیگر 10^{10} است. مقدار τ (مثلاً برای فلز مس در دمای 20°C) در نبود میدان الکتریکی هر چه باشد، پس از اعمال میدان اصولاً تغییر

* شاید وسوسه‌انگیز باشد که معادله (۱۹-۲۹) را به صورت $v_d = \frac{1}{2}a\tau$ بنویسیم و چنین استدلال کنیم که سرعت $a\tau$ سرعت نهایی الکترون است، و در نتیجه سرعت میانگین نصف آن مقدار می‌شود. این ضریب اضافی $\frac{1}{2}$ درست بود اگر یک الکترون نوعی را تعقیب می‌کردیم و سرعت سوق را، میانگین تغییر سرعت آن، در میانگین زمان بین دو برخورد، τ ، در نظر می‌گرفتیم. ولی، سرعت سوق با چگالی جریان j متناسب است و باید با توجه به میانگین سرعت تمام الکترونها در یک لحظه از زمان محاسبه شود. برای هر الکترون، تغییر سرعت در هر لحظه مانند t برابر at است، که در اینجا t زمانی است که الکترون پس از آخرین برخورد سپری کرده است. چون شتاب a برای تمام الکترونها یکسان است، میانگین مقدار at در یک زمان معین برابر $a\tau$ است، که در آن τ میانگین زمان سپری‌شده از آخرین برخورد است، که برابر همان میانگین زمان برخورد هاست. برای بحث بیشتر درباره این موضوع می‌توان به مراجع زیر رجوع کرد:

1. *Electricity and Magnetism*, 2nd ed., by Edward purcell (McGraw-Hill, 1985), Section 4.4.
2. Drift Speed and Collision Time, by Donald E. Tilley, *American Journal of Physics*, June 1976, p. 597.



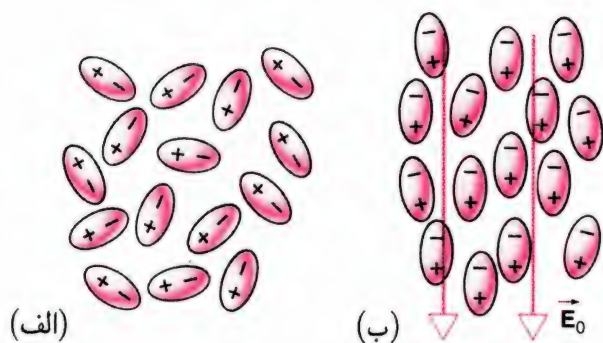
شکل ۹-۲۹ باره خطهای پُر نشان می‌دهند که یک الکترون در حرکت از x به y در مسیرش شش برخورد انجام می‌دهد. خط‌چینها نشان می‌دهند که اگر میدان الکتریکی \vec{E} اعمال شود، مسیر احتمالی چگونه خواهد شد. به رانده شدن تدریجی و مداوم در جهت $-\vec{E}$ توجه کنید. (در واقع، خط‌چینها باید تا حدودی خمیده باشند تا مسیر سهموی را که الکترونها بین برخوردها می‌پیمایند نشان دهند).

را در نبود میدان خارجی نشان می‌دهد؛ این الکترون برای رفتن از x به y شش برخورد انجام می‌دهد. خط‌چینها نشان می‌دهند که وقتی میدان الکتریکی \vec{E} اعمال می‌شود، همین رویداد چگونه ممکن است رخ دهد. توجه داشته باشید که الکترون به‌طور مداوم به سمت راست سوق داده می‌شود، تا مسیر آن به جای y در y' خاتمه یابد. در آماده‌سازی شکل ۹-۲۹، فرض کرده‌ایم که سرعت سوق v_d برابر $v_{av} = 0.2^\circ$ باشد؛ در واقع، این سرعت در حدود $v_{av} = 10^{-10}$ است. به‌طوری که "رانده‌شدن" یا "سوق یافتن" در این شکل بسیار اغراق‌آمیز نمایش یافته است.

می‌توانیم سرعت سوق v_d را برحسب میدان اعمال‌شده E و سرعت v_{av} و λ محاسبه کنیم. وقتی به الکترونی در فلز میدانی اعمال می‌شود، به آن نیروی eE وارد می‌کند، که این نیرو بنابر قانون دوم نیوتون در الکترون شتاب a ایجاد می‌کند.

$$a = \frac{eE}{m}$$

الکترونی را که با یک هسته یونی برخورد کرده است در نظر بگیرید. در حالت کلی، برخورد، تمایل به رانده‌شدن را موقتاً از بین می‌برد و الکترون پس از برخورد، جهتی واقعاً کاتوره‌ای پیدا می‌کند. در خلال بازه زمانی تا برخورد بعدی، سرعت الکترون به‌طور متوسط به اندازه $a(\lambda/v_{av})$ یا $a\tau$ تغییر می‌کند، که در اینجا τ میانگین زمان



شکل ۱۰-۲۹ (الف) مجموعه‌ای از دوقطبیها با آرایشی کاتوره‌ای. (ب) یک میدان الکتریکی خارجی دوقطبیها را هم‌راستا کرده است.

ماده عایق اعمال می‌کنیم چه اتفاقی می‌افتد. یعنی، آزمایش شکل ۱۰-۲۹ را با جایگزین کردن ماده رسانا با یک ماده عایق تکرار می‌کنیم. در جسم عایق، بارهای الکتریکی نمی‌توانند آزادانه حرکت کنند. وقتی که جسم عایق در میدان الکتریکی قرار می‌گیرد هیچ جریانی حاصل نمی‌شود. الکترون‌ها خیلی محکم به اتم‌ها و مولکول‌های خود بسته شده‌اند. میدان الکتریکی، در عوض حرکت دادن بارهای الکتریکی در داخل ماده، تنها کاری که می‌تواند در ماده عایق انجام دهد اندک بازآرایی بارهای الکتریکی در داخل اتم‌هاست. با این همه، این تأثیر کوچک می‌تواند تأثیری بسیار جدی در میدان الکتریکی در داخل عایق داشته باشد.

این مطلب را با بررسی یک ماده عایق مانند آب خالص آغاز می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۰ نشان داده‌ایم، مولکول آب، دارای گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی است. وقتی مولکول آب، با گشتاور دوقطبی الکتریکی‌اش، در میدان الکتریکی قرار می‌گیرد، همانند آنچه در شکل ۲۶-۱۹ نشان داده‌ایم، میدان، گشتاور نیرویی به دوقطبی وارد می‌آورد که تلاش می‌کند آن را با میدان هم‌خط کند. در شکل ۱۰-۲۹ مجموعه‌ای از دوقطبیها را نشان داده‌ایم که به وسیله میدان خارجی چرخانده شده‌اند تا هم‌راستا شوند.

از نظر ناظر خارجی، مجموعه دوقطبیهای شکل ۱۰-۲۹ (ب)، چنین به نظر می‌آیند که گویی بارهای منفی در سطح بالایی و بارهای مثبت در سطح پایینی مستقر شده‌اند. از این نظر جسم عایق شبیه رسانای شکل ۱۰-۲۹ است، ولی توضیح این رفتار بسیار متفاوت است — در داخل ماده عایق الکترون‌ها هیچ‌گونه حرکتی ندارند. در داخل ماده عایق، میدان الکتریکی خارجی سبب می‌شود که بارهای الکتریکی فقط در مسافتهایی که کمتر از قطر اتمی هستند، حرکت کنند.

شکل ۱۱-۲۹ (الف)، تیغه‌ای از ماده عایق را نشان می‌دهد که

نمی‌کند. به این ترتیب طرف راست معادله (۲۹-۲۰) مستقل از E است (که به معنی استقلال ρ از E است)، و این ماده از قانون اهم پیروی می‌کند.

مسئله نمونه ۲۹-۶ (الف) زمان آزاد میانگین، بین برخوردهای الکترونهای رسانس مس، τ ، چقدر است؟ (ب) مسافت آزاد میانگین λ ، بین این برخوردها چقدر است؟ فرض کنید که سرعت میانگین مؤثر، v_{av} ، برابر با 1.6×10^6 m/s است. حل. (الف) از معادله (۲۹-۲۰) داریم

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho} = \frac{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{(8.49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2 (1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} = 2.48 \times 10^{-14} \text{ s}$$

در انجام این محاسبه، مقدار m ، یعنی تعداد الکترونهای رسانس در واحد حجم برای فلز مس را از مسئله نمونه ۲۹-۳ گرفتیم و مقدار مربوط به ρ را از جدول ۱۰-۲۹.

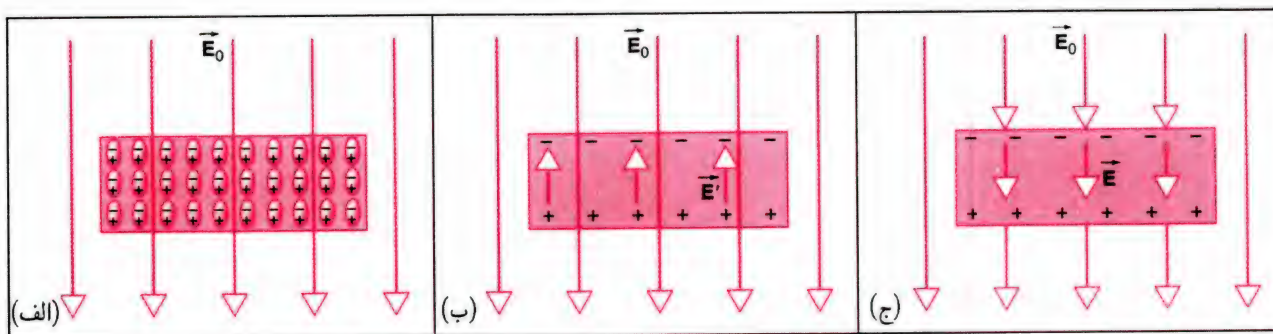
(ب) مسافت آزاد میانگین را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\lambda = \tau v_{av} = (2.48 \times 10^{-14} \text{ s})(1.6 \times 10^6 \text{ m/s}) = 4.0 \times 10^{-8} \text{ m} = 4.0 \text{ nm}$$

این مسافت در حدود ۱۵۰ برابر فاصله بین نزدیکترین همسایه‌های یونی در شبکه مس است. بررسی کامل بر مبنای فیزیک کوانتومی نشان می‌دهد که نمی‌توان «برخورد» را برهم‌کنش مستقیم الکترون و یون در نظر گرفت. بلکه باید آن را به صورت برهم‌کنش الکترون و ارتعاشهای گرمایی شبکه، ناکاملیهای شبکه، اتمهای ناخالصی شبکه در نظر گرفت. الکترون می‌تواند آزادانه شبکه «ایده‌آل» را یعنی شبکه‌ای که به لحاظ هندسی «کامل و بی‌نقص» است در دماهای نزدیک به صفر مطلق ببیند. در این شرایط مسافت آزاد میانگین، تا حد ۱ cm مشاهده شده است.

۲۹-۶ جسم عایق در میدان الکتریکی

تا به اینجا فقط درباره رفتار مواد رسانا در میدانهای الکتریکی گفتگو کردیم. اکنون می‌خواهیم ببینیم که وقتی میدان الکتریکی خارجی را به



شکل ۱۱-۲۹ (الف) وقتی جسم عایق در میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرد، دو قطبها هم‌راستا می‌شوند. (ب) بارهای القاشده سطحی روی جسم عایق میدان قطبش \vec{E}' را در داخل آن ایجاد می‌کنند. (ج) میدان برابند \vec{E} در داخل جسم عایق برابر است با حاصل جمع برداری \vec{E}_0 و \vec{E}' .

آنها بیشتر می‌شود، و از آن رو میدان قطبش قوی‌تر می‌شود. برای تعداد بسیار زیادی از مواد، که آنها را مواد خطی می‌خوانیم، میدان قطبش با نسبت مستقیم با میدان اعمال شده افزایش می‌یابد: $E' \propto E_0$. با استفاده از معادله (۲۹-۲۲)، می‌توانیم این تناسب را به صورت $E \propto E_0$ نیز بنویسیم، و با معرفی ضریب تناسب، داریم

$$E = \frac{1}{\kappa_e} E_0 \quad (29-23)$$

که در این معادله ثابت بدون بعد κ_e را ثابت دی‌الکتریکی ماده می‌خوانیم. ثابت دی‌الکتریکی از یک بزرگتر است، و در نتیجه میدان برابند E در داخل ماده عایق کوچکتر از میدان اعمال شده است. ثابت دی‌الکتریکی مانند رسانندگی یا مقاومت ویژه، ویژگی نوع ماده (و دمای آن) است، و از اندازه و شکل خاص جسمی که از آن ماده ساخته شده مستقل است.

مواد عایق را با نام مواد دی‌الکتریک نیز می‌شناسیم و این دو نام را به صورت جایگزین یکدیگر، به طور متناوب به کار می‌بریم. جدول ۲۹-۲ به مقدارهای مربوط به ثابت دی‌الکتریک مواد گوناگون را در دمای اتاق ارائه می‌دهد. موادی که ثابت دی‌الکتریک آنها بزرگ است، میدانهای قطبش شدیدی بروز می‌دهند. و در نتیجه میدانهای داخلی آنها به طور قابل ملاحظه‌ای از میدانهای اعمال شده کوچکتر است.

اگر میدان الکتریکی به قدر کافی قوی به یک ماده عایق‌کننده اعمال کنیم، می‌توانیم آنها را مولکولهای ماده عایق‌کننده را یونیده کنیم و از آن رو شرایطی را به وجود آوریم که بار الکتریکی، مانند رسانا، در آن ماده جریان یابد. میدانهای مورد نیاز برای فرو ریزش الکتریکی مربوط به مواد عایقی گوناگون، که به آن مقاومت دی‌الکتریکی می‌گوییم، در جدول ۲۹-۲ داده شده است.

در میدان الکتریکی خارجی \vec{E}_0 قرار گرفته است. به علت چرخش گشتاورهای دوقطبی، در ظاهر یک برگه از بارهای مثبت روی سطح پایینی جسم عایق و یک برگه از بارهای منفی روی سطح بالایی قرار می‌گیرد. این دو برگه از بارهای القاشده سطحی، در داخل ماده عایق میدان الکتریکی \vec{E}' را به وجود می‌آورند که با میدان اعمال شده اولیه مخالفت می‌کند. این موضوع در شکل ۱۱-۲۹ (ب) نشان داده شده است. اثر هم‌راستایی دوقطبیها در داخل جسم عایق قطبش خوانده می‌شود، و میدان \vec{E}' را میدان قطبش می‌نامیم.

میدان برابند \vec{E} در داخل ماده عایق برابر است با حاصل جمع برداری میدان اعمال شده \vec{E}_0 و میدان قطبش \vec{E}' :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad (29-21)$$

چون \vec{E}_0 و \vec{E}' در خلاف جهت یکدیگرند، می‌توانیم حاصل جمع برداری را به صورت تفاضل عددی بنویسیم:

$$E = E_0 - E' \quad (29-22)$$

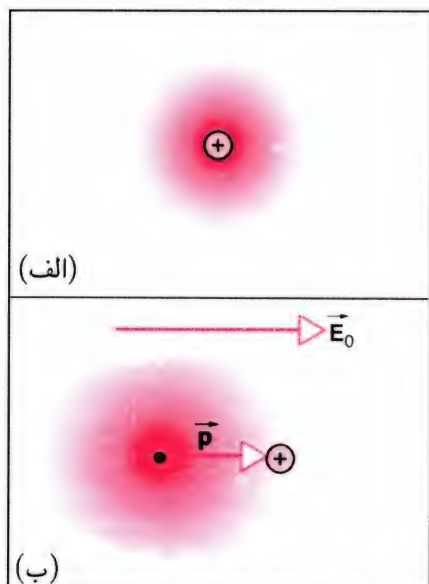
در شکل ۱۱-۲۹ (ج) میدان برابند را در داخل ماده عایق نشان داده‌ایم، که این میدان کمتر از میدان اعمال شده است. هرگاه جسم عایقی در میدان الکتریکی قرار گیرد، به نظر می‌رسد که بارهای القاشده سطحی، تمایل به کاهش شدت میدان اصلی در داخل جسم دارند.

چنانچه میدان اعمال شده \vec{E}_0 را افزایش دهیم، میدان قطبش در حالت کلی افزایش می‌یابد. دوقطبیهای موجود در جسم عایق دارای حرکت کاتوره‌ای گرمایی هستند، که در جهت تخریب هم‌راستایی آنها عمل می‌کند. هر چه میدان اعمال شده اصلی قوی‌تر باشد، گشتاور نیروی وارد بر دوقطبیها شدیدتر است، و در نتیجه میزان هم‌راستایی

جدول ۲۹-۲ برخی از خواص دی الکتریکها*

نام ماده	κ_e	ثابت دی الکتریکی مقاومت دی الکتریکی (kV/mm)
خلأ	۱ (دقیق)	∞
هوا (فشار یک اتمسفر)	۱٫۰۰۰۵۹	۳
پلی استیرین	۲٫۶	۲۴
کاغذ	۳٫۵	۱۶
روغن ترانسفورماتور (مبدل)	۴٫۵	۱۲
پیرکس	۴٫۷	۱۴
میکا	۵٫۴	۱۶۰
چینی (پرسلین)	۶٫۵	۴
سیلیسیم	۱۲	
آب (25°C)	۷۸٫۵	
آب (20°C)	۸۰٫۴	
سرامیک تیتانیا	۱۳۰	
تیتانات استرانیم	۳۱۰	۸

* در دمای اتاق اندازه گیری شده است.



شکل ۲۹-۱۲ (الف) اتم را با هسته با بار مثبت و ابر پراکنده با بار منفی الکترونش نشان داده ایم. مراکز بارهای مثبت و منفی برهم منطبق اند. (ب) وقتی اتم در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می گیرد، به بارهای مثبت و منفی نیروهایی در جهتهای مخالف وارد می شود، و دیگر مراکز بارهای مثبت و منفی برهم منطبق نمی شوند. اتم یک گشتاور دوقطبی القایی کسب می کند.

دوقطبی القایی اغلب عامل ربایش یک جسم عایق بدون بار توسط جسم باردار است، مانند ربایش تکه های کوچک کاغذ توسط شانه باردار در شکل ۲۵-۵.

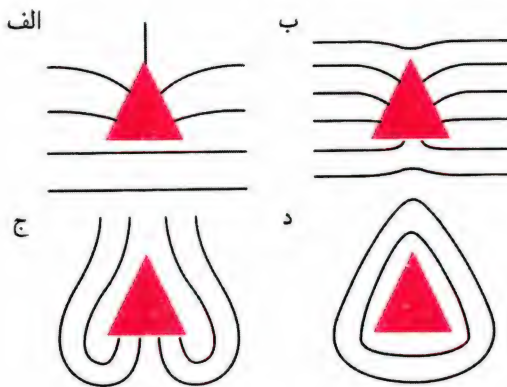
چون تمام عبارتها و معادله های مربوط به میدانهای الکتریکی در فضای تهی ناشی از توزیع بارهای گوناگون شامل یک مضرب $1/\epsilon_0$ است، معادله (۲۹-۲۳) پیشنهاد می کند که معادله های مربوط به میدانهای الکتریکی در ماده باید شامل مضرب $1/\kappa_e \epsilon_0$ باشد. چون این عامل و مضرب مرتب و مکرر رخ می دهد، آن را با نماد ϵ نمایش می دهیم

$$\epsilon = \kappa_e \epsilon_0 \quad (29-24)$$

ϵ را گذردهی ماده می خوانیم (به خاطر بیاورید که ثابت الکتریکی ϵ_0 را گذردهی فضای آزاد نیز می نامیم). اغلب می توانیم معادله های مربوط به میدانهای الکتریکی در فضای تهی را با جایگزین کردن ϵ_0 با ϵ در آنها در مورد میدانهای الکتریکی در ماده به کار ببریم.

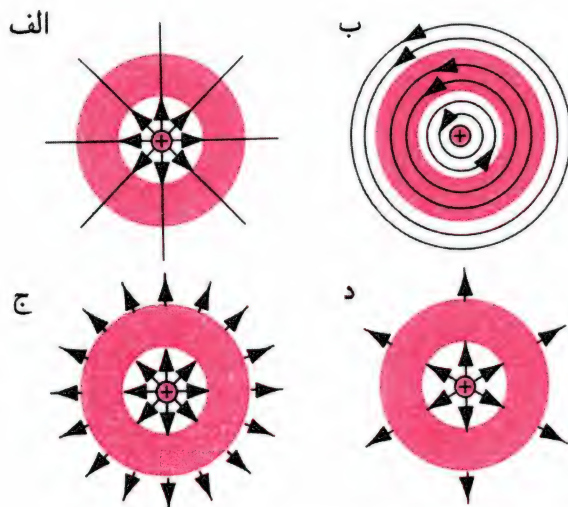
مسئله نمونه ۲۹-۷ دو صفحه دایره ای رسانا با شعاع ۴٫۲ cm در فاصله ۶٫۵ cm از یکدیگر قرار گرفته و حامل چگالی بار یکنواخت توزیع شده $2 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$ هستند. یک صفحه دارای بار مثبت

آب نمونه ای از ماده دی الکتریک قطبی است، زیرا مولکولهای آن دارای گشتاورهای دوقطبی الکتریکی دائمی هستند. آثاری مانند آنچه در این بخش توصیف شد در مواد دی الکتریکی غیرقطبی، که مولکولهای آنها دارای گشتاور دوقطبی دائمی نیستند، نیز رخ می دهد. در شکل ۲۹-۱۲ اثر میدان الکتریکی را روی اتم نشان داده ایم. اتم را می توان به صورت ابر متقارن کروی از بار منفی در نظر گرفت (الکترونها) که یک هسته با بار مثبت را در میان گرفته اند. وقتی که میدانی وجود نداشته باشد مراکز مربوط به توزیع بارهای مثبت و منفی روی هم قرار می گیرند و اتم دارای هیچ گونه گشتاور دوقطبی نیست. میدان الکتریکی سبب جدایی بین بارها می شود، زیرا الکترونها تحت تأثیر نیرویی در یک جهت قرار می گیرند و به هسته نیرویی در جهت مخالف آن وارد می شود. اتم به دلیل عملکرد میدان الکتریکی یک گشتاور دوقطبی القایی به دست می آورد. وقتی میدان الکتریکی برداشته شود گشتاور دوقطبی القایی ناپدید می شود. اندازه این گشتاور دوقطبی با میدان اعمال شده متناسب است و وقتی تأثیر تمام دوقطبیهای القایی موجود در ماده را در نظر بگیریم، باز هم به میدان قطبش E' می رسمیم که با میدان اعمال شده، با شدت میدان معمولی، متناسب است. گشتاور



شکل ۲۹-۱۳ پرسش چندگزینه‌ای ۱.

۲. یک بار نقطه‌ای را داخل یک پوستهٔ رسانای کروی بدون بار قرار داده‌ایم. کدام تصویر در شکل ۲۹-۱۴ به بهترین وجه خط‌های میدان الکتریکی را نشان می‌دهد؟



شکل ۲۹-۱۴ پرسش چندگزینه‌ای ۲.

۳. یک بار نقطه‌ای را داخل یک پوستهٔ رسانای کروی بدون بار قرار داده‌ایم. کدام تصویر در شکل ۲۹-۱۵ به بهترین وجه خط‌های میدان الکتریکی را نشان می‌دهد؟

۲۹-۳ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط دینامیکی

۴. هم جریان و هم چگالی جریان دارای جهت‌هایی وابسته به خود هستند. آیا آنها بردارند؟

(الف) فقط جریان بردار است.

(ب) فقط چگالی جریان بردار است.

(ج) هم جریان و هم چگالی جریان بردارند.

(د) نه جریان و نه چگالی جریان هیچ‌کدام بردار نیستند.

و بار دیگری منفی است. فضای بین این دو صفحه با یک قرص از شیشهٔ پیرکس پر شده است، که ثابت دی‌الکتریک آن (جدول ۲۹-۲ را ببینید) ۴٫۷ است. (الف) میدان الکتریکی را در داخل شیشه معین کنید. (ب) چگالی بار القایی روی دو سطح قرص شیشه‌ای را معین کنید. برای حل این مسئله مکان‌هایی در نزدیکی مرکز قرصها در نظر بگیرید، که در آنجا میدانها یکنواخت هستند.

حل. (الف) در نبود مادهٔ دی‌الکتریک، میدان الکتریکی ناشی از هر یک از دو صفحهٔ دایره‌ای برابر $\sigma/2\epsilon_0$ است، که با معادلهٔ (۲۶-۲۰) مشخص شده است. میدانهای ناشی از دو صفحه در یک جهت قرار دارند، و در نتیجه با هم جمع می‌شوند تا میدان برابند حاصل شود

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{2,88 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 3,25 \times 10^4 \text{ N/C}$$

وقتی مادهٔ دی‌الکتریک وجود داشته باشد، میدان برابند چنین است:

$$E = \frac{E_0}{\kappa_e} = \frac{3,25 \times 10^4 \text{ N/C}}{4,7} = 6,9 \times 10^3 \text{ N/C}$$

(ب) میدان قطبش ناشی از بار القایی سطحی چنین است:

$$E' = E_0 - E = 3,25 \times 10^4 \text{ N/C} - 6,9 \times 10^3 \text{ N/C} = 2,56 \times 10^4 \text{ N/C}$$

دو برگهٔ بارهای القاشده میدان الکتریکی E' را ایجاد می‌کنند درست به همان ترتیبی که دو برگهٔ بارهای آزاد میدان E_0 را به وجود می‌آورند. با استفاده از معادلهٔ $E' = \sigma_{\text{ind}}/\epsilon_0$ ، داریم

$$\sigma_{\text{ind}} = \epsilon_0 E' = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(2,56 \times 10^4 \text{ N/C}) = 2,27 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

چندگزینه‌ای

۲۹-۱ انواع ماده

۲۹-۲ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط استاتیکی

۱. یک رسانای مثلی شکل را در یک میدان در اصل یکنواخت قرار

داده‌ایم. (الف) کدام تصویر در شکل ۲۹-۱۳ به بهترین وجه خط‌های

میدان الکتریکی استاتیکی را در نزدیکی رسانا نشان می‌دهد؟ (ب)

کدام تصویر در شکل ۲۹-۱۳ به بهترین وجه خط‌های هم‌پتانسیل

استاتیکی را در نزدیکی رسانا نشان می‌دهد؟

(ب) به سمت انتهایی که در پتانسیل پایین تر قرار دارد.
(ج) نه (الف) و نه (ب)، زیرا سطح رسانا یک سطح هم‌پتانسیل است.

۲۹-۴ مواد اهمی

۷. از دو رشته سیم A و B با شکلهای یکسان، جریان یکسانی می‌گذرد. سیمها از مواد متفاوتی ساخته شده‌اند که چگالی الکترون آنها متفاوت است و می‌دانیم که $n_A > n_B$ است.

(۱) کدام رشته سیم بیشترین چگالی جریان را خواهد داشت؟
(الف) A (ب) B (ج) چگالی جریان در هر دو سیم یکسان است.

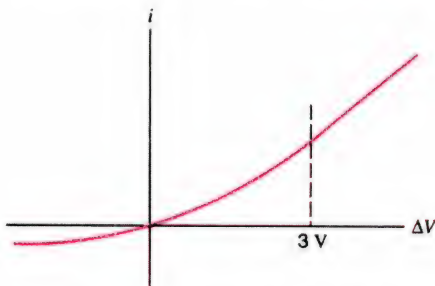
(۲) الکترونهای کدام رشته سیم سرعت سوق بیشتری خواهد داشت؟

(الف) A (ب) B (ج) سرعت سوق الکترونها در هر دو سیم یکسان است.

(۳) کدام رشته سیم دارای میدان الکتریکی E ، بزرگتری در داخل خود است؟

(الف) A (ب) B (ج) هر دو سیم یکسان‌اند.

۸. ارتباط بین جریان و ولتاژ برای یک ماده مشخص در شکل ۲۹-۱۷ نشان داده شده است. این ماده در کدام یک از حالت‌های زیر اهمی است؟
(الف) برای تمام ΔV ها. (ب) برای ΔV بین 0° و 37° .
(ج) برای ΔV های بیشتر از 37° . (د) در هیچ یک از ΔV ها.



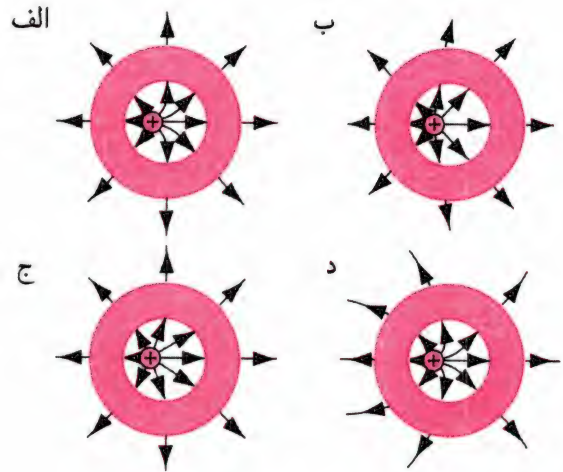
شکل ۲۹-۱۷ پرسش چندگزینه‌ای ۵.

۹. مقاومت R ماده اهمی چگونه به اندازه میدان الکتریکی اعمال شده بستگی دارد؟

(الف) $R \propto E$ (ب) مقداری ثابت $ER =$

(ج) مقداری ثابت $E + R =$ (د) R مستقل از E است.

۱۰. جریان پایای i_{in} در سیمی جاری می‌شود که به مقاومتی وارد می‌شود. جریان پایای i_{out} در سیمی جاری می‌شود که از سر دیگر مقاومت خارج می‌شود.



شکل ۲۹-۱۵ پرسش چندگزینه‌ای ۳.

۵. جریان ثابتی در یک رسانای مخروطی شکل، مطابق شکل ۲۹-۱۶، جاری می‌شود. رویه‌های انتهایی S_1 و S_2 دو سطح هم‌پتانسیل متفاوت‌اند.

(۱) از کدام صفحه بیشترین جریان می‌گذرد؟

(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) از همه صفحات یک مقدار جریان می‌گذرد.

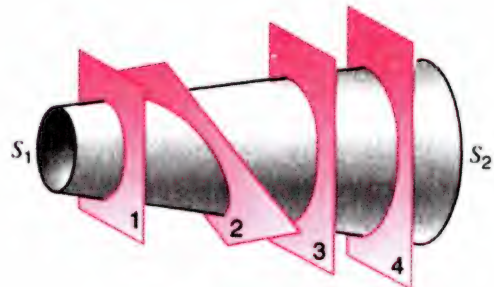
(۲) بیشترین شار الکتریکی از کدام صفحه می‌گذرد؟

(الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) از همه صفحات شار الکتریکی یکسانی می‌گذرد.

(۳) اندازه میدان الکتریکی E در امتداد محور مرکزی شکل در

حرکت از رویه S_1 به رویه S_2 چگونه تغییر می‌کند؟

(الف) E ثابت است. (ب) E افزایش می‌یابد. (ج) E کاهش می‌یابد.



شکل ۲۹-۱۶ پرسش چندگزینه‌ای ۸.

۶. جریانی از یک رسانای استوانه‌ای طویل می‌گذرد. جریان در چه جهتی جاری می‌شود؟
(الف) به سمت انتهایی که در پتانسیل بالاتر قرار دارد.

(۲) کدام تصویر در شکل ۱۸-۲۹ خطهای هم‌پتانسیل استاتیکی را به بهترین وجه در نزدیکی و داخل جسم عایق نشان می‌دهد؟

پرسشها

۱. کمیت‌های فیزیکی دیگری را نام ببرید که مانند جریان نرده‌ای هستند و سمت‌وسویی دارند که در نمودار توسط پیکان نشان داده می‌شود.
۲. در قرارداد مربوط به پیکانهای جهت جریان (الف) آیا راحت‌تر، یا حتی ممکن، نبود که فرض کنیم تمام حامل‌های بار، منفی هستند؟ (ب) آیا راحت‌تر نبود، یا حتی امکان نداشت که الکترون را مثبت در نظر بگیریم، پروتون را منفی و مانند آن؟

۳. چه دلیل تجربی دارید که نشان دهد بارهای الکتریکی موجود در جریان الکتریسته و در الکتروستاتیک دقیقاً یکسان‌اند؟

۴. به زبان ساده توضیح دهید که چرا در این فصل می‌توانیم در داخل رسانا $\vec{E} \neq 0$ داشته باشیم. در حالی که در بخش ۶-۲۷ پذیرفتیم که در داخل رسانا $\vec{E} = 0$ است.

۵. جریانی از یک گوشه یک ورقه مربع شکل مسی وارد و از گوشه مقابل آن خارج می‌شود. در نقطه‌های مختلف مربع پیکانهایی رسم کنید که نمایشگر مقدار نسبی چگالی جریان \vec{j} باشد. در اینجا حدسه‌های شهودی مورد نظر است و نه تجزیه و تحلیل مفصل ریاضی.

۶. آیا در نسبت دادن شماره به سیم‌های لوازم خانگی، منطقی وجود دارد؟ تمرین ۶ را ببینید. اگر منطقی وجود ندارد، پس چرا این سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

۷. اختلاف پتانسیل ΔV به دو سر یک سیم مسی به طول L و قطر d اعمال شده است. اگر (الف) اختلاف پتانسیل ΔV را دو برابر کنیم، (ب) طول L سیم را دو برابر کنیم، و (ج) قطر d سیم را دو برابر کنیم، سرعت سوق الکترون در این سیم چه تغییری خواهد کرد؟

۸. چرا نمی‌توان سرعت سوق الکترون‌ها را با تعیین زمان حرکت آنها در طول یک رسانا اندازه‌گیری کرد؟

۹. به طور خلاصه بعضی از طرح‌های ممکن برای مقاومتهای متغیر را شرح دهید.

۱۰. یک استوانه مدور کربنی را مطابق شکل ۱۹-۲۹، بین دو الکتروستاتیک مدور مسی قرار می‌دهیم و محکم می‌کنیم. اختلاف پتانسیل ΔV را به دو سر قطعه کربنی اعمال کرده‌ایم. درباره مشکل محاسبه مقاومت استوانه کربنی با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ بحث کنید.

(۱) جریانه‌های i_{in} و i_{out} با هم چه نسبتی دارند؟

(الف) $i_{in} > i_{out}$ (ب) $i_{in} < i_{out}$ (ج) (همیشه) $i_{in} = i_{out}$

(د) فقط اگر $R = 0$ باشد $i_{in} = i_{out}$

(۲) درباره پتانسیل V_{in} ، پتانسیل در آن سر سیم که جریان وارد

می‌شود و پتانسیل V_{out} ، پتانسیل در آن سری که جریان خارج می‌شود چه می‌توان گفت؟

(الف) $V_{in} > V_{out}$ (ب) $V_{in} < V_{out}$

(ج) (همیشه) $V_{in} = V_{out}$ (د) در این باره نمی‌توان اظهارنظری کرد مگر اطلاعات بیشتری در دست باشد.

۵-۲۹ قانون اهم: دیدگاه میکروسکوپی

۱۱. سرعت سوق الکترون‌ها وقتی که در داخل یک مقاومت حرکت می‌کنند چگونه تغییر می‌کند؟

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

۱۲. مقاومت ویژه اغلب رساناها با افزایش دما افزایش می‌یابد. یک دلیل ظاهراً موجه آن است که، در رسانا،

(الف) چگالی الکترون با دما تغییر می‌کند.

(ب) بار روی هر الکترون با دما تغییر می‌کند.

(ج) زمان بین برخورد با دما تغییر می‌کند.

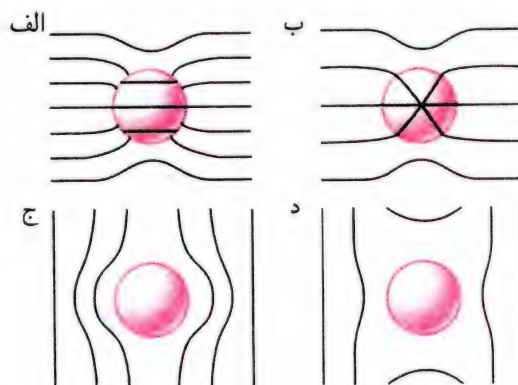
(د) جرم الکترون با دما تغییر می‌کند.

۶-۲۹ جسم عایق در میدان الکتریکی

۱۳. یک جسم عایق کروی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار می‌دهیم.

(۱) کدام تصویر در شکل ۱۸-۲۹ خطهای میدان الکتریکی

استاتیکی را به بهترین وجه در نزدیکی و داخل جسم عایق نشان می‌دهد؟



شکل ۱۸-۲۹ پرسش چندگزینه‌ای ۱۳.



شکل ۲۹-۱۹ برش ۱۰.

و در نتیجه مدار باز می‌شود. یک سیم فیوز خوب چه ویژگی‌هایی باید داشته باشد؟

۲۲. چرا لامپ رشته‌ای بر اثر استفاده، کم‌نورتر می‌شود؟

۲۳. ماهیت و کیفیت زندگی روزمره ما به شدت متأثر از قطعاتی است که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند. در تأیید این ادعا چه می‌توانید بگویید؟

۲۴. از برگه امتحانی یک دانشجو چنین می‌خوانیم: "معادله $R = \Delta V / i$ نشان می‌دهد که مقاومت رسانا با اختلاف پتانسیل اعمال شده به آن نسبت مستقیم دارد." نظر شما درباره این گزاره چیست؟

۲۵. ضریب دمایی مقاومت ویژه کربن منفی است. یعنی، مقاومت ویژه کربن با افزایش دما کم می‌شود. آیا مقاومت ویژه این عنصر در یک دمای به قدر کافی بالا، به طور کامل ناپدید خواهد شد؟

۲۶. آیا ماده دی‌الکتریک می‌تواند الکتریسیته را هدایت کند؟ آیا ماده رسانا می‌تواند خاصیت دی‌الکتریک داشته باشد؟

۲۷. آیا انتظار دارید که ثابت دی‌الکتریک ماده با دما تغییر کند؟ اگر پاسختان مثبت است، توضیح دهید، چگونه؟ آیا در این رابطه، داشتن گشتاور دوقطبی دائمی مولکولها، تأثیرگذار است؟

۲۸. نشان دهید که ثابت دی‌الکتریک ماده رسانا را باید بینهایت بزرگ در نظر گرفت.

۲۹. میدان الکتریکی می‌تواند گازها را به راههای گوناگون قطبیده کند: با واپش ابرهای الکترونی مولکولها، با آرایش و قرار دادن مولکولهای قطبیده در یک راستا، با خمیده کردن یا ایجاد کشیدگی در پیوندهای مولکولهای قطبیده. این موضوع با قطبش در مولکولهای اجسام مایع یا جامد چه تفاوتی دارد؟

۳۰. به یک جسم دی‌الکتریک در میدان الکتریکی غیریکنواخت نیروی برابندی وارد می‌شود. چرا اگر میدان، یکنواخت بود هیچ نیروی خالصی وجود نداشت؟

۳۱. جریان آب از شیر آب را می‌توان با نزدیک کردن یک میله باردار به باریکه منحرف کرد. به دقت توضیح دهید که این پدیده چگونه رخ می‌دهد.

تمرینها

۲۹-۱ انواع ماده

۲۹-۲ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط استاتیکی

۲۹-۳ جسم رسانا در میدان الکتریکی: شرایط دینامیکی

۱. جریانی به شدت 82 A به مدت 46° دقیقه در یک مقاومت $45 \text{ } \Omega$ برقرار می‌شود. در این مدت (الف) چه مقدار بار و (ب) چه

۱۱. یک مکعب آلومینیمی در اختیار شماست و امکان دسترسی به پایانه‌های یک باتری را نیز دارید. برای تعیین (الف) بیشترین و (ب) کمترین مقاومت مکعب، پایانه‌های باتری را چگونه به آن متصل می‌کنید؟

۱۲. چگونه مقاومت یک قطعه فلزی به شکل چوب‌شور (از انواع تنقلات) را اندازه‌گیری می‌کنید؟ برای روشن شدن نحوه اندازه‌گیری، جزییات را به تفصیل شرح دهید.

۱۳. سرخوردن روی صندلی اتومبیل، می‌تواند اختلاف پتانسیلی در حد چند هزارولت تولید کند. پس چرا شخص سرخورده را برق نمی‌گیرد؟

۱۴. مشکلات مربوط به آزمایش اینکه آیا رشته یک لامپ روشنایی از قانون اهم پیروی می‌کند را بررسی کنید.

۱۵. آیا سرعت سوق الکترونها در یک رسانای فلزی حامل جریان با افزایش دمای رسانا تغییر می‌کند؟ در این باره توضیح دهید.

۱۶. توضیح دهید که چرا تکانه‌ای که الکترونهای رسانش در رسانای فلزی به یونها منتقل می‌کنند سبب وارد آمدن نیروی برابند به رسانا نمی‌شود.

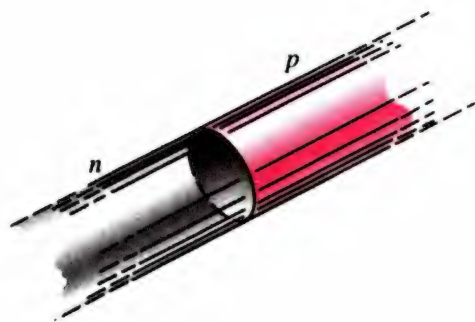
۱۷. فهرستی از شباهتها و تفاوتهای جاری شدن بار در رسانا، جاری شدن آب در لوله افقی و رسانش گرما در تیغه تهیه کنید. موضوعهایی نظیر اینکه چه چیزی باعث جریان می‌شود، چه چیزی با آن مخالفت می‌کند. چه ذره‌هایی (در صورت وجود داشتن) در این امر سهیم‌اند و یکایی که با آن می‌توان جریان را اندازه گرفت، مورد توجه قرار دهید.

۱۸. چگونه می‌توان معادله $\Delta V = iR$ را برای مقاومتی که از قانون اهم پیروی نمی‌کند به کار برد؟

۱۹. به هنگام اصابت صاعقه یک مرد و یک گاو در علفزار ایستاده‌اند. چرا احتمال کشته شدن گاو بیشتر از مرد است؟ پدیده مسئول این موضوع "ولتاژ پله‌ای" نامیده می‌شود.

۲۰. خطهای مربوط به شکل ۲۹-۹ باید اندکی خمیده باشند. چرا؟

۲۱. فیوز مدار الکتریکی قطعه سیمی است که چنان طراحی شده است که اگر جریان از یک مقدار از پیش تعیین شده تجاوز کند ذوب



شکل ۲۹-۲۰ تمرین ۸.

الکترون از طرف n به طرف p پیوند می‌رود در حالی که $۱۰^{۱۵} \times ۲۲۵$ حفره در هر ثانیه از طرف p به طرف n گذر می‌کند. (حفره مانند ذره‌ای با بار $۱۹- \times ۱۰^{۱۹} + ۱۶$ عمل می‌کند). پیدا کنید (الف) جریان کل و (ب) چگالی جریانی را که از پیوند می‌گذرد.

۹. در نزدیکی زمین، چگالی پروتونهای موجود در بادهای خورشیدی $۸۷۰ \text{ cm}^{-۳}$ و سرعت آنها ۴۷۰ km/s است. (الف) چگالی جریان این پروتونها را معین کنید. (ب) اگر میدان مغناطیسی زمین آنها را منحرف نمی‌کرد، پروتونها با زمین برخورد می‌کردند. در آن صورت زمین چه جریانی را دریافت می‌کرد؟

۱۰. عرض تسمه یک شتابدهنده الکتروستاتیکی ۵۲ cm است و با سرعت ۲۸ m/s حرکت می‌کند. این تسمه بار الکتریکی را با آهنگ $۹۵ \mu\text{A}$ به کره منتقل می‌کند. چگالی سطحی بار روی تسمه را محاسبه کنید. بخش ۲۸-۱۰ را ببینید.

۱۱. چقدر طول می‌کشد تا الکترونها از باتری اتومبیل به استارت آن برسند؟ فرض کنید جریان ۱۱۵ A باشد و الکترونها از یک سیم مسی با سطح مقطع ۳۱.۲ mm^2 و طول ۸۵.۵ cm عبور می‌کنند. مسئله نمونه ۲۹-۳ را ببینید.

۴-۲۹ مواد اهمی

۱۲. حتی اگر جریان اندک ۵ mA از نزدیکی قلب یک نفر بگذرد می‌تواند او را بکشد. یک برقکار با دست عرق‌کرده اتصال خوبی با رساناهایی که در هر دستش گرفته است برقرار می‌کند. اگر مقاومت این برقکار ۱۸۰Ω باشد، ولتاژ کشنده چقدر است؟ (برقکارها اغلب با سیمهای "فاز" کار می‌کنند).

۱۳. مساحت مقطع یک ریل فولادی راه‌آهن ۵۶ cm^2 است. مقاومت ۱۱ km از این ریل چقدر است؟ مقاومت ویژه فولاد $۱۰^{-۷} \Omega \cdot \text{m}$ است. است.

تعداد الکترون از هر مقطعی از این مقاومت می‌گذرد؟

۲. شدت جریان در یک باریکه الکترونی در پایانه تصویر یک دستگاه ویدئوی معمولی $۲۰ \mu\text{A}$ است. در هر دقیقه چند الکترون به صفحه نمایش برخورد می‌کند؟

۳. فرض کنید که در هر ساعتی متر مکعب $۱۰^۸ \times ۲۱۰$ یون دارای دو بار مثبت داریم که همگی با سرعت $۱۰^۵ \text{ m/s} \times ۴۰$ به سمت شمال حرکت می‌کنند. (الف) مقدار و جهت چگالی جریان را محاسبه کنید. (ب) آیا می‌توانید جریان کل این باریکه یونی را محاسبه کنید؟ اگر نه، برای این کار به چه اطلاعات بیشتری نیاز دارید؟

۴. جریان بسیار کم ولی قابل اندازه‌گیری ۱۲۳ pA در یک سیم مسی به قطر ۲۴۶ mm برقرار است. (الف) چگالی جریان و (ب) سرعت سوق الکترون را محاسبه کنید. مسئله نمونه ۲۹-۳ را ببینید.

۵. فرض کنید ماده‌ای که فیوز از آن ساخته شده است (پرسش ۲۱ را ببینید) وقتی ذوب می‌شود که چگالی جریان در آن به ۴۴ A/cm^2 برسد. برای اینکه جریان به ۵۵۲ A محدود شود قطر استوانه‌ای که سیم فیوز از آن ساخته می‌شود چقدر باید باشد؟

۶. ضوابط ملی الکتریکی (در ایالات متحده)، که بیشترین جریان ایمن برای سیمهای مسی با قطرهای متفاوت و عایق‌بندی لاستیکی را مشخص می‌کند در زیر آورده‌ایم (فقط بخشی از آن). تغییر چگالی جریان ایمن را برحسب قطر رسم کنید. کدام عدد معیار، بیشترین چگالی جریان ایمن را دارد؟

عدد معیار*	۱۸	۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴
قطر (mil)**	۴۰	۵۱	۶۴	۸۱	۱۰۲	۱۲۹	۱۶۲	۲۰۴
جریان ایمن (A)	۳	۶	۱۵	۲۰	۲۵	۳۵	۵۰	۷۰

* روشی برای مشخص کردن قطر سیم

** $1 \text{ mil} = 10^{-۳} \text{ in}$

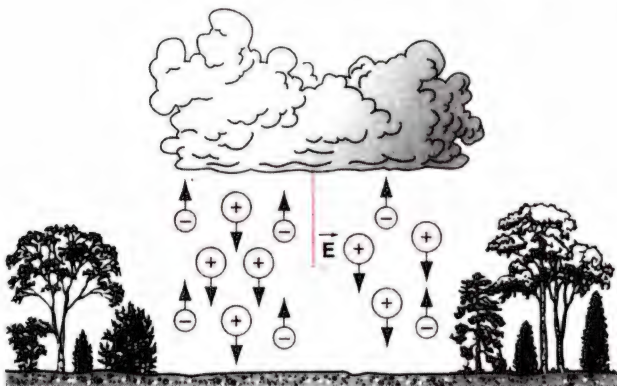
۷. وقتی اختلاف پتانسیل به اندازه کافی بزرگ به دو الکتروود لامپ تخلیه گازی اعمال شود جریانی بین الکتروودها برقرار می‌شود. گاز یونیده‌شده، الکترونها به طرف پایانه مثبت و یونها با یک بار مثبت به طرف پایانه منفی حرکت می‌کنند. در لامپ تخلیه هیدروژنی که در هر ثانیه $۱۰^{۱۸} \times ۳۱$ الکترون و $۱۰^{۱۸} \times ۱۱$ پروتون از هر مقطع لامپ می‌گذرد. اندازه و جهت جریان را مشخص کنید.

۸. همان‌طور که در شکل ۲۹-۲۰ نشان داده‌ایم، یک پیوند pn از دو ماده نیم‌رسانای متفاوت به شکل استوانه‌های یکسان به قطر ۱۶۵ mm ساخته شده است. در یک کاربرد معین در هر ثانیه $۱۰^{۱۵} \times ۳۵$

آیا با انتخاب مناسب شعاعها می‌توان چگالی جریان در دو سیم را مساوی کرد؟

۲۳. وقتی اختلاف پتانسیل 115 V را به دو سر سیمی به طول 9.66 m اعمال می‌کنیم چگالی جریان در این سیم برابر 1.42 A/cm^2 می‌شود. رسانندگی ماده تشکیل‌دهنده سیم را تعیین کنید.

۲۴. در قسمت پایینی جو زمین یونهای مثبت و منفی وجود دارند که توسط عناصر پرتوزا در خاک و پرتوهای کیهانی از فضا تولید شده‌اند. در برخی از منطقه‌ها، شدت میدان الکتریکی در جو برابر 120 V/m و جهت آن قائم و به طرف پایین است. به علت همین میدان، یونهای دارای یک بار مثبت، 62° عدد در سانتی‌متر مکعب، به طرف پایین و یونهای دارای یک بار منفی، 55° عدد در سانتی‌متر مکعب، به طرف بالا کشیده می‌شوند؛ نگاه کنید به شکل ۲۹-۲۱. رسانندگی اندازه‌گیری شده در این منطقه از زمین $10^{-14}/\Omega\cdot\text{m}$ است. کمیت‌های زیر را محاسبه کنید: (الف) سرعت سوق یون، که فرض می‌شود برای یونهای مثبت و منفی یکسان باشد؛ و (ب) چگالی جریان.



شکل ۲۹-۲۱ تمرین ۲۴.

۲۵. مس و آلومینیم برای خطوط انتقال نیروی فشار قوی که باید حامل جریانی به شدت 623 A باشد، در نظر گرفته شده‌اند. مقاومت به‌ازای واحد طول سیم باید $152\Omega/\text{km}$ باشد. برای هر کدام از دو ماده احتمالی تشکیل‌دهنده کابل، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید: (الف) چگالی جریان و (ب) جرم یک متر کابل. چگالی مس و آلومینیم به‌ترتیب برابر است با 8960 و 2700 کیلوگرم بر متر مکعب.

۲۶. با استفاده از داده‌های شکل ۲۹-۷ (ب)، نمودار مقاومت یک دیود پیوند pn را به‌صورت تابعی از اختلاف پتانسیل اعمال شده رسم کنید.

۲۷. برای یک قطعه الکترونیکی فرضی، بین اختلاف پتانسیل ΔV اندازه‌گیری‌شده در دو سر قطعه، و جریان i قطعه رابطه $i^2 = (3.55 \times 10^6\text{ V/A}^2) \Delta V$ برقرار است. (الف) مقاومت

۱۴. با استفاده از شیب خط در شکل ۲۹-۸، مقدار میانگین ضریب دمایی مقاومت ویژه مس در دمای اتاق را برآورد و آن را با مقدار داده‌شده در جدول ۲۹-۱ مقایسه کنید.

۱۵. مقاومت سیمی به طول 4 m و قطر 6 mm برابر $15\text{ m}\Omega$ است. به دو سر این سیم اختلاف پتانسیل 23 V اعمال شده است. (الف) جریان در این سیم چقدر است؟ (ب) چگالی جریان را در این سیم محاسبه کنید. (ج) مقاومت ویژه ماده تشکیل‌دهنده سیم را محاسبه کنید. آیا می‌توانید این ماده را شناسایی کنید؟ جدول ۲۹-۱ را ببینید.

۱۶. مقاومت پیچ‌های مسی یک موتور در دمای 20°C و وقتی که کار نمی‌کند 50Ω است. پس از آنکه این موتور برای چندین ساعت کار کرد مقاومت آن به 58Ω افزایش می‌یابد. در این حالت دمای پیچ‌ها چقدر است؟ تغییرات ابعاد پیچ‌ها بر اثر تغییر دما را نادیده بگیرید. جدول ۲۹-۱ را ببینید.

۱۷. نشان دهید که اگر بتوان تغییر ابعاد رسانا را برحسب تغییر دما نادیده گرفت، مقاومت بنابر رابطه $R - R_0 = \alpha_{av} R_0 (T - T_0)$ برحسب دما تغییر خواهد کرد.

۱۸. پیچ‌های با پیچیدن 25° دور سیم مسی عایق‌دار، با نمره ۸ (تمرین ۶ را ببینید) به‌صورت لایه‌ای روی یک استوانه به شعاع 12.2 cm ساخته شده است. مقاومت پیچ‌ها را محاسبه کنید. از ضخامت روکش عایق سیم چشم‌پوشید. جدول ۲۹-۱ را ببینید.

۱۹. دو رسانا از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A یک سیم توپر به قطر D است. رسانای B لوله‌ای است که قطر خارجی آن $2D$ و قطر داخلی آن D است. نسبت مقاومت‌های اندازه‌گیری‌شده، R_A/R_B ، بین دو سر آنها را معین کنید.

۲۰. اگر بخواهیم مقاومت یک رشته سیم آهنی با یک رشته سیم مسی به قطر 1.9 mm و با همان طول برابر شود، قطر سیم آهنی باید چقدر باشد؟

۲۱. یک کابل برق از 125 رشته سیم نازک تشکیل شده است که مقاومت هر رشته $2.65\mu\Omega$ است. اختلاف پتانسیل یکسانی بین دو سر همه رشته‌ها اعمال می‌کنیم و حاصل این عمل جریانی به شدت 75 mA در کابل است. (الف) جریان در هر یک از رشته‌ها چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل اعمال‌شده چقدر است؟ (ج) مقاومت کابل چقدر است؟

۲۲. یک سیم مسی و یک سیم آهنی با طول یکسان به اختلاف پتانسیل یکسانی متصل شده‌اند. (الف) اگر بخواهیم جریان یکسانی از این سیم‌ها عبور کند، نسبت شعاع‌های آنها چقدر باید باشد؟ (ب)

شرق کشیده شوند و الکترون‌ها با سرعت 88 m/s به طرف غرب بروند. چگالی ذرات آلفا 10^{15} cm^{-3} است. چگالی جریان خالص را محاسبه کنید؛ جهت جریان را مشخص کنید.

۳. یک کرم درختی به طول 4° cm در جهت سوق الکترون در امتداد یک سیم مسی لخت به قطر 5.2 mm که حامل جریان 12 A است، می‌خزد. (الف) اختلاف پتانسیل بین دو سر این کرم را مشخص کنید. (ب) آیا دُم این کرم نسبت به سر آن مثبت است یا منفی؟ (ج) چقدر طول می‌کشد تا این کرم مسافت 1° cm را بخزد و هنوز با الکترون‌های سوق‌یافته در سیم همگام بماند؟

۴. باریکه پایایی از ذرات آلفا ($q = 2e$) با انرژی جنبشی 22.4 MeV حامل جریانی به شدت 25° nA است. (الف) اگر این باریکه به‌طور عمود به یک سطح تخت بتابد، در مدت زمانی 2.9° s چند ذره آلفا به سطح تخت برخورد می‌کند؟ (ب) در هر لحظه، چند ذره آلفا در هر طول 18° cm معین، از باریکه وجود دارد؟ (ج) برای اینکه ذره آلفا از حالت سکون شتاب بگیرد و به انرژی 22.4 MeV برسد چه اختلاف پتانسیلی باید اعمال شود؟

۵. در دو حلقه ذخیره‌سازی متقاطع با محیط 95° m در آزمایشگاه سیرن (CERN)، پروتونهایی با انرژی جنبشی 28° GeV باریکه‌هایی به‌وجود می‌آورند که جریان هر کدام از آنها 3° A است. (الف) کل باری را که پروتونهایی هر حلقه عمل می‌کنند محاسبه کنید. فرض کنید که پروتونها با سرعتی بسیار نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کنند. (ب) یک باریکه از داخل حلقه ذخیره‌سازی منحرف می‌شود و با یک قطعه مسی به جرم 43.5 kg برخورد می‌کند. دمای قطعه مسی بر اثر این برخورد چقدر افزایش می‌یابد؟

۶. (الف) چگالی جریان در سطح مقطع یک رسانای استوانه‌ای به شعاع R طبق رابطه زیر تغییر می‌کند

$$j = j_0 (1 - r/R)$$

که در این رابطه، r فاصله نقطه مورد مطالعه از محور استوانه است. به این ترتیب چگالی جریان روی محور یعنی به‌ازای $r = 0$ بیشینه و برابر با j_0 است و به‌طور خطی تا صفر در $r = R$ کاهش می‌یابد. جریان را برای رسانایی با سطح مقطع $A = \pi R^2$ برحسب j_0 معین کنید. (ب) فرض کنید که، برعکس، چگالی جریان در سطح رسانا دارای بیشترین مقدار j_0 است و به‌طور خطی کاهش می‌یابد به‌طوری که روی محور صفر است، یعنی

$$j = j_0 r/R$$

قطعه را برای وقتی که جریان برابر 2.4° mA است تعیین کنید. (ب) در چه جریانی مقاومت برابر $16^\circ \Omega$ است؟

۲۹-۵ قانون اهم: دیدگاه میکروسکوپی

۲۸. زمان آزاد میانگین بین برخوردهای الکترون‌های رسانش در آلومینیم را در دمای 20° C محاسبه کنید. به‌ازای هر اتم آلومینیم سه الکترون رسانش داریم. داده‌های مورد نیاز را از جدول ۲۹-۱ و پیوست د استخراج کنید. همچنین مسئله نمونه ۲۹-۳ را ببینید.

۲۹-۶ جسم عایق در میدان الکتریکی

۲۹. یک بار نقطه‌ای $1\text{-}\mu\text{C}$ در مرکز یک کره توپر از جنس شیشه پیرکس به شعاع $R = 1^\circ \text{ cm}$ کاشته شده است. (الف) شدت میدان الکتریکی E را درست در زیر سطح کره محاسبه کنید. (ب) با فرض اینکه هیچ‌گونه بار آزادی وجود نداشته باشد، شدت میدان الکتریکی را درست روی سطح کره محاسبه کنید. (ج) چگالی بار سطحی القایی σ_{ind} روی سطح کره پیرکس چقدر است؟

۳۰. دو بار نقطه‌ای مساوی با علامتهای مخالف $+q$ و $-q$ را در هوا در فاصله 1° cm از هم قرار داده‌ایم. چه مقداری از q در نقطه وسط بین این دو بار، یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند که از مقاومت دی‌الکتریکی هوا بیشتر باشد؟

۳۱. یک کره رسانا به شعاع R در پتانسیل V قرار دارد؛ فرض کنید که در فاصله بینهایت $V = 0$ است. (الف) کمینه مقدار V را تعیین کنید که میدانی الکتریکی درست روی سطح کره با شدتی بیش از مقاومت دی‌الکتریک هوا ایجاد کند؟ (ب) آیا ساده‌تر است که در یک پتانسیل از یک کره با شعاع بزرگتر ایجاد "جرقه" شود یا یک کره با شعاع کوچکتر؟ (ج) از پاسخ خود در تشریح اینکه چرا میله‌های برقگیر به‌صورت نوک‌تیز در می‌آیند استفاده کنید.

مسئله‌ها

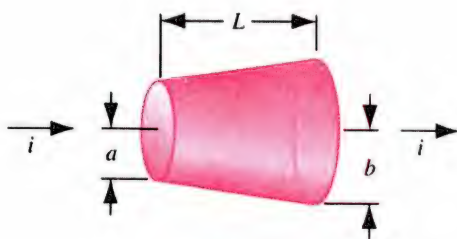
۱. یک کره رسانای منزوی به شعاع 13 cm در اختیار داریم، یک سیم، حامل جریانی با شدت 20° A داخل آن است و سیم دیگری جریانی به شدت 10° A را از آن خارج می‌کند. چه مدت طول می‌کشد تا پتانسیل کره به اندازه 98° V افزایش یابد؟

۲. در آزمایشگاه پژوهشی همجوشی هسته‌ای فرضی، گاز هلیوم با دمای زیاد، به‌طور کامل یونیده می‌شود. هر اتم هلیوم به دو الکترون آزاد و هسته دارای بار مثبت (ذره آلفا) تجزیه می‌شود. اعمال میدان الکتریکی سبب می‌شود که ذره‌های آلفا با سرعت 25 m/s به طرف

(ب) از این تغییرات چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ ضریب انبساط طولی را $10^{-5}/C^{\circ} \times 17$ در نظر بگیرید.

۱۳. می‌خواهیم یک رسانای استوانه‌ای طویل بسازیم که ضریب دمای مقاومت ویژه آن در دمای $20^{\circ}C$ نزدیک به صفر باشد. اگر این رسانا را از قرصهای یک در میان آهن و کربن بسازیم، نسبت ضخامت قرص کربنی به قرص آهنی را معین کنید. (برای کربن $\rho = 3500 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ و $\alpha = -0.5 \times 10^{-3}/C^{\circ}$).

۱۴. مقاومتی به شکل یک مخروط قائم ناقص ساخته شده است (شکل ۲۹-۲۲). شعاع قاعده‌های این مخروط a و b و ارتفاع آن L است. اگر شیب مخروط کم باشد، می‌توان فرض کرد که چگالی جریان در هر مقطعی از سیم یکنواخت است. (الف) مقاومت این جسم را محاسبه کنید. (ب) نشان دهید که جواب شما وقتی شیب مخروط صفر شود (یعنی، $a = b$) به صورت $\rho L/A$ در می‌آید.



شکل ۲۹-۲۲ مسئله ۱۴.

۱۵. مقاومتی به شکل پوسته‌کروی است که سطح داخلی آن به شعاع a با یک ماده رسانا اندود و سطح خارجی آن به شعاع b با یک ماده رسانا پوشانده شده است. با فرض اینکه مقاومت ویژه ρ یکنواخت باشد، مقاومت بین دو سطح رسانا را محاسبه کنید.

۱۶. نشان دهید که، بنابر مدل الکترون آزاد برای رسانش الکتریکی در فلزها و فیزیک کلاسیک، مقاومت ویژه فلزها باید متناسب با \sqrt{T} باشد، که در اینجا T دمای مطلق است. (راهنمایی: الکترون‌ها را به صورت یک گاز کامل در نظر بگیرید.)

مسئله کامپیوتری

۱. فرض کنید لامپ روشنایی دارای رشته‌ای از تنگستن است که متناسب با اختلاف دما بین رشته و دمای اتاق انرژی تابش می‌کند. ضریب تناسب در این مورد را C بنامید. برای یک لامپ ۱۲۰ وات که در یک مدار ۱۲۰ ولتی کار می‌کند، C را برآورد کنید. در اینجا فرض کنید که تمام انرژی که به رشته منتقل می‌شود به صورت تابش

برای این حالت جریان را محاسبه کنید. چرا نتیجه این حالت با نتیجه حالت (الف) تفاوت دارد؟

۷. (الف) در چه دمایی مقاومت یک رسانای مسی دو برابر مقاومت آن در $20^{\circ}C$ خواهد شد؟ (دمای $20^{\circ}C$ را به عنوان نقطه مرجع در معادله (۲۹-۱۶) اختیار کنید؛ پاسخ به دست آمده را با شکل ۲۹-۸ مقایسه کنید.) (ب) آیا همین دما برای تمام رساناهای مسی، بدون توجه به شکل و اندازه آنها، قابل قبول است؟

۸. جریان و ولتاژ اندازه‌گیری شده لامپ چراغ‌قوه معمولی در شرایط کاری، به ترتیب، عبارت‌اند از 310 mA و 290 V . اگر مقاومت رشته این لامپ وقتی که سرد است ($T_0 = 20^{\circ}C$) برابر با 112Ω باشد، دمای رشته را وقتی که لامپ روشن است محاسبه کنید. رشته از فلز تنگستن ساخته شده است. فرض کنید که معادله (۲۹-۱۶) در تمام گستره دماهای مورد نظر معتبر است.

۹. سیمی را که مقاومت آن 6Ω است از حذیده‌ای گذرانده‌ایم به طوری که طول جدید آن سه برابر طول اولیه‌اش شده است. مقاومت این سیم بلندتر را محاسبه کنید. فرض کنید که مقاومت ویژه و چگالی ماده تشکیل دهنده مقاومت در خلال فرایند کشش تغییر نکند.

۱۰. مساحت مقطع یک قطعه به شکل مکعب مستطیل توپر برابر 3.5 cm^2 ، طول آن 8 cm و مقاومتش 935Ω است. ماده‌ای که این قطعه از آن ساخته شده است دارای $10^{22} \times 33$ الکترون رسانش در هر متر مکعب است. اختلاف پتانسیل 358 V بین دو سر این قطعه برقرار شده است. (الف) جریان را در این قطعه معین کنید. (ب) با فرض آنکه چگالی جریان یکنواخت باشد، مقدار آن چقدر است؟ کمیت‌های (ج) سرعت سوق الکترون‌های رسانش و (د) میدان الکتریکی در داخل این قطعه را محاسبه کنید.

۱۱. طول میله‌ای از یک فلز مشخص 16 cm و قطر آن 5 mm است. مقاومت بین دو سر این میله (در دمای $20^{\circ}C$) $3 \times 10^{-3} \Omega$ است. از جنس همین میله، یک قرص گرد به قطر 14 cm و ضخامت 35 mm ساخته شده است. (الف) جنس این ماده چیست؟ (ب) مقاومت بین دو سطح دایره‌ای مقابل هم در قرص چقدر است؟ فرض کنید این دو سطح، سطح‌های هم‌پتانسیل باشند.

۱۲. وقتی میله فلزی گرم می‌شود، نه تنها مقاومتش بلکه طول و مساحت مقطع آن نیز تغییر می‌کند. معادله $R = \rho L/A$ نشان می‌دهد که در اندازه‌گیری ρ در دماهای مختلف باید اثر هر سه عامل را در نظر گرفت. (الف) اگر دما به اندازه $1^{\circ}C$ تغییر کند، برای رسانای مسی، کمیت‌های R ، L ، و A به طور نسبی چقدر تغییر می‌کنند؟

وقتی ذوب می‌شود که خیلی داغ شود. (ج) سلسله مراحل بالا را دوباره تکرار کنید، ولی با این تفاوت که اکنون فرض می‌کنیم انرژی از لامپ بنابر عبارت $\kappa(T^4 - T_o^4)$ تابش می‌شود، که در اینجا κ ثابتی است که باید معین کنید، T_o دمای اتاق برحسب کلوین، و T دمای رشته برحسب کلوین است. پاسخهایتان را مقایسه کنید.

گرمایی به محیط انتقال می‌یابد؛ فرض کنید دمای رشته 2500°C است. (الف) به صورت عددی نموداری را ایجاد کنید که دمای تعادل لامپ را به صورت تابعی از اختلاف پتانسیل اعمال شده نشان دهد. در اینجا به خاطر داشته باشید که مقاومت ویژه تنگستن با دما تغییر می‌کند. (ب) در چه ولتاژی باید لامپ ”بسوزد“؟ (راهنمایی: رشته

۳۰

ظرفیت

در بسیاری از کاربردهای مدارهای الکتریکی، هدف ذخیره‌سازی بار یا انرژی الکتریکی در میدان الکتروستاتیکی است. وسیله یا قطعه‌ای که بار الکتریکی را ذخیره می‌کند خازن نامیده می‌شود، و خاصیتی که مشخص می‌کند این قطعه چه مقدار بار می‌تواند ذخیره کند ظرفیت آن است. خواهیم دید که ظرفیت به خواص هندسی قطعه بستگی دارد و نه به میدان الکتریکی یا پتانسیل.

در این فصل ظرفیت را تعریف می‌کنیم و نشان می‌دهیم که چگونه ظرفیت چند قطعه ساده و مجموعه‌ای از خازنها را محاسبه کنیم. انرژی ذخیره‌شده در خازنها را مطالعه می‌کنیم و نشان می‌دهیم که چگونه این انرژی با شدت میدان الکتریکی بستگی پیدا می‌کند. سرانجام، افزایش توانایی ذخیره‌سازی بار الکتریکی را، که از حضور یک ماده دی‌الکتریک در خازن سرچشمه می‌گیرد، مورد بررسی و پژوهش قرار می‌دهیم.

۱-۳۰ خازنها

خازن* وسیله‌ای است که انرژی را در میدان الکتروستاتیکی ذخیره می‌کند. مثلاً، یک لامپ فلاش، نیاز به فورانی از انرژی الکتریکی دارد که بیش از آن است که باتری معمولاً می‌تواند تأمین کند. می‌توان انرژی را به آرامی (در محدوده چند ثانیه‌ای) از باتری کشید و در یک خازن ریخت که به سرعت (در چند میلی‌ثانیه) انرژی را از طریق لامپ آزاد کند. در خازنهای بسیار بزرگ برای فراهم آوردن تپهای لیزری (کوتاه مدت) قوی جهت ایجاد همجوشی گرما هسته‌ای در ساچمه‌های ریز هیدروژن استفاده می‌شود. در این حالت سطح توان به حدود 10^{14} وات می‌رسد، که تقریباً 200 برابر کل توان تولید انرژی ایالات *

* به مقاله زیر رجوع کنید:

"Capacitors", by Donald M. Trotter, Jr., *Scientific American*, July 1988, p. 86.

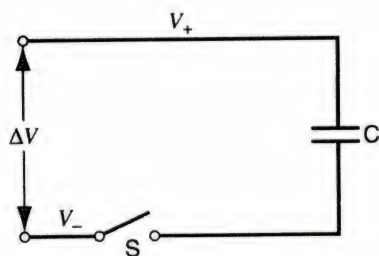
متحد است. اما این عملیات فقط 10^{-9} ثانیه ادامه می‌یابد.

همچنین از خازنها برای ایجاد میدانهای الکتریکی استفاده می‌شود، مانند قطعه با صفحه‌های موازی که میدان الکتریکی تقریباً یکنواختی را ایجاد می‌کند که سبب انحراف باریکه الکترونی در لامپ تصویر تلویزیون یا نوسان‌نما می‌شود.

در مدارها، اغلب از خازنها به منظور هموار کردن تغییرات ناگهانی ولتاژ شبکه، که می‌تواند به حافظه کامپیوترها آسیب برساند استفاده می‌شود. در کاربرد دیگر، کوک و تنظیم کردن گیرنده رادیویی یا تلویزیونی، معمولاً با تغییر دادن ظرفیت مدار انجام می‌شود.

۲-۳۰ ظرفیت

در شکل ۱-۳۰ یک خازن را در حالت کلی نشان داده‌ایم. که از دو رسانای a و b با شکلهایی دلخواه به وجود آمده است. این رساناها را



شکل ۳-۳۰ نمودار شمایی مدار هم‌ارز شکل ۳-۳۰، که خازن C، کلید اتصال S، و اختلاف پتانسیل ثابت ΔV را نشان می‌دهد (در این شکل باتری که اختلاف پتانسیل ثابت ΔV را تأمین می‌کند نشان نداده‌ایم).

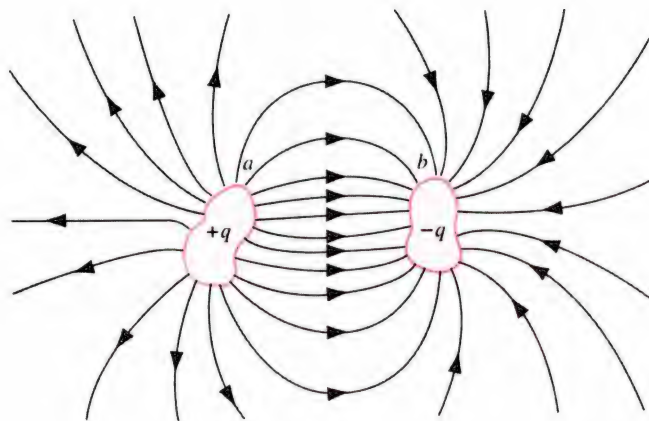
شبیه شارش شاره است، و باتری نقش “پمپ” یا “تلمبه” بار الکتریکی را به عهده دارد. وقتی باتری را (با بستن کلیدی که در مدار وجود دارد) به خازن وصل می‌کنیم، الکترون‌ها را از صفحه (قبلاً بدون بار الکتریکی خالص) مثبت خازن “تلمبه” می‌کند و به صفحه منفی می‌رساند. پس از آنکه باتری باری به اندازه q را جابه‌جا کرد، بار روی صفحه مثبت برابر $+q$ و بار روی صفحه منفی $-q$ است.

باتری آرمانی باتری است که اختلاف پتانسیل ثابتی را بین دو قطبش حفظ کند. صفحه مثبت و سیمی که به پایانه مثبت باتری متصل می‌شود رسانا هستند، و در نتیجه (در شرایط الکتروستاتیکی) باید همان پتانسیل V_+ پایانه مثبت باتری را داشته باشند. صفحه منفی و سیمی که این صفحه را به پایانه منفی متصل می‌کند رسانا هستند، و بنابراین (وقتی کلید اتصال بسته می‌شود) باید همان پتانسیل V_- پایانه منفی باتری را داشته باشند. اختلاف پتانسیل $\Delta V = V_+ - V_-$ بین دو قطب باتری همان اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن است وقتی که کلید اتصال بسته می‌شود. معمولاً این اختلاف پتانسیل را به عنوان اختلاف پتانسیل “خازن” توصیف می‌کنیم، به این معنی که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن است.

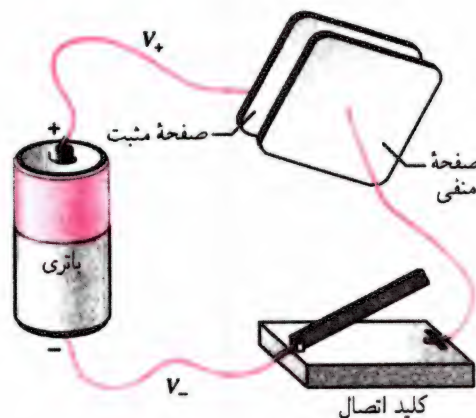
در شکل ۳-۳۰ مدار باردار کردن یک خازن را توسط باتری که اختلاف پتانسیل ثابت $\Delta V = V_+ - V_-$ بین قطب‌های آن برقرار است نشان داده‌ایم. در این شکل خازن را با نماد $||-||$ نمایش داده‌ایم، که در اینجا دوخط موازی نشانگر صفحات خازن است.

وقتی خازن را باردار می‌کنیم، درمی‌یابیم که بار q روی صفحات خازن همواره با اختلاف پتانسیل ΔV بین صفحات نسبت مستقیم دارد: $q \propto \Delta V$. ظرفیت C ضریب تناسب مورد نیاز برای تبدیل این ارتباط به یک معادله است

$$q = C\Delta V \quad (۱-۳۰)$$



شکل ۱-۳۰ دو رسانا، که از محیط اطرافشان و از همدیگر منزوی شده‌اند، یک خازن به وجود می‌آورند. وقتی خازن پر شود، رساناها حامل بارهای مساوی با علامتهای مخالف به مقدار q هستند. دو رسانا را بدون توجه به شکل آنها، صفحه می‌نامیم.



شکل ۲-۳۰ وقتی کلید اتصال بسته می‌شود، باتری با جابه‌جا کردن الکترون‌ها از صفحه مثبت به صفحه منفی، خازن را پر یا باردار می‌کند.

بدون توجه به شکل آن صفحه‌های خازن می‌خوانیم. فرض می‌کنیم که این صفحه‌ها به‌طور کامل از محیط اطرافشان منزوی شده باشند. به علاوه، فرض می‌کنیم که این رساناها در خلأ قرار دارند.

وقتی می‌گوییم خازن باردار است که صفحه‌های آن حامل بارهای مساوی با علامت مخالف $+q$ و $-q$ باشد. توجه کنید که q بار خالص روی خازن نیست. بار خالص خازن صفر است. در مبحث مطالعه خازن‌ها، q را قدرمطلق بار روی هر یک از دو صفحه در نظر می‌گیریم؛ یعنی q فقط نشان‌دهنده اندازه است و علامت بار روی هر صفحه باید مشخص شود.

خازن را می‌توان با اتصال دو صفحه آن به دو قطب یک باتری، “پر” یا “باردار” کرد، که این عمل در شکل ۲-۳۰ نشان داده شده است. در فصل بعد نشان خواهیم داد که شارش بار در مدار الکتریکی

از معادله (۱-۳۰)، داریم

$$N = \frac{q}{e} = \frac{C\Delta V}{e} = \frac{(0.55 \times 10^{-12} \text{F})(5.3 \text{V})}{1.6 \times 10^{-19} \text{C}}$$

$$= 1.8 \times 10^6 \text{ الکترون}$$

در مورد الکترون، این تعداد بسیار کمی است. یک ذره بسیار کوچک گردوغبار که هرگز آرام نمی‌گیرد و ماندگار نمی‌شود، حاوی حدود 10^{17} الکترون (و همان تعداد پروتون) است.



شکل ۴-۳۰ برخی از انواع خازنها که در مدارهای الکترونیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

شباهت با جریان شاره (اختیاری)

در مواردی که مدارهای الکتریکی را مطالعه می‌کنیم، اغلب مقایسه حرکت بارهای الکتریکی و حرکت ذرات مادی که جریان شاره را به وجود می‌آورند، بسیار سودمند است. در مورد خازن، می‌توان خازنی را که حامل بار q است با ظرفیت صلبی به حجم v (که در اینجا برای حجم از حرف v استفاده می‌کنیم و نه از V تا آن را با اختلاف پتانسیل اشتباه نکنیم) مقایسه کرد که حاوی n مول از یک گاز کامل است. در دمای ثابت، فشار گاز p با توجه به قانون گاز کامل (معادله ۱۳-۲۱) با تعداد n نسبت مستقیم دارد:

$$n = \left(\frac{v}{RT} \right) p$$

و برای خازن داریم (معادله ۱-۳۰)

$$q = C\Delta V$$

مقایسه نشان می‌دهد که ظرفیت C خازن مانند حجم v ظرف است، با این فرض که دمای گاز ثابت باشد. در واقع واژه "خازن" واژه "ظرفیت" یا گنجایش را تداعی می‌کند، درست همان‌طور که حجم یک ظرف گاز دارای "ظرفیت" یا گنجایش معینی است.

می‌توان با اعمال فشار بیشتر گاز بیشتری را در یک ظرف جا داد، درست به همان صورتی که می‌توان با اعمال ولتاژ بالاتر بار بیشتری را به خازن منتقل کرد. توجه داشته باشید، که تا یک حد معین، می‌توان هر مقدار دلخواه بار را روی خازن و هر مقدار گاز را در یک ظرف قرار داد. این حدود با فروریزش الکتریکی ("جرقه‌زنی") در خازن یا گسستگی دیواره در ظرف متناظرند.

ظرفیت یک عامل هندسی است که به اندازه، شکل، و فاصله بین صفحات و ماده‌ای که فضای بین صفحات را اشغال می‌کند (که فعلاً فرض می‌کنیم خلاً باشد) بستگی دارد. ظرفیت خازن به ΔV یا q بستگی ندارد.

یکای SI ظرفیت خازن که از معادله (۱-۳۰) به دست می‌آید کولن بر ولت است. که به آن نام فاراد داده شده است (با علامت اختصاری F):

$$1 \text{ کولن بر ولت} = 1 \text{ فاراد}$$

این یکا به افتخار مایکل فاراده که علاوه بر کارهای دیگر مفهوم ظرفیت را مطرح کرد، نامگذاری شده است. اجزای فاراد (مضربهای کوچکتر)، میکروفاراد ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{F}$) و پیکوفاراد ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{F}$) در عمل یکاهای مناسب‌تری هستند. در شکل ۴-۳۰ بعضی از انواع خازنها در گستره میکروفاراد را نشان داده‌ایم که در تجهیزات الکترونیکی یا کامپیوتری مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مسئله نمونه ۱-۳۰ ظرفیت یک خازن انبارشی در تراشه حافظه دستیابی کاتوره‌ای (RAM) برابر 0.55 pF است. اگر این خازن تا 5.3V پر شود. چند الکترون اضافی روی صفحه منفی آن وجود خواهد داشت؟

حل. اگر صفحه منفی خازن حاوی N الکترون اضافی باشد. این صفحه حامل بار خالصی به مقدار $q = Ne$ است. با استفاده

در بخش ۴-۲۶ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص یکنواخت باردار شده را در نقطه‌های نزدیک به مرکز قرص به دست آوردیم؛ $E = \sigma/2\epsilon_0$. اگر دو صفحه خازن بسیار بزرگ باشند، شکل آنها دیگر اهمیتی ندارد، و می‌توانیم فرض کنیم که میدان الکتریکی ناشی از هر یک از دو صفحه دارای چنین مقداری است. میدان الکتریکی برآیند برابر است با حاصل جمع میدانهای ناشی از این دو صفحه: $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. همان‌طور که در شکل ۵-۳۰ نشان داده‌ایم، میدانهای ناشی از صفحه‌های مثبت و منفی دارای یک جهت هستند، به‌طوری که می‌توانیم بنویسیم

$$E = E_+ + E_- = \sigma/2\epsilon_0 + \sigma/2\epsilon_0 = \sigma/\epsilon_0. \quad (۳-۳۰)$$

با بهره‌گیری از رابطه $\sigma = q/A$ ، که در اینجا A مساحت رویه هرکدام از دو صفحه است، و جایگزین کردن معادله (۳-۳۰) در معادله (۲-۳۰) می‌رسیم به

$$\Delta V = \int_+^- E ds = \frac{q}{\epsilon_0 A} \int_+^- ds = \frac{qd}{\epsilon_0 A} \quad (۴-۳۰)$$

که در اینجا مسیر انتگرال‌گیری را در امتداد یکی از خطهای میدان الکتریکی اختیار کردیم، به‌طوری که \vec{E} و $d\vec{s}$ با هم موازی‌اند (شکل ۵-۳۰ را ببینید).

سپس ظرفیت خازن از معادله (۱-۳۰) به دست می‌آید:

$$C = q/\Delta V, \quad \text{یا}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (۵-۳۰) \quad (\text{خازن با صفحه‌های موازی})$$

از این معادله می‌توانیم ببینیم که چرا ظرفیت خازن به عاملهای هندسی وابسته است، که اینجا این عاملها عبارت‌اند از فاصله بین دو صفحه، d ، و مساحت رویه، A . ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه یا مقدار باری که روی هر یک از دو صفحه قرار دارد، وابسته نیست.

توجه کنید که طرف راست معادله (۵-۳۰) به صورت حاصلضرب ϵ_0 در کمیتی با بعد طول (A/d) است. درخواهیم یافت که تمام عبارتهای مربوط به ظرفیت اساساً دارای چنین مشکلی هستند، که این رفتار مبین آن است که می‌توانیم یکای مربوط به ϵ_0 را به صورت ظرفیت تقسیم بر طول بیان کنیم:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} = 8.85 \text{ pF/m}$$

این یکا اغلب در محاسبه‌های مربوط به ظرفیت مفیدتر از یکای قبلی (و هم‌ارز) آن یعنی $\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ است.

۳-۳۰ محاسبه ظرفیت

در اینجا می‌خواهیم ظرفیت خازنی را که شکل هندسی آن معلوم است محاسبه کنیم. این کار را با دنبال کردن سلسله مراحل زیر انجام می‌دهیم. (۱) ابتدا میدان الکتریکی را در ناحیه بین صفحه‌های خازن، با استفاده از روشهایی مشابه آنچه در بخش ۴-۲۶ توصیف شد معین می‌کنیم. (۲) سپس با استفاده از معادله (۱۵-۲۸) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های مثبت و منفی را تعیین می‌کنیم. این کار را با انتگرال‌گیری میدان الکتریکی در امتداد هر مسیر مناسبی که دو صفحه را به هم ارتباط می‌دهد انجام می‌دهیم:

$$\Delta V = V_+ - V_- = - \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۲-۳۰)$$

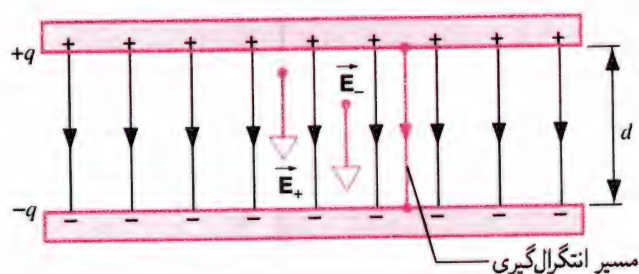
(۳) حاصل معادله (۲-۳۰) در طرف راست این معادله، شامل مقدار بار الکتریکی q خواهد بود. آنگاه، با استفاده از معادله (۱-۳۰) می‌توانیم ظرفیت خازن را معین کنیم، یعنی داریم $C = q/\Delta V$.

همان‌گونه که اختلاف پتانسیل را تعریف کردیم، ΔV یک عدد مثبت است. چون q یک مقدار مطلق است، ظرفیت C همواره مثبت خواهد بود.

اکنون این روش را با ارائه چند مثال تشریح می‌کنیم.

خازن با صفحه‌های موازی

در شکل ۵-۳۰ خازنی را نشان داده‌ایم که در آن دو صفحه تخت خازن بسیار بزرگ و بسیار نزدیک به هم قرار گرفته‌اند، یعنی فاصله d بین دو صفحه بسیار کوچکتر از طول یا عرض آنهاست. در این صورت می‌توانیم از آثار "چتری شدن" میدان الکتریکی در نزدیکی لبه صفحه‌ها چشم‌پوشی کنیم و فرض کنیم که میدان الکتریکی در سرتاسر حجم خازن در فضای بین دو صفحه دارای مقدار و جهت ثابت و یکسان است.



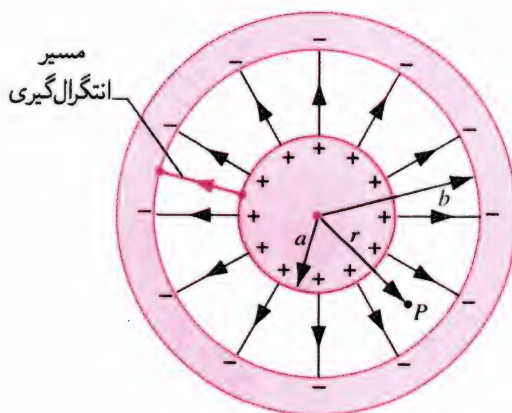
شکل ۵-۳۰ خازن با صفحه‌های موازی. در این شکل مسیر انتگرال‌گیری برای محاسبه معادله (۴-۳۰) را نشان داده‌ایم.

خازن کروی

شکل ۶-۳۰ مقطع یک خازن کروی را نشان می‌دهد، که در آن رسانای داخلی یک کره توپر با شعاع a است، و رسانای خارجی یک پوسته کروی توخالی با شعاع داخلی b است. فرض می‌کنیم که کره داخلی حامل بار الکتریکی $+q$ است و کره خارجی حامل بار $-q$. از تجزیه و تحلیل رساناها با استفاده از قانون گاوس (بخش ۶-۲۷ را ببینید)، می‌دانیم که بار موجود در رسانای داخلی روی سطح آن قرار می‌گیرد و بار موجود در رسانای خارجی روی سطح داخلی آن مستقر می‌شود. (یک سطح گاوسی کروی، با شعاعی اندکی بیشتر از b ، رسم کنید؛ این سطح به‌طور کامل در داخل رسانای خارجی قرار می‌گیرد، در نتیجه در همه جا روی این سطح $E = 0$ است و شاری که از این سطح می‌گذرد نیز برابر صفر است. بنابراین، این سطح هیچ بار خالصی را در برنمی‌گیرد، که این موضوع در شکل ۶-۳۰ نیز نشان داده شده است.) در ناحیه $a < r < b$ ، می‌توانیم از قانون گاوس استفاده کنیم و نشان دهیم که، در ناحیه بین دو رسانا، میدان الکتریکی فقط به بار الکتریکی موجود در کره داخلی بستگی دارد و اینکه این میدان مانند میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد (قضیه‌های مربوط به پوسته را که در بخش ۵-۲۷ مورد بحث و بررسی قرار دادیم به خاطر بیاورید). بنابراین، داریم

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad a < r < b \quad (۶-۳۰)$$

از جانشانی این عبارت برای میدان الکتریکی در معادله (۲-۳۰) و انجام انتگرال‌گیری در امتداد مسیر نشان داده‌شده در شکل ۶-۳۰ از



شکل ۶-۳۰ سطح مقطع یک خازن کروی یا استوانه‌ای. میدان الکتریکی در هر نقطه‌ای مانند P در فضای بین دو سطح فقط ناشی از بار روی رسانای داخلی است. مسیر انتگرال‌گیری برای محاسبه معادله (۷-۳۰) یا (۱۰-۳۰) را نشان داده‌ایم.

صفحه مثبت خازن تا صفحه منفی خازن، می‌رسیم به

$$\Delta V = \int_+^- E ds = \int_a^b \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab} \quad (۷-۳۰)$$

چون مسیری انتگرال‌گیری در امتداد شعاع است، داریم $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds$ و نیز $ds = dr$.

با استفاده از معادله $C = q/\Delta V$ ، اکنون نتیجه می‌گیریم که

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (\text{خازن کروی}) \quad (۸-۳۰)$$

توجه کنید که در اینجا، باز هم ظرفیت به صورت حاصلضرب ϵ_0 در کمیتی با بعد طول است.

خازن استوانه‌ای

شکل ۶-۳۰، همچنین نمایشگر سطح مقطع یک خازن استوانه‌ای است. که در آن رسانای داخلی یک میله توپر به شعاع a و حامل بار $+q$ است که به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است، و رسانای خارجی یک پوسته استوانه‌ای هم‌محور با آن، با شعاع داخلی b است که حامل بار یکنواخت توزیع شده $-q$ روی سطح آن است. طول این خازن برابر با L است و فرض می‌کنیم که $L \gg b$ است به‌طوری که، مانند خازن با صفحه‌های موازی، می‌توانیم از آثار "چتری شدن" میدان الکتریکی در دو سر خازن چشم‌پوشی کنیم.

درست به همان صورت که از قانون گاوس برای به‌دست آوردن قضیه دو پوسته در ساختار کروی استفاده کردیم، می‌توانیم نتیجه‌های مشابهی را برای ساختار استوانه‌ای به‌دست آوریم. اگر فقط رسانای یکنواخت باردار شده استوانه‌ای شکل خارجی وجود داشت، می‌توانستیم یک سطح گاوسی استوانه‌ای طویل با شعاع $r < b$ در نظر بگیریم که هم‌محور با رسانای خارجی باشد. این سطح گاوسی هیچ بار خالصی را در برنمی‌گیرد، بنابراین می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که روی سطح گاوسی همه جا $E = 0$ است. مانند حالت مربوط به پوسته کروی، یک پوسته یکنواخت باردار شده استوانه‌ای هیچ‌گونه میدان الکتریکی در داخل خود به‌وجود نمی‌آورد. با استفاده از یک سطح گاوسی استوانه‌ای با شعاع $r > a$ ، می‌توانیم چنین نتیجه‌گیری کنیم که استوانه داخلی درست مانند یک توزیع بار یکنواخت خطی عمل می‌کند، که میدان به‌طور شعاعی از محور به سمت خارج است که مقدارش را در بخش ۴-۲۶

که برای انتقال سیگنالهای تلویزیونی مورد استفاده قرار می‌گیرد، دارای شعاع داخلی $a = ۱۵ \text{ mm}$ و شعاع خارجی $b = ۲۱ \text{ mm}$ است. ظرفیت این کابل به‌ازای واحد طول چقدر است؟ حل. از معادله (۱۱-۳۰) داریم

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{(2\pi)(۸.۸۵ \text{ pF/m})}{\ln(۲۱ \text{ mm}/۱۵ \text{ mm})} = ۲۱ \text{ pF/m}$$

مسئله نمونه ۴-۳۰ اگر زمین را کرهٔ رسانایی منزوی با شعاع $R = ۶۳۷۰ \text{ km}$ در نظر بگیریم، ظرفیت آن چقدر می‌شود؟ حل. می‌توانیم به یک کرهٔ منزوی رسانای منفرد با فرض اینکه "صفحهٔ نایافته یا گمشده" آن کرهٔ رسانایی با شعاع بینهایت باشد، ظرفیتی نسبت دهیم.

اگر فرض کنیم که در معادله (۸-۳۰)، داریم $b \rightarrow \infty$ و R را به جای a جایگزین کنیم، می‌رسیم به

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (\text{کرهٔ منزوی}) \quad (۱۲-۳۰)$$

از جانشانی مقدارهای عددی، می‌رسیم به

$$C = (4\pi)(۸.۸۵ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ F/m})(۶.۳۷ \times ۱۰^۶ \text{ m}) \\ = ۷.۱ \times ۱۰^{-۴} \text{ F} = ۷۱۰ \mu\text{F}$$

ظرفیت یک ابرخازن بسیار کوچک ۱ فاراد در حدود ۱۴۰۰ برابر ظرفیت زمین است.

۴-۳۰ خازنهای سری و موازی

در بررسی مدارهای الکتریکی، اغلب علاقه‌مندیم که ظرفیت معادل دو یا چند خازن را که به‌صورتی مشخص به هم متصل شده‌اند بدانیم. منظورمان از "ظرفیت معادل" ظرفیت تک‌خازنی است که بتواند در مدار، جایگزین آن مجموعه شود بدون اینکه هیچ‌گونه تغییری در عملکرد بقیه مدار به‌وجود آید.

اتصال خازنها به‌صورت موازی

در شکل ۷-۳۰ الف) دو خازن را که به‌طور موازی به هم بسته شده‌اند، نشان داده‌ایم. اتصال موازی اجزای مدار دارای سه ویژگی است. (۱) برای رفتن از a به b ، می‌توان هر کدام از چند مسیر (در این مورد دو

(معادله ۱۷-۲۶) محاسبه کردیم:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{Lr} \quad a < r < b \quad (۹-۳۰)$$

که در این معادله چگالی بار خطی λ را با q/L جایگزین کرده‌ایم و فاصله y را با مختصهٔ شعاعی r . اکنون معادله (۲-۳۰) نتیجه می‌دهد:

$$\Delta V = \int_+^- E ds = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (۱۰-۳۰)$$

درست مانند خازن کروی، مسیر انتگرال‌گیری را از صفحهٔ مثبت تا صفحهٔ منفی خازن در راستای شعاعی انتخاب کرده‌ایم، به‌طوری که $\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds$ و $ds = dr$ است.

اکنون می‌توانیم از معادله (۱-۳۰) ظرفیت این خازن را معین کنیم:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad (\text{خازن استوانه‌ای}) \quad (۱۱-۳۰)$$

توجه کنید که باز هم در این معادله فقط عاملهای هندسی حضور دارند و نیز اینکه ظرفیت دارای شکل حاصلضرب ϵ_0 در کمیتی است که از نظر ابعادی دارای بعد طول است.

مسئله نمونه ۲-۳۰ فاصلهٔ بین صفحه‌ها در یک خازن با صفحه‌های موازی $d = ۱.۰ \text{ mm}$ است. اگر بخواهیم ظرفیت این خازن برابر با ۱.۰ F باشد، مساحت صفحه‌های آن باید چقدر باشد؟ حل. از معادله (۵-۳۰) داریم

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(۱.۰ \text{ F})(۱.۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ m})}{۸.۸۵ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ F/m}} = ۱.۱ \times ۱۰^۸ \text{ m}^2$$

این مقدار مساحت مربعی است که طول هر ضلع آن بیش از ۱۰ km است. بنابراین فاراد یکای واقعاً بزرگی است. با این همه، فناوری جدید، امکان ساخت خازنهایی با ظرفیت یک فاراد، با ابعاد نسبتاً متعارف، را فراهم آورده است. این "ابرخازنها" به‌عنوان منبعهای ولتاژ پشتیبان در کامپیوترها به‌کار می‌روند؛ این منبعها می‌توانند، در صورت قطع برق، حافظهٔ کامپیوتر را برای مدت ۳۰ روز حفظ کنند.

مسئله نمونه ۳-۳۰ فضای بین رساناهای یک کابل هم‌محور طویل

اگر به جای مجموعه موازی، تک‌خازن C_{eq} را بگذاریم و آن را به همان باتری متصل کنیم، شرط اینکه مدار عملکرد یکسانی داشته باشد ایجاب می‌کند که باتری همان مقدار بار، یعنی q ، را منتقل کند. یعنی، برای خازن معادل داریم

$$q = C_{eq} \Delta V \quad (۱۵-۳۰)$$

با جایگزین کردن معادله (۱۴-۳۰) در معادله (۱۵-۳۰) و سپس قرار دادن معادله‌های (۱۳-۳۰) در نتیجه آن معادله، می‌رسیم به

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

یا

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (۱۶-۳۰)$$

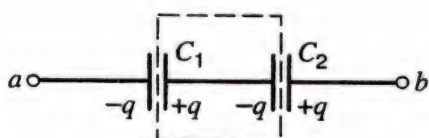
اگر بیشتر از دو خازن موازی داشته باشیم، می‌توانیم ابتدا C_1 و C_2 را با معادل آنها یعنی خازن C_{12} که از معادله (۱۶-۳۰) به دست می‌آید جایگزین کنیم. سپس ظرفیت معادل خازن C_{12} و خازن بعدی یعنی C_3 را پیدا کنیم. با ادامه این فرایند می‌توان معادله (۱۶-۳۰) را به هر تعداد از خازنهای موازی تعمیم داد:

$$C_{eq} = \sum_n C_n \quad (\text{اتصال موازی}) \quad (۱۷-۳۰)$$

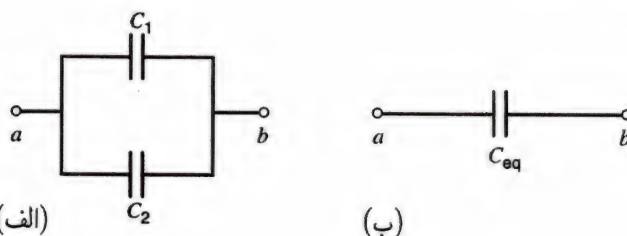
یعنی، برای اینکه ظرفیت معادل مجموعه‌ای از خازنهای متصل موازی را پیدا کنیم، کافی است که ظرفیت تک‌تک خازنها را با هم جمع کنیم. توجه کنید که ظرفیت معادل همواره از بیشترین ظرفیت در مجموعه موازی بزرگتر است. مجموعه موازی بیشتر از تک‌تک خازنها بار ذخیره می‌کند.

اتصال خازنها به صورت سری

در شکل ۸-۳۰ دو خازن را نشان داده‌ایم که به صورت سری به هم بسته شده‌اند. اتصال سری اجزای مدار با سه ویژگی مشخص می‌شود. (۱) اگر بخواهیم از a به b برویم، باید پشت سر هم از تمام اجزای مدار عبور کنیم. (۲) وقتی یک باتری به دو سر مجموعه متصل می‌شود. اختلاف



شکل ۸-۳۰ اتصال سری دو خازن.



شکل ۷-۳۰ (الف) دو خازن در اتصال موازی. (ب) خازن معادلی که می‌توان آن را در مدار با مجموعه موازی جایگزین کرد.

مسیر) موازی را انتخاب کرد، که هر کدام از این مسیرها فقط از یکی از اجزای موازی عبور می‌کند. (۲) وقتی یک باتری با اختلاف پتانسیل ΔV به دو سر مجموعه وصل شود (یعنی، در شکل ۷-۳۰ الف)، یکی از پایانه‌های باتری به نقطه a و پایانه دیگری به نقطه b متصل شوند) اختلاف پتانسیل ΔV در دو سر هر یک از اجزای موازی برقرار می‌شود. سیمها و صفحه‌های خازنها رسانا بوده و بنابراین در شرایط الکتروستاتیکی سطحهای هم‌پتانسیل‌اند. پتانسیل در a در سیمهای رابط متصل به a و دو صفحه سمت چپ خازنها پدیدار می‌شود؛ همین‌طور پتانسیل در b در سیمهای رابط متصل به b و دو صفحه سمت راست خازنها پدید می‌آید. (۳) کل باری که توسط باتری به مجموعه خازنها حمل می‌شود، بین اجزای مدار تقسیم می‌شود؛ بخشی از بار "پمپ‌شده" توسط باتری در C_1 قرار می‌گیرد و بخش دیگر در C_2 مستقر می‌شود.

با در نظر گرفتن این اصول، اکنون می‌توانیم ظرفیت خازن معادل C_{eq} را پیدا کنیم که همان ظرفیت کل بین نقاط a و b را به دست می‌دهد. این موضوع را در شکل ۷-۳۰ ب) نشان داده‌ایم. فرض می‌کنیم که یک باتری با اختلاف پتانسیل ΔV بین نقطه‌های a و b متصل شده است. برای هر یک از خازنها، (با استفاده از معادله ۱-۳۰) می‌توانیم بنویسیم

$$q_1 = C_1 \Delta V \quad \text{و} \quad q_2 = C_2 \Delta V \quad (۱۳-۳۰)$$

در نوشتن این معادله‌ها، اختلاف پتانسیل بین دو سر خازنها را، با توجه به ویژگی دوم مربوط به اتصالهای موازی که قبلاً به آن اشاره کردیم، مساوی گرفته‌ایم. باتری بار q را از یک طرف مدار استخراج و به طرف دیگر منتقل می‌کند. این بار، با توجه به ویژگی سوم، بین دو جزء اتصال موازی تقسیم می‌شود، یعنی مجموع بارهای روی دو خازن برابر بار کل است:

$$q = q_1 + q_2 \quad (۱۴-۳۰)$$

یا

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (21-30)$$

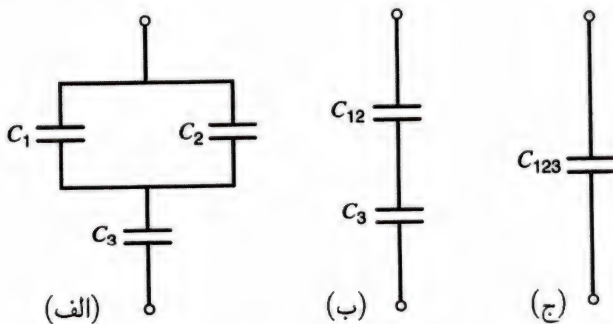
اگر چندین خازن داشته باشیم که به صورت سری به هم بسته شده باشد، می توانیم با بهره گیری از معادله (۲۱-۳۰) ظرفیت معادل دو خازن اول را پیدا کنیم و آن را با C_{12} نشان دهیم. سپس ظرفیت معادل خازن C_{12} و خازن بعدی در اتصال سری، یعنی C_3 را محاسبه می کنیم. با ادامه این روش، می توان ظرفیت معادل هر تعداد خازن را که به صورت سری متصل شده باشند محاسبه کرد

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_n \frac{1}{C_n} \quad (\text{اتصال سری یا متوالی}) \quad (22-30)$$

یعنی، برای یافتن ظرفیت معادل مربوط به یک مجموعه از خازنها که به صورت سری به هم متصل شده اند، عکس مجموع وارون همه ظرفیتها را به دست می آوریم. توجه داشته باشید که ظرفیت معادل مجموعه سری همواره از کمترین ظرفیت خازن موجود در مجموعه کمتر است.

گاهی، خازنها طوری به هم متصل می شوند که بلافاصله نمی توان گفت که مجموعه سری یا موازی است. چنانکه در مسئله نمونه ۵-۳۰ نشان داده ایم، اغلب این ترکیبها را می توان به اجزای کوچکتری تقسیم و هر بخش را به طور جداگانه از نظر سری یا موازی بودن اتصالها بررسی کرد. البته این عمل تجزیه و تحلیل مدار همواره امکان پذیر نیست.

مسئله نمونه ۵-۳۰ (الف) ظرفیت معادل مجموعه خازنهای نشان داده شده در شکل ۹-۳۰ (الف) را معین کنید. فرض کنید $C_1 = 12 \mu F$ ، $C_2 = 5.3 \mu F$ و $C_3 = 4.5 \mu F$ است. (ب)



شکل ۹-۳۰ مسئله نمونه ۵-۳۰. (الف) یک مجموعه متشکل از سه خازن. (ب) ترکیب اتصال موازی C_1 و C_2 را با معادل آنها، یعنی C_{12} جایگزین کرده ایم. (ج) ترکیب اتصال سری C_{12} و C_3 را با معادلشان یعنی C_{123} جایگزین کرده ایم.

پتانسیل ΔV دو سر باتری برابر است با مجموع اختلاف پتانسیلهای دو سر هر یک از اجزایی که در مسیر قرار گرفته است. (۳) بار q که به هر کدام از اجزای مجموعه سری تحویل می شود یکسان است.

برای درک ویژگی اخیر، ناحیه ای را که در شکل ۸-۳۰ با خط چین محصور شده است در نظر بگیرید. فرض کنید که باتری بار $-q$ را به صفحه سمت چپ C_1 بدهد. چون در خازن بارهای مساوی و با علامت مخالف روی صفحه ها قرار می گیرند، بار $+q$ روی صفحه سمت راست C_1 ظاهر می شود. ولی رسانای به شکل H که با خط چین محصور شده است از نظر الکتریکی از سایر قسمتهای مدار جداست؛ این بخش در آغاز حامل هیچ بار خالصی نیست و هیچ باری را هم نمی توان به آن منتقل کرد. اگر بار $+q$ روی صفحه سمت راست خازن C_1 پدیدار شود، آنگاه باید بار $-q$ روی صفحه سمت چپ خازن C_2 پدید آید. یعنی، n (مساوی q/e) الکترون از صفحه سمت راست خازن C_1 به صفحه سمت چپ خازن C_2 می رود. اگر بیش از دو خازن به طور متوالی به هم متصل شوند، می توان همین استدلال را در تمام طول زنجیره خازنها به کار برد و نتیجه گرفت که صفحه سمت چپ همه خازنهایی که به طور سری متصل شده اند حامل بار q با یک علامت و صفحه سمت راست همه خازنهایی که به طور سری بسته شده اند حامل بار مساوی q با علامت مخالف هستند.

با بهره گیری از معادله (۱۸-۳۰)، برای هر یک از خازنهای منفرد می توان نوشت

$$\Delta V_1 = \frac{q}{C_1} \quad \text{و} \quad \Delta V_2 = \frac{q}{C_2} \quad (18-30)$$

همه خازنها دارای بار مساوی q هستند ولی اختلاف پتانسیل آنها متفاوت است. بنابر ویژگی دوم اتصال سری، داریم

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (19-30)$$

در اینجا در جستجوی ظرفیت معادل C_{eq} هستیم که بتواند جانشین مجموعه خازنهای سری بشود، به طوری که باتری همان مقدار بار را روی آن جابه جا کند:

$$\Delta V = \frac{q}{C_{eq}} \quad (20-30)$$

با قرار دادن معادله (۱۹-۳۰) در معادله (۲۰-۳۰) و بهره گیری از معادلات (۱۸-۳۰)، می رسیم به

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$



شکل ۱۰-۳۰ توده‌ای متشکل از ۱۰۰۰۰ خازن در آزمایشگاه ملی لارنس لیورمور مقدار ۶۰ MJ انرژی ذخیره می‌کند و آن را در مدت یک هزارم ثانیه به لامپهای چشمک‌زنی می‌دهد که مجموعه‌ای از لیزرها را به راه می‌اندازد. نصب این خازنها بخشی از طرح "توا" است، که هدف آن تولید واکنشهای همجوشی خودنگهدار است.

در بخش ۲۸-۲ نشان دادیم که هر ترکیبی از بارهای الکتریکی دارای انرژی پتانسیل الکتریکی U ، برابر با کار W است (که ممکن است مثبت یا منفی باشد) که یک عامل خارجی برای ایجاد این ترکیب از تک‌تک اجزایش، که فرض می‌شود در آغاز از یکدیگر بسیار دور و ساکن بوده‌اند، انجام داده است. این انرژی پتانسیل مانند انرژی پتانسیل سیستمهای مکانیکی، چون فنر فشرده (متراکم) یا مجموعه زمین-ماه است.

به‌عنوان یک مثال ساده، وقتی دو بار مساوی و با علامت مخالف را از هم دور می‌کنیم کار انجام می‌دهیم. این انرژی به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در سیستم ذخیره می‌شود و اگر بگذاریم که بارها دوباره به هم نزدیک شوند، می‌توانیم آن را به‌صورت انرژی جنبشی بازیافت کنیم. همین‌طور، خازن باردار دارای انرژی پتانسیل الکتریکی U است که برابر با کار W است که عامل خارجی برای پر کردن آن انجام داده است. اگر امکان تخلیه خازن را فراهم آوریم، می‌توانیم این انرژی را بازپس بگیریم. همچنین می‌توانیم عمل باردار کردن خازن

اختلاف پتانسیل $\Delta V = ۱۲۵\text{ V}$ را به پایانه‌های شکل ۹-۳۰ (الف) برقرار می‌کنیم. بار روی خازن C_1 چقدر است؟
حل. (الف) خازنهای C_1 و C_2 موازی‌اند. از معادله (۱۶-۳۰) ظرفیت معادل آنها برابر است با

$$C_{12} = C_1 + C_2 = ۱۲۰\mu\text{F} + ۵۳\mu\text{F} = ۱۷۳\mu\text{F}$$

در شکل ۹-۳۰ (ب)، خازنهای موازی C_1 و C_2 با ظرفیت معادلشان، یعنی C_{12} جایگزین شده‌اند. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، خازنهای C_1 و C_2 به‌صورت سری به هم متصل شده‌اند. از معادله (۲۱-۳۰)، ظرفیت معادل نهایی این مجموعه (شکل ۹-۳۰ ج) را ببینید) چنین به‌دست می‌آید

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{۱۷۳\mu\text{F}} + \frac{1}{۴۵\mu\text{F}} = ۰.۰۲۸۰\mu\text{F}^{-1}$$

یا

$$C_{123} = \frac{1}{۰.۰۲۸۰\mu\text{F}^{-1}} = ۳۵۷\mu\text{F}$$

(ب) با خازنهای معادل C_{12} و C_{123} دقیقاً همان‌گونه برخورد می‌کنیم که با خازنهای واقعی با همان ظرفیت. بار روی خازن C_{123} در شکل ۹-۳۰ (ج) برابر است با

$$q_{123} = C_{123}\Delta V = (۳۵۷\mu\text{F})(۱۲۵\text{ V}) = ۴۴.۶\mu\text{C}$$

این مقدار بار روی هر کدام از خازنهای اتصال سری شکل ۹-۳۰ (ب) قرار دارد. اختلاف پتانسیل بین دو سر خازن C_{12} در آن شکل برابر است با

$$\Delta V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{۴۴.۶\mu\text{C}}{۱۷۳\mu\text{F}} = ۲۵۸\text{ V}$$

همین اختلاف پتانسیل در دو سر خازن C_1 در شکل ۹-۳۰ (الف) ظاهر می‌شود به‌طوری که

$$q_1 = C_1\Delta V_1 = (۱۲\mu\text{F})(۲۵۸\text{ V}) = ۳۱\mu\text{C}$$

۵-۳۰ ذخیره انرژی در میدان الکتریکی

یکی از کاربردهای مهم خازنها ذخیره انرژی الکتروستاتیکی است که موارد استفاده گسترده‌ای از فلاش عکاسی تا سیستمهای لیزری دارد (شکل ۱۰-۳۰ را ببینید)، که عملکرد هر دوی آنها به پر و خالی شدن خازنها وابسته است.

نیز دو برابر شده است، به نظر منطقی می‌آید که چنین نتیجه‌گیری کنیم که این انرژی پتانسیل الکتریکی در حجم بین دو صفحه خازن استقرار می‌یابد. به‌طور مشخص‌تر، انرژی در میدان الکتریکی موجود در این ناحیه ذخیره شده است.

در یک خازن با صفحه‌های موازی، با نادیده‌گرفتن حاشیه‌دار شدن میدان در لبه‌ها، میدان الکتریکی در تمام نقاط بین دو صفحه یکسان است. پیامد استدلالمان دال بر اینکه انرژی در میدان مستقر می‌شود، چنین است که چگالی انرژی u ، که مشخص‌کننده میزان انرژی ذخیره‌شده در واحد حجم است، نیز باید در همه جا در فاصله بین دو صفحه یکسان باشد؛ u ، چگالی انرژی، از خارج قسمت انرژی ذخیره‌شده کل بر حجم Ad به‌دست می‌آید، یعنی

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}C(\Delta V)^2}{Ad} \quad (26-30)$$

با جانشانی $C = \epsilon_0 A/d$ (معادله ۳۰-۵) می‌رسیم به

$$u = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\Delta V}{d} \right)^2 \quad (27-30)$$

ولی، می‌دانیم که $\Delta V/d$ همان میدان الکتریکی E است، در نتیجه

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (28-30)$$

با آنکه این معادله را برای مورد خاص با صفحه‌های موازی به‌دست آوردیم، این نتیجه برای همه موارد صحیح است. اگر در هر نقطه‌ای از فضای تهی (در خلأ)، میدان الکتریکی \vec{E} وجود داشته باشد، می‌توانیم آن نقطه را محل ذخیره انرژی در نظر بگیریم که انرژی ذخیره‌شده در آن به‌ازای واحد حجم برابر $\epsilon_0 E^2 / 2$ است.

به‌طور کلی، E برحسب مکان تغییر می‌کند، و در نتیجه u تابع مختصات است. برای مورد خاص خازن با صفحه‌های موازی، E و u در فضای بین صفحه‌های خازن برحسب مکان تغییر نمی‌کنند.

مسئله نمونه ۳۰-۶ خازن C_1 با ظرفیت $3.55 \mu F$ را با یک باتری با اختلاف پتانسیل $\Delta V_0 = 6.30 \text{ V}$ پر کرده‌ایم. سپس باتری را برداشته و به‌جای آن مطابق شکل ۳۰-۱۱ خازن خالی C_2 را با ظرفیت $8.95 \mu F$ قرار داده‌ایم. وقتی کلید S را ببندیم، بار از C_1 به C_2 جریان می‌یابد تا وضعیت تعادل برقرار شود و دو خازن به اختلاف پتانسیل یکسان ΔV برسند. (الف) این اختلاف پتانسیل مشترک کدام است؟

را با این تصور که یک عامل خارجی الکترون‌ها را از صفحه مثبت برمی‌دارد و آن را در صفحه منفی می‌نشاند و به این وسیله بین بارها فاصله ایجاد می‌کند، مجسم کنیم. معمولاً، عمل پرکردن خازن را باتری انجام می‌دهد که از انرژی شیمیایی ذخیره‌شده خود برای انجام این کار هزینه می‌کند.

فرض کنید در زمان t بار q' از یک صفحه به صفحه دیگر منتقل شده باشد. در آن زمان اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها $\Delta V'$ است که برابر $\Delta V' = q'/C$ است. حال اگر بار dq' جابه‌جا شود، تغییر مختصر dU را در انرژی پتانسیل الکتریکی به‌وجود می‌آورد که بنابر معادله (۲۸-۹) $(\Delta V = \Delta U/q_0)$ برابر است با

$$dU = \Delta V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

اگر این فرایند ادامه یابد تا بار کل q جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل کل برابر خواهد شد با

$$U = \int dU = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' \quad (23-30)$$

یا

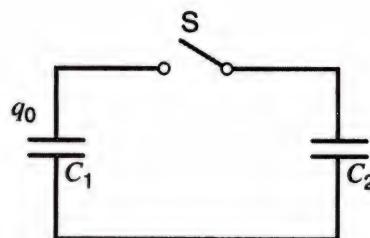
$$U = \frac{q^2}{2C} \quad (24-30)$$

با استفاده از رابطه $q = C\Delta V$ می‌توان رابطه بالا را به‌صورت زیر نیز نوشت

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \quad (25-30)$$

این انرژی در کجا مستقر می‌شود؟ معادله‌های (۲۴-۳۰) و (۲۵-۳۰) پاسخ مستقیم و سراسری به ما نمی‌دهند، ولی با استدلال زیر می‌توانیم موقعیت انرژی ذخیره‌شده را مشخص کنیم. فرض کنید که یک خازن با صفحه‌های موازی منزوی در اختیار داریم (یعنی، این خازن به یک باتری متصل نشده است) که حامل بار q است. بدون اینکه q را تغییر دهیم، صفحه‌های این خازن را از هم دور می‌کنیم تا فاصله بین آنها دو برابر فاصله اولیه بشود. بنابر معادله (۳۰-۵)، اگر فاصله بین صفحه‌های خازن، یعنی d ، دو برابر شود، ظرفیتش نصف می‌شود. معادله (۲۴-۳۰) نشان می‌دهد که اگر ظرفیت خازن، یعنی C ، نصف شود، انرژی ذخیره‌شده در آن دو برابر می‌شود. حالا، به هنگام دور کردن صفحه‌های خازن از یکدیگر، خود صفحه‌ها را تغییر ندادیم، بنابراین منطقی نیست که چنین نتیجه‌گیری کنیم که انرژی اضافی در آنجا ذخیره شده است. کاری که انجام دادیم آن بوده است که حجم فضای بین دو صفحه را دو برابر کرده‌ایم و چون انرژی

از اینجا نتیجه می‌گیریم که $U_i < U_f$ و در واقع U_f فقط در حدود ۷۲٪ مقدار U_i است. البته این به معنای نقض پایداری انرژی نیست. انرژی “گمشده” در این فرایند به صورت انرژی گرمایی در سیمهای رابط ظاهر می‌شود، که آن را در فصل بعد بررسی می‌کنیم.*



شکل ۱۱-۳۰ مسئله نمونه ۶-۳۰. خازن C_1 قبلاً به وسیله یک باتری با اختلاف پتانسیل ΔV_0 پر شده است. وقتی کلید S بسته می‌شود، بار اولیه q_0 بین دو خازن C_1 و C_2 تقسیم می‌شود.

(ب) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی قبل و بعد از آنکه کلیدی در شکل ۱۱-۳۰ بسته شود، چقدر است؟
حل. (الف) بار الکتریکی باید پایسته بماند، در نتیجه بار حالت اولیه، یعنی q_0 ، باید بین دو خازن تقسیم شود، یا

$$q_0 = q_1 + q_2$$

با بهره‌گیری از رابطه $q = C\Delta V$ در مورد هر یک از جمله‌های معادله بالا، داریم

$$C_1\Delta V_0 = C_1\Delta V + C_2\Delta V$$

یا

$$\Delta V = \Delta V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{(6.30 \text{ V})(3.55 \mu\text{F})}{3.55 \mu\text{F} + 8.95 \mu\text{F}} = 1.79 \text{ V}$$

اگر ولتاژ باتری یعنی ΔV_0 و ظرفیت خازن C_1 را بدانیم، با استفاده از مداری مانند مدار شکل ۱۱-۳۰ و اندازه‌گیری ولتاژ ΔV می‌توانیم ظرفیت خازن مجهول C_2 را تعیین کنیم.

(ب) انرژی ذخیره شده اولیه برابر است با

$$U_i = \frac{1}{2} C_1 (\Delta V_0)^2 = \frac{1}{2} (3.55 \times 10^{-6} \text{ F})(6.30 \text{ V})^2 = 7.05 \times 10^{-5} \text{ J} = 70.5 \mu\text{J}$$

انرژی ذخیره شده نهایی برابر است با

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{1}{2} C_1 (\Delta V)^2 + \frac{1}{2} C_2 (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) (\Delta V)^2 \\ &= \frac{1}{2} (3.55 \times 10^{-6} \text{ F} + 8.95 \times 10^{-6} \text{ F})(1.79 \text{ V})^2 \\ &= 2.00 \times 10^{-5} \text{ J} = 20.0 \mu\text{J} \end{aligned}$$

مسئله نمونه ۷-۳۰ یک کره رسانای منزوی به شعاع $R = 6.85 \text{ cm}$ حامل بار $q = 1.25 \text{ nC}$ است. (الف) چقدر انرژی در میدان الکتریکی مربوط به این کره باردار ذخیره شده است؟ (ب) چگالی انرژی در سطح کره چقدر است؟ (ج) شعاع سطح کروی فرضی R_0 که نصف انرژی پتانسیل ذخیره شده در داخل آن قرار می‌گیرد چقدر است؟

حل. (الف) از معادله‌های (۲۴-۳۰) و (۱۲-۳۰) داریم

$$\begin{aligned} U &= \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \\ &= \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(4\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(0.0685 \text{ m})} \\ &= 1.03 \times 10^{-7} \text{ J} = 103 \text{ nJ} \end{aligned}$$

(ب) برای اینکه چگالی انرژی را مشخص کنیم، ابتدا باید میدان الکتریکی E را روی سطح کره تعیین کنیم. میدان روی سطح کره از رابطه زیر به دست می‌آید

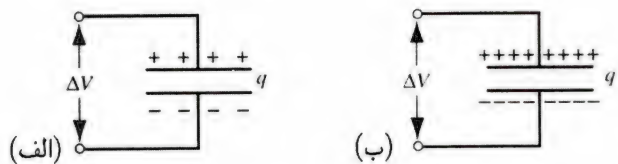
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

بنابراین، چگالی انرژی با استفاده از معادله (۲۸-۳۰)، در این ناحیه چنین است

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} \\ &= \frac{(1.25 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(32\pi^2)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(0.0685 \text{ cm})^4} \\ &= 2.54 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3 = 25.4 \mu\text{J/m}^3 \end{aligned}$$

(ج) انرژی که در یک پوسته کروی بین شعاعهای r و $r + dr$ قرار * اندکی از انرژی گمشده به صورت انرژی تابشی گسیل می‌شود. برای بحث مفصل و جدی این موضوع مقاله زیر را ببینید:

“Two-Capacitor Problem: A More Realistic View,” by R. A. Powell, *American Journal of Physics*, May 1979, p. 460.



شکل ۱۲-۳۰ (الف) یک خازن خالی از ماده دی الکتریکی با اتصال به باتری که اختلاف پتانسیل ΔV را برقرار می‌کند پر می‌شود. (ب) در حالی که فضای بین صفحه‌های خازن به وسیله یک ماده دی الکتریک پر می‌شود همچنان متصل به باتری باقی می‌ماند. در این مورد، اختلاف پتانسیل ΔV ثابت می‌ماند، ولی بار الکتریکی q افزایش می‌یابد.

دی الکتریک مورد بررسی قرار می‌دهیم. این موضوع اولین بار در سال ۱۸۳۷ توسط مایکل فاراده مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفت. فاراده دو خازن دقیقاً یکسان ساخت، یکی از آنها را با یک ماده دی الکتریک پر کرد و دیگری را خالی نگه داشت. وقتی این خازنها را به باتریهایی با اختلاف پتانسیل یکسان متصل کرد، دریافت که خازن حاوی ماده دی الکتریک دارای بار بیشتری از خازن پر شده از هواست. یعنی وجود دی الکتریک سبب می‌شود که خازن بار بیشتری را انباشته و ذخیره کند. چون ذخیره بار الکتریکی برای تخلیه در زمانهای بعدتر، یکی از مقاصد بهره‌برداری از خازنهاست، وجود دی الکتریک می‌تواند عملکرد خازن را به گونه‌ای چشمگیر بهبود بخشد.

اثر پر کردن خازن به وسیله یک ماده دی الکتریک بستگی دارد به اینکه این کار را وقتی که خازن به باتری متصل است (مانند آزمایش فاراده) انجام دهیم یا وقتی که قطع است. ابتدا مورد مربوط به آزمایش فاراده را بررسی می‌کنیم (شکل ۱۲-۳۰). خازنی با ظرفیت C را به یک باتری با اختلاف پتانسیل ΔV وصل می‌کنیم و اجازه می‌دهیم که به طور کامل پر شود، به طوری که صفحه‌های آن، مطابق شکل ۱۲-۳۰ (الف)، حامل بار q باشند. وقتی که خازن همچنان به باتری متصل است داخل آن را با ماده‌ای با ثابت دی الکتریکی κ_e ، مطابق شکل ۱۲-۳۰ (ب)، پر می‌کنیم. باتری همان اختلاف پتانسیل ΔV را در دو صفحه خازن حفظ می‌کند.

معادله (۲-۳۰) نشان می‌دهد که، اگر اختلاف پتانسیلهای شکلهای ۱۲-۳۰ (الف) و ۱۲-۳۰ (ب) یکسان باشد، آنگاه میدانهای الکتریکی در داخل خازنها باید یکسان باشد. با این همه، انتظار داریم که حضور دی الکتریک در داخل خازن سبب کاهش شدت میدان الکتریکی بشود. همان گونه که فاراده استدلال کرد، تمایل ماده دی الکتریک به کاهش شدت میدان الکتریکی دقیقاً با بار اضافی که باتری روی صفحات می‌گذارد (البته همزمان با داخل کردن ماده دی الکتریک در فضای بین صفحه‌ها) موازنه و جبران می‌شود.

می‌گیرد، برابر است با

$$dU = (u)(4\pi r^2)(dr)$$

که در اینجا $(4\pi r^2)(dr)$ حجم پوسته کروی است. با بهره‌گیری از نتیجه قسمت (ب) در مورد چگالی انرژی محاسبه شده در شعاع r داریم

$$dU = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

شرایط ارائه شده در این مسئله عبارت است از

$$\int_R^{R_0} dU = \frac{1}{2} \int_R^{R_0} dU$$

یا با استفاده از نتیجه به دست آمده برای dU و حذف عاملهای ثابت از دو طرف معادله، داریم

$$\int_R^{R_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \int_R^{R_0} \frac{dr}{r^2}$$

که به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R}$$

که از حل این معادله برای R_0 می‌رسیم به

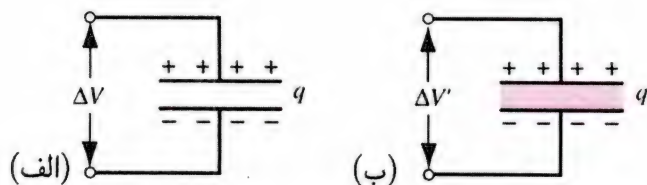
$$R_0 = 2R = (2)(6.85 \text{ cm}) = 13.7 \text{ cm}$$

و به این ترتیب نیمی از انرژی ذخیره شده، در داخل یک سطح کروی با شعاعی معادل دو برابر شعاع کره رسانا قرار گرفته است.

۳-۶ خازن دارای دی الکتریک

در بخش ۲۹-۶ تأثیر اعمال میدان الکتریکی را به ماده عایق (دی الکتریک) مورد مطالعه قرار دادیم. نشان دادیم که وجود دی الکتریک سبب کاهش شدت میدان الکتریکی در داخل دی الکتریک می‌شود و میدان از مقدار اولیه E_0 در خلأ به $E = E_0 / \kappa_e$ در داخل دی الکتریک کاهش می‌یابد. مقدار پارامتر κ_e ، یا ثابت دی الکتریکی برای تمام مواد بیشتر از یک است، به طوری که میدان الکتریکی در داخل دی الکتریک از میدان در خلأ کمتر است.

در این بخش، تأثیر پر کردن فضای داخلی خازن را با ماده



شکل ۱۳-۳۰ (الف) خازن تهی از ماده دی الکتریک به وسیله باتری پر می شود و سپس اتصال باتری قطع می شود. (ب) اکنون خازن را با ماده دی الکتریک پر می کنیم. بار روی صفحه های خازن ثابت می ماند، ولی اختلاف پتانسیل از ΔV به $\Delta V'$ کاهش می یابد.

به ΔV برسد و بار آنها برابر q شود، سپس باتری را قطع می کنیم (شکل ۱۳-۳۰ (الف)). اکنون فضای بین صفحه های خازن را با ماده دی الکتریک پر می کنیم (شکل ۱۳-۳۰ (ب))، در این حالت، بار روی صفحه ها باید ثابت بماند. زیرا دیگر باتری وجود ندارد که بار را از یک صفحه به صفحه دیگر منتقل کند. وقتی بار ثابت بماند، میدان الکتریکی فقط به دلیل وجود ماده دی الکتریک تغییر می کند، به طوری که $E' = E/\kappa_e$. با استفاده از این میدان الکتریکی در معادله (۳۰-۲)، برای یافتن اختلاف پتانسیل، می رسمیم به $\Delta V' = \Delta V/\kappa_e$. یعنی در این حالت، اختلاف پتانسیل با مضرب $1/\kappa_e$ کاهش پیدا می کند. با توجه به اینکه $\Delta V' = q'/C'$ و $q' = q$ است، یک بار دیگر به این نتیجه می رسمیم که $C' = \kappa_e C$ ، که همان نتیجه به دست آمده در معادله (۳۰-۳) است. ظرفیت خازن به نحوه باردار کردن آن یا انباشتن فضای بین صفحه های آن با ماده دی الکتریک بستگی ندارد، ظرفیت خازن فقط به ساختار هندسی آن و جنس ماده ای که با آن پر می شود وابسته است.

مسئله نمونه ۸-۳۰ اختلاف پتانسیل $\Delta V = ۱۲۵V$ را بین دو صفحه یک خازن با صفحه های موازی که ظرفیت آن ۱۳۵ pF است برقرار کرده ایم. حال باتری پرکننده خازن را قطع می کنیم و یک تیغه چینی ($\kappa_e = ۶۵$) را مطابق شکل ۱۳-۳۰ (ب)، بین صفحاتش وارد می کنیم. انرژی ذخیره شده در این خازن، قبل و بعد از قرار دادن تیغه دی الکتریک در آن، چقدر است؟
حل. انرژی ذخیره شده اولیه در این خازن از معادله (۳۰-۲۵) به دست می آید

$$U_i = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} (۱۳۵ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ F}) (۱۲۵ \text{ V})^2 \\ = ۱.۰۵۵ \times ۱۰^{-۹} \text{ J} = ۱.۰۵۵ \text{ pJ}$$

فرض کنید که از یک خازن با صفحه های موازی استفاده می کنیم. وقتی فضای بین صفحه های خازن خالی از ماده دی الکتریک است، میدان الکتریکی با معادله (۳۰-۳) مشخص می شود: $E = \sigma/\epsilon_0 = q/\epsilon_0 A$. وقتی که بین صفحه ها یک ماده دی الکتریک وجود داشته باشد، میدان الکتریکی با یک ضریب $1/\kappa_e$ کاهش می یابد که ناشی از حضور ماده دی الکتریک است، ولی میدان نیز تغییر می کند چون بار الکتریکی موجود روی صفحه ها به q' تغییر یافته است، به طوری که در این حالت میدان برابر $E' = q'/\kappa_e \epsilon_0 A$ است. چون میدانها باید با هم برابر باشد، می توانیم بنویسیم $E' = E$ و نتیجه بگیریم که

$$q' = \kappa_e q \quad (۳۰-۲۹)$$

ثابت دی الکتریکی بیشتر از یک است، به طوری که می توانیم مقدار بیشتری بار در یک خازن دارای ماده دی الکتریک انباشته کنیم تا یک خازن تهی از ماده دی الکتریک. وقتی ماده دی الکتریک را وارد یک خازن پر از بار الکتریکی می کنیم، باتری بار بیشتری، معادل $q' - q = q(\kappa_e - 1)$ ، از صفحه منفی به صفحه مثبت جابه جا می کند. ظرفیت خازن در صورت وجود ماده دی الکتریک در آن چنین است: $C' = q' \Delta V'$. با استفاده از تساویها $q' = \kappa_e q$ و $\Delta V' = \Delta V/\kappa_e$ می رسمیم به

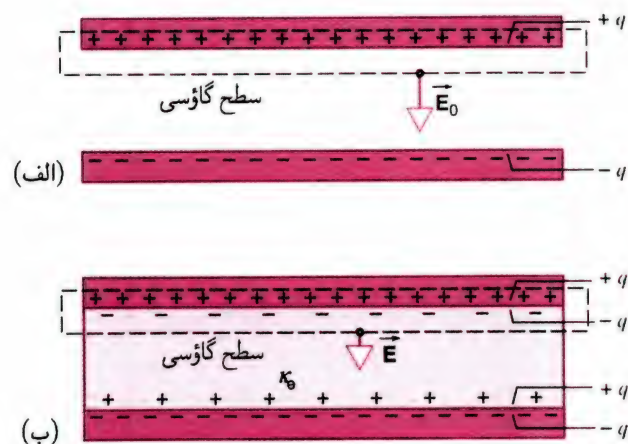
$$C' = \kappa_e C \quad (۳۰-۳۰)$$

وجود دی الکتریک سبب افزایش ظرفیت خازن با ضریب κ_e می شود. برای خازن با صفحه های موازی حاوی ماده دی الکتریک، می توان ظرفیت را با ترکیب معادله های (۳۰-۵) و (۳۰-۳) به دست آورد:

$$C' = \frac{\kappa_e \epsilon_0 A}{d} \quad (۳۱-۳۰)$$

ظرفیت هر خازنی که فضای بین صفحه های آن به طور کامل با ماده دی الکتریک پر شود با مضرب یکسان κ_e افزایش پیدا می کند. معادله های (۳۰-۸) و (۳۰-۱۱) را می توان به صورتی مشابه برای در نظر گرفتن تأثیر وجود ماده دی الکتریک در فضای بین صفحه های خازن تصحیح کرد.

اگر ماده دی الکتریکی را وقتی خازن به باتری وصل نیست وارد فضای بین صفحات آن کنیم، بر ظرفیت خازن تأثیر یکسانی خواهد داشت، ولی استخراج روابط آن بسیار متفاوت است. ابتدا خازن را به باتری وصل می کنیم، تا اختلاف پتانسیل بین صفحه های آن



شکل ۱۴-۳۰ (الف) یک خازن با صفحه‌های موازی. (ب) یک تیغه دی الکتریک در فاصله بین صفحه‌ها قرار داده شده است، در حالی که بار روی صفحه در مقدار q ثابت می‌ماند. بار القایی q' روی سطح تیغه دی الکتریک پدیدار می‌شود.

چون، میدان الکتریکی فقط در آن قسمتی از سطح گاوسی وجود دارد که در فاصله بین صفحه‌هاست. به این ترتیب،

$$E_o = \frac{q}{\epsilon_o A} \quad (32-30)$$

اگر ماده دی الکتریک وجود داشته باشد (شکل ۱۴-۳۰ (ب))، در آن صورت قانون گاوس نتیجه می‌دهد

$$\epsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_o EA = q - q'$$

یا، داریم

$$E = \frac{q}{\epsilon_o A} - \frac{q'}{\epsilon_o A} \quad (33-30)$$

که در این معادله $-q'$ ، یعنی بار سطحی القا شده را، باید از بار q ، یعنی بار آزاد روی صفحه‌ها، تمیز داد. دو بار $+q$ و $-q'$ که هر دو در داخل سطح گاوسی قرار می‌گیرند، دارای علامتهای مخالفاند؛ بار خالص در داخل سطح گاوسی چنین است $q - q' = q + (-q')$. دی الکتریک میدان الکتریکی را با ضریب κ_e کاهش می‌دهد،

و در نتیجه

$$E = \frac{E_o}{\kappa_e} = \frac{q}{\kappa_e \epsilon_o A} \quad (34-30)$$

با قرار دادن این نتیجه در معادله (۳۳-۳۰) می‌رسیم به

$$\frac{q}{\kappa_e \epsilon_o A} = \frac{q}{\epsilon_o A} - \frac{q'}{\epsilon_o A}$$

یا

$$q' = q \left(1 - \frac{1}{\kappa_e} \right) \quad (35-30)$$

می‌توانیم انرژی نهایی را از معادله (۲۴-۳۰) به صورت $U_f = q^2 / 2C'$ بنویسیم چون، بنابر شرایط بیان شده مسئله پس از وارد کردن تیغه چینی در فاصله بین صفحات خازن، q (ولی نه ΔV) ثابت می‌ماند. پس از قرار گرفتن تیغه چینی در فضای بین صفحه‌های خازن، ظرفیت آن افزایش پیدا می‌کند و به مقدار $C' = \kappa_e C$ می‌رسد، به طوری که

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa_e C} = \frac{U_i}{\kappa_e} = \frac{1055 \text{ pJ}}{6.5} = 162 \text{ pJ}$$

وقتی تیغه بین صفحات قرار گرفت انرژی ذخیره شده در خازن با ضریب $1/\kappa_e$ کاهش می‌یابد.

انرژی «گمشده»، اصولاً، برای شخصی که تیغه را بین صفحه‌ها وارد می‌کند آشکار است. خازن به تیغه نیرو وارد می‌کند و به این ترتیب روی آن کار انجام می‌دهد. مقدار این کار برابر است با

$$W = U_i - U_f = 1055 \text{ pJ} - 162 \text{ pJ} = 893 \text{ pJ}$$

اگر تیغه بدون هیچ مقاومتی وارد فضای خازن می‌شد و اگر هیچ اصطکاک و وجود نداشت، تیغه بین صفحه‌های خازن نوسان می‌کرد و به داخل و خارج می‌رفت. سیستم متشکل از خازن + تیغه دارای انرژی ثابت 1055 pJ است؛ که این انرژی بین انرژی جنبشی تیغه متحرک و انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی در نوسان است. وقتی تیغه نوسان کننده فضای بین صفحه‌های خازن را پر می‌کند، انرژی جنبشی آن 893 pJ است.

دی الکتریکها و قانون گاوس

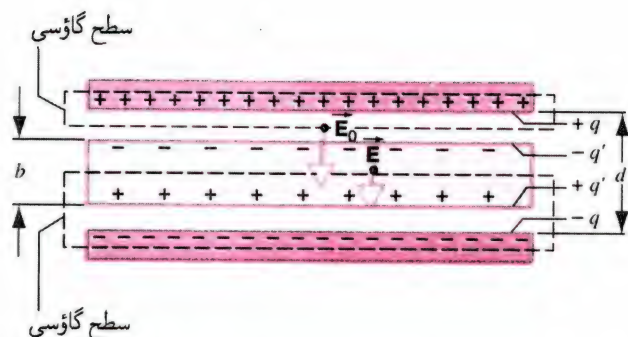
تاکنون استفاده از قانون گاوس محدود به مواردی بود که در آنها هیچ ماده دی الکتریکی وجود نداشت. اکنون می‌خواهیم این قانون را در مورد یک خازن با صفحه‌های موازی که با ماده‌ای با ثابت دی الکتریک κ_e پر شده است به کار ببریم.

در شکل ۱۴-۳۰ خازنی را در دو حالت با دی الکتریک و بدون آن نشان داده‌ایم. فرض کنید که در هر دو حالت بار q روی صفحه‌ها یکسان باشد. سطحهای گاوسی را چنان ترسیم کرده‌ایم که قسمتی از آن از داخل صفحه بالایی عبور کند و قسمتی از آن از فضای بین صفحه‌ها بگذرد.

اگر ماده دی الکتریک وجود نداشته باشد (شکل ۲۴-۳۴ (الف))،

با استفاده از قانون گاوس داریم

$$\epsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_o E_o A = q$$



شکل ۱۵-۳۰ مسئله نمونه ۹-۳۰. یک خازن با صفحه‌های موازی حاوی یک تیغه دی‌الکتریک است که فقط بخشی از فضای بین صفحه‌ها را پر می‌کند.

(الف) ظرفیت C خازن قبل از اینکه تیغه دی‌الکتریک وارد آن بشود چقدر است؟ (ب) چه مقدار بار آزاد روی صفحه‌های خازن پدید می‌آید؟ (ج) شدت میدان الکتریکی E_0 در گافهای هوا بین صفحه‌های خازن و تیغه دی‌الکتریک چقدر است؟ (د) شدت میدان الکتریکی E را در داخل تیغه دی‌الکتریک محاسبه کنید. (ه) اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، ΔV ، پس از ورود تیغه دی‌الکتریک چقدر است؟ (و) وقتی تیغه در فضای بین صفحه‌ها قرار می‌گیرد، ظرفیت C' خازن چقدر است؟

حل. (الف) از معادله (۵-۳۰) داریم

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1.24 \times 10^{-2} \text{ m}} = 8.21 \times 10^{-12} \text{ F} = 8.21 \text{ pF}$$

(ب) بار آزاد روی هر یک از صفحه‌های خازن را می‌توان از معادله (۱-۳۰) معین کرد

$$q = C\Delta V = (8.21 \times 10^{-12} \text{ F})(85.5 \text{ V}) = 7.02 \times 10^{-10} \text{ C} = 7.02 \text{ pC}$$

چون قبل از قرار دادن تیغه دی‌الکتریک در فضای بین صفحه‌ها، اتصال باتری قطع شده بود، با قرار دادن تیغه دی‌الکتریک در فضای بین صفحه‌های خازن، مقدار بار آزاد ثابت باقی می‌ماند.

(ج) قانون گاوسی به صورت داده شده در معادله (۳۷-۳۰) را در مورد سطح گاوسی بالایی شکل ۱۵-۳۰، که فقط بارهای آزاد روی صفحه بالایی خازن را در برمی‌گیرد، به کار می‌بریم. از اینجا داریم

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 (1) E_0 A = q$$

که نشان می‌دهد بار سطحی القاشده q' همواره از نظر اندازه از بار آزاد q کوچکتر است و اگر دی‌الکتریک وجود نداشته باشد، یعنی اگر $\kappa_e = 1$ باشد، در آن صورت بار القاشده برابر صفر است.

اکنون قانون گاوس را برای مورد مربوط به شکل ۱۴-۳۰ (ب) به صورت زیر می‌نویسیم

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q - q' \quad (۳۶-۳۰)$$

که باز هم در اینجا $q - q'$ بار خالص موجود در داخل سطح گاوسی است. با قرار دادن نتیجه معادله (۳۵-۳۰) به جای q' و پس از اندکی بازآرایی جمله‌ها، می‌رسیم به

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (۳۷-۳۰)$$

این رابطه مهم، گرچه برای یک خازن با صفحه‌های موازی به دست آمده، به طور کلی درست است و به همان صورتی است که معمولاً قانون گاوس را وقتی دی‌الکتریک وجود دارد می‌نویسند. به نکات زیر توجه کنید:

۱. اکنون انتگرال شار به جای \vec{E} شامل $\kappa_e \vec{E}$ است. این جایگزینی با کاهش E در دی‌الکتریک با ضریب κ_e سازگار است. زیرا $\kappa_e \vec{E}$ (با وجود دی‌الکتریک) برابر است با \vec{E}_0 (بدون دی‌الکتریک). برای تعمیم موضوع، با زیر علامت انتگرال قرار دادن κ_e ، احتمال ثابت نبودن κ_e را نیز مجاز می‌داریم.

۲. بار q در داخل سطح گاوسی را فقط بارهای آزاد در نظر می‌گیریم. در طرف راست معادله (۳۷-۳۰)، بار سطحی القاشده، آگاهانه حذف شده است، ولی با در نظر گرفتن ضریب κ_e در طرف چپ این معادله، اثر آن به حساب آورده شده است. معادله‌های (۳۶-۳۰) و (۳۷-۳۰) فرمولبندیهای کاملاً هم‌ارزی هستند.

مسئله نمونه ۹-۳۰ در شکل ۱۵-۳۰ یک خازن با صفحه‌های موازی را نشان داده‌ایم که مساحت صفحه‌های آن A و فاصله بین آنها d است. اختلاف پتانسیل ΔV را بین صفحه‌های این خازن برقرار می‌کنیم. سپس باتری را از خازن قطع کرده یک تیغه دی‌الکتریک به ضخامت b و ثابت دی‌الکتریکی κ_e را مطابق شکل در بین صفحه‌ها قرار می‌دهیم. فرض کنیم

$$A = 115 \text{ cm}^2, \quad d = 1.24 \text{ cm}, \quad b = 0.78 \text{ cm} \\ \kappa_e = 2.61, \quad \Delta V = 85.5 \text{ V}$$

جدول ۱-۳۰ خلاصه نتیجه‌های مربوط به مسئله نمونه ۹-۳۰

کمیت	یکا	بدون تیغه	نیم تیغه	تیغه کامل
C	pF	۸٫۲۱	۱۳٫۴	۲۱٫۴
q	pC	۷۰۲	۷۰۲	۷۰۲
q'	pC	-	۴۳۳	۴۳۳
ΔV	V	۸۵٫۵	۵۲٫۳	۳۲٫۸
E_0	kV/m	۶٫۹۰	۶٫۹۰	الف ۶٫۹۰
E	kV/m	-	۲٫۶۴	۲٫۶۴

الف) فرض می‌کنیم که بین تیغه دی‌الکتریک و صفحه خازن شکاف بسیار نازکی وجود داشته باشد.

نتیجه‌های حاصل از این مسئله نمونه را در جدول ۱-۳۰ خلاصه کرده‌ایم. این جدول همچنین شامل نتیجه‌هایی است که اگر تیغه دی‌الکتریک به‌طور کامل فضای بین دو صفحه خازن را پر می‌کرد، به‌دست می‌آمد.

چندگزینه‌ای

۱-۳۰ خازنها

۱. دو صفحه فلزی موازی حامل بارهای q_1 و q_2 هستند. آیا این مجموعه نوعی خازن است؟

(الف) آری (ب) فقط در صورتی که $q_1 = -q_2$ باشد.

(ج) فقط اگر علامت بارهای q_1 و q_2 مخالف هم باشد. (د) خیر

۲-۳۰ ظرفیت

۲. مرکزهای دو کره رسانای یکسان به شعاع r در فاصله $d > 2r$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. بار $+q$ روی یکی از این کره‌ها قرار دارد، و بار $-q$ روی کره دیگر. ظرفیت این مجموعه C است. اکنون بار اضافی دیگری به این کره‌ها منتقل می‌شود به‌طوری که بار روی هر کدام از کره‌ها دو برابر می‌شود.

(۱) اکنون که بارهای روی کره‌ها تغییر کرده است، ظرفیت جدید

C' چقدر است؟

(الف) $C' = 4C$ (ب) $C' = 2C$ (ج) $C' = C$

(د) $C' = C/2$

(ه) برای پاسخگویی به این پرسش اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(115 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} \\ = 6900 \text{ V/m} = 6.90 \text{ kV/m}$$

توجه کنید که در این معادله $\kappa_e = 1$ را قرار دادیم زیرا سطح گاوسی که قانون گاوس را در مورد آن به‌کار می‌بریم و انتگرال می‌گیریم از هیچ محیط حاوی دی‌الکتریک نمی‌گذرد. همچنین توجه داشته باشید که وقتی تیغه دی‌الکتریک وارد فضای بین صفحه‌ها می‌شود E_0 تغییر نمی‌کند. این کمیت فقط به بار آزاد روی صفحه‌ها بستگی دارد.

(د) یک بار دیگر از معادله (۳۷-۳۰) استفاده می‌کنیم. این بار قانون را در مورد سطح گاوسی پایینی شکل ۱۵-۳۰ به‌کار می‌بریم و فقط بار آزاد $-q$ را در نظر می‌گیریم. درمی‌یابیم که

$$\epsilon_0 \oint \kappa_e \vec{E} \cdot d\vec{A} = -\epsilon_0 \kappa_e EA = -q$$

یا

$$E = \frac{q}{\kappa_e \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\kappa_e} = \frac{6.90 \text{ kV/m}}{2.61} = 2.64 \text{ kV/m}$$

وقتی حاصلضرب داخلی $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ را محاسبه می‌کنیم علامت منفی ظاهر می‌شود زیرا \vec{E} و $d\vec{A}$ در جهتهای مخالف یکدیگرند، $d\vec{A}$ همواره عمود بر سطح بسته گاوسی و به طرف خارج آن است. (ه) برای یافتن اختلاف پتانسیل $\Delta V'$ ، از معادله (۲-۳۰) استفاده می‌کنیم،

$$\Delta V' = \int_+^- E ds = E_0(d-b) + Eb \\ = (6900 \text{ V/m})(0.124 \text{ m} - 0.0078 \text{ m}) \\ + (2640 \text{ V/m})(0.0078 \text{ m}) \\ = 523 \text{ V}$$

این نتیجه، با اختلاف پتانسیل اعمال‌شده اولیه یعنی 85.5 V تفاوت دارد.

(و) ظرفیت خازن وقتی که تیغه دی‌الکتریک در فضای بین صفحه‌های آن قرار می‌گیرد از معادله (۱-۳۰) به‌دست می‌آید

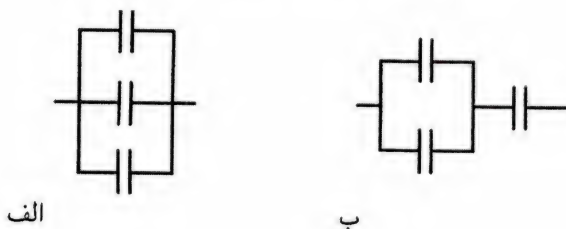
$$C' = \frac{q}{\Delta V'} = \frac{7.02 \times 10^{-10} \text{ C}}{523 \text{ V}} \\ = 1.34 \times 10^{-11} \text{ F} = 13.4 \text{ pF}$$

(الف) $C < C_1/2$ (ب) $C_1/2 < C < C_1$ (ج) $C_1 < C < C_2$ (د) $C_2 < C < 2C_2$ (ه) $2C_2 < C$

۸. دو خازن C_1 و C_2 به صورت موازی به هم بسته شده‌اند؛ فرض کنید $C_1 < C_2$ است. ظرفیت معادل این مجموعه برابر C است، که (الف) $C < C_1/2$ (ب) $C_1/2 < C < C_1$ (ج) $C_1 < C < C_2$ (د) $C_2 < C < 2C_2$ (ه) $2C_2 < C$

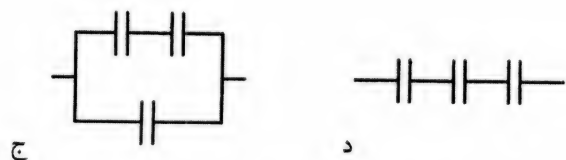
۹. در شکل ۱۶-۳۰ چهار آرایش متفاوت برای اتصال سه خازن یکسان به یکدیگر را نشان داده‌ایم.

(۱) کدام آرایش دارای بیشترین ظرفیت معادل است؟
(۲) اگر هر کدام از این آرایشها به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت متصل شوند، در کدام مورد بیشترین مقدار بار جابه‌جا می‌شود؟
(۳) هر یک از این آرایشها به اختلاف پتانسیلی متصل می‌شود، به طوری که بار انتقال یافته در همه موارد یکسان باشد. کدام آرایش بیشترین اختلاف پتانسیل را کسب می‌کند.



الف

ب



ج

د

شکل ۱۶-۳۰ پرسش چندگزینه‌ای ۹.

۵-۳۰ ذخیره انرژی در میدان الکتریکی

۱۰. یک خازن با صفحه‌های موازی به باتری ایده‌آل متصل شده است، که اختلاف پتانسیل ثابتی را فراهم می‌آورد. در آغاز، انرژی ذخیره شده در خازن برابر U_0 است. اگر فاصله بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم، در آن صورت انرژی ذخیره شده در خازن چقدر خواهد شد؟

(الف) $4U_0$ (ب) $2U_0$ (ج) U_0 (د) $U_0/2$ (ه) $U_0/4$

۱۱. یک خازن با صفحه‌های موازی را ابتدا با اتصال به باتری ایده‌آل باردار (پر) می‌کنیم؛ سپس باتری را قطع می‌کنیم. در آغاز، انرژی ذخیره شده در خازن برابر U_0 است. اگر فاصله بین صفحه‌های این

(۲) اختلاف پتانسیل جدید، $\Delta V'$ ، بین کره‌ها چقدر است؟

(الف) $\Delta V' = 4q/C_0$ (ب) $\Delta V' = 2q/C_0$

(ج) $\Delta V' = q/C_0$ (د) $\Delta V' = q/2C_0$

(ه) برای پاسخگویی به این پرسش اطلاعات کافی در اختیار نداریم.
۳. مرکزهای دو کره رسانای یکسان به شعاع r در فاصله $d > 2r$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند.

(۱) اگر فاصله بین دو کره کاسته شود، ظرفیت این مجموعه

چگونه تغییر خواهد کرد؟

(الف) C افزوده می‌شود. (ب) C کاسته می‌شود.

(ج) C ثابت می‌ماند. (د) برای پاسخگویی به این پرسش

اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

(۲) اگر شعاع r کاسته شود، ظرفیت این مجموعه چگونه تغییر

خواهد کرد؟

(الف) C افزوده می‌شود. (ب) C کاسته می‌شود.

(ج) C ثابت می‌ماند. (د) برای پاسخگویی به این پرسش

اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

۳-۳۰ محاسبه ظرفیت

۴. کدام یک از تغییرات زیر در خازن با صفحه‌های موازی ایده‌آل که به یک باتری ایده‌آل متصل شده است سبب افزایش بار الکتریکی موجود روی آن می‌شود؟

(الف) کاهش اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن.

(ب) کاهش مساحت صفحه‌ها (ج) کاهش فاصله بین صفحه‌ها

(د) هیچ‌کدام از موارد بالا

۵. معادله (۵-۳۰) از آثار حاشیه‌دار شدن میدان در نزدیکی لبه‌های صفحه‌ها چشم‌پوشی می‌کند. آیا این موضوع سبب می‌شود که معادله (۵-۳۰) ظرفیت خازن با صفحه‌های موازی واقعی را زیاد یا کم برآورد کند؟

(الف) زیاد برآورد می‌کند (ب) کم برآورد می‌کند (ج) هیچ‌کدام، عبارت دقیق است.

۶. ظرفیت کره رسانای منزوی به شعاع r چقدر است؟

(الف) $4\pi\epsilon_0$ (ب) $4\pi\epsilon_0 r$ (ج) $4\pi\epsilon_0/r$

(د) برای جسم منفرد ظرفیت تعریف نشده است.

۴-۳۰ خازنهای سری و موازی

۷. دو خازن C_1 و C_2 به صورت سری به هم بسته شده‌اند؛ فرض کنید $C_1 < C_2$ است. ظرفیت معادل این مجموعه برابر C است، که

خازن قرار می‌دهیم. کدام یک از کمیت‌های زیر افزایش پیدا می‌کنند؟ (تمام کمیت‌های مرتبط را نام ببرید.)

(الف) q (ب) C (ج) ΔV (د) F (ه) U

(۲) به هنگام قرار دادن تیغه دی‌الکتریک در داخل خازن، جهت

نیروی الکتروستاتیکی کدام است؟

(الف) نیرو تیغه را به داخل خازن می‌کشد.

(ب) نیرو تیغه را به خارج از خازن می‌راند.

(ج) هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر تیغه وارد نمی‌شود.

(۳) سپس تیغه دی‌الکتریک را از خازن خارج می‌کنیم. به

هنگام خارج کردن تیغه دی‌الکتریک از خازن، جهت نیروی

الکتروستاتیکی کدام است؟

(الف) نیرو تیغه را به داخل خازن می‌کشد.

(ب) نیرو تیغه را به خارج از خازن می‌راند.

(ج) هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر تیغه وارد نمی‌شود.

۱۵. یک خازن با صفحه‌های موازی به ترتیب، با بار و ظرفیت اولیه q و

C_0 ، را در نظر بگیرید. بین دو صفحه این خازن نیروی الکتروستاتیکی

به بزرگی F_0 وجود دارد، و این خازن انرژی U_0 در خود ذخیره کرده

است. پایانه‌های این خازن به باتری ایده‌آل، که اختلاف پتانسیل ΔV_0

را تأمین می‌کند متصل است.

(۱) یک تیغه دی‌الکتریک را که برای آن $\kappa_e > 1$ است،

بین صفحه‌های خازن قرار می‌دهیم. چه کمیت‌هایی افزایش

می‌یابد؟ (تمام کمیت‌های مرتبط را نام ببرید.)

(الف) q (ب) C (ج) ΔV (د) F (ه) U

(۲) جهت نیروی الکتروستاتیکی وارد بر تیغه، به هنگام وارد کردن

تیغه به داخل خازن کدام است؟

(الف) نیرو تیغه را به داخل خازن می‌کشد.

(ب) نیرو تیغه را به خارج از خازن می‌راند.

(ج) هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر تیغه وارد نمی‌شود.

(۳) سپس تیغه دی‌الکتریک را از خازن بیرون می‌کشیم. هنگام

خارج کردن تیغه دی‌الکتریک از خازن، جهت نیروی

الکتروستاتیکی کدام است؟

(الف) نیرو تیغه را به داخل خازن می‌کشد.

(ب) نیرو تیغه را به خارج از خازن می‌راند.

(ج) هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر تیغه وارد نمی‌شود.

خازن را دو برابر کنیم. در آن صورت انرژی ذخیره‌شده در خازن چقدر خواهد شد؟

(الف) $4U_0$ (ب) $2U_0$ (ج) U_0 (د) $U_0/2$

(ه) $U_0/4$

۱۲. شخصی در آغاز خازنی را چنان باردار می‌کند که انرژی پتانسیل

آن برابر ۱ ژول شود. اگر این شخص بخواهد به خازن انرژی پتانسیل

۴ ژول بدهد، چه باید بکند؟

(الف) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن را چهار برابر کند ولی

بار را تغییر ندهد.

(ب) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن را دو برابر کند ولی بار را

تغییر ندهد.

(ج) هم اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن را دو برابر کند و هم

بار روی صفحه‌ها را.

(د) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن را ثابت نگه دارد ولی بار

روی صفحه‌ها را دو برابر کند.

۱۳. یک بالون پر از باد به وسیله پسته رسانایی اندود شده که حامل

بار q است. در این بالون یک نشستی پدید می‌آید و شعاع آن شروع به

کم شدن می‌کند، ولی هیچ باری از روی آن از دست نمی‌رود.

(۱) همزمان با نشت از داخل بالون، ظرفیت آن چگونه تغییر

می‌کند؟

(الف) C افزایش می‌یابد (ب) C کاهش می‌یابد (ج) C ثابت

می‌ماند.

(د) برای پاسخگویی به این پرسش اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

(۲) همزمان با نشت از داخل بالون، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده

چگونه تغییر می‌کند؟

(الف) U افزایش می‌یابد (ب) U کاهش می‌یابد (ج) U ثابت

می‌ماند.

(د) برای پاسخگویی به این پرسش اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

۳۰-۶ خازن دارای دی‌الکتریک

۱۴. یک خازن با صفحه‌های موازی را در نظر بگیرید که در آغاز دارای

بار q_0 ، ظرفیت C_0 و اختلاف پتانسیل ΔV_0 باشد. بین صفحه‌های

این خازن نیروی الکتروستاتیکی به بزرگی F_0 وجود دارد، و انرژی

ذخیره‌شده در این خازن برابر U_0 است. پایانه‌های این خازن به جایی

متصل نیستند.

(۱) یک تیغه دی‌الکتریک با $\kappa_e > 1$ را بین صفحه‌های این

پرسشها

۱. خازنی به باتری متصل شده است. (الف) چرا هر کدام از صفحه‌ها مقدار دقیقاً یکسانی بار دریافت می‌کند؟ (ب) اگر اندازه صفحه‌ها متفاوت باشد باز هم این موضوع صادق است؟

۲. دو خازن C_1 و C_2 در اختیار داریم که برای آنها $C_1 > C_2$ است. چه ترتیبی پیشنهاد می‌کنید که C_2 بار بیشتری از C_1 در خود جای دهد؟

۳. رابطه $\sigma \propto 1/R$ ، که در آن σ چگالی سطحی بار و R شعاع انحنا است (معادله ۴۲-۲۸) را ببینید) نشان می‌دهد که بار روی یک رسانای منزوی در نقطه‌های نوک تیز آن جمع می‌شود و از سطحهای تخت که برای آنها $R = \infty$ دوری می‌جوید. چگونه این موضوع را با شکل ۵-۳۰ که در آن بارها روی سطحهای تحت هر کدام از دو صفحه توزیع شده‌اند وفق می‌دهید؟

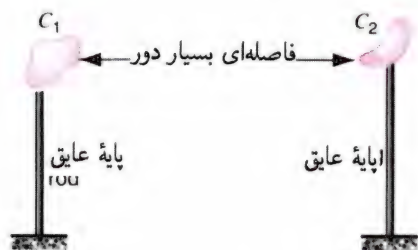
۴. در ارتباط با معادله (۱-۳۰) $(q = C\Delta V)$ گفتیم که C ثابت است. با این همه، خاطر نشان کردیم که (معادله ۵-۳۰) را ببینید) این ثابت بستگی به شکل هندسی خازن دارد (و نیز، بعداً دیدیم که به محیط بستگی دارد). اگر C واقعاً یک ثابت است، نسبت به چه متغیرهایی ثابت می‌ماند؟

۵. فرض کنید که در شکل ۱-۳۰، a و b نارسانا باشند، به طوری که بتوان بار را به دلخواه روی سطح آنها توزیع کرد. (الف) آیا معادله (۱-۳۰) $(q = C\Delta V)$ ، با C مستقل از چگونگی توزیع بار، برقرار می‌ماند؟ (ب) در این مورد V را چگونه تعریف می‌کنید؟

۶. یک خازن با صفحه‌های موازی در اختیار داریم که صفحه‌های آن مربعی به مساحت A هستند و فضای بین آنها خلأ و فاصله آنها برابر با d است. هر یک از عملیات زیر چه تأثیر کیفی بر ظرفیت خازن می‌گذارد؟ (الف) d را کاهش دهیم. (ب) یک تیغه مسی را بدون اینکه با هیچ کدام از دو صفحه در تماس باشد بین آنها قرار دهیم. (ج) مساحت هر دو صفحه را دو برابر کنیم. (د) فقط مساحت یکی از دو صفحه را دو برابر کنیم. (ه) صفحه‌ها را به موازات هم بلغزانیم به طوری که سطح هم‌پوشان آنها ۵٪ شود. (و) اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم. (ز) یکی از صفحه‌ها را به صورت مایل قرار دهیم به طوری که فاصله بین صفحه‌ها در یک طرف d باقی بماند و در طرف دیگر برابر با $\frac{1}{2}d$ شود.

۷. دو رسانای منزوی در اختیار دارید که هر یک از آنها ظرفیت مشخصی دارد؛ شکل ۱۷-۳۰ را ببینید. اگر این دو رسانا را با یک رشته سیم بسیار نازک به هم متصل کنید، چگونه ظرفیت این مجموعه

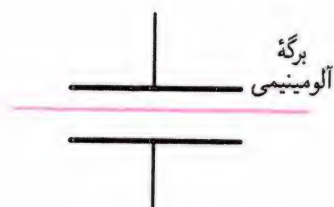
را محاسبه می‌کنید؟ در متصل کردن آنها به همدیگر به وسیله سیم، آیا آنها را به صورت سری متصل کرده‌اید یا موازی؟



شکل ۱۷-۳۰ پرسش ۷.

۸. ظرفیت یک رسانا به علت وجود یک رسانای بدون بار دیگر که از لحاظ الکتریکی منزوی است تغییر می‌کند. چرا؟

۹. یک برگه نازک آلومینیم با ضخامت ناچیز، مطابق شکل ۱۸-۳۰، در فاصله بین دو صفحه یک خازن قرار می‌گیرد. وجود این برگه چه



شکل ۱۸-۳۰ پرسش ۹.

تأثیری بر ظرفیت خازن دارد اگر (الف) برگه از نظر الکتریکی منزوی باشد و (ب) برگه به صفحه بالایی متصل شده باشد؟

۱۰. در انبار کردن خازنها اغلب دو صفحه آنها را به وسیله یک رشته سیم به هم متصل می‌کنند. چرا این کار صورت می‌گیرد؟

۱۱. اگر حاشیه دار شدن خطهای میدان الکتریکی در یک خازن با صفحه‌های موازی را نادیده نمی‌گرفتید، ظرفیت کمتری به دست می‌آوردید یا بیشتر؟

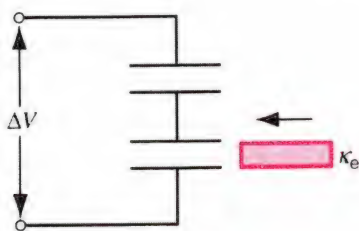
۱۲. دو قرص دایره‌ای مسی به فاصله معینی در برابر هم قرار گرفته‌اند. چگونه می‌توانید ظرفیت این مجموعه را کاهش دهید؟

۱۳. شباهتها و تفاوتها را وقتی که (الف) یک تیغه دی‌الکتریک و (ب) یک تیغه رسانا را بین صفحه‌های یک خازن با صفحه‌های موازی قرار می‌دهید بررسی کنید. فرض کنید که ضخامت تیغه برابر نصف فاصله بین دو صفحه باشد.

۱۴. یک خازن با صفحه‌های موازی با دی‌الکتریک روغنی چنان طراحی شده است که دارای ظرفیت C بوده و تا یک اختلاف پتانسیل بیشینه ΔV_m بدون جرقه زدن، عملکردی ایمن داشته باشد. ولی کار

کیفی، بگویید که بار، ظرفیت، اختلاف پتانسیل، میدان الکتریکی، و انرژی ذخیره شده چگونه تغییر می کنند. آیا برای وارد کردن تیغه به داخل خازن، باید کاری انجام داد؟

۲۱. تصور کنید که یک تیغه دی الکتریک را که ضخامت آن برابر با فاصله بین صفحه های خازن است درون خازن با صفحه های موازی حامل تا نیمه بار ثابت q وارد بکنیم. چگونگی توزیع بار q روی صفحه های خازن و بار القایی q' روی تیغه دی الکتریک را به صورت کیفی ترسیم کنید. ۲۲. دو خازن یکسان را مطابق شکل ۳۰-۲۰ به هم متصل کرده ایم. در حالی که باتری هنوز در مدار قرار دارد، و اختلاف پتانسیل ثابت ΔV را حفظ می کند، یک تیغه دی الکتریک را بین صفحه های یکی از این خازنها وارد می کنیم. به طور کیفی بگویید که بار، ظرفیت، اختلاف پتانسیل، میدان الکتریکی، و انرژی ذخیره شده در هر یک از خازنها چگونه تغییر می کنند.



شکل ۳۰-۲۰ پرسش ۲۲.

۲۳. در این فصل فرض کردیم که شرایط الکتروستاتیکی برقرار است؛ یعنی اختلاف پتانسیل ΔV بین صفحه های خازنها ثابت می ماند. ولی، فرض کنید که ΔV ، همان گونه که اغلب در عمل رخ می دهد، بر حسب زمان به صورت سینوسی با بسامد زاویه ای ω تغییر می کند. آیا انتظار دارید که ثابت دی الکتریک κ_e با بسامد ω تغییر کند؟

تمرینها

۱-۳۰ خازنها

۲-۳۰ ظرفیت

۱. الکترومتر وسیله ای است که برای اندازه گیری بار ساکن مورد استفاده قرار می گیرد. بار نامعلومی را روی صفحه های یک خازن قرار داده و اختلاف پتانسیل آن را اندازه می گیریم. با یک الکترومتر به ظرفیت 50 pF و حساسیت ولتاژ 15 V چه حداقل باری را می توان اندازه گیری کرد؟

۲. دو جسم فلزی در شکل ۳۰-۲۱ دارای بارهای خالص $+73 \text{ pC}$ و -73 pC هستند که سبب اختلاف پتانسیل 192 V بین آنها

طراح خوب نبوده است و خازن گاهی جرقه می زند. برای طراحی مجدد خازن با ثابت نگه داشتن C و ΔV_m و استفاده از همان دی الکتریک چه کاری می توان انجام داد؟

۱۵. برای یک اختلاف پتانسیل معین، آیا یک خازن با دی الکتریک بار بیشتری در خود ذخیره می کند یا بدون دی الکتریک (خلاً)؟ این موضوع را با توجه به تصویر میکروسکوپی وضعیت توضیح دهید. ۱۶. آب دارای یک ثابت دی الکتریک بالاست (جدول ۲۹-۲ را ببینید). چرا معمولاً از آب به عنوان ماده دی الکتریک در خازنها استفاده نمی شود؟ ۱۷. شکل ۳۰-۱۹ یک خازن واقعی 1 fF را، که برای استفاده در آزمایشگاه های آموزش در دسترس است، نشان می دهد. قطر این خازن در حدود چند سانتی متر است. با توجه به نتیجه مسئله نمونه ۳۰-۲ چگونه می توان این خازن را ساخت؟



شکل ۳۰-۱۹ پرسش ۱۷.

۱۸. یک تیغه دی الکتریک را از یک طرف یک خازن با صفحه های موازی باردار وارد کرده (صفحه های خازن افقی هستند و باتری پرکننده خازن قبلاً از آن جدا شده است) و سپس آن را رها می کنیم. آنچه روی می دهد توصیف کنید. اصطکاک را نادیده بگیرید.

۱۹. یک خازن با صفحه های موازی را با باتری پر کرده و سپس باتری را قطع می کنیم. آنگاه یک تیغه دی الکتریک را بین صفحه ها قرار می دهیم. به طور کیفی، بگویید که بار، ظرفیت، اختلاف پتانسیل، میدان الکتریکی، و انرژی ذخیره شده چگونه تغییر می کنند.

۲۰. در حالی که یک خازن با صفحه های موازی به یک باتری متصل است، یک تیغه دی الکتریک را بین صفحه های آن وارد می کنیم. به طور

پتانسیل چقدر تغییر می‌کند؟ توضیح دهید چگونه با استفاده از این اصل می‌توان میکروفون ساخت.

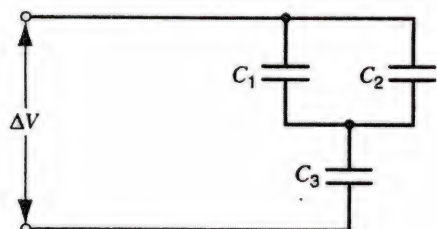
۷. شعاع صفحه‌های یک خازن کروی برابر با 3.8 mm و 4.0 mm است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) مساحت سطح صفحه‌های یک خازن با صفحه‌های موازی (خازن تخت) با همین فاصله بین صفحه‌ها و همین ظرفیت باید چقدر باشد؟

۸. فرض کنید که شعاع دو پوسته کروی خازن کروی تقریباً با هم برابر باشند. در این شرایط این قطعه تقریباً معادل یک خازن با صفحه‌های موازی است که در آن $b - a = d$. نشان دهید که در این حد معادله $(3-8)$ مربوط به خازن کروی واقعاً به معادله $(3-5)$ مربوط به خازن با صفحه‌های موازی (خازن تخت) تبدیل می‌شود.

۴-۳۰ خازنهای سری و موازی

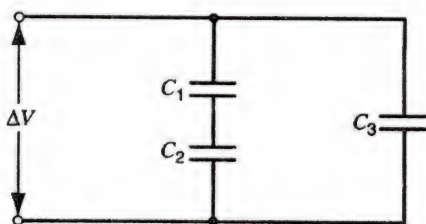
۹. چند خازن $1.0 \mu\text{F}$ را باید به صورت موازی به هم وصل کرد تا وقتی به اختلاف پتانسیل 110 V متصل می‌شوند مقدار 1.0°C بار در خود ذخیره کنند؟

۱۰. ظرفیت معادل خازنهای شکل $3-23$ را معین کنید. فرض کنید که $C_1 = 1.03 \mu\text{F}$ ، $C_2 = 4.8 \mu\text{F}$ و $C_3 = 3.9 \mu\text{F}$ است.



شکل $3-23$ تمرینهای ۱۰، ۱۷، و ۲۶.

۱۱. ظرفیت معادل خازنهای شکل $3-24$ را معین کنید. فرض کنید که $C_1 = 1.03 \mu\text{F}$ ، $C_2 = 4.8 \mu\text{F}$ و $C_3 = 3.9 \mu\text{F}$ است.



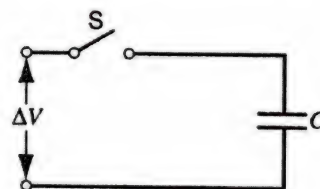
شکل $3-24$ تمرین ۱۱.

می‌شود. (الف) ظرفیت این مجموعه چقدر است؟ (ب) اگر بارهای روی این اشیای فلزی را به $+210 \text{ pC}$ و -210 pC تغییر دهیم، ظرفیت مجموعه چقدر خواهد شد؟ (ج) اختلاف پتانسیل دو جسم چقدر می‌شود؟



شکل $3-21$ تمرین ۲.

۳. ظرفیت خازن شکل $3-22$ ، برابر $26 \mu\text{F}$ و در آغاز آزمایش بدون بار است. یک باتری اختلاف پتانسیل ΔV ، برابر 125 V را تأمین می‌کند. پس از آنکه کلید S برای مدتی خیلی طولانی بسته مانده، باتری چقدر بار جابه‌جا کرده است؟



شکل $3-22$ تمرین ۳.

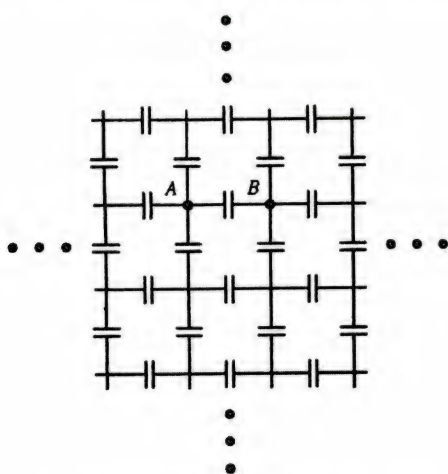
۳-۳۰ محاسبه ظرفیت

۴. یک خازن با صفحه‌های موازی تشکیل شده است از صفحه‌های دایره‌ای به شعاع 8.22 cm و فاصله بین این صفحه‌ها 1.31 mm است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) اگر اختلاف پتانسیل 116 V به این صفحه‌ها اعمال شود، چه مقدار بار روی این صفحه‌ها ظاهر می‌شود؟

۵. آند و کاتد لامپ تخلیه دوقطبی به صورت دو استوانه هم‌محور است که کاتد استوانه مرکزی را تشکیل می‌دهد. قطر کاتد 1.62 mm ، قطر آند 1.83 mm و طول هر کدام از این دو جزء 2.38 cm است. ظرفیت این دوقطبی را محاسبه کنید.

۶. ظرفیت دو ورقه نازک آلومینیم که 1.20 mm از هم قرار گرفته‌اند 9.70 pF است و این مجموعه با اختلاف پتانسیل 13.0 V پر شده است. (الف) مساحت هر کدام از ورقه‌ها را تعیین کنید. (ب) حال فاصله بین دو ورقه را به اندازه 1.0 mm کم می‌کنیم و بار را ثابت نگه می‌داریم. ظرفیت خازن را در شرایط جدید معین کنید. (ج) اختلاف

۱۹. قسمتی از یک آرایهٔ بینهایت از خازنهای $1\mu\text{F}$ را در شکل ۲۶-۳۰ نشان داده‌ایم. این آرایه در آغاز بدون بار است. سپس باتری در دو نقطهٔ اتصال بسیار دور از هم وصل می‌شود. نشان دهید که پتانسیل در هر نقطهٔ اتصال برابر میانگین پتانسیل در نزدیکترین چهار نقطهٔ اتصال است. از جواب این تمرین در حل مسئلهٔ کامپیوتری ۱ بهره خواهید گرفت. (راهنمایی: بار خالص در هر نقطهٔ اتصال چقدر است؟)



شکل ۲۶-۳۰ تمرین ۱۹ و مسئلهٔ کامپیوتری ۱.

۵-۳۰ ذخیرهٔ انرژی در میدان الکتریکی

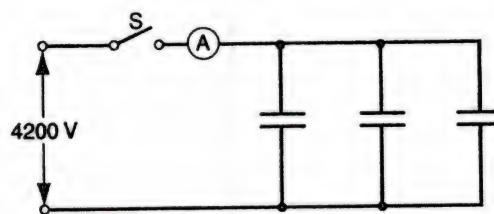
۲۰. به واسطهٔ میدان الکتریکی "هوای خوب" با شدت 150 V/m ، چه مقدار انرژی در 2 m^3 هوا ذخیره شده است؟

۲۱. توده‌ای متشکل از 2100 خازن $5\mu\text{F}$ به‌طور موازی برای ذخیرهٔ انرژی الکتریکی، مورد استفاده قرار می‌گیرد. هزینهٔ باردار کردن این توده تا اختلاف پتانسیل 55 kV ، با نرخ 60 ریال به‌ازای هر کیلووات ساعت چقدر است؟

۲۲. تلاشهایی برای ساخت رآکتور همجوشی گرماسته‌ای کنترل‌شده صورت گرفته است که، اگر موفقیت‌آمیز باشد، می‌تواند مقدار بسیار هنگفتی انرژی از هیدروژن سنگین موجود در آب دریا تأمین کند. در این عملیات معمولاً جریانهای الکتریکی بسیار عظیم در دوره‌های زمانی کوتاه در سیم‌پیچهای میدان مغناطیسی برقرار می‌شود. این جریانها اغلب با تخلیهٔ تودهٔ بزرگی از خازنها تأمین می‌شود. یکی از این توده خازنها، ظرفیت 61 mF را با ولتاژ 10 kV فراهم می‌آورد. انرژی ذخیره‌شده را برحسب (الف) ژول و (ب) $\text{kW}\cdot\text{h}$ محاسبه کنید.

۲۳. مساحت سطح یک خازن با صفحه‌های موازی (تخت) با دی‌الکتریک هوا برابر 42 cm^2 و فاصلهٔ بین صفحه‌های این خازن

۱۲. ظرفیت هر یک از خازنهای خالی شکل ۲۵-۳۰ برابر $25\mu\text{F}$ است. با بستن کلید S اختلاف پتانسیل 4200 V برقرار می‌شود. در این حالت چه مقدار بار از سنبهٔ A عبور می‌کند؟



شکل ۲۵-۳۰ تمرین ۱۲.

۱۳. یک خازن $6\mu\text{F}$ به‌صورت سری به یک خازن $4\mu\text{F}$ متصل و اختلاف پتانسیل 200 V در دو سر این مجموعه برقرار می‌شود. (الف) ظرفیت معادل آنها را محاسبه کنید. (ب) بار روی هر یک از خازنها چقدر است؟ (ج) اختلاف پتانسیل در دو سر هر یک از خازنها چقدر است؟

۱۴. تمرین ۱۳ را برای حالتی که دو خازن به‌صورت موازی به‌هم متصل شده باشند، حل کنید.

۱۵. (الف) سه خازن به‌صورت موازی به‌هم متصل شده‌اند. مساحت صفحهٔ هر کدام از این خازنها A و فاصلهٔ بین آنها d است. فاصلهٔ بین دو صفحهٔ یک خازن با مساحت صفحهٔ A باید چقدر باشد تا ظرفیت آن برابر ظرفیت مجموعهٔ موازی بشود؟ (ب) اگر این سه خازن به‌صورت سری به‌هم بسته شوند، فاصلهٔ بین دو صفحه چقدر باید باشد؟

۱۶. چند خازن با ظرفیت $2\mu\text{F}$ در اختیار داریم و هر یک از آنها می‌تواند بدون فروریزش الکتریکی اختلاف پتانسیل 200 V را تحمل کند. چگونه می‌توانید تعدادی از این خازنها را طوری به‌هم متصل کنید که ظرفیتی معادل (الف) $4\mu\text{F}$ یا (ب) $12\mu\text{F}$ داشته باشند و بتوانند اختلاف پتانسیل 1000 V را تحمل کنند؟

۱۷. فرض کنید که در شکل ۲۳-۳۰ خازن C_3 دچار فروریزش الکتریکی شده، به یک مسیر رسانا تبدیل شده باشد. چه تغییری در (الف) بار و (ب) اختلاف پتانسیل خازن C_1 پدید می‌آید؟ فرض کنید که $\Delta V = 115\text{ V}$ است.

۱۸. یک خازن با ظرفیت $108\mu\text{F}$ را با یک باتری تا اختلاف پتانسیل 524 V باردار و سپس باتری را از آن جدا کرده‌ایم. سپس این خازن را به‌صورت موازی به خازن دیگری (که در آغاز بدون بار است) وصل کرده‌ایم. اختلاف پتانسیل اندازه‌گیری‌شده به 358 V کاهش پیدا می‌کند. ظرفیت خازن دوم را معین کنید.

برای ساختن یک خازن با بیشترین ظرفیت. کدامیک از این تیغه‌ها را باید بین دو ورق مسی قرار دهیم؟

۳۲. ثابت دی‌الکتریک یک ماده معین 2.8° و استقامت دی‌الکتریکی آن 18.2 MV/m است. اگر در یک خازن با صفحه‌های موازی از این ماده به‌عنوان دی‌الکتریک استفاده شود و بخواهیم که ظرفیت آن خازن 68.4 nF باشد و اختلاف پتانسیل 4.13 kV را تحمل کند، حداقل مساحت صفحه‌های آن باید چقدر باشد؟

۳۳. یک کابل هم‌محوره که در خط انتقال به‌کار می‌رود، به‌صورت یک ظرفیت "توزیع شده" به مداری که آن را تغذیه می‌کند پاسخ می‌دهد. ظرفیت 1.0° km از کابلی را که شعاع داخلی آن 11.0° mm و شعاع خارجی آن 58.8° mm است محاسبه کنید. فرض کنید فضای بین دو رسانا با پلی‌استرین پر شده باشد.

۳۴. می‌خواهید خازن قابل حملی طراحی کنید که بتواند 250° kJ انرژی در خود ذخیره کند. برای این منظور یک خازن با صفحه‌های موازی پر از دی‌الکتریک در نظر بگیرید. (الف) با استفاده از یکی از مواد دی‌الکتریک ارائه‌شده در جدول ۲۹-۲ که در آن استقامت دی‌الکتریک نیز مشخص شده است کمترین حجم قابل حصول برای این خازن چقدر است؟ (ب) خازنهای نوع جدید با عملکرد عالی می‌توانند 25° kJ انرژی را در حجم 87° m^3 ذخیره کنند. اگر فرض کنیم که استقامت دی‌الکتریکی ماده مصرف‌شده در آنها همان استقامت دی‌الکتریکی قسمت (الف) است، ثابت دی‌الکتریکی آنها باید چقدر باشد؟

۳۵. از شما خواسته شده است خازنی بسازید که ظرفیت آن در حدود 1000° pF و اختلاف پتانسیل فروریزش الکتریکی آن افزون بر 10° kV باشد. به فکر می‌افتید که از لیوان شیشه‌ای (پیرکس) بلند که جدار داخلی و خارجی آن را با ورقه نازک آلومینیومی (دو انتهای آن را نادیده بگیرید) پوشانده‌اید برای این منظور استفاده کنید. (الف) ظرفیت و (ب) اختلاف پتانسیل فروریزش این خازن چقدر است؟ ارتفاع لیوان مورد استفاده برای این منظور 15° cm ، شعاع داخلی آن 3.6° cm ، و شعاع خارجی آن 3.8° cm است.

۳۶. در مسئله نمونه ۳-۸، فرض کنید وقتی تیغه دی‌الکتریک را وارد خازن می‌کنیم باتری به خازن متصل باشد. کمیت‌های (الف) ظرفیت، (ب) بار موجود روی صفحه‌های خازن، (ج) میدان الکتریکی در داخل گاف‌های هوای بین دو صفحه، و (د) میدان الکتریکی در داخل تیغه دی‌الکتریک را پس از آنکه تیغه وارد خازن شد، محاسبه کنید.

که با اختلاف پتانسیل 625° ولت باردار شده برابر 1.3° mm است. کمیت‌های زیر را برای این خازن معین کنید: (الف) ظرفیت، (ب) مقدار بار روی هر صفحه، (ج) انرژی ذخیره‌شده، (د) میدان الکتریکی بین صفحه‌ها، و (ه) چگالی انرژی بین صفحه‌ها.

۲۴. دو خازن با ظرفیتهای $2.12^\circ \mu\text{F}$ و $3.88^\circ \mu\text{F}$ را به‌صورت سری به اختلاف پتانسیل 328° V بسته‌ایم. انرژی کل ذخیره‌شده در این خازنها را محاسبه کنید.

۲۵. یک کره فلزی منزوی به قطر 12.6° cm دارای پتانسیل 815° V است (در اینجا فرض کرده‌ایم که در بینهایت $V = 0^\circ$ است). چگالی انرژی در میدان الکتریکی را نزدیک سطح این کره محاسبه کنید.

۲۶. در شکل ۳۰-۲۳ کمیت‌های (الف) بار، (ب) اختلاف پتانسیل، و (ج) انرژی ذخیره‌شده در هر خازن را تعیین کنید. برای این منظور از مقادیر عددی تمرین ۱۰، با اختلاف پتانسیل 112° V استفاده کنید.

۲۷. یک خازن استوانه‌ای مانند خازن شکل ۳۰-۶ دارای شعاعهای a و b است. نشان دهید که نصف انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در داخل استوانه‌ای به شعاع $r = \sqrt{ab}$ قرار می‌گیرد.

۳۰-۶ خازن دارای دی‌الکتریک

۲۸. ظرفیت یک خازن، با دی‌الکتریک هوا، 51.3° pF است. (الف) اگر مساحت هرکدام از صفحه‌های این خازن 35° m^2 باشد، فاصله بین صفحه‌ها چقدر است؟ (ب) اکنون اگر فاصله بین صفحه‌های این خازن را با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک 56° پر کنیم، ظرفیت آن چقدر می‌شود؟

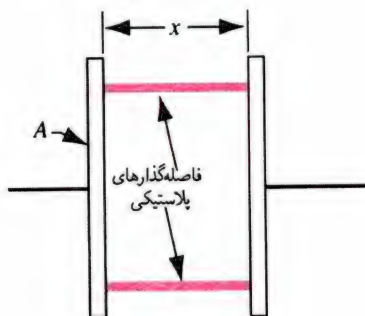
۲۹. ظرفیت یک خازن با صفحه‌های موازی که با هوا پر شده 1.32° pF است. فاصله بین صفحه‌ها دو برابر فضای بین آنها با موم پر می‌شود. ظرفیت جدید خازن 2.57° pF می‌شود. ثابت دی‌الکتریک موم را بیابید. ۳۰. یک خازن پر شده از هوا با ظرفیت 7.4° pF در اختیار دارید. خازنی طراحی کنید که حداکثر $6.1^\circ \mu\text{J}$ انرژی با بیشینه اختلاف پتانسیل 63° V در خود ذخیره کند. اگر بخواهیم احتمال بروز هرگونه خطا را از بین ببریم، کدامیک از دی‌الکتریکهای جدول ۲۹-۲ را برای پرکردن فاصله بین صفحه‌ها مورد استفاده قرار می‌دهیم؟

۳۱. برای ساختن یک خازن با صفحه‌های موازی دو صفحه مسی، یک ورقه میکا (به ضخامت 1° mm و $\kappa_e = 5.4^\circ$)، یک تیغه شیشه‌ای (به ضخامت 2° mm و $\kappa_e = 7^\circ$)، و یک تیغه پارافینی (به ضخامت 1° mm و $\kappa_e = 2^\circ$) در اختیار داریم.

۲. قرار است خازنی طراحی شود تا در محیطی که دما نوسان دارد، ظرفیت آن ثابت بماند. شکل ۲۸-۳۰ خازنی از نوع خازن با صفحه‌های موازی را با "فاصله‌گذار" پلاستیکی به منظور موازی نگه‌داشتن صفحه‌ها نشان می‌دهد. (الف) نشان دهید که آهنگ تغییر ظرفیت C با دمای T از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{dC}{dT} = C \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dT} - \frac{1}{x} \frac{dx}{dT} \right)$$

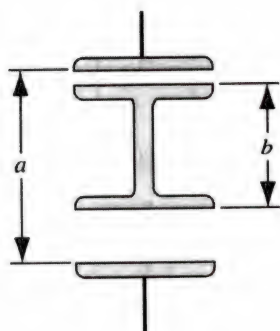
که در آن A مساحت هر یک از صفحه‌ها و x فاصله بین آنهاست. (ب) اگر صفحه‌ها از جنس آلومینیم باشند، ضریب انبساط گرمایی فاصله‌گذارها باید چقدر باشد تا ظرفیت خازن با دما تغییر نکند؟ (تأثیر حضور فاصله‌گذارها بر ظرفیت خازن را نادیده بگیرید).



شکل ۲۸-۳۰ مسئله ۲.

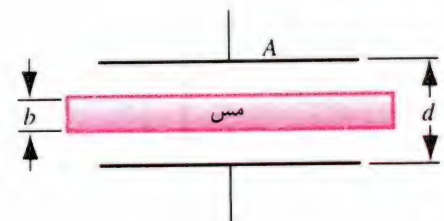
۳. در شکل ۲۹-۳۰ دو خازن را نشان داده‌ایم که به‌طور سری بسته شده‌اند و بخش صلب میانی به طول b آن را می‌توان در امتداد قائم جابه‌جا کرد. نشان دهید که ظرفیت معادل این مجموعه سری به محل و موقعیت بخش صلب میانی بستگی ندارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{a - b}$$



شکل ۲۹-۳۰ مسئله ۳.

۳۷. یک تیغه مسی به ضخامت b را مطابق شکل ۲۷-۳۰، بین صفحه‌های یک خازن با صفحه‌های موازی قرار داده‌ایم. (الف) ظرفیت خازن پس از قرار گرفتن تیغه در فاصله بین صفحه‌ها، چقدر است؟ (ب) اگر بار الکتریکی q روی صفحه‌های خازن ثابت نگه داشته شود، نسبت انرژی ذخیره‌شده قبل از قرار دادن تیغه را به انرژی ذخیره‌شده بعد از آن، معین کنید. (ج) به هنگام قرار دادن تیغه در فاصله بین صفحه‌های خازن چقدر کار روی آن انجام شده است؟ آیا تیغه به داخل خازن کشیده می‌شود یا اینکه باید آن را با فشار وارد خازن کرد؟



شکل ۲۷-۳۰ تمرین ۳۷.

۳۸. با مراجعه به تمرین ۳۷، فرض کنید که به جای بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل ΔV ثابت می‌ماند. تمرین را مجدداً برای این حالت حل کنید.

۳۹. یک خازن با صفحه‌های موازی به ظرفیت 112 pF ، مساحت صفحه 9.65 cm^2 دی‌الکتریک میکا ($\kappa_e = 5.4$) در اختیار داریم. در اختلاف پتانسیل 55° V کمیتهای (الف) شدت میدان الکتریکی در میکا، (ب) مقدار بار آزاد روی هر صفحه، و (ج) مقدار بار القاشده سطحی را محاسبه کنید.

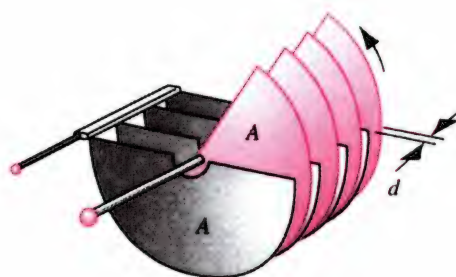
۴۰. به هر یک از دو صفحه موازی به مساحت 11° cm^2 بارهای مساوی و با علامتهای مخالف به مقدار 89° nC داده شده است. میدان الکتریکی در دی‌الکتریک که فضای بین دو صفحه را پر می‌کند 1.4° MV/m است. (الف) ثابت دی‌الکتریک ماده را محاسبه کنید. (ب) مقدار باری که روی هر یک از دو سطح دی‌الکتریک القا می‌شود تعیین کنید.

مسئله‌ها

۱. در بخش ۲-۳۰، ظرفیت یک خازن استوانه‌ای را محاسبه کردیم. با استفاده از تقریب $\ln(1+x) \approx x$ وقتی که $x \ll 1$ (پیوست ط)، نشان دهید که ظرفیت این خازن در صورتی که فاصله بین دو استوانه کوچک باشد به ظرفیت خازن با صفحه‌های موازی تبدیل می‌شود.

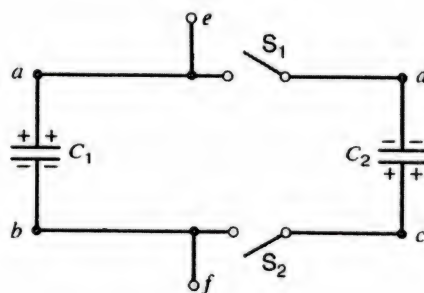
۴. در شکل ۳۰-۳، یک خازن متغیر بادی الکتریک هوا را نشان داده‌ایم که برای تنظیم رادیو به کار می‌رود. صفحه‌ها یک در میان به هم متصل شده‌اند. یک دسته از این صفحه‌ها در جای خود ثابت است و دسته دیگر می‌تواند بچرخد. مجموعه‌ای متشکل از n صفحه را در نظر بگیرید که دارای قطبیت متناوب هستند. مساحت هر صفحه A و فاصله بین دو صفحه مجاور برابر d است. نشان دهید که بیشینه ظرفیت این خازن عبارت است از:

$$C = \frac{(n-1)\epsilon_0 A}{d}$$



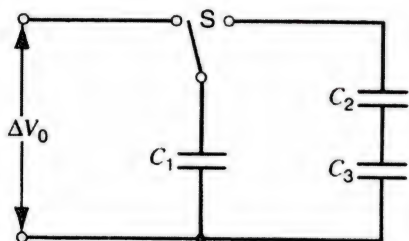
شکل ۳۰-۳ مسئله ۴.

۵. در شکل ۳۱-۳، خازنهای $C_1 = 1.16 \mu F$ و $C_2 = 3.22 \mu F$ در یک تا اختلاف پتانسیل $\Delta V = 96.6 V$ باردار شده‌اند ولی قطبیت آنها عکس یکدیگر است، به طوری که نقطه‌های a و c در طرف صفحه‌های مثبت خازنهای C_1 و C_2 قرار دارند و نقطه‌های b و d در طرف صفحه‌های منفی آن خازنها هستند. اکنون کلیدهای S_1 و S_2 را می‌بندیم. (الف) اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های e و f چقدر است؟ (ب) بار روی خازن C_1 چقدر است؟ (ج) بار روی خازن C_2 چقدر است؟



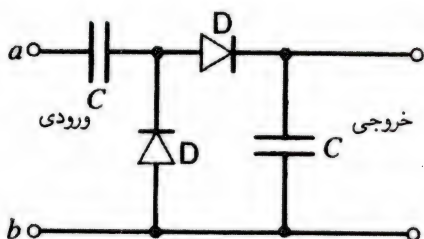
شکل ۳۱-۳ مسئله ۵.

۶. در شکل ۳۲-۳ وقتی کلید S در سمت چپ قرار می‌گیرد، صفحه‌های خازن C_1 به اختلاف پتانسیل ΔV_0 می‌رسند. خازنهای



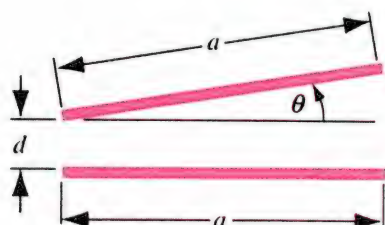
شکل ۳۲-۳ مسئله ۶.

۷. در شکل ۳۳-۳ دو خازن یکسان به ظرفیت C را با دو دیود (ایده‌آل) D در یک مولد نشان داده‌ایم. باتری $100 V$ را به پایانه‌های ورودی به صورتی زیر می‌بندیم، (الف) ابتدا پایانه a را به قطب مثبت و (ب) سپس پایانه b را به قطب مثبت وصل می‌کنیم. در هر یک از این دو حالت، اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های خروجی چقدر است؟ (یک دیود ایده‌آل دارای این ویژگی است که بارهای مثبت فقط در جهت پیکان و بارهای منفی فقط در جهت مخالف پیکان در آن جریان می‌یابند.)



شکل ۳۳-۳ مسئله ۷.

۸. خازنی دارای صفحه‌های مربعی به ضلع a است، که مطابق شکل ۳۴-۳، با یکدیگر زاویه θ می‌سازند؛ نشان دهید که برای زاویه کوچک θ ظرفیت خازن از رابطه زیر به دست می‌آید:



شکل ۳۴-۳ مسئله ۸.

مساوی توزیع شود، انرژی کل ذخیره‌شده در میدانهای الکتریکی در این حالت چقدر است؟ (ب) مازاد انرژی به کجا رفته است؟

۱۲. یک شار به مقاومت ویژه $9.4 \times 10^{-10} \Omega \cdot m$ به فضای بین یک خازن با صفحه‌های موازی با ظرفیت 11 pF که از هوا پر شده است منت می‌کند. وقتی که فضای بین صفحه‌ها به‌طور کامل از این شار پر شود، مقاومت بین صفحه‌ها چقدر است؟

۱۳. (الف) چگالی انرژی مربوط به میدان الکتریکی یک الکترون را (که یک ذره در نظر گرفته می‌شود) در فاصله r از آن محاسبه کنید. (ب) اکنون فرض کنید که الکترون یک نقطه نیست بلکه کره‌ای است به شعاع R که بار به‌طور یکنواخت در سطح آن توزیع شده است. انرژی مربوط به میدان الکتریکی خارجی الکترون در خلأ را برحسب R تعیین کنید. (ج) حالا، اگر این انرژی را با استفاده از رابطه $E_0 = mc^2$ به جرم الکترون مربوط کنید، می‌توانید مقداری را برای R محاسبه کنید. این شعاع را به‌صورت عددی محاسبه کنید؛ این مقدار اغلب شعاع کلاسیک الکترون نامیده می‌شود.

۱۴. نشان دهید که صفحه‌های یک خازن تخت با نیرویی که از رابطه زیر به‌دست می‌آید یکدیگر را جذب می‌کنند

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A}$$

با محاسبه کار مورد نیاز برای افزایش فاصله بین صفحه‌ها از x به $x + dx$ و ثابت نگه‌داشتن مقدار بار q این موضوع را ثابت کنید. ۱۵. با استفاده از نتیجه مسئله ۱۴، نشان دهید که نیرو به‌ازای واحد سطح (تنش الکتروستاتیکی) وارد بر هر یک از صفحه‌های خازن از رابطه $(\epsilon_0 E^2)/2$ به‌دست می‌آید. در واقع، در حالت کلی، این نتیجه برای هر رسانایی با هر شکلی با میدان الکتریکی \vec{E} روی سطح آن، صادق است.

۱۶. به حباب صابونی به شعاع R_0 به آرامی بار q داده می‌شود. به علت رانش متقابل بارهای سطحی، شعاع اندکی افزایش می‌یابد و به R می‌رسد. به علت انبساط حباب، فشار هوای داخل حباب به مقدار $p(V_0/V)$ فرو می‌افتد، که در آن p فشار جو، V_0 حجم اولیه، و V حجم نهایی حباب است. نشان دهید که

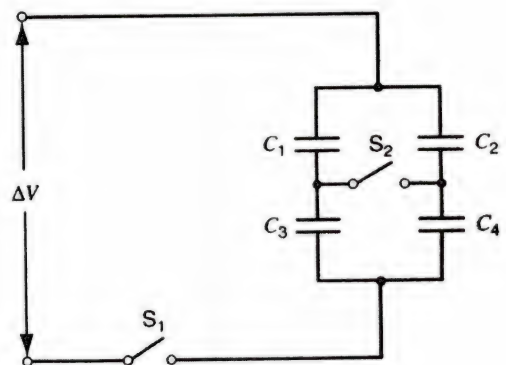
$$q^2 = 32\pi^2\epsilon_0 pR(R^3 - R_0^3)$$

[راهنمایی: نیروهای وارد بر سطح کوچکی از حباب باردار را در نظر بگیرید. این نیروها از عاملهای زیرناشی می‌شوند (۱) فشار گاز، (۲) فشار جو، (۳) تنش الکتروستاتیکی؛ مسئله ۱۵ را ببینید.]

$$C = \frac{\epsilon_0 a^2}{d} \left(1 - \frac{a\theta}{2d} \right)$$

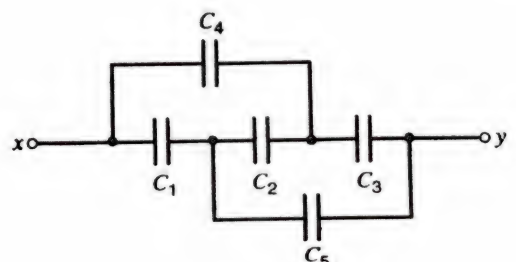
(راهنمایی: خازن را می‌توان به نوارهای باریک تقسیم کرد که عملاً با هم موازی‌اند.)

۹. در شکل ۳۵-۳۰، یک باتری اختلاف پتانسیل ΔV برابر با 12 V را تأمین می‌کند. (الف) وقتی که کلید S_1 بسته می‌شود بار روی هرکدام از خازن‌ها را تعیین کنید و (ب) وقتی (بعد از آن) کلید S_2 نیز بسته می‌شود، این بارها را معین کنید. فرض کنید $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ، $C_2 = 2 \mu\text{F}$ ، $C_3 = 3 \mu\text{F}$ ، و $C_4 = 4 \mu\text{F}$ است.



شکل ۳۵-۳۰ مسئله ۹.

۱۰. ظرفیت معادل مجموعه خازنهایی که در شکل ۳۶-۳۰ بین نقطه‌های x و y قرار گرفته‌اند پیدا کنید. فرض کنید که فقط $C_2 = 1 \mu\text{F}$ است و بقیه خازن‌ها همگی دارای ظرفیت $4 \mu\text{F}$ باشند. (راهنمایی: اختلاف پتانسیل ΔV را بین x و y اعمال کنید و تمام روابطی را که شامل بارها و اختلاف پتانسیل‌های مربوط به هرکدام از خازن‌ها می‌شود بنویسید.)

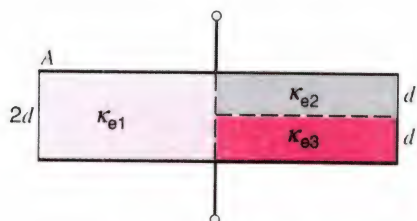


شکل ۳۶-۳۰ مسئله ۱۰.

۱۱. خازنی را باردار می‌کنیم تا انرژی ذخیره‌شده در آن برابر 4 J شود، سپس باتری را از آن جدا می‌کنیم. آنگاه یک خازن بدون بار دیگر را به‌صورت موازی به آن متصل می‌کنیم. (الف) اگر بار به‌طور

درستی این فرمول را برای تمام موارد حدی ممکن، بررسی کنید. (راهنمایی: آیا می‌توانید در نظر گرفتن این مجموعه را به صورت دو خازن سری توجیه کنید؟)

۲۰. ظرفیت خازن نشان داده شده در شکل ۳۹-۳۰ چقدر است؟



شکل ۳۹-۳۰ مسئله ۲۰.

۲۱. یک خازن با صفحه‌های موازی که مساحت هر یک از صفحه‌های آن A و فاصله بین آنها d است تا اختلاف پتانسیل ΔV باردار شده است. سپس باتری را از این خازن جدا کرده و صفحه‌ها را از هم دور می‌کنیم تا فاصله بین آنها به $2d$ افزایش پیدا کند. رابطه‌ای برحسب A ، d ، و ΔV برای (الف) اختلاف پتانسیل صفحه‌های خازن در وضعیت جدید، (ب) انرژی ذخیره شده اولیه و نهایی در خازن، و (ج) کار لازم برای دور کردن صفحه‌ها از یکدیگر را به دست آورید.

۲۲. در خازن مطرح شده در مسئله نمونه ۹-۳۰ (شکل ۱۵-۳۰)، (الف) چه کسری از انرژی ذخیره شده در خازن در گافهای هوای بین دو صفحه ذخیره می‌شود؟ (ب) چه کسری در تیغه ذخیره شده است؟

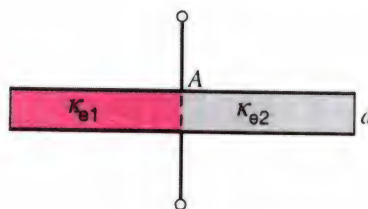
۲۳. مساحت هر کدام از صفحه‌های یک خازن تخت 118 m^2 و فاصله بین آنها 1.22 cm است. این خازن را با یک باتری تا اختلاف پتانسیل 120 V باردار و سپس باتری را قطع می‌کنیم. یک تیغه دی‌الکتریک به ضخامت 4.30 mm و ثابت 4.80 را به طور متقارن بین صفحه‌ها قرار می‌دهیم. (الف) ظرفیت خازن را قبل از ورود تیغه دی‌الکتریک معین کنید. (ب) ظرفیت این خازن پس از آنکه دی‌الکتریک بین صفحه‌های آن قرار گرفت چقدر است؟ (ج) بار آزاد روی هر صفحه، q ، قبل و بعد از قرار گرفتن تیغه در داخل خازن چقدر است؟ (د) شدت میدان الکتریکی را در فضای بین صفحه‌ها و تیغه دی‌الکتریک معین کنید. (ه) شدت میدان الکتریکی در داخل دی‌الکتریک چقدر است؟ (و) وقتی تیغه دی‌الکتریک در موقعیت مورد نظر قرار گرفت اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های خازن چقدر است؟ (ز) در فرایند قرار دادن تیغه دی‌الکتریک در داخل خازن چقدر کار خارجی باید انجام شود؟ ۲۴. یک تیغه دی‌الکتریک به ضخامت b را بین صفحه‌های یک خازن تخت که فاصله بین صفحه‌های آن d است قرار داده‌ایم. نشان

۱۷. یک اتاقک یونش استوانه‌ای دارای یک سیم آند مرکزی به شعاع 1.80 mm و یک کاتد استوانه‌ای هم‌محور با آن با شعاع 11.0 mm است. این اتاقک با گازی انباشته شده که استقامت دی‌الکتریکی آن 2.20 MV/m است. بیشترین اختلاف پتانسیلی را که می‌توان بین کاتد و آند اعمال کرد، معین کنید و توجه داشته باشید که قبل از اینکه تابش از پنجره اتاقک به داخل آن نفوذ کند گاز نباید دستخوش فروریزش الکتریکی شود.

۱۸. همان‌طور که در شکل ۳۷-۳۰ نشان داده‌ایم یک خازن با صفحه‌های موازی را با دو ماده دی‌الکتریک پر کرده‌ایم. نشان دهید که ظرفیت این خازن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_{e1} + \kappa_{e2}}{2} \right)$$

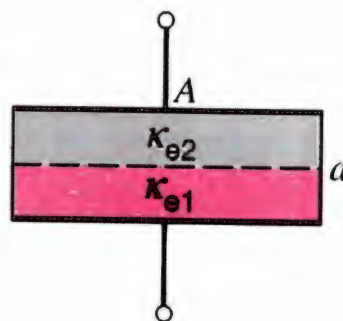
درستی این فرمول را برای تمام موارد حدی که می‌توانید تصور کنید، بررسی کنید. (راهنمایی: آیا می‌توانید در نظر گرفتن این مجموعه را به صورت دو خازن موازی توجیه کنید؟)



شکل ۳۷-۳۰ مسئله ۱۸.

۱۹. همان‌طور که در شکل ۳۸-۳۰ نشان داده‌ایم فضای بین صفحه‌های یک خازن تخت را با دو ماده دی‌الکتریک پر کرده‌ایم. نشان دهید که ظرفیت این خازن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_{e1}\kappa_{e2}}{\kappa_{e1} + \kappa_{e2}} \right)$$



شکل ۳۸-۳۰ مسئله ۱۹.

دهید که ظرفیت این خازن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$C = \frac{\kappa_e \epsilon_0 A}{\kappa_e d - b(\kappa_e - 1)}$$

(راهنمایی: با بهره‌گیری از روال مسئله نمونه ۳۰-۹ این فرمول را به دست آورید.) آیا این فرمول مقدار عددی صحیح را برای آن مسئله نمونه پیش‌بینی می‌کند؟ تحقیق کنید که این فرمول برای موارد ویژه $b = 0$ ، $\kappa_e = 1$ و $b = d$ جوابهای منطقی ارائه می‌دهد.

مسئله‌های کامپیوتری

۱. برای یافتن ظرفیت معادل بین هر دو نقطه‌ای (مانند A و B) در

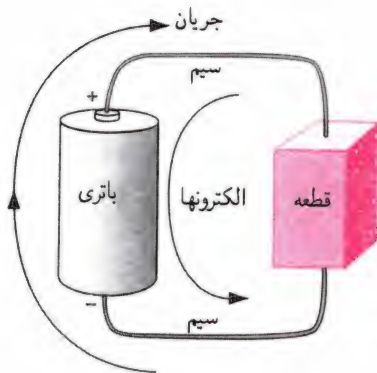
آرایه بینهایت خازن شکل ۳۰-۲۶، که به وسیله یک خازن از هم جدا شده‌اند از نتیجه‌های تمرین ۱۹ بهره بگیرید. این مسئله به ساده‌ترین وجه با عملیات تکراری حل می‌شود و می‌توان آن را روی یک برگه کاغذ در کمتر از یک دقیقه برنامه‌ریزی و حل کرد!

۲. مسئله کامپیوتری ۱ را به جای صفحه بینهایت برای یک چنبره حل کنید. با یک شبکه مربعی متشکل از 10×10 خازن مسئله را شروع کنید. لبه‌های مقابل را به هم وصل کنید تا یک استوانه به وجود آورید و سپس دو انتهای استوانه را به هم متصل کنید تا یک چنبره بسازید. اگر اندازه شبکه اولیه دو برابر شود جواب نهایی چقدر تغییر خواهد کرد؟

مدارهای جریان مستقیم (DC)

در فصل ۲۹ دربارهٔ برخی ویژگیهای عمومی جریان و مقاومت بحث کردیم. در این فصل، به مطالعهٔ رفتار مدارهای الکتریکی ویژه‌ای می‌پردازیم که شامل اجزای مقاومتی هستند، که ممکن است خود مقاومتها باشند یا مقاومت‌های داخلی اجزای مدار مانند باتری یا سیم.

در این فصل فقط مدارهای جریان مستقیم (DC) را بررسی می‌کنیم، که در آنها جهت جریان برحسب زمان تغییر نمی‌کند. در مدارهای DC که تنها شامل باتری و مقاومت هستند، مقدار جریان برحسب زمان تغییر نمی‌کند، در حالی که در مدارهای DC شامل خازن ممکن است مقدار جریان تابع زمان نیز باشد. مدارهای جریان متناوب (AC) را، که در آنها جهت جریان به صورت متناوب تغییر می‌کند در فصل ۳۷ مطالعه می‌کنیم.



شکل ۱-۳۱ باتری به وسیلهٔ دو سیم به یک قطعهٔ الکتریکی متصل شده است. جهت جریان برخلاف جهت حرکت الکترون‌هاست.

خواهیم کرد، برای باتریهای واقعی اختلاف پتانسیل به جریانی که از آن کشیده می‌شود واقعاً وابسته است.

در الکتروستاتیک، رساناها سطوح هم‌پتانسیل هستند، و پتانسیل V_+ در پایانهٔ مثبت باتری و بزرگی کل سیمی است که قسمت بالایی قطعه

۱-۳۱ جریان الکتریکی

در بخش ۳-۲۹، شارش بار الکتریکی در رساناها را مورد بحث قرار دادیم. جریان الکتریکی i عبارت است از مقدار بار خالصی که در واحد زمان از یک عنصر سطح، در هر موقعیت مشخصی از رسانا، عبور می‌کند. اغلب اوقات، به کل جریان گذرنده از مدار توجه داریم، که در آن حالت عنصر سطح برابر تمامی سطح مقطع سیم‌هایی می‌شود که اجزای مدار را متصل می‌کند.

در شکل ۱-۳۱ مسئلهٔ کلی را که در این فصل مورد تحلیل قرار می‌دهیم، نشان داده‌ایم. یک باتری به یک "قطعه" متصل شده است. این قطعه ممکن است یک تک‌جزء از مدار، مانند مقاومت، خازن، یا مجموعه‌ای از عناصر مدار باشد. باتری پایانهٔ بالایی را در پتانسیل V_+ و پایانهٔ پایینی را در پتانسیل V_- نگه می‌دارد. در باتری ایده‌آل، اختلاف پتانسیل $V_+ - V_-$ بین پایانه‌های آن مستقل از مقدار جریانی است که برای مدار فراهم می‌آورد. همان‌طور که بعداً در این فصل مطالعه

سادگی و سازگاری جبری، قرارداد زیر را می‌پذیریم
جهت جریان همانا جهت حرکت بارهای مثبت است، حتی
اگر حاملهای واقعی بار الکتریکی، منفی باشند.

اگر حاملهای بار، منفی باشند، فقط در جهت خلاف پیکان جریان
حرکت می‌کنند (که این رفتار را در شکل ۱-۳۱ نشان داده‌ایم).

در اغلب موارد، مدارهای الکتریکی را بر مبنای جهت جریان
مفروض تحلیل می‌کنیم، و در نظر نمی‌گیریم که حاملهای بار واقعی
مثبت یا منفی‌اند. در موارد نادری (مثلاً اثر هال در بخش ۴-۳۲) باید
علامت حاملهای بار را مورد توجه قرار دهیم.

پایستگی بار

وقتی که در آغاز باتری را به قطعه وصل می‌کنیم، مدار به صورت
نامنظمی رفتار می‌کند. این رفتار مشابه وقتی است که شیر آب شیلنگ
متصل به یک آبپاش را در یک باغچه باز می‌کنید. ابتدا آب به سرعت در
شیلنگ جاری می‌شود و گردابه‌های کوچک و بزرگ را به وجود می‌آورد.
وقتی به آبپاش می‌رسد، در آغاز ممکن است بر حسب تصادف از
برخی سوراخها خارج شود و از بعضی دیگر خارج نشود. پس از گذشت
چند ثانیه جریان پایا برقرار شده، آب با آهنگ ثابت از همه نقطه‌ها
جاری می‌شود. در مدارهای الکتریکی، معمولاً از این رفتار اولیه (که
رفتار گذرا نامیده می‌شود) چشم‌پوشی می‌کنیم و فقط حالت پایا را که
خیلی سریع (در محدوده چند نانوثانیه) حاصل می‌شود مورد توجه
قرار می‌دهیم.

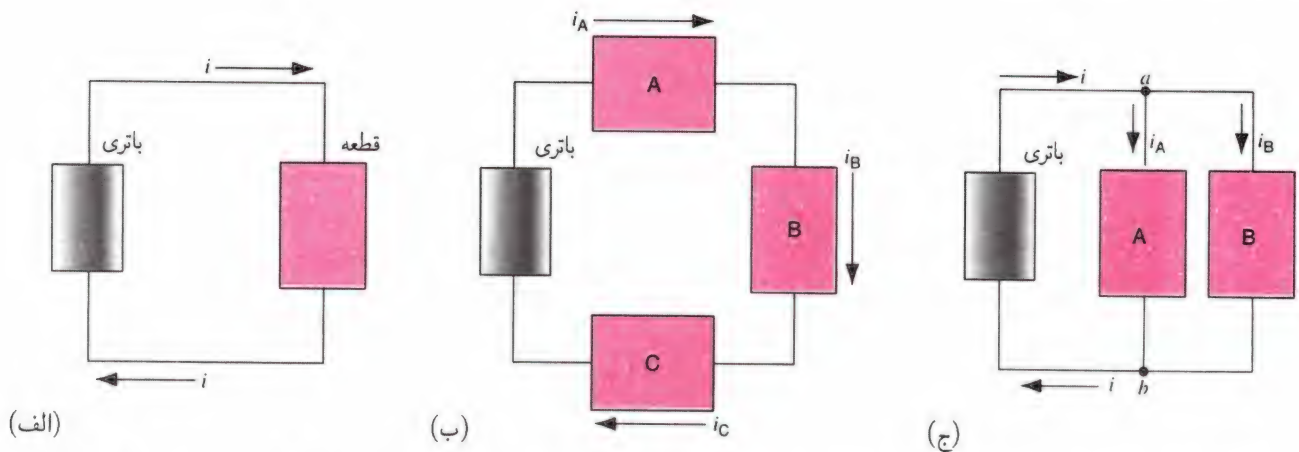
فرض می‌کنیم که، تحت شرایط پایا، بار در هیچ نقطه‌ای از سیم
ایده‌آل مورد مطالعه انباشته یا تخلیه نشود. در اصطلاح شارش شاره،
یعنی در داخل سیم هیچ‌گونه چشمه یا چاهکی برای بارهای الکتریکی
وجود ندارد. وقتی که در مطالعه شارهای تراکم‌ناپذیر این فرض را
پذیرفیم، نتیجه گرفتیم که آهنگ شارش شاره از هر سطح مقطعی از
لوله ثابت است حتی اگر مساحت سطح مقطع تغییر کند. شاره در
جاهایی که لوله تنگ‌تر است سریع‌تر حرکت می‌کند و در جاهایی که
فراخ‌تر است کندتر به حرکت درمی‌آید، ولی آهنگ حجم شارش یافته،
که شاید بر حسب لیتر بر ثانیه اندازه‌گیری می‌شود، ثابت می‌ماند. به
همان ترتیب، جریان الکتریکی i برای تمامی سطح مقطعهای رسانا
یکسان باقی می‌ماند، حتی اگر مساحت سطح مقطعها در نقطه‌های
مختلف با هم تفاوت داشته باشند. چگالی جریان \vec{J} (جریان در یکای
مساحت) بر حسب مساحت سطح مقطع تغییر می‌کند، ولی جریان i
ثابت می‌ماند.

را به باتری متصل می‌کند. در این مورد، اختلاف پتانسیل $V_+ - V_-$
بین پایانه‌های باتری، بین پایانه‌های بالایی و پایینی قطعه نیز برقرار است.
وقتی جریان در سیمها جاری می‌شود، دیگر نتیجه‌گیریهای حاصل
از الکتروستاتیک معتبر نیستند؛ به‌ویژه از مطلب ارائه‌شده در بخش
۴-۲۹ (معادله ۱۲-۲۹ را ببینید) می‌دانیم که وقتی جریان i در یک
رسانا شارش می‌یابد، بین دو سر رسانا اختلاف پتانسیل $\Delta V = iR$
پدید می‌آید. با این همه، معمولاً در مدارها مقاومت سیمها در مقایسه با
مقاومت قطعه بسیار کوچک است، و معمولاً چشم‌پوشی از تأثیر سیمها
در اختلاف پتانسیل موجه است؛ به‌ویژه، فرض می‌کنیم که هیچ‌گونه
افت پتانسیلی در سیمها روی ندهد و در این مورد اختلاف ولتاژ بین
پایانه‌های باتری همان اختلاف پتانسیلی است که در پایانه‌های قطعه
پدیدار می‌شود.

باتری را می‌توان به عنوان یک "تلمبه یا پمپ" بار الکتریکی در نظر
گرفت، که گویی بار مثبت را از طریق باتری از پایانه منفی به پایانه مثبت
می‌برد. در واقع، معمولاً این حرکت الکترونها دارای بار منفی است
که مسئول شارش جریان است. روش دیگر برای تعبیر و تصویر کردن
شارش جریان در مدار، آن است که تصور کنیم بارهای دارای بار مثبت
از ناحیه دارای پتانسیل بالا در قطعه (آن قسمتی از قطعه که به پایانه
مثبت باتری متصل است) به ناحیه‌ای با پتانسیل پایین‌تر (آن قسمتی
از قطعه که به پایانه منفی باتری متصل است) "سقوط" می‌کند.

نقش باتری در مدار آن است که اختلاف پتانسیل را برای برقراری
شارش بار الکتریکی حفظ کند. باتری سرچشمه الکترونها نیست.
الکترونها از باتری می‌گذرند و به هنگام حرکت از پایانه مثبت به پایانه
منفی در داخل باتری انرژی آنها افزایش می‌یابد. وقتی می‌گوییم یک
باتری "خالی شده است"، منظورمان این نیست که ذخیره الکترونهاش
"پایان یافته است"؛ بلکه، منظورمان این است که مخزن انرژی آن را
(معمولاً یک واکنش شیمیایی)، که مسئول افزایش انرژی الکترونهاست
"تخلیه" کرده‌ایم. توجه کنید که در شکل ۱-۳۱، الکترونها در تمامی
مدار به حرکت درمی‌آیند؛ آنها "از باتری نمی‌آیند".

گرچه در فلزها الکترونها حاملهای بار هستند، در الکترولیتها یا
در رساناهای گازی شکل (پلاسمها) ممکن است حاملهای بار یونهای
مثبت یا منفی، یا هر دو باشند. چون در یک میدان الکتریکی مشخص
بارهای با علامتهای مخالف در جهتهای مخالف به حرکت درمی‌آیند؛
برای نشانه‌گذاری جهت جریان به یک قرارداد نیاز داریم. بار مثبت که
در یک جهت حرکت می‌کند از نظر اثرهای خارجی تقریباً معادل بار
منفی است که در جهت مخالف حرکت می‌کند. از آن رو، به خاطر



شکل ۲-۳۱ (الف) مدار شکل ۱-۳۱ به صورت نمادین. (ب) جریان یکسانی به طور پیمانی از قطعه‌های A، B، و C می‌گذرد. (ج) جریان در گره a تقسیم می‌شود و در گره b دوباره با هم جمع می‌شوند.

رابطه را اغلب قاعده نقطه اتصال یا قاعده گره می‌خوانیم:

در هر گرهی در مدار الکتریکی، کل جریانی که به گره وارد می‌شود باید برابر باشد با کل جریانی که از گره خارج می‌شود. در این عبارت، واژه “گره” به هر نقطه‌ای از مدار گفته می‌شود که در آن چند سیم به هم متصل می‌شود، مانند نقطه a یا نقطه b در شکل ۲-۳۱ (ج). قاعده گره (که گاهی به نام قاعده اول کیرشهوف نامیده می‌شود) در واقع گزاره‌ای درباره پایستگی بار الکتریکی است. شکل ۲-۳۱ (ج) نمونه‌ای از اتصال موازی عنصرهای مدار است. ویژگی اتصال موازی آن است که جریان باید تقسیم شود تا به طور جداگانه از عنصرهای منفرد مدار بگذرد و سپس دوباره با هم ترکیب شوند.

۲-۳۱ نیروی محرکه الکتریکی

برای حرکت دادن بار در مدار، برای اغلب مدارهای الکتریکی به یک چشمه انرژی خارجی نیاز داریم. بنابراین مدار باید شامل وسیله‌ای باشد که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار را حفظ کند، درست همان‌طور که شاره برای جریان نیاز به وسیله‌ای (تلمبه-پمپ) دارد که اختلاف فشار بین دو نقطه را حفظ کند.

به هروسیله‌ای که در مدار الکتریکی این وظیفه را انجام دهد چشمه (یا جایگاه) نیروی محرکه الکتریکی می‌گوییم (با نشانه \mathcal{E} ؛ علامت اختصاری emf). گاهی بهتر است چشمه نیروی محرکه الکتریکی را سازوکاری در نظر بگیریم که یک “تپه” پتانسیل به وجود می‌آورد و بار الکتریکی را به “بالای تپه” می‌رساند که از آنجا بارها در “سراسیمی تپه” در بقیه مدار جاری می‌شوند. چشمه عادی نیروی محرکه الکتریکی یک باتری معمولی است؛ نمونه دیگر آن مولد برق

در شکل ۲-۳۱ (الف) مدار شکل ۱-۳۱ را با نماد ساده‌تری نمایش داده‌ایم. قطعه را فقط با یک چهارگوش نشان داده‌ایم. توجه کنید جریانی که به قطعه وارد می‌شود برابر جریانی است که از قطعه خارج می‌شود. این نمونه‌ای از پایستگی بار است؛ قطعه هیچ بار الکتریکی خالصی را در خود نگه نمی‌دارد. به‌ازای هر الکترونی که از یک سر وارد آن می‌شود، یک الکترون از سر دیگر آن خارج می‌شود. در شکل ۲-۳۱ (ب) مدار دیگری را نشان داده‌ایم که در آن جریان به طور پیمانی از سه قطعه که با برچسبهای A، B، و C نشان داده شده‌اند می‌گذرد. جریان i_A در قطعه A دقیقاً برابر جریان i_B در قطعه B و نیز برابر با جریان i_C در قطعه C است؛ یعنی $i_A = i_B = i_C$. هیچ جریانی در گذر از میان عنصرهای مدار “مصرف” نمی‌شود. شکل ۲-۳۱ (ب) نمونه‌ای از عنصرهای مدار است که به صورت سری (متوالی یا پیاپی) به هم متصل شده‌اند. در اینجا جریان یکسانی به طور پیاپی از هر یک از عنصرهای مدار می‌گذرد.

در شکل ۲-۳۱ (ج) جریان را در ترکیب دیگری از عنصرهای مدار نشان داده‌ایم. در اینجا وقتی جریان به نقطه a مدار می‌رسد باید تقسیم شود، به طوری که مقدار i_A از قطعه A می‌گذرد و مقدار i_B از قطعه B. (مقدارهای نسبی جریان در A و B، که در این مبحث مهم نیستند، به ویژگیهای A و B وابسته‌اند.) در نقطه b جریانه‌ها باید دوباره با هم جمع شوند. چون هیچ‌گونه باری در نقطه a گرفتار نمی‌شود، جریانی که به نقطه a وارد می‌شود باید دقیقاً برابر با جریانی باشد که از آن خارج می‌شود، یا به عبارتی $i = i_A + i_B$. به طور مشابه، جریانی که به نقطه b وارد می‌شود باید برابر همان جریانی باشد که از b خارج می‌شود، یعنی باید $i_A + i_B = i$. در تحلیل مدارها، این

نشان داده‌ایم، باتری در مدار به وسیله دو خط موازی با طولهای نامساوی نمایش داده می‌شود. خط بلندتر همواره نشانگر پایانه مثبت باتری است. چشمه نیروی محرکه الکتریکی (یا باتری) همواره پایانه بالایی را در پتانسیل بالاتر V_+ و پایانه پایینی آن را در پتانسیل کمتر V_- نگه می‌دارد. باتریهای معمولی (اندازه‌های AA، AAA، C، یا D) که در چراغ قوه یا دستگاههای پخش CD استفاده می‌کنیم دارای emf برابر ۱٫۵ ولت است. در بخش بعدی خواهیم دید که نیروی محرکه الکتریکی (emf) باتری فقط در صورتی برابر با اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن ($V_+ - V_-$) است که در مدار هیچ جریانی وجود نداشته باشد یا اینکه مقاومت داخلی باتری چشم‌پوشیدنی باشد.

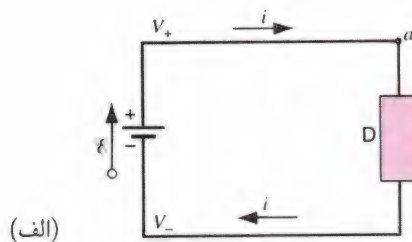
چشمه نیروی محرکه الکتریکی باید بتواند روی حاملهای باری که وارد آن می‌شود کار انجام دهد. در داخل جایگاه، چشمه روی بار مثبت اثر می‌کند و آن را از یک نقطه با پتانسیل کم (پایانه منفی) از داخل چشمه به یک نقطه با پتانسیل زیاد (پایانه مثبت) می‌برد. سپس بارها در مدار خارجی به حرکت در می‌آیند، و در این فرایند انرژی تأمین‌شده توسط چشمه را تلف می‌کنند. سرانجام، این بارها به پایانه منفی باز می‌گردند، که از آنجا نیروی محرکه الکتریکی دوباره آنها را به پایانه مثبت می‌برد و چرخه ادامه می‌یابد. (توجه کنید که، بنابر قرارداد متداول، مدار را طوری تحلیل می‌کنیم که گویی بارهای مثبت در مدار جاری می‌شوند. حرکت واقعی حاملهای بار که مربوط به الکترونهاست در جهت مخالف صورت می‌گیرد.)

وقتی که جریان پایایی در مدار شکل ۳-۳۱(الف) برقرار شد، بار dq در زمان dt از هر مقطعی از مدار می‌گذرد. به‌ویژه، این بار از سر پتانسیل کم چشمه نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} وارد و از سر پتانسیل زیاد آن خارج می‌شود. چشمه باید کار dW را روی حاملهای بار (مثبت) انجام دهد تا آنها را وادار کند که به پتانسیل بالاتر بروند. نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} چشمه به‌صورت کار به‌ازای واحد بار تعریف شده است، یا

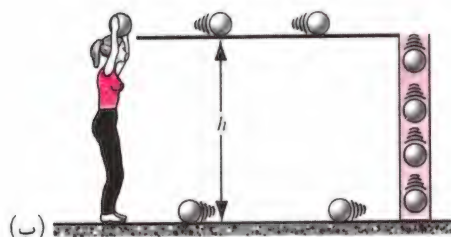
$$\mathcal{E} = dW/dq \quad (۱-۳۱)$$

یکای نیروی محرکه الکتریکی ژول بر کولن، یعنی همان ولت است. توجه کنید که از معادله (۱-۳۱) نیروی محرکه الکتریکی واقعاً یک نیرو نیست؛ یعنی، آن را برحسب نیوتون اندازه‌گیری نمی‌کنیم. این نام از روزهای اولیه تاریخچه این موضوع سرچشمه می‌گیرد.

چشمه نیروی محرکه الکتریکی برای مدار انرژی تأمین می‌کند. این انرژی ممکن است از فرایندهای متفاوتی نظیر: شیمیایی (مانند باتری یا پیل سوختی)، مکانیکی (مولد یا ژنراتور)، گرمایی (ترموپیل)، یا



(الف)



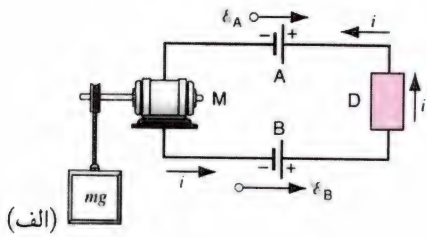
(ب)

شکل ۳-۳۱ (الف) یک مدار الکتریکی ساده، که در آن نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} (یک باتری) روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد و جریان پایایی در قطعه D برقرار می‌کند. (ب) یک مشابه گرانشی، که در آن کاری که شخص انجام می‌دهد جریان پایایی از توپهای بولینگ را در یک محیط چسبیده حفظ می‌کند.

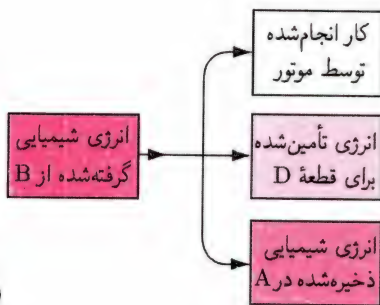
در نیروگاههاست. باتریهای خورشیدی چشمه‌های دیگر نیروی محرکه الکتریکی هستند که هم در سفینه‌های فضایی از آنها استفاده می‌شود و هم در ماشین‌حسابهای جیبی. چشمه‌های کمیاب‌تر نیروی محرکه الکتریکی عبارت‌اند از پیل‌های سوختی (که در تأمین انرژی شاتل‌های فضایی به‌کار می‌روند) و ترموپیل‌ها. سیستمهای زیست‌شناختی، از جمله قلب انسان، نیز به مثابه چشمه‌های نیروی محرکه الکتریکی عمل می‌کنند.

در شکل ۳-۳۱(الف) یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی را نشان داده‌ایم که به یک قطعه الکترونیکی متصل شده است. این قطعه ممکن است مقاومت، خازن، یا هر عنصر مدار دیگری باشد. نیروی محرکه الکتریکی در مدار به‌وسیله پیکانی که در کنار چشمه قرار گرفته نشان داده می‌شود و در جهتی است که اگر نیروی محرکه الکتریکی به‌تنهایی عمل کند باعث حرکت حامل بار مثبت در مدار خارجی در آن جهت می‌شود. برای اینکه این پیکان را با پیکان جریان اشتباه نکنیم، یک دایره کوچک در دم پیکان نیروی محرکه الکتریکی رسم می‌کنیم. در مدار خارجی، حاملهای بار مثبت در جهت نشان داده‌شده با پیکان جریان، که با علامت i نشانه‌گذاری شده است، به حرکت درمی‌آیند. به عبارت دیگر، چشمه نیروی محرکه الکتریکی در مدار شکل ۳-۳۱(الف)، یک جریان ساعتگرد برقرار می‌کند.

رایج‌ترین چشمه نیروی محرکه الکتریکی که مورد استفاده قرار می‌دهیم یک باتری معمولی است. همان‌طور که در شکل ۳-۳۱(الف)



(الف)



(ب)

شکل ۳-۳۱ ۴- $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$ ، به طوری که در این مدار تک حلقه‌ای باتری B جهت جریان را تعیین می‌کند. (ب) تبدیلهای انرژی در این مدار.

باتری B تخلیه شود باتری A پر می‌شود.

توجه کنید که مدار می‌تواند انرژی را از یک چشمه emf به چشمه دیگری انتقال دهد. در حالت ایده‌آل، فرایند انتقال انرژی وابسته به یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی، به مفهوم ترمودینامیکی، برگشت‌پذیر است (بخش ۲۴-۱ را ببینید). باتری را می‌توان پُر کرد (به این معنی که چشمه خارجی به ذخیره انرژی باتری می‌افزاید، نه به این معنی که ما بار مضاعفی به باتری وارد می‌کنیم) یا تخلیه کرد (به این معنی که از آن انرژی می‌گیریم). به صورت مشابه، مولد یا ژنراتور را می‌توان به طور مکانیکی به حرکت درآورد تا انرژی الکتریکی تولید کند، یا می‌تواند انرژی الکتریکی مصرف کند تا حرکت مکانیکی انجام دهد، مانند موتور.

۳-۳۱ تحلیل مدارها

ساده‌ترین مدار الکتریکی تشکیل شده است از چشمه نیروی محرکه الکتریکی (مانند باتری) و یک قطعه مداری (مانند مقاومت). مثالهایی از این نوع مدار ممکن است شامل چراغ قوه یا بخاری برقی شود. در شکل ۳-۳۱ ۵- مداری متشکل از یک باتری ایده‌آل و یک مقاومت R را نشان داده‌ایم. نماد نموداری مقاومت در مدار به صورت $\text{---}\text{---}$ است. در تحلیل مدارها، اغلب هدف ما تعیین مقدار و جهت جریان در مدار است، مشروط بر اینکه نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت

تابشی (باتری خورشیدی) فراهم شود. جریان برقرار شده در مدار شکل ۳-۳۱ (الف) انرژی را از چشمه نیروی محرکه الکتریکی به قطعه D منتقل می‌کند. اگر قطعه D باتری دیگری باشد که به وسیله چشمه نیروی محرکه الکتریکی باردار پُر می‌شود، در آن صورت انرژی انتقال یافته به صورت انرژی شیمیایی جدیدی که در باتری ذخیره می‌شود جلوه می‌کند. اگر قطعه یک مقاومت باشد، انرژی انتقال یافته به صورت انرژی داخلی پدیدار می‌شود (که احتمالاً به صورت افزایش دما مشاهده می‌شود) و ممکن است که پس از آن به صورت گرما به محیط انتقال یابد. اگر قطعه یک خازن باشد، در آن صورت انرژی انتقال یافته به صورت انرژی پتانسیل ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن درمی‌آید. در هر یک از این موارد، پایداری انرژی ایجاب می‌کند که مقدار انرژی از دست رفته توسط باتری باید برابر با انرژی انتقال یافته به، تلف شده توسط، یا ذخیره شده در قطعه D باشد.

در شکل ۳-۳۱ (ب) مشابه گرانشی شکل ۳-۳۱ (الف) را نشان داده‌ایم. در تصویر پایینی شخص به هنگام بلند کردن توپهای بولینگ از زمین تا تاقچه روی آنها کار انجام می‌دهد. توپها آرام و یکنواخت در امتداد تاقچه می‌غلطند و از انتهای سمت راست تاقچه به داخل یک استوانه پُر از روغن چسبناک می‌افتند. این توپها با سرعت ثابتی به ته استوانه فرو می‌روند. در آنجا با استفاده از یک سازوکار ویژه، که در شکل نشان داده شده است، از یک دریچه خارج می‌شوند و روی کف به طرف چپ می‌غلطند. انرژی که شخص به این سیستم می‌دهد، سرانجام به صورت انرژی داخلی شاره چسبنده در می‌آید و سبب افزایش دما می‌شود. انرژی که شخص تأمین می‌کند از انرژی داخلی (شیمیایی) او سرچشمه می‌گیرد. گردش بارهای الکتریکی در شکل ۳-۳۱ (الف)، سرانجام با پایان یافتن چشمه نیروی محرکه الکتریکی متوقف می‌شود؛ گردش توپهای بولینگ در شکل ۳-۳۱ (ب) هم سرانجام وقتی انرژی شخص تمام شد متوقف می‌شود.

در شکل ۳-۳۱ ۴- (الف) مداری شامل دو چشمه نیروی محرکه الکتریکی (دو باتری) A و B، یک قطعه D، و یک موتور الکتریکی ایده‌آل M را که برای بالا بردن وزنه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد نشان داده‌ایم. باتریها چنان متصل شده‌اند که بارهای الکتریکی را در جهت‌های مخالف در مدار روانه کنند؛ جهت واقعی جریان در مدار را باتری B مشخص می‌کند، که دارای نیروی محرکه الکتریکی بزرگتری است. در شکل ۳-۳۱ ۴- (ب) تبدیلهای انرژی در این مدار را نشان داده‌ایم. انرژی شیمیایی در باتری B به طور پیوسته خالی می‌شود، این انرژی به سه صورت ظاهر می‌شود که در طرف راست شکل نشان داده‌ایم. وقتی

در نقطه b "سقوط" می‌کنند. اگر حدس نخستین ما در مورد جهت جریان اشتباه باشد، در آن صورت حل مسئله نشان خواهد داد که هم i و هم ΔV_R منفی هستند.

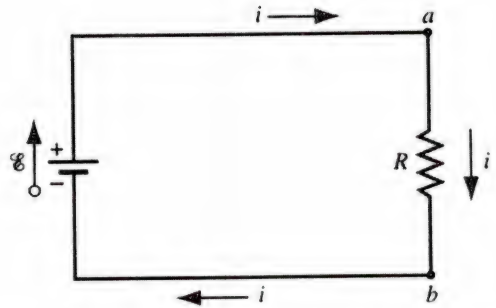
اکنون در موقعیتی قرار داریم که می‌توانیم مدار را تحلیل کنیم. دستورکار این است که از هر نقطه‌ای از مدار شروع کنیم، گرداگرد مدار بچرخیم و تمام اختلاف پتانسیلها را به هم بیفزاییم، و سرانجام به نقطه آغاز بازگردیم و در این فرایند باید به همان پتانسیلی که با آن شروع کردیم برسیم. این روش را می‌توانیم به شرح زیر خلاصه کنیم:

جمع جبری تمام اختلاف پتانسیلها در گرداگرد حلقه کامل باید برابر صفر شود.

این قاعده به نام قاعده حلقه مشهور است (وگاهی اوقات به نام قانون دوم کیرشهوف خوانده می‌شود). در نهایت، این قاعده گزاره‌ای است از پایستگی انرژی. مشابه مکانیکی این فرایند آن است که در مسیر تپه ماهور گردش کنیم؛ ممکن است که به هنگام گردش بالا و پایین برویم، ولی اگر حساب تمام تغییراتمان را در انرژی پتانسیل گرانشی نگه داریم، در خواهیم یافت که وقتی به نقطه آغاز حرکت باز می‌گردیم، حاصل کل تغییرات برابر صفر است.

اکنون تغییر در پتانسیل مدار شکل ۵-۳۱ را بررسی می‌کنیم. این کار را از نقطه a که در آن پتانسیل V_a است شروع می‌کنیم. با حرکت ساعتگرد مدار از نقطه a و گذر از مقاومت، پتانسیل به اندازه $\Delta V_R = iR$ کاهش می‌یابد، بنابراین پتانسیل در نقطه b برابر است با $V_b = V_a - iR$. در ادامه این حرکت گرد مدار، از باتری می‌گذریم، که از پایانه منفی آن وارد و از پایانه مثبت خارج می‌شویم، و در نتیجه پتانسیل به اندازه نیروی محرکه الکتریکی باتری، \mathcal{E} ، افزایش می‌یابد. اکنون به نقطه آغازین a بازگشته‌ایم که در آن پتانسیل برابر V_a است. چون پتانسیلهای آغازی و پایانی در نقطه a باید برابر باشند (پتانسیل یک کمیت مستقل از مسیر است)، بنابراین باید داشته باشیم $V_a = V_a - iR + \mathcal{E}$. به صورت هم‌ارز، می‌توانیم همین نتیجه را با بهره‌برداری مستقیم از قاعده حلقه، یعنی جمع‌کردن اختلاف در پتانسیلها و برابر قرار دادن آن با صفر، به دست آوریم. باز هم، محاسبه را از نقطه a و گردش ساعتگرد مدار آغاز می‌کنیم. در اینجا ابتدا با اختلاف پتانسیل منفی $-iR$ مواجه می‌شویم و سپس با اختلاف پتانسیل مثبت \mathcal{E} برخورد می‌کنیم. با برابر قرار دادن حاصل جمع این اختلاف پتانسیلها با صفر، می‌رسیم به

$$-iR + \mathcal{E} = 0$$



شکل ۵-۳۱ یک مدار تک‌حلقه‌ای. جریان در همه جای مدار یکسان است. پتانسیل، در داخل باتری از $-$ به $+$ افزایش می‌یابد، و در گذر از مقاومت از a به b (در جهت جریان) کاسته می‌شود.

مدار را داشته باشیم. این مدار را با در نظر گرفتن اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از عناصر مدار تحلیل می‌کنیم. بعداً در همین فصل روش دیگری که مبتنی بر انرژی تأمین یا تلف‌شده توسط هر یک از عنصرهای مدار است مورد توجه قرار می‌دهیم.

نخستین گام در تحلیل مدار حدس زدن جهت جریان است. معمولاً تلاش می‌کنیم که بهترین حدس را داشته باشیم؛ اگر جهت جریان را اشتباه در نظر بگیریم به جواب منفی می‌رسیم، که حاکی از اشتباه بودن حدس نخستین ما درباره جهت جریان است، ولی مقداری که برای جریان محاسبه کرده‌ایم هنوز درست و معتبر است. در مدار شکل ۵-۳۱، انتظار داریم که جریان ساعتگرد باشد، که این جهت توسط نیروی محرکه الکتریکی باتری معین می‌شود. باتری پتانسیل بالاتری را در نقطه a نسبت به نقطه b حفظ می‌کند، و در نتیجه بارهای مثبت در مدار، در مقاومت از a به b "سقوط" می‌کنند، سپس به وسیله باتری دوباره به پتانسیل بالاتر a پمپ می‌شوند.

وقتی مدار را با استفاده از روش اختلاف پتانسیل تحلیل می‌کنیم، گرداگرد مدار می‌چرخیم و حساب اختلاف پتانسیلها را در دو سر هر یک از عنصرهای مدار نگه می‌داریم. در انجام تحلیل به این روش، اهمیت ندارد که در چه جهت به گرد مدار بچرخیم. فرض کنید که، با شروع از نقطه a ، ساعتگرد (در همان جهت جریان) گرد مدار بچرخیم. فرض کنید که ΔV_R اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت باشد. یعنی، پتانسیل در نقطه a به اندازه ΔV_R از پتانسیل در نقطه b بیشتر است، که این مقدار برابر با iR است. چگونه می‌دانیم که V_a بیشتر از V_b است؟ این موضوع را در این مرحله به طور قطعی نمی‌دانیم، ولی این گزینه، با حدسی که برای جهت جریان در مقاومت R زدیم، سازگار است. اگر جریان از a به b جاری شود، در آن صورت حاملهای بار مثبت در داخل مقاومت از پتانسیل بالاتر در نقطه a به پتانسیل پایین‌تر

R_1 و R_2 بستگی پیدا می‌کند؟ برای اینکه رابطه بین آنها را به دست آوریم، از نقطه b شروع می‌کنیم و در جهت پادساعتگرد، از طریق مقاومت R_1 ، به a می‌رویم. اگر پتانسیلها در نقطه‌های a و b به ترتیب برابر V_a و V_b باشند، داریم

$$V_b + iR_1 = V_a$$

زیرا، در گذر از مقاومت در خلاف جهت جریان با افزایش پتانسیل مواجه می‌شویم. این رابطه را برحسب ΔV_{ab} ، یعنی اختلاف پتانسیل بین a و b ، به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = +iR_1$$

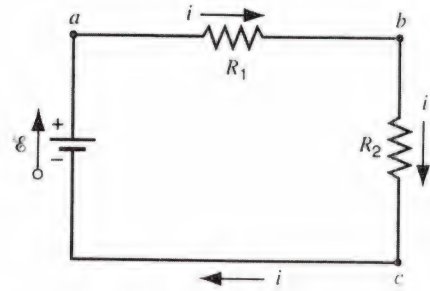
که حاکی از آن است که مقدار ΔV_{ab} برابر با iR_1 است و نیز اینکه نقطه a در پتانسیل بالاتری از نقطه b قرار دارد. از ترکیب این معادله آخری با معادله (۳-۳۱) می‌رسیم به

$$\Delta V_{ab} = \mathcal{E} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (۴-۳۱)$$

به طور خلاصه، برای یافتن اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه در مدار از یک نقطه شروع می‌کنیم و از طریق مدار به نقطه دیگر می‌رویم و اختلاف پتانسیلهایی را که سر راه با آنها مواجه می‌شویم با هم جمع جبری می‌کنیم. این جمع جبری همان اختلاف پتانسیل بین دو نقطه است. این روش کار مشابه روش یافتن جریان در یک حلقه بسته است، جز اینکه در اینجا اختلاف پتانسیلها فقط در قسمتی از حلقه با هم جمع می‌شوند و نه روی کل حلقه.

می‌توانیم در مدار از هر مسیری بین دو نقطه حرکت کنیم، و باید مقدار یکسانی برای اختلاف پتانسیل به دست آوریم، زیرا مستقل از مسیر بودن یک جزء اصلی مفهوم پتانسیل است. اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه فقط می‌تواند یک مقدار داشته باشد؛ یعنی باید برای تمام مسیرهایی که این دو نقطه را به هم متصل می‌کنند نتیجه یکسانی به دست آوریم. (به طور مشابه، اگر دو نقطه را در اطراف یک تپه در نظر بگیریم، اختلاف اندازه گیری شده در پتانسیل گرانشی بین آنها، بدون توجه به مسیری که از یک نقطه به نقطه دیگر می‌رویم، یکسان است.) در شکل ۶-۳۱، با استفاده از مسیری که از a شروع می‌شود و پادساعتگرد از چشمه نیروی محرکه الکتریکی می‌گذرد و به b می‌رسد، ΔV_{ab} را مجدداً محاسبه می‌کنیم. در این حالت داریم

$$V_a - \mathcal{E} + iR_2 = V_b$$



شکل ۶-۳۱ یک مدار تک حلقه‌ای شامل دو مقاومت. جریان در همه جا یکسان است؛ در گردش مدار در جهت جریان، پتانسیل از a به b و نیز از b به c کاهش می‌یابد.

یا

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (۲-۳۱)$$

اکنون جریان را در این مدار مشخص کردیم، که این کار، تحلیل مدار را پایان می‌بخشد.

اکنون مدار تک حلقه‌ای اندکی پیچیده‌تر، که در شکل ۶-۳۱ نشان داده‌ایم، در نظر بگیرید. این مدار شامل فقط یک باتری و دو مقاومت است. باز هم می‌توانیم حدس بزنیم که جریان ساعتگرد است. فرض کنید که این دفعه در جهت پادساعتگرد مدار می‌چرخیم. از نقطه a شروع می‌کنیم و ابتدا از باتری می‌گذریم و درمی‌یابیم که اختلاف پتانسیل برابر $-\mathcal{E}$ است. سپس از مقاومت R_2 در خلاف جهت جریان عبور می‌کنیم، که در نتیجه پتانسیل افزایش پیدا می‌کند و اختلاف پتانسیل در اینجا برابر با $+iR_2$ است. به صورتی مشابه وقتی از مقاومت R_1 می‌گذریم اختلاف پتانسیل برابر $+iR_1$ است، که پس از آن به نقطه آغازین حرکت می‌رسیم. بنابر قاعده حلقه حاصل جمع کل این اختلاف پتانسیلها باید برابر با صفر باشد:

$$-\mathcal{E} + iR_2 + iR_1 = 0$$

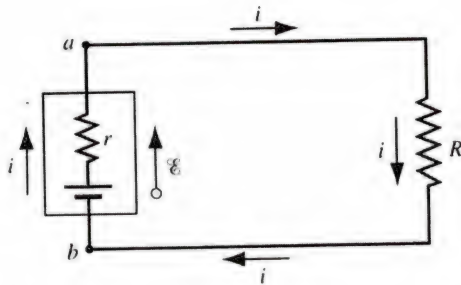
یا

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \quad (۳-۳۱)$$

توجه کنید که اگر $R_1 = 0$ یا $R_2 = 0$ باشد، معادله (۳-۳۱) به معادله (۲-۳۱) تبدیل می‌شود.

اختلاف پتانسیلها در یک مدار

اغلب علاقه مندی که در مدار اختلاف پتانسیل بین دو نقطه را مشخص کنیم. به عنوان مثال، در مدار شکل ۶-۳۱، چگونه اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و b ، $\Delta V_{ab} (= V_a - V_b)$ ، به عناصر مدار یعنی \mathcal{E} ،



شکل ۸-۳۱ یک باتری به وسیله قطعه‌ای نمایش داده شده که شامل یک چشمه emf و یک مقاومت داخلی است.

نمی‌توان آن را از بین برد؛ معمولاً علاقه‌مندیم که آن را حذف کنیم، زیرا مقاومت داخلی آثار نامطلوبی، مانند کاهش ولتاژ پایانه‌ای باتری و محدود کردن جریانی را که می‌تواند در مدار جاری شود، دربردارد. در شکل ۸-۳۱ مدار ساده شکل ۵-۳۱ را نشان داده‌ایم که در آن مقاومت داخلی r باتری در نظر گرفته شده است. با آنکه آنها اجزای یک قطعه هستند، چشمه emf و مقاومت داخلی را به صورت عنصرهای جداگانه‌ای، نشان داده‌ایم.

مدار شکل ۸-۳۱ با مدار شکل ۶-۳۱ یکسان است، و می‌توانیم جریان را فقط با جایگزینی مقدارهای مربوط به عنصرهای مدار شکل ۸-۳۱ در معادله (۳-۳۱) به دست آوریم:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (6-31)$$

مقاومت داخلی، جریانی را که emf می‌تواند در مدار خارجی برقرار کند، کاهش می‌دهد.

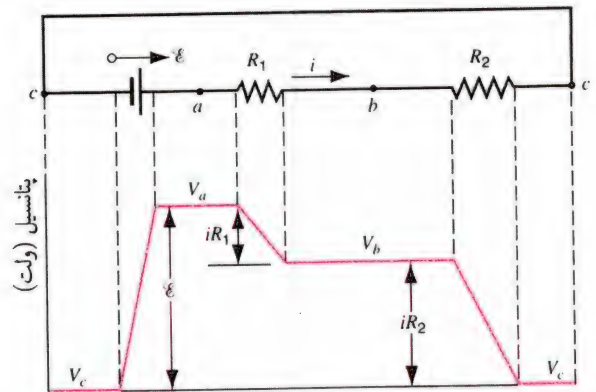
اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری برابر

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = \mathcal{E} - ir$$

است؛ که با استفاده از معادله (۶-۳۱) می‌رسیم به

$$\Delta V_{ab} = \mathcal{E} \frac{R}{R + r} \quad (7-31)$$

از این عبارت مشاهده می‌کنیم که اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری ثابت نیست، بلکه در این حالت به مقاومت R مدار خارجی وابسته است. با کوچکتر کردن مقاومت R ، و از آن رو افزایش جریان، اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری کاهش پیدا می‌کند. یک باتری ۱.۵ V فقط در صورتی اختلاف ولتاژ بین پایانه‌هایش ۱.۵ V است که هیچ جریانی از باتری عبور نکند. وقتی که باتری به یک قطعه مداری مانند رادیو متصل می‌شود، اختلاف ولتاژ بین پایانه‌های آن کمتر از ۱.۵ V است.



شکل ۷-۳۱ مدار شکل ۶-۳۱ را دوباره چنان ترسیم کرده‌ایم که همه اجزای آن در امتداد یک خط مستقیم و در بالای شکل قرار گرفته است. اختلاف پتانسیل بین دو سر هر یک از اجزای مدار را در پایین شکل نشان داده‌ایم.

یا

$$\Delta V_{ab} = V_a - V_b = +\mathcal{E} - iR_r$$

از ترکیب این نتیجه با معادله (۳-۳۱) به معادله (۴-۳۱) دست پیدا می‌کنیم.

با استفاده از روشهای مشابه، می‌توانیم نشان دهیم که

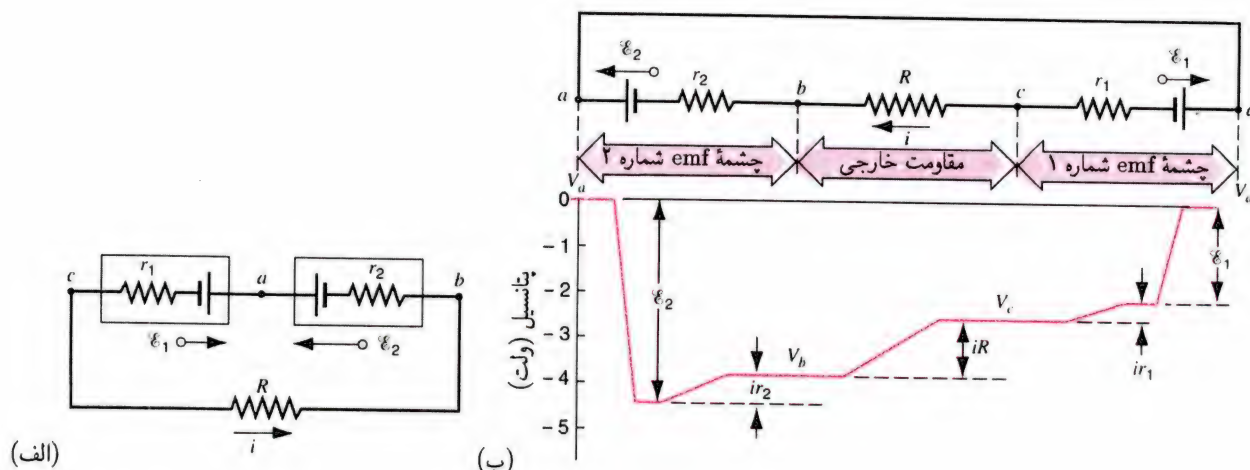
$$\Delta V_{bc} = \mathcal{E} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (5-31)$$

توجه کنید که، همان‌طور که انتظار داریم، $\Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = \mathcal{E}$. ترکیب مقاومتها در مدار شکل ۶-۳۱ را تقسیم‌کننده ولتاژ می‌خوانیم. در واقع، این مدار اختلاف ولتاژ باتری را به دو جزئی که متناسب با اندازه مقاومتهاست تقسیم می‌کند.

روش دیگری برای نشان دادن اختلاف پتانسیلها در این مدار، در شکل ۷-۳۱ نشان داده شده است. برای سادگی ترسیم شکل در اینجا حرکت گرد مدار را از نقطه c آغاز کرده‌ایم و به‌طور ساعتگرد گرد مدار چرخیده‌ایم. در اینجا به روشنی می‌توانید ببینید که چگونه نیروی محرکه الکتریکی (emf) باتری به اختلاف پتانسیلهای بین دو سر دو مقاومت "تقسیم شده است".

مقاومت داخلی چشمه نیروی محرکه الکتریکی (emf)

برعکس باتریهای ایده‌آل که تاکنون مورد بررسی قرار دادیم، باتریهای واقعی دارای مقاومت داخلی هستند. این مقاومت ویژگی ماده‌ای است که باتری از آن ساخته شده است. چون جزئی از سرشت باتری است،



شکل ۹-۳۱ مسئله‌های نمونه ۱-۳۱ و ۲-۳۱. (الف) یک مدار تک حلقه‌ای شامل دو چشمه emf. (ب) تغییر پتانسیلی که در چرخش ساعتگرد مدار با شروع از نقطه a با آن مواجه می‌شود.

در جهت مخالف با جهت پیکان جریان، در شکل ۹-۳۱ (الف) باشد. با استفاده از قاعده حلقه در این حالت خواهیم داشت (چرخش ساعتگرد از نقطه a)

$$-\mathcal{E}_2 - ir_2 - iR - ir_1 + \mathcal{E}_1 = 0$$

یا

$$i = -\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2}$$

با قرار دادن مقدارهای عددی می‌رسیم به $i = -0.24 \text{ A}$. علامت منفی نشان می‌دهد که جهت واقعی جریان در خلاف جهتی است که برای آن فرض کرده‌ایم.

در مدارهای پیچیده‌تر که شامل چندین حلقه و شاخه هستند، اغلب نمی‌توان جهت واقعی جریانها را در تمام قسمتهای مدار از قبل مشخص کرد. با این همه، می‌توان جهت جریان را برای هر شاخه به صورت دلخواه انتخاب کرد. اگر برای یک جریان مشخص پاسخی یا علامت مثبت به دست آوردید، جهت جریان را درست انتخاب کرده‌اید؛ اگر پاسخ منفی به دست آوردید، جهت واقعی جریان برخلاف جهتی است که انتخاب کرده‌اید. در هر صورت مقدار عددی به دست آمده، مقداری درست است.

مسئله نمونه ۲-۳۱ (الف) اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و b در شکل ۹-۳۱ (الف) چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و c در شکل ۹-۳۱ (الف) چقدر است؟

حل. (الف) این اختلاف پتانسیل در واقع همان اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری ۲ است، که شامل نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E}_2

از معادله (۷-۳۱) مشاهده می‌کنیم که ΔV_{ab} فقط در صورتی برابر با \mathcal{E} است که یا باتری هیچ مقاومت داخلی نداشته باشد ($r = 0$) یا اینکه مدار خارجی باز باشد ($R = \infty$).

مسئله نمونه ۱-۳۱ جریان در مدار شکل ۹-۳۱ (الف) چقدر است؟ نیروهای محرکه الکتریکی و مقاومتها به قرار زیرند:

$\mathcal{E}_1 = 21 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 44 \text{ V}$, $r_1 = 1.8 \Omega$, $r_2 = 2.3 \Omega$, $R = 5.5 \Omega$

حل. دو نیروی محرکه الکتریکی چنان متصل شده‌اند که با همدیگر مخالفت می‌کنند، ولی چون \mathcal{E}_2 بزرگتر از \mathcal{E}_1 است، جهت جریان را در مدار کنترل می‌کند، که در این مورد پادساعتگرد است. قاعده حلقه، که از نقطه a به صورت ساعتگرد به کار گرفته شود، نتیجه می‌دهد

$$-\mathcal{E}_2 + ir_2 + iR + ir_1 + \mathcal{E}_1 = 0$$

بررسی کنید که با چرخش پادساعتگرد مدار یا با شروع از نقطه دیگری غیر از a همین نتیجه به دست می‌آید. همچنین، این معادله را جمله به جمله با شکل ۹-۳۱ (ب)، که تغییرات پتانسیل را به صورت نموداری نشان می‌دهد، مقایسه کنید.

با حل معادله بالا برای جریان i ، به دست می‌آوریم

$$i = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{44 \text{ V} - 21 \text{ V}}{5.5 \Omega + 1.8 \Omega + 2.3 \Omega} = 0.24 \text{ A}$$

دانستن جهت جریان قبل از حل مسئله ضروری نیست. برای روشن شدن موضوع فرض کنید که جریان در شکل ۹-۳۱ (الف) ساعتگرد، یعنی،

مسئله نمونه ۳-۳۱ در شکل ۳۱-۱۰، مداری متشکل از دو حلقه را نشان داده‌ایم. جریانه‌ها را در این مدار معین کنید. اجزای این مدار دارای این مقادیر است: $\mathcal{E}_1 = 21\text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 63\text{ V}$, $R_1 = 17\Omega$, $R_2 = 35\Omega$.

حل. اولین گام در تحلیل این مدار آن است که جریانه‌ها را تعریف و جهت آنها را در هر یک از شاخه‌ها مشخص کنیم. جریانه‌های i_1 , i_2 و i_3 را در سه شاخه ترسیم و برای آنها جهتهای دلخواهی اختیار کرده‌ایم. در نقطه a ، جریان i_3 به آن وارد و جریانه‌های i_1 و i_2 از آن خارج می‌شوند. با استفاده از قاعده نقطه اتصال یا قاعده گره (بخش ۱-۳۱)، داریم

$$i_3 = i_1 + i_2$$

اکنون قاعده حلقه را در مورد هر یک از دو حلقه به کار می‌بریم. با شروع از نقطه a و چرخیدن پادساعتگرد گرد حلقه سمت چپ، داریم

$$2i_1R_1 - i_2R_2 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$$

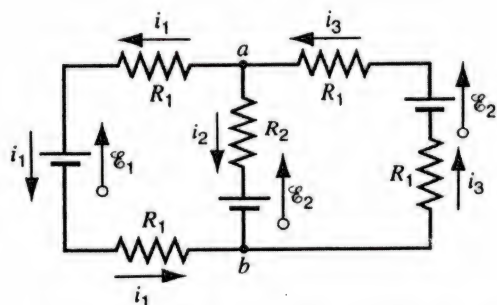
اگر حلقه سمت راست را با شروع از نقطه a ، ساعتگرد دور بزنیم، درمی‌یابیم که

$$+i_3R_1 - \mathcal{E}_2 + i_3R_1 + \mathcal{E}_2 + i_2R_2 = 0$$

یا، پس از جایگزینی $i_3 = i_1 + i_2$ (از قاعده گره)

$$2i_1R_1 + (2R_1 + R_2)i_2 = 0$$

اکنون برای دو جریان i_1 و i_2 دو معادله داریم. می‌توانیم این معادله‌ها را برای این دو متغیر حل کنیم، که پس از انجام اندکی عملیات



شکل ۳۱-۱۰ مسئله‌های نمونه ۳-۳۱ و ۴-۳۱. مداری متشکل از دو حلقه.

و مقاومت داخلی r_2 می‌شود. فرض کنید که چرخش گرد مدار را از نقطه b آغاز و پادساعتگرد با عبور مستقیم از چشمه نیروی محرکه الکتریکی به طرف a برویم. در این صورت داریم

$$V_b - ir_2 + \mathcal{E}_2 = V_a$$

یا

$$V_a - V_b = -ir_2 + \mathcal{E}_2 = -(0.24\text{ A})(2.3\Omega) + 44\text{ V} = +3.8\text{ V}$$

مشاهده می‌کنیم که نقطه a مثبت‌تر از b و اختلاف پتانسیل بین آنها (3.8 V) کمتر از نیروی محرکه الکتریکی این چشمه (44 V) است؛ شکل ۹-۳۱ (ب) را ببینید.

می‌توان درستی این نتیجه را با شروع از نقطه b در شکل ۹-۳۱ (الف) و حرکت ساعتگرد گرد مدار تا رسیدن به نقطه a بررسی کرد. برای این مسیر متفاوت، داریم

$$V_b + iR + ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

یا

$$V_a - V_b = iR + ir_1 + \mathcal{E}_1 = (0.24\text{ A})(5.5\Omega + 1.8\Omega) + 21\text{ V} = +3.8\text{ V}$$

که درست همان مقدار قبلی است. اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برای تمام راههایی که آن دو نقطه را به هم مربوط می‌کنند یکسان است.

(ب) توجه کنید که اختلاف پتانسیل بین a و c همان اختلاف پتانسیل پایانه‌های باتری ۱ است، که شامل نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E}_1 و مقاومت داخلی r_1 می‌شود. با شروع از نقطه c و حرکت ساعتگرد گرد مدار به نقطه a می‌رویم، با توجه به شکل نتیجه می‌گیریم که

$$V_c + ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$$

یا

$$V_a - V_c = ir_1 + \mathcal{E}_1 = (0.24\text{ A})(1.8\Omega) + 21\text{ V} = +2.5\text{ V}$$

این جواب نشان می‌دهد که a در پتانسیل بالاتری از c قرار دارد. اختلاف پتانسیل پایانه‌ها (2.5 V) در این مورد بیشتر از نیروی محرکه الکتریکی (21 V) باتری است؛ شکل ۹-۳۱ (ب) را ببینید. بار الکتریکی برخلاف جهتی که اگر باتری ۱ به تنهایی عمل می‌کرد، به صورت واداشته از \mathcal{E}_1 می‌گذرد؛ اگر باتری ۱ یک باتری انباره‌ای بود، به هزینه باتری \mathcal{E}_2 که تخلیه می‌شود، پر می‌شد.

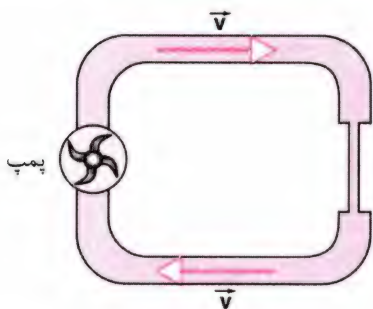
جبری می‌رسیم به

۴-۳۱ میدانهای الکتریکی در مدارها*

تا اینجا مدارها را به صورتی نسبتاً رمزآلود بررسی کردیم. در فصل ۲۹ ارتباط بین جریان و میدان الکتریکی را مورد توجه قرار دادیم: $\vec{E} = \rho \vec{j}$ (معادله ۲۹-۱۰)، که در آن ρ مقاومت ویژه ماده و \vec{j} چگالی جریان (جریان بر واحد مسطح مقطع) است. در مدارهایی که مورد بررسی قرار می‌دهیم، سیمها رسانا هستند و بنابراین برای اینکه جریان ایجاد و برقرار شود، باید میدان الکتریکی وجود داشته باشد. این میدان الکتریکی از کجا می‌آید؟

در اینجا بازگشت به شباهت بین جریان و جاری شدن شار به لوله مفید است. در شکل ۱۱-۳۱ حلقه بسته‌ای شبیه به مدار شکل ۵-۳۱ را نشان داده‌ایم. تلمبه شبیه چشمه نیروی محرکه الکتریکی است، و باریک‌شدگی یا گرفتگی لوله شبیه مقاومت است. در حالت پایا، مقدار شارهای که در واحد زمان از هر نقطه مدار می‌گذرد باید با مقداری که از هر نقطه دیگر مدار می‌گذرد برابر باشد. بنابراین، در محل باریک‌شدگی شار باید سریع‌تر حرکت کند (با این فرض که شار تراکم‌ناپذیر است).

باتری نیروی محرکه الکتریکی را برای مدار فراهم می‌کند؛ نقش باتری آن است که بارهای الکتریکی را از پتانسیل پایین به پتانسیل بالا "پمپ" کند. نیروی محرکه الکتریکی به صورت کار مورد نیاز به‌ازای یک واحد بار تعریف شده است. با بهره‌گیری از تعریف رسمی کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F} به صورت $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ ، کار به‌ازای واحد بار یعنی W/q (نیروی محرکه الکتریکی) باید به نیروی وارد بر



شکل ۱۱-۳۱ مشابه شار مکانیکی مدار الکتریکی ۵-۳۱. باریک‌شدگی مقاومتی را در برابر شارش شار نشان می‌دهد.

* برای بحث مفصل‌تر درباره این موضوع، رجوع کنید به:

Electric and Magnetic Interaction by R. Chabay and B. Sherwood (New York: Wiley, 1995), chapter 6.

و همچنین

W. G. V. Rosser, *American Journal of Physics*, Vol. 31, 1963, p. 884 and Vol. 38, 1970, p. 265.

$$i_1 = \frac{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)(2R_1 + R_2)}{4R_1(R_1 + R_2)} = \frac{(6.3V - 2.1V)(2 \times 1.7\Omega + 3.5\Omega)}{(4)(1.7\Omega)(1.7\Omega + 3.5\Omega)} = 0.82 \text{ A}$$

$$i_2 = -\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{2(R_1 + R_2)} = -\frac{6.3V - 2.1V}{(2)(1.7\Omega + 3.5\Omega)} = -0.40 \text{ A}$$

جریان سوم را می‌توان با بهره‌گیری از قاعده گره به دست آورد.

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0.82 \text{ A} + (-0.40 \text{ A}) = 0.42 \text{ A}$$

علامتهای مربوط به جریانها نشان می‌دهند که حدس ما در مورد جهت جریانهای i_1 و i_3 درست ولی برای جهت جریان i_2 نادرست بوده است؛ جهت این جریان در شاخه مرکزی مدار شکل ۱۰-۳۱ باید به طرف بالا باشد و نه سمت پایین.

توجه داشته باشید، پس از اینکه دریافتیم که جهت جریان i_2 نادرست است، لازم نیست که آن را در شکل ۱۰-۳۱ تغییر دهیم. می‌توانیم آن را به همان صورت در شکل باقی بگذاریم، فقط باید به خاطر داشته باشیم که برای i_2 یک مقدار عددی منفی در تمام محاسبات بعدی منظور کنیم.

مسئله نمونه ۴-۳۱ در مدار شکل ۱۰-۳۱، اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و b چقدر است؟

حل. برای یافتن اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و b ، شاخه ab را در شکل ۱۰-۳۱ می‌پیماییم و جهت جریانهای نشان داده‌شده در شکل را در نظر می‌گیریم و از آنجا به دست می‌آوریم

$$V_a - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = V_b$$

یا

$$V_a - V_b = \mathcal{E}_2 + i_2 R_2 = 6.3V + (-0.40 \text{ A})(3.5\Omega) = +4.9V$$

علامت مثبت حاکی از آن است که پتانسیل a مثبت‌تر از پتانسیل b است. البته با نگاه کردن به نمودار مدار باید چنین انتظاری هم داشته باشیم، زیرا قطب مثبت همه باتریها به طرف بالای شکل است.

حالت چگالی جریان برابر است با

$$j = \frac{i}{A} = \frac{1 \text{ A}}{\pi(1 \times 10^{-3} \text{ m})^2} \approx 3 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

در مورد سیم مسی، مقاومت ویژه برابر $1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ است، بنابراین میدان الکتریکی وابسته به این جریان برابر است با

$$E = \rho j = (1.69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(3 \times 10^5 \text{ A/m}^2) \\ \approx 5 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

که این میدان الکتریکی، میدان بسیار کوچکی است.

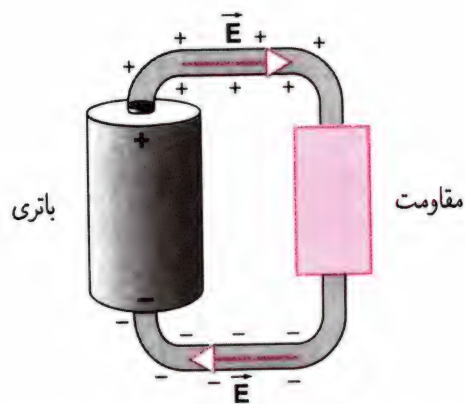
وقتی که در آغاز، باتری به یک مدار متصل می‌شود، جریانهای گذرای اولیه برقرار می‌شوند. این جریانها، بارهای الکتریکی را در سطح سیمها به روشی کاملاً دقیق توزیع می‌کنند که میدان الکتریکی ایجادشده برای برقراری یک جریان پایا در سیمها لازم است — کل این فرایند در زمانی که نوعاً از مرتبه نانو ثانیه است صورت می‌گیرد!

چه مقدار بار روی سطح سیم مورد نیاز است تا میدانی با شدت $5 \times 10^{-3} \text{ V/m}$ در داخل سیم ایجاد کند؟ برای اینکه برآوردی، با مرتبه بزرگی تقریبی، داشته باشیم می‌توانیم از معادله (۲۶-۶)، که میدان الکتریکی بار نقطه‌ای را به دست می‌دهد، یعنی $E = q/4\pi\epsilon_0 R^2$ ، استفاده کنیم، تا بار الکتریکی q روی سطح سیم که چنین میدان E را در مرکز سیم ایجاد می‌کند، مشخص کنیم:

$$q = 4\pi\epsilon_0 R^2 E = \frac{(10^{-3} \text{ m})^2 (5 \times 10^{-3} \text{ V/m})}{9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} \\ = 5.5 \times 10^{-19} \text{ C}$$

یا در حدود سه الکترون! تنها به مقدار بسیار کوچکی بار روی سطح سیم نیاز داریم تا میدان الکتریکی مورد نیاز را برای برقراری جریانهایی به بزرگی یک آمپر در داخل رسانا تأمین کند.

به روشی مشابه، می‌توانیم سؤال کنیم که جریان چطور “می‌داند” که به هنگام رسیدن به یک خم در یک سیم باید تغییر جهت دهد. باز هم، حالت‌های گذرای اولیه باید سبب شود که دقیقاً بار کافی روی سطح سیم قرار گیرد که جریان را در راستای مناسب هدایت کند. در شکل ۳۱-۱۳ نمودار طرح‌وار یک خم نود درجه را نشان داده‌ایم، که در آن خم بارها به‌طور تقریبی به صورتی که نشان داده‌ایم توزیع می‌شوند. بار منفی در نزدیکی خم، میدانی ایجاد می‌کند که با حرکت جریان در حال ورود به خم مخالفت می‌کند، و بار مثبت “هُل” اولیه را برای جاری شدن در جهت جدید فراهم می‌آورد. باز هم محاسبه‌های



شکل ۳۱-۱۲ میدان الکتریکی در داخل سیمهای یک مدار تک حلقه‌ای. بارهای موجود روی سطح سیم عامل ایجاد میدانها در داخل سیمها هستند.

واحد بار، \vec{F}/q ارتباط داشته باشد:

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{F}/q) \cdot d\vec{s} \quad (۳۱-۸)$$

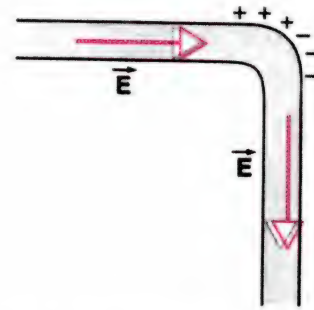
وابسته کردن میدان الکتریکی به کمیت \vec{F}/q اغواکننده است، ولی این کار در حالت کلی درست نیست. در این مورد نیروی \vec{F} نیرویی است که در داخل چشمه نیروی محرکه الکتریکی عمل می‌کند؛ این نیرو ممکن است از مبادی مکانیکی، شیمیایی، ترمودینامیکی، یا مغناطیسی سرچشمه گرفته باشد، ولی الزاماً وابسته به میدان الکتریکی نیست.

معادله (۳۱-۸) را به صورت انتگرال روی مسیر بسته نوشته‌ایم. در این روش، نیروی محرکه الکتریکی فقط به اثر خالصی وابسته است که چشمه برای واداشتن بار الکتریکی به چرخش کامل گرد مدار روی آن می‌گذارد. میدانهای خارجی پایستار نمی‌توانند منجر به نیروی محرکه الکتریکی شوند، زیرا معادله (۳۱-۸) برای این‌گونه میدانها مقدار صفر را به دست می‌دهد.

در داخل سیمها، میدان الکتریکی وجود دارد. برای اینکه بار الکتریکی در داخل سیمها به حرکت در آید، باید میدان الکتریکی وجود داشته باشد (بحث فصل ۲۷ را به‌خاطر بیاورید که در آن قاعده $E = 0$ در داخل رسانا فقط در شرایط الکتروستاتیکی معتبر بود اما وقتی جریان وجود داشته باشد، دیگر این قاعده برقرار نیست). در شکل ۳۱-۱۲ شمایی از میدانهای الکتریکی در داخل سیم رسانا را نشان داده‌ایم. برای برقراری جریان متداول، بزرگی میدانهای الکتریکی باید چقدر باشد؟

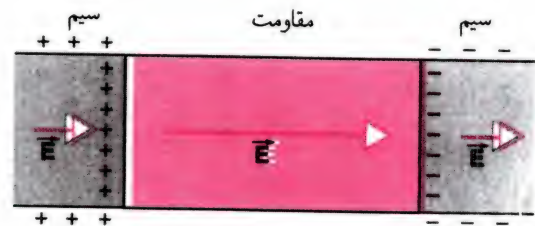
ارائه چند برآورد عددی سودمند است. فرض کنید که جریان $i = 1$ آمپر در سیمی به شعاع $R = 1 \text{ mm}$ برقرار است. در این

این میدان الکتریکی بزرگ برای راندن الکترون‌ها در طول “گرفتگی” ناشی از وجود مقاومت در مدار ضروری است. همان‌طور که در شکل ۱۴-۳۱ نشان داده‌ایم، بارهایی که در انتهای سیم روی هم انباشته می‌شوند (شبه بارهای روی خازن) این میدان الکتریکی بزرگ را به وجود می‌آورند. برای مقاومتی به ضخامت ۱ mm، باید بتوانید نشان بدهید که در حدود ۱۰۰۰ الکترون در هر یک از دو انتها می‌تواند میدان مورد نیاز را تأمین کند.



شکل ۱۴-۳۱ جزییات توزیع بارهای سطحی در نزدیکی یک خم نود درجه.

آنچه تا به اینجا توصیف کردیم یک سیستم شگفت‌آور خودتنظیم‌کننده است. باتری “یورش” اولیه جریان در مدار را فراهم می‌آورد و، تقریباً به‌طور آنی و لحظه‌ای، بار راه خودش را به سوی مکان‌هایی که باید جریان پایا را هدایت کند پیدا می‌کند و از تجمع بیشتر بارها در روی سطح سیم‌ها جلوگیری می‌کند. این حالت تعادل تا زمانی که باتری به تلمبه‌کردن بار در گرداگرد مدار ادامه دهد تداوم دارد.



شکل ۱۴-۳۱ جزییات توزیع بارهای سطحی در نزدیکی یک مقاومت. تجمع بارها روی دو سر منتهی به مقاومت سیم‌ها، میدان الکتریکی بزرگی را در مقاومت ایجاد می‌کند.

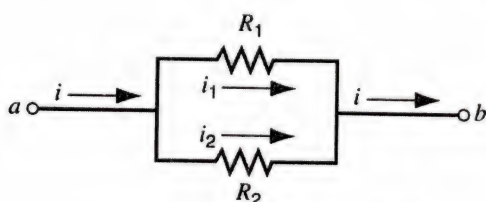
۵-۳۱ اتصال سری و موازی مقاومت‌ها

مانند مورد خازن‌ها (بخش ۴-۳۰ را ببینید)، مقاومت‌ها نیز اغلب با ترکیب‌های گوناگون در مدارها ظاهر می‌شوند. در تحلیل مدارها، بهتر است به جای مجموعه مقاومت‌ها تک مقاومت معادل R_{eq} را قرار دهیم، که مقدار آن چنان انتخاب شده است که عملکرد مدار تغییر نکند. در اینجا دو روش ترکیب مقاومت‌ها را بررسی می‌کنیم.

اتصال موازی مقاومت‌ها

تعریف ترکیب موازی اجزای مدار در بخش ۴-۳۰ را به‌خاطر آورید: می‌توان با عبور از فقط یک جزء مدار از مجموعه مدار گذشت، اختلاف پتانسیل یکسان ΔV بین دو سر هر یک از اجزای مدار برقرار است و جریان بار بین اجزا تقسیم می‌شود.

در شکل ۱۵-۳۱، دو مقاومت را که به‌صورت موازی متصل شده‌اند، نشان داده‌ایم. می‌خواهیم مقاومت معادل بین نقطه‌های a و b را تعیین کنیم. فرض کنید که از باتری (با یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی دیگری) استفاده می‌کنیم که اختلاف پتانسیل ΔV را بین



شکل ۱۵-۳۱ اتصال موازی دو مقاومت.

انجام‌شده در قبل برآوردی از مرتبه بزرگی بارهای لازم را به‌دست می‌دهد — چند الکترون روی سطح سیم برای تغییر جهت یک جریان یک آمپری کفایت می‌کند!

ملاحظه‌های مربوط به بار سطحی، همچنین می‌تواند به ما در شناخت تأثیر مقاومت در مدار کمک کند. یک مقاومت کربنی را در نظر می‌گیریم، و برای سادگی کار فرض می‌کنیم که قطر آن برابر با قطر سیم‌های مدار باشد (شکل ۱۴-۳۱). کربن یک رسانای ضعیف است، ولی عایق کاملاً خوبی نیست — مقاومت ویژه آن در حدود $3 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$ ، یعنی در حدود 2000 مرتبه بیشتر از مس است، ولی با تقریب مهم به بزرگی عایق‌های نوعی نیست (جدول ۱۲۹-۱ را ببینید). چون سیم و مقاومت هر دو دارای سطح مقطع یکسان هستند، چگالی جریان در هر دو یکسان است. با استفاده از چگالی جریانی که قبلاً برای جریان ۱ آمپری در سیمی به شعاع ۱ میلی‌متر به‌دست آورده‌ایم، می‌توانیم میدان الکتریکی را در مقاومت مشخص کنیم:

$$E = \rho j = (3 \times 10^{-5} \Omega \cdot m)(3 \times 10^5 A/m^2) \approx 10 V/m$$

که میدانی در حدود 2000 بار بزرگتر از میدان داخل سیم‌های مسی را به‌دست می‌دهد. (آیا اکنون می‌توانیم درک کنیم که چرا افت پتانسیل در سیم‌ها در مقایسه با افت پتانسیل در مقاومت چشم‌پوشیدنی است؟)

در حالت خاصی که دو مقاومت به صورت موازی بسته شده باشند معادله (۱۲-۳۱) را می توان به صورت زیر نوشت

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (۱۴-۳۱)$$

یا به عبارت دیگر مقاومت معادل آنها برابر است با حاصلضرب دو مقاومت تقسیم بر مجموع آنها.

اتصال سری یا متوالی مقاومتها

در شکل ۱۶-۳۱ دو مقاومت را نشان داده ایم که به صورت سری به هم بسته شده اند. ویژگیهای اتصال سری اجزای مدار را به خاطر بیاورید (بخش ۴-۳۰ را ببینید): برای حرکت در مدار باید پی در پی از همه اجزای مدار بگذریم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه برابر است با حاصل جمع اختلاف پتانسیلهای دو سر هر کدام از اجزای مدار و جریان یکسانی از همه اجزای مدار می گذرد.

فرض کنید که باتری با اختلاف پتانسیل ΔV به نقطه های a و b در شکل ۱۶-۳۱ متصل شود. جریان i در مجموعه و در هر یک از مقاومتها برقرار می شود. اختلاف پتانسیل بین دو سر هر یک از مقاومتها عبارت است از

$$\Delta V_1 = i R_1 \quad \text{و} \quad \Delta V_2 = i R_2 \quad (۱۵-۳۱)$$

مجموع این اختلاف پتانسیلها باید با اختلاف پتانسیل بین نقطه های a و b که به وسیله باتری تأمین می شود برابر باشد، یا باید داشته باشیم

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (۱۶-۳۱)$$

اگر به جای این مجموعه، مقاومت معادل آن، R_{eq} ، را قرار دهیم، باید همان جریان i برقرار شود، و در نتیجه

$$\Delta V = i R_{eq} \quad (۱۷-۳۱)$$

با ترکیب معادله های (۱۵-۳۱)، (۱۶-۳۱)، و (۱۷-۳۱)، می رسیم به

$$i R_{eq} = i R_1 + i R_2$$



شکل ۱۶-۳۱ اتصال سری دو مقاومت.

نقطه های a و b برقرار می کند. اختلاف پتانسیل بین دو سر هر یک از مقاومتها همان ΔV است. از معادله (۱۲-۲۹) جریانی که از هر کدام از مقاومتها می گذرد چنین است.

$$i_1 = \Delta V / R_1 \quad \text{و} \quad i_2 = \Delta V / R_2 \quad (۹-۳۱)$$

با توجه به ویژگیهای مدار موازی، جریان کل i باید بین شاخه ها تقسیم شود، بنابراین داریم

$$i = i_1 + i_2 \quad (۱۰-۳۱)$$

اگر قرار باشد که این ترکیب موازی را با تک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کنیم، باید همان جریان کل i در آن جاری شود (زیرا جایگزین کردن نباید عملکرد مدار را تغییر دهد). در این صورت جریان برابر است با

$$i = \Delta V / R_{eq} \quad (۱۱-۳۱)$$

با قرار دادن معادله های (۹-۳۱) و (۱۱-۳۱) در معادله (۱۰-۳۱)، می رسیم به

$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}$$

یا

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (۱۲-۳۱)$$

برای یافتن مقاومت معادل اتصال موازی با بیش از دو مقاومت، ابتدا مقاومت معادل R_{12} مربوط به مقاومتهای R_1 و R_2 را با استفاده از معادله (۱۲-۳۱) به دست می آوریم. سپس مقاومت معادل مربوط به R_{12} و مقاومت موازی بعدی، R_3 ، را باز هم با استفاده از معادله (۱۲-۳۱) معین می کنیم. این کار را تکرار می کنیم و یک فرمول کلی برای مقاومت معادل یک ترکیب موازی مشتمل بر هر تعدادی از مقاومت در شاخه ها را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_n \frac{1}{R_n} \quad (\text{اتصال موازی}) \quad (۱۳-۳۱)$$

یعنی، برای یافتن مقاومت معادل مجموعه موازی از مقاومتها، وارون هر کدام از مقاومتها را تعیین و آنها را با هم جمع می کنیم و سپس وارون آن حاصل جمع را به دست می آوریم که کمیت مورد نظر است. توجه کنید که R_{eq} همواره کوچکتر از کوچکترین مقاومت در شاخه های موازی است، یعنی، با اضافه کردن تعداد مسیرهای جریان، جریان بیشتری را از یک اختلاف پتانسیل خواهیم کشید.

یا

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (۱۸-۳۱)$$

از تعمیم این نتیجه به مجموعه‌ای متشکل از چندین مقاومت سری، خواهیم داشت

$$R_{eq} = \sum_n R_n \quad (\text{اتصال متوالی}) \quad (۱۹-۳۱)$$

یعنی، برای یافتن مقاومت معادل مجموعه‌ای از مقاومتها که به صورت متوالی به هم متصل شده‌اند، حاصل جمع تک تک مقاومتها را به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که مقاومت معادل ترکیب سری مقاومتها همواره بزرگتر از بزرگترین مقاومت در مجموعه است. یعنی، هرچه تعداد مقاومتها موجود در یک مجموعه سری بیشتر شود، برای اختلاف پتانسیل معین، جریان کمتری در مدار جاری می‌شود.

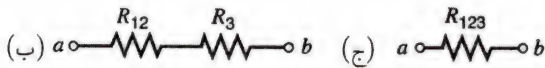
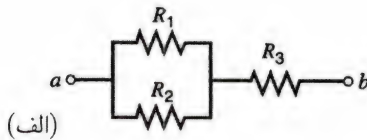
از مقایسه این نتیجه‌ها با معادله‌های (۱۷-۳۰) و (۲۲-۳۰) برای اتصال سری و موازی خازنها، می‌بینیم که مقاومتها در اتصال مانند خازنها در اتصال سری با هم جمع می‌شوند و مقاومتها در اتصال سری مانند خازنها در اتصال موازی با هم جمع می‌شوند. این موضوع به چگونگی تعریف این کمیتها مربوط می‌شود، یعنی مقاومت خارج قسمت پتانسیل بر جریان است و ظرفیت خارج قسمت بار الکتریکی به پتانسیل.

ممکن است مقاومتها گاهی در مجموعه‌هایی باشند که نه موازی هستند و نه سری. در این موارد، مقاومت معادل را می‌توان با تجزیه مسئله به واحدهای کوچکتری، به دست آورد که بتوان در آن اتصالها را به صورت موازی یا سری در نظر گرفت. مثالهای زیر این موضوع را نمایش می‌دهند.

مسئله نمونه ۵-۳۱ (الف) مقاومت معادل مجموعه نشان داده شده در شکل ۱۷-۳۱ (الف) را با استفاده از مقدارهای $R_1 = 4.6\Omega$ ، $R_2 = 3.5\Omega$ و $R_3 = 2.8\Omega$ به دست آورید. (ب) وقتی باتری 12.0 V بین نقطه‌های a و b متصل شود، جریانی که از مقاومت R_1 می‌گذرد چقدر است؟

حل. (الف) ابتدا مقاومت معادل R_{12} مربوط به ترکیب موازی R_1 و R_2 را تعیین می‌کنیم. با بهره‌گیری از معادله (۱۴-۳۱) می‌رسیم به

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(4.6\Omega)(3.5\Omega)}{4.6\Omega + 3.5\Omega} = 2.0\Omega$$



شکل ۱۷-۳۱ مسئله نمونه ۵-۳۱. (الف) ترکیب موازی R_1 و R_2 با مقاومت R_3 به صورت سری قرار دارد. (ب) ترکیب موازی R_1 و R_2 با مقاومت معادلشان، R_{12} ، جایگزین شده‌اند. (ج) ترکیب سری R_{12} و R_3 با مقاومت معادلشان، یعنی R_{123} جایگزین شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۱۷-۳۱ (ب) نشان داده شده است مقاومتهای R_{12} و R_3 به صورت سری به هم متصل شده‌اند. با استفاده از معادله (۱۸-۳۱)، می‌توان مقاومت معادل R_{123} مربوط به این اتصال سری را به دست آورد.

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 2.0\Omega + 2.8\Omega = 4.8\Omega$$

(ب) اگر یک باتری 12.0 V به نقطه‌های a و b در شکل ۱۷-۳۱ (ج) متصل شود، جریان حاصل در مدار برابر است با

$$i = \frac{\Delta V}{R_{123}} = \frac{12.0\text{ V}}{4.8\Omega} = 2.5\text{ A}$$

با برقراری این جریان در ترکیب سری شکل ۱۷-۳۱ (ب)، اختلاف پتانسیل بین دو سر مقاومت R_{12} عبارت است از

$$\Delta V_{12} = i R_{12} = (2.5\text{ A})(2.0\Omega) = 5.0\text{ V}$$

در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از اجزا (و دو سر ترکیب آنها) یکسان است. بنابراین اختلاف پتانسیل بین دو سر R_1 (و R_2) برابر با 5.0 V است و جریانی که از R_1 می‌گذرد عبارت است از

$$i_1 = \frac{\Delta V_{12}}{R_1} = \frac{5.0\text{ V}}{4.6\Omega} = 1.1\text{ A}$$

مسئله نمونه ۶-۳۱ در شکل ۱۸-۳۱ (الف) مکعبی متشکل از ۱۲ مقاومت R را نشان داده‌ایم. مقاومت معادل، R_{12} ، مربوط به هر ضلع (بین دو رأس مجاور) را معین کنید.

حل. گرچه در ابتدا تجزیه این مسئله به اجزای سری و موازی کوچکتر واقعاً نومیدکننده به نظر می‌رسد، اما تقارن اتصالها راهی برای

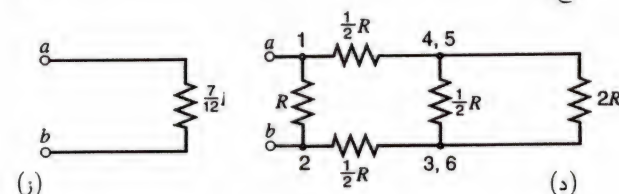
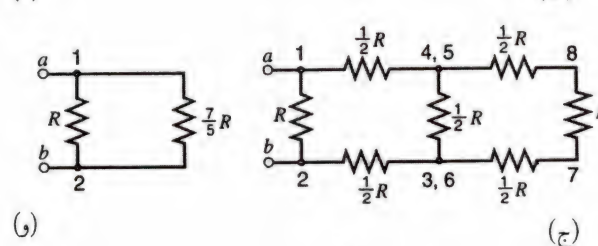
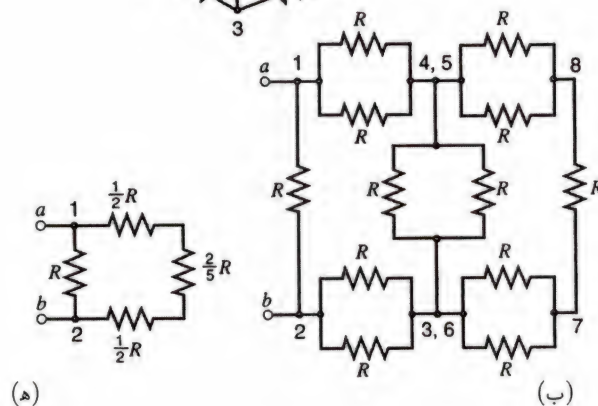
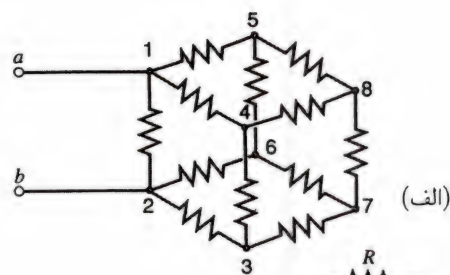
ترسیم کرد. از اینجا به بعد کار ما تقلیل کار مدار به یک مقاومت معادل بین دو پایانه ورودی با استفاده از قاعده‌های اتصال موازی و سری مقاومتهاست. در شکل ۱۸-۳۱ (ج)، این کار را با جایگزین کردن پنج مجموعه موازی متشکل از دو مقاومت R ، با مقاومت معادل آنها در هر کدام از اتصالات موازی، یعنی $\frac{1}{2}R$ آغاز می‌کنیم.

در شکل ۱۸-۳۱ (د)، در حلقه سمت راست، سه مقاومتی را که به صورت سری قرار گرفته‌اند با هم جمع کرده‌ایم و مقاومت معادل $2R$ را برای آنها به دست آورده‌ایم. در شکل ۱۸-۳۱ (ه)، دو مقاومتی که در حلقه سمت راست را به صورت موازی قرار گرفته‌اند با معادل آنها، یعنی $\frac{2}{5}R$ جایگزین کرده‌ایم. در انجام این کار، بد نیست به خاطر داشته باشیم که مقاومت معادل دو مقاومت موازی برابر است با حاصلضرب مقاومتها تقسیم بر مجموع آنها (معادله ۱۴-۳۱).

در شکل ۱۸-۳۱ (و)، سه مقاومت سری شکل ۱۸-۳۱ (ه)، را با هم جمع کرده‌ایم و معادل آنها یعنی $\frac{7}{5}R$ را به دست آورده‌ایم و در شکل ۱۸-۳۱ (ز)، دو مقاومت موازی را با معادل آنها، که در جستجوی آن هستیم، یعنی

$$R_{12} = \frac{7}{12}R$$

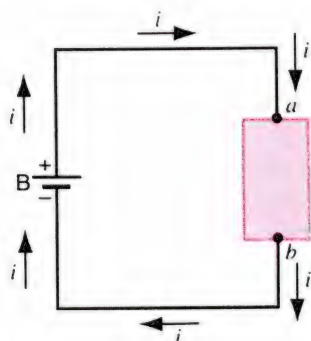
جایگزین می‌کنیم. از این روش می‌توان برای یافتن مقاومت معادل R_{13} ، بین دو سر قطر یک وجه، و R_{17} ، مقاومت معادل بین دو سر قطر مکعب استفاده کرد (مسئله ۷ را ببینید).



شکل ۱۸-۳۱ مسئله نمونه ۶-۳۱ (الف) مکعبی متشکل از ۱۲ مقاومت یکسان. (ب) تا (ز) تبدیل گام به گام مکعب تا رسیدن به یک مقاومت معادل برای کل مدار.

۶-۳۱ انتقال انرژی در مدار الکتریکی

در شکل ۱۹-۳۱ مداری متشکل از باتری B را که به یک قطعه الکتریکی، مانند مقاومت، خازن، موثر یا باتری دیگری متصل شده



شکل ۱۹-۳۱ باتری B جریان i را در مدار الکتریکی شامل یک قطعه الکتریکی دلخواه، ایجاد می‌کند.

انجام این کار پیش پایمان می‌گذارد. کلید حل این مسئله که تنها با تکیه بر ملاحظه‌های تقارنی به دست می‌آید، این است که نقطه‌های ۳ و ۶ باید در یک پتانسیل باشند، و نیز اینکه نقطه‌های ۴ و ۵ باید پتانسیل یکسانی داشته باشند.

اگر دو نقطه در مدار، پتانسیل یکسانی داشته باشند، در صورتی که آنها را با یک سیم به هم متصل کنیم، جریان در مدار تغییر نخواهد کرد. چون اختلاف پتانسیلی بین دو سر آن وجود ندارد در نتیجه جریانی هم در آن موجود نیست. به این ترتیب می‌توان نقطه‌های ۳ و ۶ را با یک رشته سیم به هم وصل کرد و همین کار را برای نقطه‌های ۴ و ۵ نیز انجام داد.

بنابراین، می‌توان مکعب را به صورت شکل ۱۸-۳۱ (ب) مجدداً

است نشان داده‌ایم. جریان i در سیمها جاری و اختلاف پتانسیل ΔV_{ab} بین پایانه‌های قطعه برقرار است.

ابتدا عملکرد باتری را مورد بررسی قرار می‌دهیم. فرض می‌کنیم که باتری چشمه نیروی محرکه الکتریکی، \mathcal{E} ، ایده‌آل (بدون مقاومت) باشد. وقتی که باتری، مقدار بار dq را از پایانه منفی به پایانه مثبت خود انتقال می‌دهد، کاری معادل (معادله ۳۱-۱) $dW = \mathcal{E}dq$ روی بار انجام می‌دهد. توان تأمین‌شده توسط چشمه نیروی محرکه الکتریکی با آهنگ انجام کار مشخص می‌شود: یعنی $P_{emf} = dW/dt = \mathcal{E}dq/dt$ ، یا

$$P_{emf} = \mathcal{E}i \quad (۳۱-۲۰)$$

این کمیت، آهنگ انتقال انرژی را توسط چشمه نیروی محرکه الکتریکی ایده‌آل به بقیه مدار به دست می‌دهد. همان‌گونه که در بخش ۳۱-۲ مورد بحث قرار دادیم، این انرژی ممکن است به صورت انرژی داخلی در یک مقاومت، انرژی ذخیره‌شده در میدان الکتریکی خازن، انرژی مکانیکی در موتور، یا انرژی شیمیایی در باتری که در حال پرشدن است، پدیدار شود. اگر در نظر بگیریم که این مدار یک سیستم منزوی است، در آن صورت انرژی کل آن نمی‌تواند تغییر کند، و کاهش در انرژی چشمه نیروی محرکه الکتریکی باید با افزایش خالص انرژی در سایر قسمت‌های مدار موازنه کند.

تصور کنید که مدار تشکیل شده باشد از چشمه نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت R . اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های a و b شکل ۳۱-۱۹ برابر، $\Delta V_R = iR$ ، است. در مدتی که مقدار بار dq در داخل مقاومت از a به b می‌رود، این مقدار بار تغییر در انرژی پتانسیل $dU = dq\Delta V_R$ (معادله ۲۸-۱۴) را ببینید) را تجربه می‌کند. این انرژی باید به مقاومت انتقال یافته باشد، در نتیجه توان انتقال‌یافته به مقاومت (آهنگ انتقال انرژی) برابر است با

$$P_R = dU/dt = (dq/dt)\Delta V_R = i\Delta V_R$$

$$P_R = i^2 R \quad (۳۱-۲۱)$$

و چون $i = \Delta V_R/R$ است، این نتیجه را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$P_R = \frac{(\Delta V_R)^2}{R} \quad (۳۱-۲۲)$$

این انتقال انرژی مقاومت در مدار اغلب به نام گرمایش ژول نامیده می‌شود.

وقتی که بار الکتریکی از درون یک مقاومت از پتانسیل بالاتر (پایانه a) به پتانسیل پایین‌تر (پایانه b) حرکت می‌کند، اگر برخورد

با سایر اتمهای مقاومت وجود نداشت، انرژی به دست می‌آورد. این برخوردها سبب می‌شوند که سرعت سوق حاملهای بار ثابت بماند، و انرژی کسب‌شده در این برخوردها توسط اتمها (که سبب افزایش دامنه ارتعاش اتمها حول وضعیت تعادلشان می‌شود) می‌تواند متناظر با افزایش دمای مقاومت باشد. این وضعیت شبیه سقوط سنگ با سرعت حدیش در یک محیط گرانرو مانند هوا یا آب است. وقتی که سنگ بر اثر گرانش سقوط می‌کند، کاهش انرژی پتانسیل آن بلافاصله و بی‌درنگ، نه به افزایش انرژی جنبشی آن، بلکه به افزایش انرژی داخلی سیستم متشکل از سنگ و محیط اطرافش تبدیل می‌شود.

در باتری واقعی با مقاومت داخلی r ، اختلاف پتانسیل بین پایانه‌ها برابر است با $\Delta V_{batt} = \mathcal{E} - ir$ ، و باری که از داخل باتری می‌گذرد انرژی پتانسیلی برابر با

$$dU = dq\Delta V_{batt} = dq(\mathcal{E} - ir)$$

کسب می‌کند. توان تأمین‌شده توسط باتری برابر است با $P_{batt} = dU/dt$ یا

$$P_{batt} = \mathcal{E}i - i^2 r = P_{emf} - P_r \quad (۳۱-۲۳)$$

انرژی در دسترس برای سایر قسمت‌های مدار به اندازه گرمایش ژول در مقاومت داخلی باتری کاهش یافته است.

یکای توان، که از معادله‌های (۳۱-۲۰) به (۳۱-۲۱) حاصل می‌شود، همانا ولت‌آمپر است، که می‌توان نشان داد معادل وات است. برای نشان دادن این ارتباط می‌توانیم از تعریف ولت (ژول بر کولن) و آمپر (کولن بر ثانیه) استفاده کنیم.

مسئله نمونه ۳۱-۷ یک قطعه سیم بخاری برقی در اختیار داریم. این سیم از آلیاژی از نیکل-کروم-آهن ساخته شده است که به آن "نیکروم" می‌گوییم. مقاومت R این سیم ۷۲Ω است. می‌خواهیم این سیم را بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل ۱۲۰ V وصل کنیم. در کدام یک از دو وضعیت زیر این سیم گرمای بیشتری ایجاد می‌کند؟ (الف) سیم را به طور کامل بین دو نقطه وصل کنیم، یا (ب) سیم را به دو نیم کرده و دو نیمه را به طور موازی به ولتاژ شبکه ۱۲۰ V ولتی وصل کنیم؟

حل. (الف) توان تلف‌شده توسط کل سیم، از معادله (۳۱-۲۲)،

چنین به دست می‌آید

$$P_R = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{(۱۲۰\text{ V})^2}{۷۲\Omega} = ۲۰۰\text{ W}$$

ببینید) باید برابر باشد با انرژی داخلی ایجادشده در مقاومت در مدت dt ($i^2 R dt$)، به اضافه افزایش dU ، در مقدار انرژی ذخیره شده در خازن U ($= \frac{1}{2} C q^2$)؛ معادله ۲۴-۳۰ را ببینید). از پایستگی انرژی داریم

$$\mathcal{E} dq = i^2 R dt + d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

یا

$$\mathcal{E} dq = i^2 R dt + \frac{q}{C} dq$$

از تقسیم معادله بالا بر dt نتیجه می گیریم

$$\mathcal{E} \frac{dq}{dt} = i^2 R + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt}$$

چون q مقدار بار روی صفحه بالایی خازن است، مثبت بودن i به معنی مثبت بودن dq/dt است. اگر در این معادله، $i = dq/dt$ را قرار دهیم، می رسیم به

$$\mathcal{E} = iR + \frac{q}{C} \quad (24-31)$$

معادله (۲۴-۳۱) را می توان از قاعده حلقه نیز به دست آورد، زیرا قاعده حلقه از اصل پایستگی انرژی به دست آمده است. با شروع از نقطه x و حرکت ساعتگرد به گرد مدار، درمی یابیم که در عبور از چشمه نیروی محرکه الکتریکی، پتانسیل افزایش می یابد و در عبور از مقاومت و خازن، پتانسیل کاهش پیدا می کند، یا به عبارت دیگر

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

که همانند معادله (۲۴-۳۱) است.

برای اینکه معادله (۲۴-۳۱) را حل کنیم، ابتدا به جای i مقدار dq/dt را قرار می دهیم، یعنی داریم

$$\mathcal{E} = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \quad (25-31)$$

که می توانیم معادله (۲۵-۳۱) را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = -\frac{dt}{RC} \quad (26-31)$$

با انتگرال گیری از این تابع برای حالتی که در $t = 0$ داشته باشیم $q = 0$ ، نتیجه می گیریم (البته پس از حل معادله برای q)،

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (27-31)$$

(ب) توان مصرف شده در نصف سیم (و در نتیجه نصف مقاومت) چنین است

$$P'_R = \frac{(\Delta V)^2}{\frac{1}{4}R} = \frac{(120 \text{ V})^2}{36 \Omega} = 400 \text{ W}$$

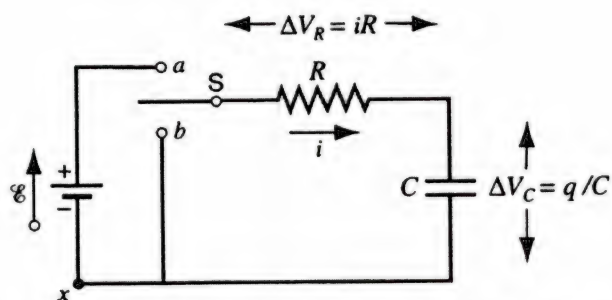
چون دو نیمه سیم داریم، در نتیجه توان گرمایی حاصل از کل دو نیمه برابر 800 W است، یعنی چهار برابر سیم کامل است. به نظر می رسد که محاسبات بالا به این معناست که می توانیم یک قطعه سیم بخاری بخریم، آن را به دو نیم کرده مجدداً به هم متصل کنیم تا چهار برابر گرما به دست آوریم. چرا این کار چندان هم پسندیده نیست؟

۲-۳۱ مدارهای RC

در بخش قبلی مدارهایی را مطالعه کردیم که فقط شامل مقاومت بودند، و در آنها جریانها برحسب زمان تغییر نمی کرد. در اینجا خازن را جزء یا عنصر مدار معرفی می کنیم، که سبب می شود جریانهای متغیر برحسب زمان را مورد توجه قرار دهیم.

فرض کنید که خازن شکل ۲۰-۳۱ را با قرار دادن کلید S در وضعیت a ، باردار می کنیم. (بعداً اتصال به نقطه b را مورد توجه قرار می دهیم). چه جریانی در مدار تک حلقه ای حاصل برقرار می شود؟ برای مطالعه این موضوع از اصول پایستگی انرژی استفاده می کنیم.

در زمان dt مقدار بار dq ($= i dt$) از هر مقطع مدار می گذرد و روی صفحه مثبت خازن می نشیند. در این انتقال بار کار انجام شده توسط چشمه نیروی محرکه الکتریکی ($= \mathcal{E} dq$)؛ معادله (۱-۳۱) را



شکل ۲۰-۳۱ وقتی کلید S در موقعیت a قرار می گیرد، خازن C از طریق مقاومت R به وسیله نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} باردار می شود. پس از آنکه خازن باردار (پر) شد، کلید را در موقعیت b قرار می دهیم، و خازن از طریق مقاومت R تخلیه می شود. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت، ΔV_R (برابر با iR)، را می توانیم به سادگی اندازه گیری و جریان i را معین کنیم و نیز می توانیم اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ΔV_C (برابر با q/C)، را اندازه گیری و بار q را معین کنیم.

زمان است و آن را ثابت زمانی خازنی، τ_C ، مدار می‌نامیم:

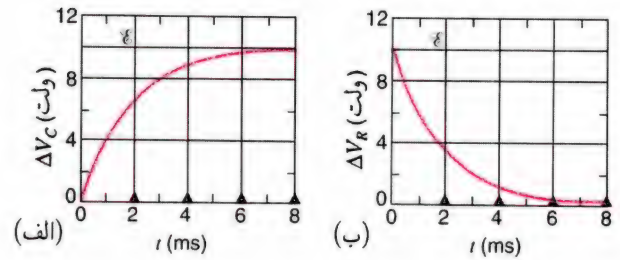
$$\tau_C = RC \quad (29-31)$$

این زمانی است که بار روی صفحات خازن به $1 - e^{-1}$ برابر مقدار نهایی آن (یعنی تقریباً ۶۳ درصد) $C\mathcal{E}$ رسیده است. برای نشان دادن این مطلب، در معادله (۲۷-۳۱) چنین قرار می‌دهیم $t = \tau_C = RC$ و نتیجه می‌گیریم

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0.63C\mathcal{E}$$

شکل ۲۱-۳۱ (الف) نشان می‌دهد، اگر مداری که خازن را پر می‌کند شامل مقاومت باشد، افزایش بار خازن به مقدار حدی آن به مدتی که با ثابت زمانی RC مشخص می‌شود به تأخیر می‌افتد. اگر مقاومتی در مدار نباشد ($RC = 0$) بار بی‌درنگ تا مقدار حدی صعود می‌کند. اگر چه نشان داده‌ایم که این تأخیر زمانی پیامد کاربرد قاعده حلقه در مورد مدارهای RC است، درک فیزیکی علل این تأخیر حائز اهمیت است.

وقتی در شکل ۲۰-۳۱ کلید S در موقعیت a بسته شود، بار روی صفحات خازن در ابتدا صفر و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر خازن نیز در آغاز صفر است. معادله (۲۴-۳۱) نشان می‌دهد که در این زمان $iR = \mathcal{E}$ و در نتیجه در $t = 0$ داریم $i = \mathcal{E}/R$. به واسطه این جریان، بارها به خازن سرازیر می‌شوند و با گذشت زمان اختلاف پتانسیل بین دو سر خازن افزایش می‌یابد. اما معادله (۲۴-۳۱) اکنون نشان می‌دهد که چون نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} ثابت است، هر افزایشی در اختلاف پتانسیل دو سر خازن باید با کاهش متناظری در اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت متوازن شود، و به صورتی مشابه کاهش در جریان را شاهد خواهیم بود. این کاهش جریان نشان می‌دهد که بارهای روی خازن با آهنگ کمتری افزایش می‌یابند. این فرایند تا آنجا ادامه می‌یابد که جریان به صفر کاهش پیدا کند، که در آن زمان دیگر هیچ افت پتانسیلی در دو سر مقاومت وجود ندارد. در این حالت کل اختلاف پتانسیل مربوط به نیروی محرکه الکتریکی در دو سر خازن ظاهر می‌شود، که اکنون کاملاً پر شده است ($q = C\mathcal{E}$). تا وقتی که تغییری در مدار صورت نگیرد، دیگر هیچ جریان باری وجود ندارد. چگونگی به دست آوردن معادله‌های (۲۷-۳۱) و (۲۸-۳۱) و بررسی و مطالعه شکل ۲۰-۳۱ را با توجه به بحث کیفی این بند مرور کنید.



شکل ۲۱-۳۱ (الف) همان‌طور که نمودار اختلاف پتانسیل ΔV_C بیان می‌کند، در خلال فرایند پر شدن خازن، بار روی صفحات خازن با گذشت زمان افزایش می‌یابد، و ΔV_C به مقدار نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} میل می‌کند. پس از آنکه در لحظه $t = 0$ کلید را در وضعیت a قرار دادیم زمان را اندازه می‌گیریم. (ب) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت با گذشت زمان کاهش می‌یابد، و سرانجام به صفر میل می‌کند، زیرا وقتی خازن کاملاً پر شد جریان به صفر سقوط می‌کند. این منحنیها برای: $\mathcal{E} = 10\text{ V}$ ، $R = 2000\ \Omega$ ، و $C = 1\ \mu\text{F}$ رسم شده‌اند. مثلثهای سیاه ثابتهای زمانی متوالی را مشخص می‌کنند.

می‌توانیم بررسی کنیم که تابع $q(t)$ واقعاً جوابی برای معادله (۲۵-۳۱) است. این کار را با قرار دادن این جواب در معادله و مشاهده اینکه، آیا اتحاد واقعاً برقرار می‌شود، انجام می‌دهیم. با مشتق‌گیری از معادله (۲۷-۳۱) نسبت به زمان، می‌رسیم به

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \quad (28-31)$$

با جایگزین کردن q (معادله ۲۷-۳۱) و dq/dt (معادله ۲۸-۳۱) در معادله (۲۵-۳۱) اتحادی حاصل می‌شود که باید درستی آن را تحقیق کنیم. بنابراین معادله (۲۷-۳۱) جوابی برای معادله (۲۵-۳۱) است.

در آزمایشگاه به آسانی می‌توان i و q را با اندازه‌گیری کمتهایی که متناسب با آنها هستند یعنی اختلاف پتانسیل $\Delta V_R (= iR)$ دو سر مقاومت و اختلاف پتانسیل $\Delta V_C (= q/C)$ دو سر خازن تعیین کرد. این‌گونه اندازه‌گیریها را، می‌توان با اتصال ولت‌سنجها (یا کاهوهای نوسان‌نما) به دو سر مقاومت و خازن به صورتی نسبتاً آسان انجام داد. در شکل ۲۱-۳۱ نمودارهای حاصل از اندازه‌گیریهای ΔV_R و ΔV_C را نشان داده‌ایم. به نکات زیر توجه کنید: (۱) در $t = 0$ داریم $\Delta V_R = \mathcal{E}$ (تمام اختلاف پتانسیل در دو سر مقاومت ظاهر می‌شود) و $\Delta V_C = 0$ (خازن خالی است). (۲) وقتی $t \rightarrow \infty$ ، داریم $\Delta V_C \rightarrow \mathcal{E}$ (خازن کاملاً پر شده است) و $\Delta V_R \rightarrow 0$ (جریان متوقف می‌شود). (۳) در همه زمانها، همان‌طور که معادله (۲۵-۳۱) ایجاب می‌کند، داریم $\Delta V_R + \Delta V_C = \mathcal{E}$.

کمیت RC در معادله‌های (۲۷-۳۱) و (۲۸-۳۱) دارای بُعد

با قرار دادن $i = dq/dt$ ، این امکان به وجود می آید که معادله مدار را به صورت زیر بازنویسی کنیم (با معادله (۳۱-۲۵) مقایسه کنید):

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (31-31)$$

جواب این معادله، که می توانید با انتگرال گیری (پس از نوشتن معادله به صورت $dq/q = -dt/RC$) به دست آورید و درستی آن را با جایگزینی بررسی کنید، چنین است:

$$q = q_0 e^{-t/\tau_C} \quad (32-31)$$

که در این معادله q_0 بار اولیه روی صفحه های خازن است (که در این مورد، برابر $\mathcal{E}C$ است). ثابت زمانی خازنی $\tau_C = RC$ در این رابطه مربوط به تخلیه خازن، و همین طور برای معادله مربوط به پرکردن خازن (معادله ۳۱-۲۷) ظاهر می شود. می بینیم که در زمانی مانند $t = \tau_C = RC$ بار خازن به مقدار $q_0 e^{-1}$ کاهش یافته که در حدود ۳۷٪ بار اولیه q_0 است.

با مشتق گیری از معادله (۳۱-۳۲)، جریان تخلیه بار خازن را پیدا می کنیم،

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/\tau_C} \quad (33-31)$$

علامت منفی نشان می دهد که جهت جریان برخلاف جهتی است که در شکل ۳۱-۲۰ نشان داده شده است. این جریان در همان جهتی است که باید باشد، زیرا در این حالت خازن تخلیه می شود و پر نمی شود. اگر خازن در آغاز کاملاً پر شده باشد، در آن صورت $q_0 = C\mathcal{E}$ ، و معادله (۳۱-۳۳) را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$i = -\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_C} \quad (34-31)$$

جریان اولیه را با قرار دادن $t = 0$ در معادله (۳۱-۳۴) برابر \mathcal{E}/R به دست می آوریم. این جواب منطقی است زیرا اختلاف پتانسیل اولیه دو سر مقاومت برابر \mathcal{E} است.

اختلاف پتانسیل های دو سر R و C را، که به ترتیب با i و q متناسب اند، می توان باز هم همان گونه که در شکل ۳۱-۲۰ بیان شد، اندازه گیری کرد. نتیجه های نوعی این گونه اندازه گیری ها در شکل ۳۱-۲۲ نشان داده شده است. توجه داشته باشید، همان طور که معادله (۳۱-۳۲) نشان می دهد $\Delta V_C = q/C$ از مقدار بیشینه اش، که در $t = 0$ رخ می دهد، به صورت نمایی فرو می افتد، در حالی که $\Delta V_R = iR$ منفی است و به طور نمایی افزایش می یابد تا به صفر برسد. همچنان توجه داشته باشید، که بنابر الزام معادله (۳۱-۳۰)، داریم $\Delta V_C + \Delta V_R = 0$.

مسئله نمونه ۸-۳۱ مقاومت $R(6.2\text{ M}\Omega)$ و خازن $C(2.4\text{ }\mu\text{F})$ به طور سری به هم متصل شده اند و باتری 12 V با مقاومت داخلی ناچیز به دو سر مجموعه وصل شده است. (الف) ثابت زمانی خازنی این مدار چقدر است؟ (ب) چه مدت پس از آنکه باتری به مجموعه متصل شد اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر 5.6 V می شود؟ حل. (الف) از معادله (۳۱-۲۹) داریم

$$\tau_C = RC = (6.2 \times 10^6 \Omega)(2.4 \times 10^{-6} \text{ F}) = 15 \text{ s}$$

(ب) اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر $\Delta V_C = q/C$ است که بنابر معادله (۳۱-۲۷) می توان نوشت

$$\Delta V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

از حل این معادله برای متغیر t ، و بهره گیری از $\tau_C = RC$ ، داریم

$$t = -\tau_C \ln\left(1 - \frac{\Delta V_C}{\mathcal{E}}\right) = -(15 \text{ s}) \ln\left(1 - \frac{5.6 \text{ V}}{12 \text{ V}}\right) = 9.4 \text{ s}$$

همان طور که دیدیم، پس از گذشت زمان $\tau_C = 15 \text{ s}$ ، اختلاف پتانسیل دو سر خازن $\Delta V_C = 7.6 \text{ V}$ می شود. منطقی است که در مدت زمان کوتاه تر 9.4 s ، اختلاف پتانسیل خازن به مقدار کمتر 5.6 V برسد.

تخلیه خازن

اکنون فرض کنید که کلید S در شکل ۳۱-۲۰ برای مدتی بسیار طولانی تر از RC در موقعیت a قرار گرفته باشد. برای تمام هدف های عملی، می توان فرض کرد که خازن کاملاً پر شده است و هیچ باری جاری نمی شود. سپس کلید S را در موقعیت b قرار می دهیم. بار روی صفحه های خازن و جریان مدار بر حسب زمان چگونه تغییر می کنند؟ وقتی کلید S در موقعیت b بسته می شود، بار خازن از طریق مقاومت تخلیه می شود. هیچ نیروی محرکه الکتریکی در مدار وجود ندارد و معادله (۳۱-۲۴) برای مدار در حالت $\mathcal{E} = 0$ ، به شکل ساده زیر در می آید

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \quad (30-31)$$

می‌شود تا $U = \frac{1}{4}U_0$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{1}{4}U_0 = U_0 e^{-2t/\tau_C}$$

با حذف U_0 و گرفتن لگاریتم از طرفین معادله، می‌رسیم به

$$-\ln 2 = -2t/\tau_C$$

یا

$$t = \tau_C \frac{\ln 2}{2} = 0.35\tau_C$$

انرژی ذخیره شده پس از $0.35\tau_C$ برابر ثابت زمانی به نصف مقدار اولیه‌اش فرو می‌افتد. این موضوع بدون توجه به اینکه انرژی ذخیره شده اولیه چقدر است همواره معتبر است. زمان لازم برای اینکه بار خازن به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش یابد، یعنی $0.69\tau_C$ ، از زمان لازم برای اینکه انرژی ذخیره شده در خازن به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش پیدا کند، یعنی $0.35\tau_C$ ، طولانی‌تر است. چرا؟

چندگزینه‌ای

۱-۳۱ جریان الکتریکی

۱. قاعده گره، پیامد مستقیم

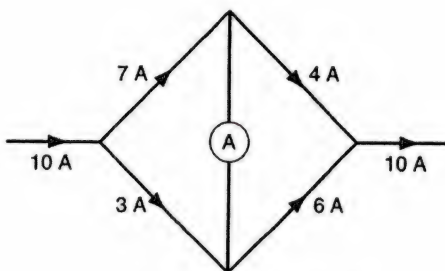
(الف) قانون دوم نیوتون است. (ب) پایستگی تکانه است.

(ج) پایستگی انرژی است. (د) پایستگی بار الکتریکی است.

۲. در شکل ۲۳-۳۱ شبکه‌ای از سیمهای حامل جریانهای گوناگون

را نشان داده‌ایم. جریانی که از A می‌گذرد چقدر است؟

(الف) ۱A (ب) ۲A (ج) ۳A (د) ۹A (ه) ۱۱A



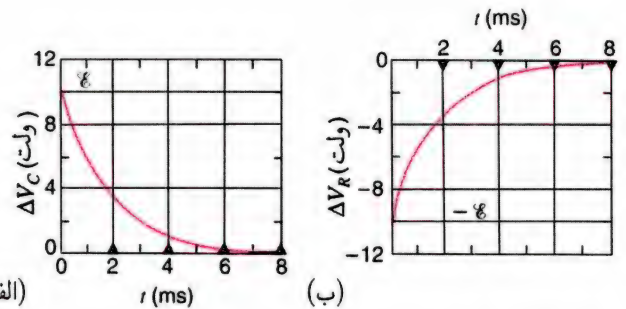
شکل ۲۳-۳۱ پرسش چندگزینه‌ای ۲.

۳. در شکل ۲۴-۳۱ شبکه‌ای از سیمهای حامل جریانهای گوناگون

را نشان داده‌ایم. جریانی که از A می‌گذرد چقدر است؟

(الف) ۱A (ب) ۲A (ج) ۶A (د) ۸A

(ه) برای پاسخگویی به این پرسش اطلاعات کافی نداریم.



شکل ۲۲-۳۱ (الف) در شکل ۲۰-۳۱ پس از آنکه خازن به طور کامل پر شد کلید S را از a به b تغییر می‌دهیم، و این لحظه را $t = 0$ جدید در نظر می‌گیریم. با خالی شدن خازن اختلاف پتانسیل دو سر آن به صورت نمایی به صفر کاهش پیدا می‌کند. (ب) وقتی در ابتدا کلید S را در موقعیت b قرار می‌دهیم، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مقایسه با مقدار آن در خلال فرایند پر شدن خازن که در شکل ۲۱-۳۱ نشان داده شده است منفی است. همزمان با تخلیه شدن خازن، اندازه جریان به صورت نمایی به صفر میل می‌کند و افت پتانسیل در دو سر مقاومت نیز به صفر نزدیک می‌شود.

مسئله نمونه ۹-۳۱ خازن C از طریق مقاومت R تخلیه می‌شود.

(الف) پس از چند ثابت زمانی بار آن به نصف مقدار اولیه کاهش

پیدا می‌کند؟ (ب) پس از چند ثابت زمانی انرژی ذخیره شده در آن به

نصف مقدار انرژی اولیه کاهش می‌یابد؟

حل. (الف) بار روی خازن مطابق معادله (۳۱-۳۲) تغییر می‌کند،

$$q = q_0 e^{-t/\tau_C}$$

که در این رابطه q_0 بار اولیه خازن است. در جستجوی زمانی هستیم

که برای آن $q = \frac{1}{2}q_0$ است، یعنی

$$\frac{1}{2}q_0 = q_0 e^{-t/\tau_C}$$

q_0 را از طرفین معادله حذف می‌کنیم و سپس با گرفتن لگاریتم طبیعی

می‌رسیم به

$$-\ln 2 = -\frac{t}{\tau_C}$$

یا

$$t = (\ln 2)\tau_C = 0.69\tau_C$$

پس از $0.69\tau_C$ ثابت زمانی مقدار بار خازن به نصف مقدار اولیه‌اش

کاهش پیدا می‌کند.

(ب) انرژی ذخیره شده در خازن عبارت است از

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2t/\tau_C} = U_0 e^{-2t/\tau_C}$$

که در اینجا U_0 مقدار انرژی ذخیره شده اولیه است. زمانی که سپری

$$(ج) \quad R_1 < R < 2R_2 \quad (د) \quad R_2 < R < 2R_1$$

$$(ه) \quad 2R_2 < R$$

۹. دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل شده‌اند؛ فرض کنید $R_1 < R_2$ است. مقاومت معادل این مجموعه R است به طوری که

$$(الف) \quad R < R_1/2 \quad (ب) \quad R_1/2 < R < R_1$$

$$(ج) \quad R_1 < R < 2R_2 \quad (د) \quad R_2 < R < 2R_1$$

$$(ه) \quad 2R_2 < R$$

۱۰. کمینه تعداد مقاومت مورد نیاز برای ساختن شبکه‌ای که جهت مشخص کردن مقاومت معادل آن نتوان شبکه را به صورت اتصالاتی سری و موازی تحلیل و از معادله‌های (۳۱-۱۳) و (۳۱-۱۹) استفاده کرد چقدر است؟

$$(الف) \quad ۳ \quad (ب) \quad ۴ \quad (ج) \quad ۵ \quad (د) \quad ۶$$

۳۱-۶ انتقال انرژی در مدار الکتریکی

۱۱. توان یک لامپ روشنایی استاندارد، در آمریکا ۶۰ وات است. این لامپ چنان طراحی شده است که در مدار ۱۲۰ ولت کار می‌کند. در خلال یک بار روشن کردن متوجه می‌شویم که توان خروجی لامپ به ۳۰ وات کاهش پیدا کرده است. ولتاژ این لامپ به چند درصد مقدار اصلی کاهش یافته است؟

$$(الف) \quad ۷۵\% \quad (ب) \quad ۷۰\% \quad (ج) \quad ۵۰\% \quad (د) \quad ۳۳\%$$

۱۲. یک مقاومت ثابت R به صورت سری به یک مقاومت متغیر و یک باتری واقعی (که مقاومت داخلی آن چشم‌پوشیدنی نیست) متصل شده است. در آغاز مقاومت ثابت و مقاومت متغیر مقدار یکسانی دارند.

(۱) همین که مقاومت این مقاومت متغیر کاهش داده می‌شود،

آهنگ انتقال انرژی به مقاومت ثابت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

(د) بدون داشتن اطلاعات بیشتر نمی‌توان آن را تعیین کرد.

(۲) همین که مقاومت این مقاومت متغیر کاهش داده می‌شود،

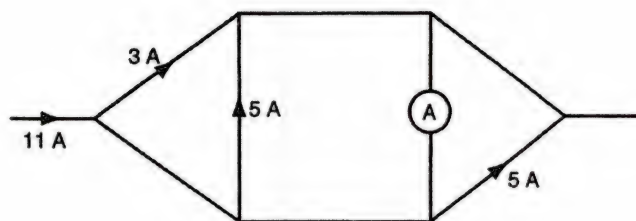
آهنگ انتقال انرژی به مقاومت متغیر

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

(د) بدون داشتن اطلاعات بیشتر نمی‌توان آن را تعیین کرد.

۱۳. یک مقاومت ثابت به طور موازی به یک مقاومت متغیر وصل شده است؛ و این مجموعه را به دو سری یک باتری واقعی (که مقاومت داخلی آن چشم‌پوشیدنی نیست) متصل کرده‌ایم. در آغاز مقاومت ثابت و مقاومت متغیر مقدار یکسانی دارند.

(۱) همین که مقاومت این مقاومت متغیر کاهش داده می‌شود،



شکل ۳۱-۲۴ پرسش چندگزینه‌ای ۳.

۳۱-۲ نیروی محرکه الکتریکی

۴. یکای اندازه‌گیری نیروی محرکه الکتریکی، \mathcal{E} ، چیست؟

(الف) emf (ب) ژول (ج) ولت (V) (د) نیوتون (N)

۵. عمل چشمه نیروی محرکه الکتریکی در مدار آن است که

(الف) الکترون‌ها را برای مدار تأمین کند.

(ب) پتانسیل الکترون‌ها را بالا ببرد.

(ج) پتانسیل الکترون‌ها را کاهش دهد.

(د) الکترون‌ها را به سرعت‌های بالاتر شتاب دهد.

۳۱-۳ تحلیل مدار

۶. قاعده حلقه، پیامد مستقیم

(الف) قانون دوم نیوتون است. (ب) پایستگی تکانه است.

(ج) پایستگی انرژی است. (د) پایستگی بار الکتریکی است.

۷. مقاومت ثابت R به صورت سری به یک مقاومت متغیر و یک باتری ایده‌آل متصل است. در آغاز مقاومت‌ها یکسان‌اند.

(۱) وقتی مقاومت این مقاومت متغیر کاهش می‌یابد، جریانی که

از آن می‌گذرد

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) تغییر نمی‌کند.

(د) بدون اطلاعات بیشتر نمی‌توان به این پرسش پاسخ گفت.

(۲) وقتی از مقاومت این مقاومت متغیر کاسته می‌شود، اختلاف

پتانسیل بین دو سر آن

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) تغییر نمی‌کند.

(د) بدون اطلاعات بیشتر نمی‌توان به این پرسش پاسخ گفت.

۳۱-۴ میدانهای الکتریکی در مدارها

۳۱-۵ اتصال سری و موازی مقاومتها

۸. دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت سری به هم متصل شده‌اند؛ فرض کنید $R_1 < R_2$ است. مقاومت معادل این مجموعه R است، به طوری که

$$(الف) \quad R < R_1/2 \quad (ب) \quad R_1/2 < R < R_1$$

پرسشها

۱. آیا جهت نیروی محرکه الکتریکی باتری به جهت جریان در آن بستگی دارد؟
۲. اگر در شکل ۳۱-۴ جرم m را آن قدر افزایش دهیم که جهت حرکت "موتور" وارون و به "مولد"، یعنی چشمه نیروی محرکه الکتریکی، تبدیل شود، چه تغییراتی رخ خواهد داد؟
۳. درباره این گزاره که روش انرژی و روش قاعده حلقه در حل مسئله‌های مربوط به مدارها کاملاً هم‌ارزند به تفصیل بحث کنید.
۴. روشی را برای اندازه‌گیری نیروی محرکه الکتریکی و مقاومت داخلی باتری طراحی کنید.
۵. منشأ مقاومت داخلی باتری کدام است؟ آیا مقاومت داخلی باتری به طول عمر و ابعاد آن بستگی دارد؟
۶. جریانی را که از یک باتری با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} و مقاومت داخلی r می‌گذرد به وسیله عملهای خارجی کاهش داده‌ایم. اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های باتری کاهش می‌یابد یا افزایش. درباره پاسخ خود توضیح دهید.
۷. در شکل ۳۱-۸ (الف) چگونه می‌توان اختلاف پتانسیل ΔV_{ab} را با طی مسیری از a به b که در مدار رسانا قرار ندارد محاسبه کرد؟
۸. یک لامپ ۲۵ وات 120° ولت وقتی به یک مجموعه باتری متصل شود با روشنایی متداول می‌درخشد. یک لامپ 50° وات 120° ولتی وقتی به همین مجموعه باتری متصل می‌شود روشنایی اندکی دارد. این وضعیت چگونه روی می‌دهد؟
۹. در چه شرایطی اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های یک باتری از نیروی محرکه الکتریکی آن بیشتر می‌شود؟
۱۰. اتومبیلها عموماً از سیستم برقی 12 ولتی استفاده می‌کنند. سالها قبل از سیستم 6 ولتی استفاده می‌شد. چرا این تغییر به وجود آمد؟ چرا به 24 ولت تبدیل نشد؟
۱۱. قاعده حلقه بر اصل پایستگی انرژی استوار است و قاعده گره بر اصل پایستگی بار الکتریکی. توضیح دهید که چگونه این قاعده‌ها بر این اصلها استوار شده‌اند.
۱۲. در چه شرایطی علاقه‌مندید باتریها را به صورت موازی به هم متصل کنید؟ در چه شرایطی به صورت سری؟
۱۳. تشابه و تفاوت فرمولهای مربوط به مقادارهای معادل اتصالهای سری و موازی (الف) خازنها و (ب) مقاومتها را مشخص کنید.
۱۴. در چه شرایطی علاقه‌مندید که مقاومتها را به صورت موازی به هم متصل کنید؟ در چه شرایطی به صورت سری؟

جریانی که از مقاومت ثابت می‌گذرد از این شرط پیروی می‌کند:

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند. (د) بدون داشتن اطلاعات بیشتر نمی‌توان آن را تعیین کرد.

(۲) همین که مقاومت این مقاومت متغیر کاهش داده می‌شود، آهنگ انتقال انرژی به مقاومت ثابت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند. (د) بدون داشتن اطلاعات بیشتر نمی‌توان آن را تعیین کرد.

(۳) همین که مقاومت این مقاومت متغیر کاهش داده می‌شود، آهنگ انتقال انرژی به مقاومت متغیر

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند. (د) بدون داشتن اطلاعات بیشتر نمی‌توان آن را تعیین کرد.

۷-۳۱ مدارهای RC

۱۴. یک مقاومت، خازن، کلید و باتری ایده‌آل به طور سری به هم متصل شده‌اند. در آغاز این فرایند، خازن بدون بار است. سپس کلید را می‌بندیم و اجازه می‌دهیم که جریان جاری شود.

(۱) هنگامی که جریان جاری می‌شود، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند. (۲) هنگامی که جریان جاری می‌شود، اختلاف پتانسیل دو

سر خازن

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت می‌ماند.

۱۵. خازنی را با اتصال به صورت سری به یک مقاومت و یک باتری ایده‌آل باردار می‌کنیم. باتری با آهنگ $P(t)$ انرژی را تأمین می‌کند، انرژی داخلی مقاومت با آهنگ $P_R(t)$ افزایش پیدا می‌کند، و خازن با آهنگ $P_C(t)$ انرژی را ذخیره می‌کند. درباره ارتباط بین $P_R(t)$ و $P_C(t)$ به چه نتیجه‌ای می‌توان دست یافت؟

(الف) برای تمام زمانهای t که خازن در حال پر شدن است، داریم $P_R(t) > P_C(t)$.

(ب) برای تمام زمانهای t که خازن در حال پر شدن است، داریم $P_R(t) = P_C(t)$.

(ج) برای تمام زمانهای t که خازن در حال پر شدن است، داریم $P_R(t) < P_C(t)$.

(د) فقط در آغاز فرایند پر شدن خازن، داریم $P_R(t) > P_C(t)$.

(ه) فقط در آغاز فرایند پر شدن خازن داریم $P_R(t) < P_C(t)$.

می‌دهد. چگونه می‌توانید بین این دو وضعیت سازش برقرار کنید؟
 ۲۹. چرا شرکتهای تولید انرژی الکتریکی در هنگام اوج تقاضا، ولتاژ را کاهش می‌دهند؟ در انجام این کار چه چیزی ذخیره می‌شود؟
 ۳۰. آیا مقاومت رشته لامپ ۵۰ وات کمتر یا بیشتر از لامپ ۱۰۰ وات است؟ هر دو لامپ طراحی شده‌اند که با ولتاژ ۱۲۰ ولت کار کنند.
 ۳۱. پنج تکه سیم با طولها و قطرهای مساوی به ترتیب یکی پس از دیگری بین دو نقطه که اختلاف پتانسیل ثابتی دارند قرار گرفته‌اند. آیا آهنگ افزایش انرژی داخلی در سیمی که مقاومت (الف) کمتری یا (ب) بیشتری دارد، سریع‌تر است؟
 ۳۲. چرا بهتر است، برای ارسال ۱۰ MW توان الکتریکی به فاصله‌های دور دست به جای ولتاژ ۲۲۰ V از اختلاف پتانسیل ۱۰ kV استفاده کنیم؟

تمرینها

۱-۳۱ جریان الکتریکی

۲-۳۱ نیروی محرکه الکتریکی

۱. یک باتری انبارشی ۶۰۰ ولتی جریانی به شدت ۱۲ آمپر را به مدت ۵٫۷۵ دقیقه در یک مدار خارجی برقرار می‌کند. انرژی شیمیایی باتری چقدر کاهش می‌یابد؟
 ۲. (الف) چشمه نیروی محرکه الکتریکی ۱۲۰ ولتی، روی الکترونی که در داخل آن از پایانه مثبت به پایانه منفی می‌رود چقدر کار انجام می‌دهد؟ (ب) اگر در هر ثانیه $10^{18} \times 3.40$ الکترون از این چشمه عبور کند، توان خروجی این چشمه چقدر است؟
 ۳. باتری ۱۲ ولتی اتومبیل، از نوعی ویژه می‌تواند، مقدار بار ۱۲۵ A·h را، قبل از آنکه کاملاً خالی شود، "پمپ کند". فرض کنید که اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های این باتری همواره ثابت می‌ماند. این باتری برای چه مدت می‌تواند انرژی را با آهنگ ۱۱۰ W تأمین کند؟
 ۴. یک باتری استاندارد چراغ‌قوه می‌تواند قبل از تخلیه کامل در حدود ۲۰ W·h انرژی تأمین کند. (الف) اگر قیمت هر باتری ۸۰۰۰ ریال باشد، هزینه روشن کردن یک لامپ ۱۰۰ وات برای مدت ۸۰ ساعت توسط این باتریها چقدر است؟ (ب) هزینه انرژی که سازمان برق منطقه‌ای، با نرخ ۱۱۰۰ ریال به‌ازای هر kW·h تأمین می‌کند چقدر است؟

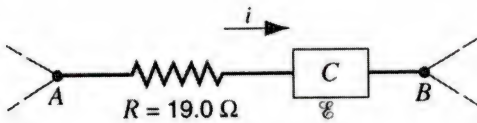
۳-۳۱ تحلیل مدارها

۵. در شکل ۳۱-۲۵ پتانسیل در نقطه P برابر ۱۰۰ V است. پتانسیل در نقطه Q چقدر است؟

۱۵. تفاوت نیروی محرکه الکتریکی و اختلاف پتانسیل در چیست؟
 ۱۶. با مراجعه به شکل ۳۱-۱۰ و استفاده از یک استدلال کیفی مطمئن شوید که i_2 در جهت برعکس رسم شده است.
 ۱۷. آیا قاعده‌های گره و حلقه برای مدارهایی که شامل خازن هستند به‌کار می‌رود؟
 ۱۸. نشان دهید که در معادله (۳۱-۲۹) حاصلضرب RC دارای بعد زمان است، یعنی اینکه، $1 \text{ ثانیه} = 1 \text{ اهم} \times 1 \text{ فاراد}$.
 ۱۹. یک خازن به‌صورت سری به باتری و مقاومت متصل شده است. باری که خازن ذخیره می‌کند به مقدار مقاومت بستگی ندارد. پس نقش مقاومت در این مدار چیست؟
 ۲۰. توضیح دهید که چرا در مسئله نمونه ۳۱-۹، انرژی با سرعت بیشتری از بار الکتریکی به نصف مقدار اولیه‌اش فرو می‌افتد.
 ۲۱. نور فلاش در دوربین عکاسی با تخلیه خازن در لامپ تولید می‌شود. چرا نمی‌توان لامپ فلاش عکاسی را مستقیماً به منبع تغذیه‌ای که برای پُر کردن خازن به‌کار می‌رود متصل کرد؟
 ۲۲. آیا زمان لازم برای اینکه بار خازن در مدار RC به کسر معینی از مقدار نهایی آن برسد به نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده بستگی دارد؟ آیا زمان لازم برای اینکه بار خازن را به مقدار معینی تغییر دهیم به نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده وابسته است؟
 ۲۳. خازنی را به دو قطب یک باتری متصل کرده‌ایم. آیا باری که در نهایت روی صفحه‌های خازن ظاهر می‌شود به مقاومت داخلی باتری بستگی دارد؟
 ۲۴. روشی را ابداع کنید که به‌وسیله آن بتوان از مدار RC برای اندازه‌گیری مقاومت‌های بسیار زیاد استفاده کرد.
 ۲۵. فرض کنید در شکل ۳۱-۲۰، کلید S در موقعیت a بسته شود. با توجه به اینکه قطب منفی باتری به مقاومت R متصل نیست، توضیح دهید چرا جریان در مقاومت R، همان‌طور که معادله (۳۱-۲۸) پیش‌بینی می‌کند، باید برابر با \mathcal{E}/R باشد.
 ۲۶. فرض کنید در شکل ۳۱-۲۰، کلید S در موقعیت a بسته شود. چرا بار روی خازن C بلافاصله به مقدار نهایی $q = C\mathcal{E}$ افزایش پیدا نمی‌کند؟ به هر حال، قطب مثبت باتری به یک صفحه خازن و قطب منفی باتری به صفحه دیگر خازن متصل است.
 ۲۷. سیم بخاری برقی چه ویژگی خاصی باید داشته باشد؟
 ۲۸. به نظر می‌رسد معادله (۳۱-۲۱) که اگر مقاومت کاهش پیدا کند آهنگ افزایش انرژی داخلی در مقاومت کاسته می‌شود؛ در عین حال، به نظر می‌رسد معادله (۳۱-۲۲) درست برعکس این رفتار را نشان

۲۰. اهمی را به صورت سری در مدار قرار می‌دهیم جریان به 4° آمپر فرو می‌افتد. مقاومت در مدار اولیه چقدر است؟

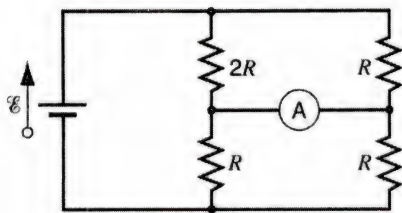
۹. وقتی جریان $i = 1.2^\circ \text{ A}$ از بخش AB مدار (شکل ۳۱-۲۸) در جهت نشان داده شده می‌گذرد توان 53° W را جذب می‌کند. (الف) اختلاف پتانسیل بین B و A را تعیین کنید. (ب) اگر جزء C این مدار مقاومت داخلی نداشته باشد، نیروی محرکه الکتریکی آن چقدر است؟ (ج) کدامیک از دو پایانه، راست یا چپ، مثبت است؟



شکل ۳۱-۲۸ تمرین ۹.

۱۰. می‌خواهیم با اتصال یک مقاومت $108 \text{ m}\Omega$ به باتری که نیروی محرکه الکتریکی آن 1.5° V است انرژی داخلی با آهنگ 9.88 W تولید کنیم. (الف) مقاومت داخلی باتری چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل موجود در دو سر مقاومت چقدر است؟

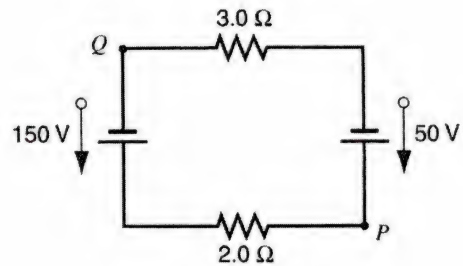
۱۱. آمپرسنج A در شکل ۳۱-۲۹ چه جریانی را برحسب \mathcal{E} و R نشان می‌دهد؟ فرض کنید که مقاومت آمپرسنج A برابر صفر باشد.



شکل ۳۱-۲۹ تمرین ۱۱.

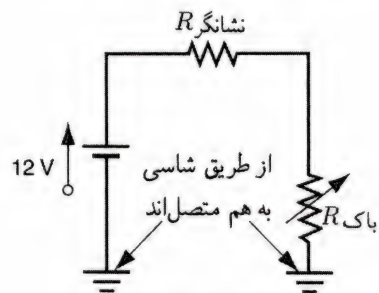
۱۲. دو باتری با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E}_1 و \mathcal{E}_2 و مقاومت داخلی r_1 و r_2 در اختیار دارید. این باتریها را می‌توانید به صورت (الف) موازی یا (ب) سری به هم ببندید و از آنها برای برقراری جریان در یک مقاومت R ، مطابق شکل ۳۱-۳۰، استفاده کنید. عبارتی را برای جریان برقرار شده در R در هر مورد به دست آورید.

۱۳. (الف) جریانی را که از هریک از چشمه‌های نیروی محرکه الکتریکی در شکل ۳۱-۳۱ می‌گذرد محاسبه کنید. (ب) اختلاف پتانسیل $V_b - V_a$ را محاسبه کنید. فرض کنید $R_1 = 1.2^\circ \Omega$ ، $R_2 = 2.3^\circ \Omega$ ، $\mathcal{E}_1 = 2.0^\circ \text{ V}$ ، $\mathcal{E}_2 = 3.8^\circ \text{ V}$ و $\mathcal{E}_3 = 5.0^\circ \text{ V}$ است.



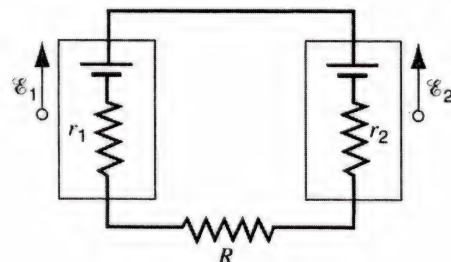
شکل ۳۱-۲۵ تمرین ۵.

۶. سنجه اندازه‌گیری بنزین یک اتومبیل به صورت طرحواره در شکل ۳۱-۲۶ نشان داده شده است. مقاومت بخش نشانگر این مجموعه (روی داشبرد) $10^\circ \Omega$ است. بخش داخل باک فقط یک قطعه شناور متصل به مقاومت است که مقاومت آن برای باک کاملاً خالی $140^\circ \Omega$ و برای باک پر $20^\circ \Omega$ است و با حجم بنزین موجود در باک به صورت خطی تغییر می‌کند. وقتی باک (الف) خالی، (ب) نیمه پر و (ج) پر است جریانی را که از مدار می‌گذرد به دست آورید.



شکل ۳۱-۲۶ تمرین ۶.

۷. (الف) اگر بخواهیم جریان در مدار شکل ۳۱-۲۷ برابر 5° mA شود، مقدار مقاومت R مدار چقدر باید باشد؟ فرض کنید $\mathcal{E}_1 = 2.0^\circ \text{ V}$ ، $\mathcal{E}_2 = 3.0^\circ \text{ V}$ و $r_1 = r_2 = 3.0^\circ \Omega$ است. (ب) انرژی داخلی با چه آهنگی در مقاومت R ظاهر می‌شود؟

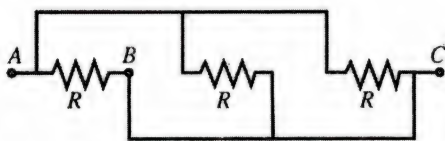


شکل ۳۱-۲۷ تمرین ۷.

۸. جریان در یک مدار تک حلقه‌ای 5° آمپر است. وقتی یک مقاومت

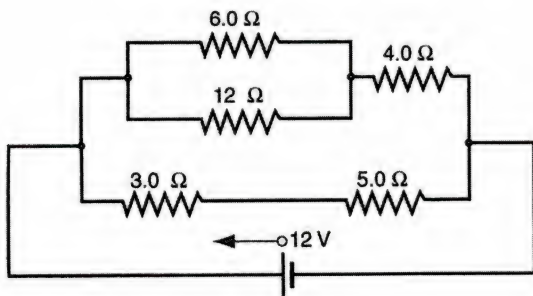
تمرینها ۲۰۵

به صورت موازی — می‌توانید مقاومت‌های $3r^\circ$ ، $4r^\circ$ ، $12r^\circ$ و $16r^\circ$ اهمی داشته باشید. مقاومت هر یک از این دو مقاومت چقدر است؟
۱۸. در شکل ۳۱-۳۲، مقاومت معادل بین نقاط (الف) A و B ، (ب) A و C ، و (ج) B و C را به دست آورید.



شکل ۳۱-۳۲ تمرین ۱۸.

۱۹. مداری مانند مدار شکل ۳۱-۳۳، شامل پنج مقاومت است که به یک باتری 12° ولتی متصل شده‌اند. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5° اهمی را به دست آورید.



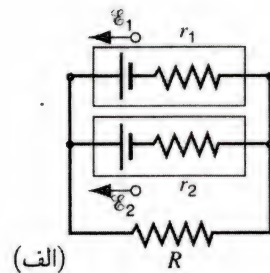
شکل ۳۱-۳۳ تمرین ۱۹.

۲۰. یک خط انتقال نیروی 12° ولتی با یک فیوز 15 آمپری محافظت می‌شود. چه تعداد لامپ 5° واتی را می‌توان همزمان موازی با این خط انتقال روشن کرد؟

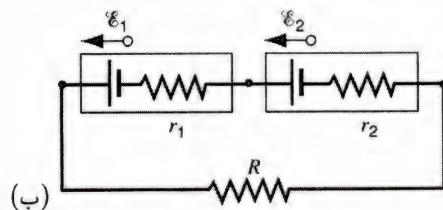
۲۱. دو مقاومت R_1 و R_2 را می‌توان به صورت سری یا موازی به دو سر یک باتری (بدون مقاومت داخلی) با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} متصل کرد. می‌خواهیم آهنگ تبدیل انرژی داخلی برای مجموعه موازی پنج برابر مقدار مربوط به مجموعه سری باشد. اگر مقاومت $R_1 = 10^\circ \Omega$ باشد، مقاومت R_2 چقدر است؟

۲۲. تعدادی مقاومت 1° اهمی در اختیار دارید، که هر کدام از آنها می‌تواند 1° W انرژی را تلف کند. حداقل چه تعداد از این مقاومتها را باید به صورت سری یا موازی به هم متصل کرد تا یک مقاومت 1° اهمی به دست آورد که توان از دست دادن حداقل 5° W انرژی را داشته باشد؟

۲۳. (الف) مقاومت معادل شبکه شکل ۳۱-۳۴ را تعیین کنید. (ب) جریان را در هر یک از مقاومتها محاسبه کنید. فرض کنید

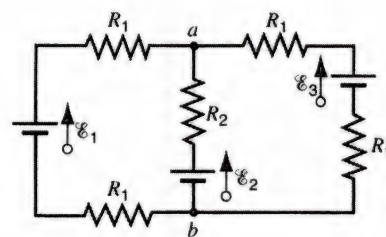


(الف)



(ب)

شکل ۳۱-۳۰ تمرین ۱۲.



شکل ۳۱-۳۱ تمرین ۱۳.

۱۴. (الف) نشان دهید که در مدار شکل ۳۱-۸ توان تحویل شده به مقاومت R به صورت انرژی داخلی وقتی بیشینه می‌شود که R برابر مقاومت داخلی باتری، یعنی r ، باشد. (ب) نشان دهید که این بیشینه توان برابر $P = \mathcal{E}^2 / 4r$ است.

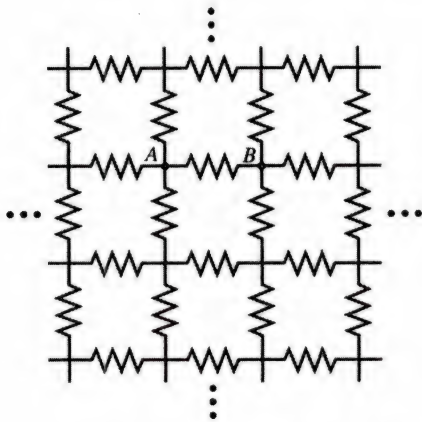
۱۵. باتری با نیروی محرکه الکتریکی $\mathcal{E} = 2^\circ$ V و مقاومت داخلی $r = 5^\circ \Omega$ یک موتور الکتریکی را به حرکت درمی‌آورد. این موتور جسمی به وزن 2° N را با سرعت ثابت $v = 5^\circ$ m/s بالا می‌برد. با فرض اینکه هیچ اتلاف توان نداشته باشیم، تعیین کنید (الف) جریان i را در مدار و (ب) اختلاف پتانسیل ΔV را بین دو پایانه موتور. (ج) درباره اینکه برای این مسئله دو جواب وجود دارد بحث کنید.

۴-۳۱ میدانهای الکتریکی در مدارها

۵-۳۱ اتصال سری و موازی مقاومتها

۱۶. چهار مقاومت $18^\circ \Omega$ را به صورت موازی به دو سر یک باتری 27° ولتی بسته‌ایم. جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟
۱۷. با استفاده از فقط دو مقاومت — به‌تنهایی، به صورت سری، یا

از هم وصل شده است. نشان دهید که پتانسیل در هر گره برابر است با میانگین پتانسیل در نزدیکترین چهار گره آن. از این نتیجه برای حل مسئله کامپیوتری ۱ استفاده کنید.



شکل ۳۱-۳۷ تمرین ۲۸ و مسئله کامپیوتری ۱.

۳۱-۶ انتقال انرژی در مدار الکتریکی

۲۹. دانشجویی رادیوی $90^\circ V$ ، $75 W$ خود را از ساعت $9:00$ شب تا $3:00$ با مقدار روشن گذاشته بود. چه مقدار بار از سیمهای آن عبور کرده است؟

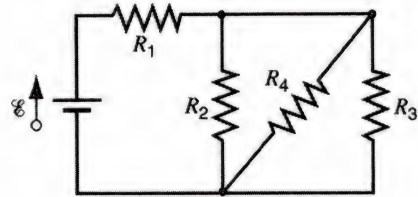
۳۰. چراغهای جلوی اتومبیل در حال حرکت از مولد (آلترناتور) $12 V$ ، که توسط موتور به حرکت درآمده جریان $9.7 A$ را می‌کشد. فرض کنید بازده مولد 82% باشد، در آن صورت حساب کنید که موتور برای روشن نگه داشتن لامپها چند اسب بخار باید تأمین کند.

۳۱. مقاومت داغ یک بخاری برقی که از برق شبکه ($230 V$) استفاده می‌کند برابر 51.4Ω است. (الف) انرژی الکتریکی با چه آهنگی به انرژی داخلی تبدیل می‌شود؟ (ب) اگر نرخ انرژی الکتریکی 220 ریال به ازای هر کیلووات ساعت باشد، هزینه این بخاری در 6 ساعت و 25 دقیقه چقدر است؟

۳۲. در شکل ۳۱-۳۸ باتری را نشان داده‌ایم که به دو سر مقاومت یکنواخت R متصل شده است. یک نقطه تماس لغزنده می‌تواند از $x = 0$ در طرف چپ تا $x = 10 \text{ cm}$ در طرف راست در امتداد مقاومت R جابه‌جا شود. رابطه‌ای برای انرژی تلف شده در مقاومت R برحسب x به دست آورید. این تابع را برای $50 V = \mathcal{E}$ ، $2000 \Omega = R$ و $100 \Omega = R_0$ رسم کنید.

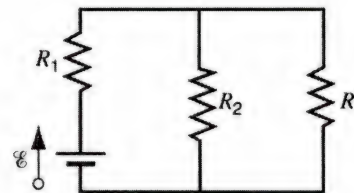
۳۳. دو لامپ روشنایی، یکی با مقاومت R_1 و دیگری با مقاومت $(R_2 < R_1)$ ، (الف) به‌طور موازی و (ب) به‌طور سری به هم بسته شده‌اند. در هر مورد کدام لامپ درخشان‌تر است؟

۲۰۶ مدارهای جریان مستقیم (DC)
 $R_4 = 750 \Omega$ ، $R_3 = 616 \Omega$ ، $R_2 = 420 \Omega$ ، $R_1 = 112 \Omega$ و $\mathcal{E} = 622 V$.



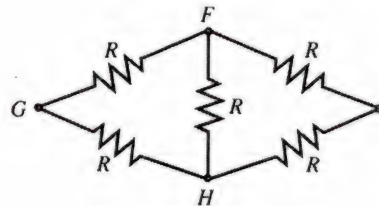
شکل ۳۱-۳۴ تمرین ۲۳.

۲۴. در مدار شکل ۳۱-۳۵، R_1 و R_2 مقادیر ثابتی دارند ولی مقدار مقاومت R می‌تواند تغییر کند. R را چنان تعیین کنید که بیشترین گرما در آن مقاومت تولید شود.



شکل ۳۱-۳۵ تمرین ۲۴.

۲۵. در شکل ۳۱-۳۶ مقاومت معادل بین نقاط (الف) F و H و (ب) G و F را تعیین کنید.



شکل ۳۱-۳۶ تمرین ۲۵.

۲۶. یک تقسیم‌کننده ولتاژ از دو مقاومت تشکیل شده که به‌صورت سری به هم بسته شده‌اند. اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر مقاومتها $12 V$ است، و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت دوم $24 V$ است. با فرض اینکه جریانی که از این سیمها می‌گذرد برابر با 1 mA باشد، مقاومتها را معین کنید.

۲۷. یک تقسیم‌کننده ولتاژ طراحی کنید که برای آن ولتاژ ورودی $150 V$ و ولتاژ خروجی تقریباً $110 \pm 95^\circ$ باشد. برای این منظور از مقدارهای مقاومت استاندارد استفاده کنید.

۲۸. قسمتی از یک آرایه بینهایت از مقاومتها یکسان برابر با $1 \mu\Omega$ را در شکل ۳۱-۳۷ نشان داده‌ایم. یک باتری به دو گره به فاصله دور

این مقاومت وقتی که با توان 1.55 W انرژی مبادله می‌کند چقدر است؟

۳۹. جزء گرم‌کن بخاری را به این ترتیب ساخته‌ایم که اختلاف پتانسیل 75 V را بین دو سربیم نیکروم، که سطح مقطع آن 2.6 mm^2 و مقاومت ویژه آن $10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ است، ثابت نگه داشته‌ایم. (الف) وقتی این جزء با آهنگ 4.8 kW انرژی از دست می‌دهد طول آن چقدر است؟ (ب) اگر از اختلاف پتانسیل 110 V برای رسیدن به همان میزان توان خروجی استفاده کنیم، طول سیم باید چقدر باشد؟

۴۰. یک جزء گرم‌کن غوطه‌ور، 420 W را در داخل یک ظرف حاوی 2.1°C لیتر آب قرار داده‌ایم. (الف) با فرض اینکه 77% از انرژی مصرف‌شده توسط آب جذب شود، چه مدت زمان لازم است تا آب به جوش بیاید؟ (ب) پس از این زمان چه مدت وقت لازم است تا با جوشاندن آب، مقدار آن را به نصف برسانیم؟

۷-۳۱ مدارهای RC

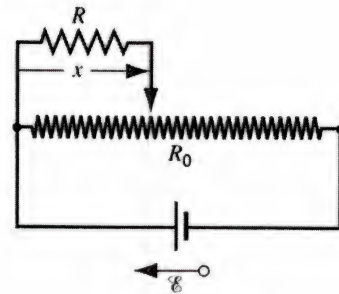
۴۱. (الف) گامهای از قلم‌افزاده برای به دست آوردن معادله (۲۷-۳۱) از معادله (۲۶-۳۱) را انجام دهید. (ب) همین کار را در مورد به دست آوردن معادله (۳۲-۳۱) از معادله (۳۱-۳۱) انجام دهید. توجه داشته باشید که در $t = 0$ داریم $q = q_0$ (خازن باردار شده است).

۴۲. در یک مدار سری RC داریم $V = 110 \text{ V}$ ، $R = 1.42 \text{ M}\Omega$ و $C = 1.80 \mu\text{F}$. (الف) ثابت زمانی این مدار را محاسبه کنید. (ب) بیشترین باری را که هنگام پر شدن روی خازن قرار می‌گیرد تعیین کنید. (ج) چقدر طول می‌کشد تا بار روی خازن برابر $15.5 \mu\text{C}$ شود؟

۴۳. در مدار RC چند ثابت زمانی باید سپری شود تا بار روی صفحه‌های خازن به 99% بیشینه مقدارش برسد؟

۴۴. یک مقاومت $15.2 \text{ k}\Omega$ و یک خازن را به صورت سری به هم متصل کرده‌ایم و ناگهان اختلاف پتانسیل 13.0 V به آنها اعمال می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر خازن در مدت $2.8 \mu\text{s}$ به 5.0 V افزایش می‌یابد. (الف) ثابت زمانی این مدار را محاسبه کنید. (ب) ظرفیت خازن را تعیین کنید.

۴۵. با بستن کلیدی در لحظه $t = 0$ یک مدار RC تخلیه می‌شود. اختلاف پتانسیل اولیه دو سر خازن 100 V است. (الف) اگر این اختلاف پتانسیل در مدت 10° ثانیه به 1.06 V کاهش یابد، ثابت زمانی مدار را محاسبه کنید. (ب) در لحظه $t = 17 \text{ s}$ اختلاف پتانسیل چقدر است؟



شکل ۳۱-۳۸ تمرین ۳۲.

۳۴. مؤسسه ملی استاندارد و تحقیقات صنعتی بیشینه جریان ایمن را برای سیمهای با اندازه‌ها و انواع گوناگون مشخص کرده است. برای سیم مسی با پوشش عایقی لاستیکی نمره 10° (با قطر 2.54 mm میلی‌متر) بیشینه جریان ایمن 25 A است. برای این جریان، پیدا کنید (الف) چگالی جریان، (ب) میدان الکتریکی، (ج) اختلاف پتانسیل در طول 3.0 m از این سیم، و (د) آهنگ ایجاد انرژی داخلی در طول 3.0 m از این سیم.

۳۵. یک لامپ روشنایی 100 W به شبکه استاندارد، 230 V متصل شده است. (الف) هزینه روشن ماندن این لامپ برای یک ماه (۳۱ روز) چقدر است؟ فرض کنید که نرخ انرژی الکتریکی 22° ریال به ازای هر کیلووات ساعت است. (ب) مقاومت این لامپ چقدر است؟ جریان برقرار شده در لامپ چقدر است؟ (د) آیا وقتی لامپ خاموش است مقدار مقاومت فرق می‌کند؟

۳۶. یک بخاری با سیم نیکروم وقتی اختلاف پتانسیل 110 V به آن اعمال شود و دمای رشته سیم آن 800°C باشد، 500 W انرژی گرمایی ایجاد می‌کند. اگر این سیم را داخل حوضچه روغن قرار دهیم (به منظور خنک نگه داشتن آن)، در دمای 200°C چقدر توان از دست می‌دهد؟ اختلاف پتانسیل را ثابت نگه می‌داریم؛ α برای سیم نیکروم در دمای 800°C برابر $4 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$ است.

۳۷. یک شتابدهنده خطی الکترون، باریکه تپی از الکترونها ایجاد می‌کند. جریان تپ 485 mA است و به مدت 95 ns ادامه می‌یابد. (الف) به ازای هر پالس چند الکترون شتاب داده می‌شود؟ (ب) متوسط جریان را برای ماشینی که 52° تپ در ثانیه ایجاد می‌کند پیدا کنید. (ج) اگر الکترونها تا انرژی 47.7 MeV شتاب داده شوند، مقدار میانگین و قله توان خروجی شتابدهنده چقدر است؟

۳۸. یک مقاومت استوانه‌ای به شعاع 5.12 mm و طول 96 cm از ماده‌ای ساخته شده که مقاومت ویژه آن $10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ است. (الف) چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل بین دو سر

۵۰. ثابت کنید که وقتی کلید S در شکل ۳۱-۲۰ از موقعیت a به موقعیت b تغییر می‌کند، تمام انرژی ذخیره شده در خازن به انرژی داخلی مقاومت تبدیل می‌شود. فرض کنید، قبل از بسته شدن کلید، خازن به طور کامل پر شده باشد.

مسئله‌ها

۱. استارت یک اتومبیل کند می‌چرخد و مکانیک باید تصمیم بگیرد که استارت، سیم اتصال، یا باتری را تعویض کند. در کتابچه راهنمای شرکت سازنده اتومبیل آمده است که مقاومت داخلی باتری ۱۲ ولتی نمی‌تواند بیش از $20\ \Omega$ باشد و مقاومت داخلی استارت هم نباید بیش از $200\ \Omega$ و مقاومت سیم اتصال هم نباید بیش از $40\ \Omega$ باشد. مکانیک استارت می‌زند و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را 11.4 V ، دو سر سیم اتصال را 3 V ، و جریان را 50 A اندازه می‌گیرد. کدام قطعه خراب است؟

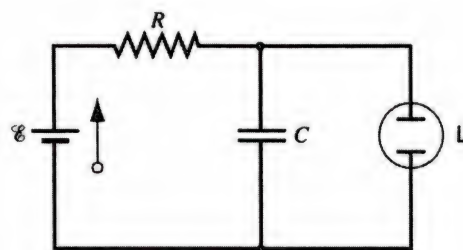
۲. دو باتری با نیروی محرکه الکتریکی یکسان \mathcal{E} ولی با مقاومت داخلی‌های متفاوت r_1 و r_2 ($r_1 > r_2$) به طور سری به مقاومت خارجی R بسته شده‌اند. (الف) R را چنان معین کنید که اختلاف پتانسیل بین دو قطب یکی از باتریها صفر شود. (ب) این موضوع برای کدام باتری پیش می‌آید؟

۳. وقتی مقاومت $500\ \Omega$ به دو سر یک باتری خورشیدی وصل شود اختلاف پتانسیل 10 V و وقتی مقاومت $1000\ \Omega$ به دو سر آن متصل شود اختلاف پتانسیل 16 V را تولید می‌کند. (الف) مقاومت داخلی و (ب) نیروی محرکه الکتریکی باتری خورشیدی چقدر است؟ (ج) مساحت باتری خورشیدی 5 cm^2 است و نور با شدت 2 mW/cm^2 بر سطح آن می‌تابد. کارایی باتری خورشیدی در تبدیل انرژی نوری به انرژی داخلی در مقاومت خارجی $1000\ \Omega$ چقدر است؟

۴. وقتی چراغهای یک اتومبیل را روشن می‌کنیم، آمپرسنجی که با آنها به صورت سری قرار گرفته است جریان 10 A و ولت‌سنجی که به دو سر آنها متصل کرده‌ایم اختلاف پتانسیل 12 V را نشان می‌دهد (شکل ۳۱-۴۰ را ببینید). وقتی استارت می‌زنیم جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد به 80 A فرو می‌افتد و چراغها تا حدودی کم‌فروغ‌تر می‌شوند. اگر مقاومت داخلی باتری $50\text{ m}\Omega$ و مقاومت داخلی آمپرسنج چشم‌پوشیدنی باشد، (الف) نیروی محرکه الکتریکی باتری و (ب) جریانی که به هنگام روشن بودن چراغها از استارت می‌گذرد چقدر است؟

۴۶. کلید کنترل یک بازی الکترونیکی شامل یک مقاومت متغیر است که به دو سر خازنی با ظرفیت 220 nF متصل شده است. خازن تا 500 V ولت پروسس از طریق مقاومت تخلیه می‌شود. زمان لازم برای کاهش اختلاف پتانسیل بین دو صفحه به 800 mV را یک ساعت داخلی اندازه می‌گیرد. اگر گستره زمانهای تخلیه را بتوان بین $10\text{ }\mu\text{s}$ تا 600 ms اختیار کرد، محدوده تغییرات مقاومت چقدر است؟

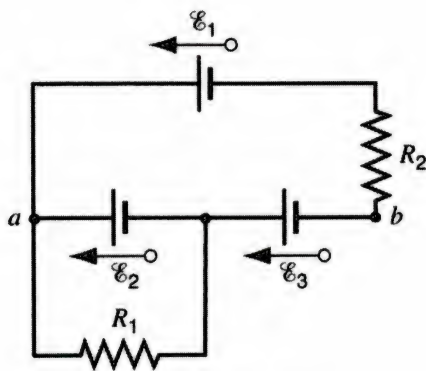
۴۷. شکل ۳۱-۳۹ مدار مربوط به چراغ چشمک‌زن را، مانند آنچه روی بشکه‌های کارگاههای عملیات ساختمانی بزرگراهها نصب می‌شود، نشان می‌دهد. لامپ فلورسنت را به صورت موازی با خازن C در مدار RC متصل شده است. جریان فقط زمانی از لامپ می‌گذرد که پتانسیل دو سر لامپ به ولتاژ شکست V_L برسد؛ در این حالت خازن از طریق لامپ تخلیه می‌شود و لامپ برای مدت زمان بسیار کوتاهی چشمک می‌زند. فرض کنید که بخواهیم لامپ در هر ثانیه دوبار چشمک بزند. با بهره‌گیری از یک لامپ با ولتاژ شکست $V_L = 72\text{ V}$ ، یک باتری 950 V و یک خازن با ظرفیت $15\text{ }\mu\text{F}$ ، چه مقاومت R برای این کار مورد نیاز است؟



شکل ۳۱-۳۹ تمرین ۴۷.

۴۸. یک خازن با ظرفیت $10\text{ }\mu\text{F}$ و انرژی ذخیره شده اولیه 50 J در یک مقاومت $10\text{ M}\Omega$ تخلیه می‌شود. (الف) بار اولیه موجود روی خازن چقدر است؟ (ب) در شروع تخلیه جریانی که در مقاومت جاری می‌شود چقدر است؟ (ج) ولتاژ ΔV_C ، دو سر خازن و ولتاژ ΔV_R ، مربوط به دو سر مقاومت را برحسب زمان تعیین کنید. (د) آهنگ تولید انرژی داخلی در مقاومت را برحسب زمان بیان کنید.

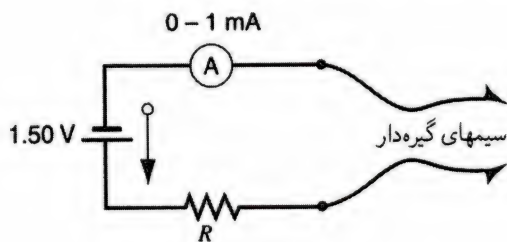
۴۹. یک مقاومت، $300\text{ M}\Omega$ ، و یک خازن، $10\text{ }\mu\text{F}$ ، در یک مدار تک حلقه‌ای به یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی، $\mathcal{E} = 40\text{ V}$ ، متصل شده‌اند. یک ثانیه پس از برقراری اتصال آهنگ تغییر کمیت‌های زیر چگونه است؟ (الف) افزایش بار روی خازن. (ب) انرژی ذخیره شده در خازن. (ج) انرژی داخلی ظاهر شده در مقاومت و (د) انرژی که جایگاه نیروی محرکه الکتریکی تأمین می‌کند.



شکل ۳۱-۴۲ مسئله ۸.

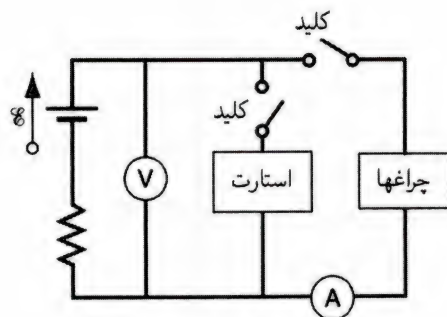
۹. یکی از رشته‌های یک لامپ سه‌حالتی ۱۲° ولتی که می‌توان آن را با توانهای اسمی ۱۰۰° ، ۲۰۰° و ۳۰۰° وات روشن کرد، می‌سوزد. پس از آن، این لامپ وقتی کلید در پایین‌ترین حالت است همان شدت را دارد که در بالاترین حالت، ولی در حالت وسط اصلاً روشن نمی‌شود. (الف) دو رشته در داخل لامپ چگونه به هم متصل شده‌اند؟ (ب) مقاومت رشته‌ها را محاسبه کنید.

۱۰. یک اهم‌سنج ساده با اتصال یک باتری چراغ قوه $۱٫۵^\circ$ ولتی به صورت سری با یک مقاومت R و یک آمپرسنج $۱٫۰^\circ \text{ mA}$ مطابق شکل ۳۱-۴۳ ساخته می‌شود. مقاومت R چنان تنظیم می‌شود که وقتی دو سر مدار را به هم ببندیم آمپرسنج به طور کامل منحرف می‌شود و $۱٫۰^\circ \text{ mA}$ را نشان می‌دهد. چه مقاومت خارجی بین دو سر آزاد مدار سبب انحراف (الف) ۱۰% ، (ب) ۵۰% ، و (ج) ۹۰% مقیاس کامل می‌شود؟ (د) اگر مقاومت آمپرسنج $۱۸٫۵\Omega$ و مقاومت داخلی باتری ناچیز باشد، مقدار مقاومت R چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۳ مسئله ۱۰.

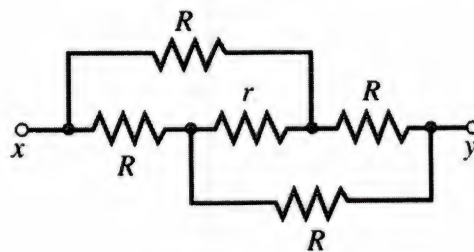
۱۱. در شکل ۳۱-۴۴، فرض کنید آمپرسنجی را در شاخه‌ای قرار دهیم که شامل مقاومت R_3 است. (الف) با فرض اینکه $V = ۵٫۰^\circ$ ، $R_3 = ۶٫۰^\circ\Omega$ ، $R_2 = ۴٫۰^\circ\Omega$ ، $R_1 = ۲٫۰^\circ\Omega$ این آمپرسنج چه جریانی را نشان خواهد داد؟ (ب) جای آمپرسنج و چشمه نیروی محرکه الکتریکی را عوض می‌کنیم. نشان دهید آنچه آمپرسنج نشان می‌دهد



شکل ۳۱-۴۰ مسئله ۴.

۵. ریل‌های رسانای A و B با طول مساوی $۴۲٫۶ \text{ m}$ و سطح مقطع مساوی ۹۱° cm^2 را به صورت سری به هم بسته‌ایم. اختلاف پتانسیل ۶۳° V به دو سر آزاد ریل‌ها اعمال شده است. مقاومت ریل‌ها به ترتیب عبارت است از $۷۶٫۲\mu\Omega$ و $۳۵٫۰\mu\Omega$. کمیت‌های (الف) مقاومت ویژه هر یک از ریل‌ها، (ب) چگالی جریان در هر یک از دو ریل، (ج) شدت میدان الکتریکی در هر ریل، و (د) اختلاف پتانسیل دو سر هریک از ریل‌ها را معین کنید.

۶. مقاومت معادل بین نقاط x و y در شکل ۳۱-۴۱ را تعیین کنید. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است چهار مقاومت دارای مقدار مساوی R هستند؛ مقدار مقاومت "میانی" $r \neq R$ است. (این مسئله را با مسئله ۱۰ فصل ۳۰ مقایسه کنید.)

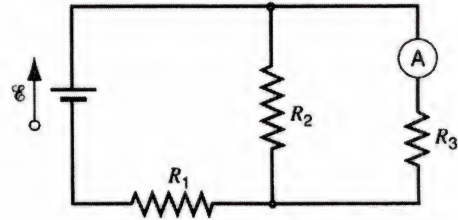


شکل ۳۱-۴۱ مسئله ۶.

۷. دوازده مقاومت، هر کدام به مقاومت R ، یک مکعب تشکیل می‌دهند (شکل ۳۱-۱۸ (الف) را ببینید). (الف) مقاومت R_{13} ، مقاومت معادل بین دو سر قطر یک وجه را پیدا کنید. (ب) مقاومت R_{17} ، مقاومت معادل بین دو سر قطر مکعب را معین کنید. مسئله نمونه ۳۱-۶ را ببینید.

۸. در شکل ۳۱-۴۲ مقادیر زیر را مشخص کنید: (الف) جریان در هریک از مقاومت‌ها و (ب) اختلاف پتانسیل بین a و b . فرض کنید، $V = ۶٫۰^\circ$ ، $E_1 = ۵٫۰^\circ \text{ V}$ ، $E_2 = ۴٫۰^\circ \text{ V}$ ، $E_3 = ۱۰۰^\circ\Omega$ ، $R_1 = ۵۰^\circ\Omega$ است.

تغییر نمی‌کند. در اینجا فرض می‌کنیم که مقاومت داخلی آمپرسنج صفر است.

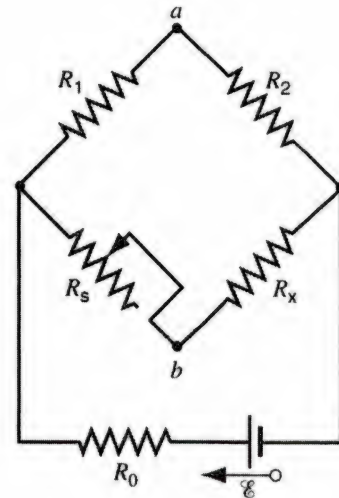


شکل ۳۱-۴۴ مسئله ۱۱.

۱۲. در شکل ۳۱-۴۵ مقاومت R_s باید طوری تنظیم شود که پتانسیل نقطه‌های a و b دقیقاً برابر هم باشد. (این موضوع را می‌توان با قراردادن یک آمپرسنج حساس بین a و b در یک لحظه آزمود؛ اگر پتانسیل این نقطه‌ها برابر باشد، آمپرسنج منحرف نخواهد شد.) نشان دهید که پس از این تنظیم، رابطه زیر بین مقاومتها برقرار است:

$$R_x = R_s(R_2/R_1)$$

با به‌کارگرفتن این وسیله، که به آن پل وتستون می‌گویند می‌توان مقاومت مجهول (R_x) را برحسب یک مقاومت استاندارد (R_s) به‌دست آورد.



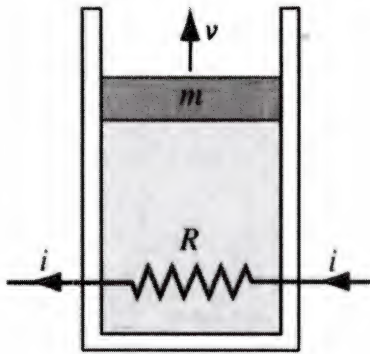
شکل ۳۱-۴۵ مسئله‌های ۱۲ و ۱۳.

۱۳. اگر نقطه‌های a و b در شکل ۳۱-۴۵، را به‌وسیله یک سیم با مقاومت r به هم متصل کنیم، نشان دهید که جریان در این سیم برابر است با

$$i = \frac{\mathcal{E}(R_s - R_x)}{(R + 2r)(R_s + R_x) + 2R_s R_x}$$

که در اینجا \mathcal{E} نیروی محرکه الکتریکی باتری است. در اینجا چنین فرض کرده‌ایم که R_1 و R_2 با هم برابر باشند ($R_1 = R_2 = R$) و R_3 برابر با صفر است. آیا این فرمول با نتیجه مسئله ۱۲ سازگار است؟
۱۴. یک پیچه حامل جریان از جنس نیکروم در مایع داخل یک کالری‌متر فرو برده شده است. وقتی که اختلاف پتانسیل بین دو سر پیچه برابر با 12 V است و جریان 5.2 A در پیچه جاری است، مایع با آهنگ ثابتی می‌جوشد و با آهنگ 21 mg/s تبخیر می‌شود. گرمای تبخیر مایع را محاسبه کنید.

۱۵. یک پیچه مقاومتی را، که به باتری خارجی متصل است، در داخل یک استوانه بی‌درروی حاوی گاز کامل قرار می‌دهیم، که در آن یک پیستون بدون اصطکاک پایین و بالا می‌رود. جریان $i = 240\text{ mA}$ در پیچه که دارای مقاومت $R = 550\ \Omega$ است، جاری می‌شود. این پیستون، با جرم $m = 11.8\text{ kg}$ باید با چه سرعت v به سمت بالا حرکت کند، تا دمای گاز ثابت بماند؟ شکل ۳۱-۴۶ را ببینید.



شکل ۳۱-۴۶ مسئله ۱۵.

۱۶. خازنی با ظرفیت $32\ \mu\text{F}$ را به منبع تغذیه برنامه‌ریزی‌شده‌ای متصل کرده‌ایم. در خلال بازه زمانی از $t = 0$ تا $t = 3$ ثانیه، ولتاژ خروجی منبع تغذیه با عبارت

$$V(t) = (6\text{ V}) + (4\text{ V/s})t - (2\text{ V/s}^2)t^2$$

تغییر می‌کند. در زمان $t = 0.5\text{ s}$ (الف) بارروی خازن، (ب) جریان جاری در خازن، و (ج) خروجی منبع تغذیه را معین کنید.

۱۷. اختلاف پتانسیل ΔV را به دو سر سیمی با سطح مقطع A ، طول L ، و رسانندگی σ اعمال می‌کنیم. می‌خواهید اختلاف پتانسیل اعمال‌شده را تغییر داده، سیم را تحت عمل کشش قرار دهید به‌طوری که توان تلف‌شده با ضریب 3° و جریان با ضریب 4° افزوده شود. مقادارهای جدید (الف) طول و (ب) سطح مقطع سیم چقدر خواهد شد؟
۱۸. خازنی که در ابتدا خالی و دارای ظرفیت C است توسط نیروی

دو نقطه‌ای از آرایهٔ بینهایت مقاومتها در شکل ۳۱-۳۷ را که به‌وسیلهٔ تک‌مقاومتی از هم جدا شده‌اند (مانند نقاط A و B) معین کنید. این مسئله به ساده‌ترین صورت با تکرار عملیات انجام می‌شود، و می‌توان برای آن برنامه‌ای نوشت و آن را در کمتر از یک دقیقه روی یک برگ گسترده حل کرد.

۲. مسئلهٔ کامپیوتری ۱ را تکرار کنید و آن را به‌جای ورق بینهایت برای چنبره حل کنید. این مسئله را با این فرض شروع کنید که چنبره از یک شبکهٔ 10×10 مقاومتی ساخته شده است. اگر اندازهٔ شبکهٔ اولیه دو برابر شود جواب چقدر تغییر خواهد کرد؟ به‌منظور دریافت راهنمایی برای حل این مسئله به مسئلهٔ کامپیوتری ۲ در فصل ۳۰ مراجعه کنید.

محركهٔ الکتریکی ثابت \mathcal{E} که به‌صورت سری با مقاومت R بسته شده است به‌طور کامل پُر می‌شود. (الف) نشان دهید که انرژی ذخیره‌شدهٔ نهایی در خازن نصف انرژی است که نیروی محركهٔ الکتریکی تأمین می‌کند. (ب) با انتگرال‌گیری مستقیم از کمیت $i^2 R$ در مدتی که خازن پُر می‌شود، نشان دهید که انرژی داخلی که در مقاومت تلف می‌شود نیز نصف انرژی است که نیروی محركهٔ الکتریکی تأمین می‌کند. ۱۹. در چه زمانی پس از آغاز فرایند پُر شدن خازن در مسئلهٔ ۱۸ آهنگ اتلاف انرژی در مقاومت برابر با آهنگ ذخیرهٔ انرژی در خازن است؟

مسئله‌های کامپیوتری

۱. از نتیجه‌های تمرین ۲۸ استفاده کنید تا مقاومت معادل بین هر

میدان مغناطیسی

مبدأ علم مغناطیس در دوران باستان است. این علم با مشاهده اینکه بعضی سنگهای طبیعی علاوه بر جذب یکدیگر قطعات کوچک فلز آهن را نیز جذب می‌کنند، ولی فلزات دیگر مانند طلا و نقره را جذب نمی‌کنند، شکل گرفت. واژه "مغناطیس" از نام ناحیه‌ای (مگنسیا) در آسیای صغیر گرفته شده است، این ناحیه یکی از مکانهایی است که این نوع سنگها در عصر باستان در آنجا یافت شده‌اند.

امروزه این کشف کاربردهای عملی بسیار زیادی دارد، که از آهنرباهای کوچک "یخچال" تا نوارهای ضبط مغناطیسی و دیسکهای کامپیوتری را دربر می‌گیرد. پزشکان از خاصیت مغناطیسی هسته‌های تک‌تک اتمها برای تصویربرداری از اندامهایی که در اعماق بدن قرار گرفته‌اند استفاده می‌کنند. سفینه‌های فضایی شدت میدان مغناطیسی زمین و سایر سیاره‌ها را اندازه‌گیری کرده‌اند تا اطلاعاتی درباره ساختار داخلی آنها به دست آورند.

در این فصل مطالعه درباره مغناطیس را با بررسی میدان مغناطیسی و تأثیر آن بر ذره باردار الکتریکی متحرک آغاز می‌کنیم. در فصل بعد، به تولید میدانهای مغناطیسی به وسیله جریانهای الکتریکی می‌پردازیم. در فصلهای بعدتر، به کاوش درباره ارتباط نزدیک بین الکتریسیته و مغناطیس می‌پردازیم که با نام مشترک الکترومغناطیس به یکدیگر وابسته شده‌اند.

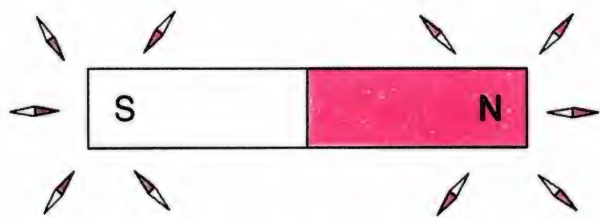
جالب و مفید بی‌شماری را می‌توانیم برحسب این نیروی الکتروستاتیک بنیادی تعبیر کنیم.

در این فصل مشاهدات جدید دیگری را معرفی می‌کنیم که، به اثبات خواهد رسید، پیامدهای جالب و مفیدی از همان مرتبه را دربر دارند. این مشاهدات بر مبنای برهم‌کنش مغناطیسی بین اجسام پایه‌گذاری شده است، که آثار آن را در چند فصل آینده مورد بررسی قرار خواهیم داد. در مطالعه مبحث مغناطیس به خاطر سپردن این موضوع که بین برهم‌کنشهای الکتریکی و مغناطیس هم شباهتهای مهم بسیار و هم اختلافهای مهم فراوانی وجود دارد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

۳۲-۱ برهم‌کنشهای مغناطیسی و قطبهای

مغناطیسی

در فصل ۲۵ بررسی الکتروستاتیک را با توصیف مشاهداتی آغاز کردیم —ربایش بین یک میله پلاستیکی مالش داده شده توسط یک تکه پوست و یک میله شیشه‌ای مالش داده شده توسط یک تکه ابریشم— که تا آن زمان بر مبنای نیروها و برهم‌کنشهای مورد مطالعه توضیح آن امکان نداشت. آن ربایش را چنین توجیه کردیم که بارهای الکتریکی موجود روی یک میله بر بارهای الکتریکی موجود روی میله دیگر نیرویی وارد می‌کنند. در فصلهای بعد از آن دریافتیم که پدیده‌های



شکل ۲-۳۲ عقربه مغناطیسی، میدان مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای را نشان می‌دهد.

مغناطیسی است، که به میدان مغناطیسی زمین پاسخ می‌دهد، درست به همان صورتی که دو قطعه مگنتیت برهم نیرو وارد می‌کنند. این نتیجه را با همان زبانی توصیف می‌کنیم که در مورد برهم‌کنشهای الکتریکی به‌کار گرفتیم: قطعه مگنتیت (یا زمین) یک میدان مغناطیسی به‌وجود می‌آورد، و قطعه دیگر به آن میدان مغناطیسی پاسخ (یا واکنش نشان) می‌دهد. جهت عقربه مغناطیسی، جهت مؤلفه افقی میدان مغناطیسی زمین را نشان می‌دهد.

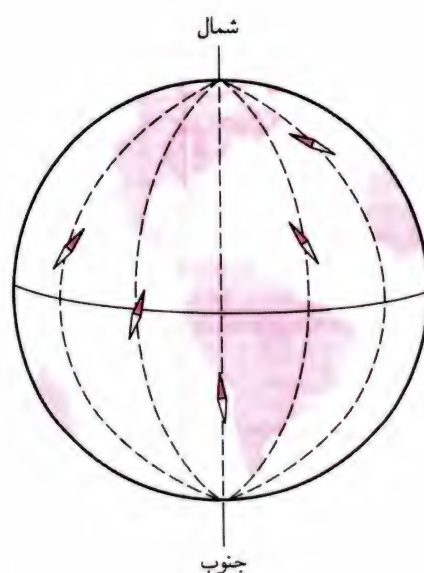
همچنین می‌توانیم از این عقربه مغناطیسی برای ردیابی میدان مغناطیسی آهنربای میله‌ای استفاده کنیم. در شکل ۲-۳۲، یک انتهای آهنربای میله‌ای را با رنگ سرخ رنگ کرده‌ایم، زیرا اگر این آهنربای میله‌ای را مانند عقربه مغناطیسی بیابیم، این انتها به سمت شمال قرار می‌گیرد. بنابر قرارداد، این سر مغناطیس را «شمال‌جوینده» یا به‌سادگی قطب شمال مغناطیس می‌خوانیم و طرف دیگر را قطب جنوب. وقتی که عقربه مغناطیسی را به مغناطیس میله‌ای نزدیک کنیم، عقربه می‌چرخد تا وقتی که جهت آن، جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه را مشخص کند، که این رفتار در شکل ۲-۳۲ نشان داده شده است. همان‌طور که در فصل ۳۵ بحث خواهیم کرد، میدان مغناطیسی زمین از بسیاری جهتها شبیه میدان مغناطیسی آهنربای میله‌ای است. نتیجه‌های بسیار شگفت‌انگیزتر وقتی حاصل می‌شود که عقربه مغناطیسی را، مانند شکل ۳-۳۲، در نزدیکی سیم حامل جریان قرار دهیم. وقتی جریان پایایی در سیم جاری است، عقربه به‌روشنی نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی وجود دارد، و جهت عقربه، جهت میدان مغناطیسی را در نزدیکی سیم مشخص می‌کند. اگر جریان را قطع کنیم، دیگر میدانی وجود ندارد. اگر جهت جریان را برعکس کنیم، عقربه در جهت برعکس قرار می‌گیرد (شکل ۳-۳۲ (ب)).

این مشاهدوها، به رابطه‌های پیچیده و شگفت‌انگیز بین پدیده‌های الکتریکی (مانند جریان جاری در یک سیم) و پدیده‌های مغناطیسی (انحراف عقربه قطب‌نما) اشاره‌هایی را ارائه می‌دهد. در قسمتهای بعدی این کتاب مثالهای دیگری از این بستگی را مورد بحث قرار

در حدود قرن هشتم قبل از میلاد مسیح، یونانیان کشف کرده بودند که قطعه مگنتیت معدنی (که با نام سنگ بار یا آهنربای طبیعی شناخته می‌شد، و نوعی اکسید آهن بود) می‌تواند قطعه آهن را جذب کند ولی هیچ نیروی قابل اندازه‌گیری روی اغلب مواد معدنی دیگر وارد نمی‌کرد. بعداً کشف شد که قطعه مگنتیت می‌تواند قطعه دیگری از این ماده را برباید و یا براند، که این رفتار به آرایش نسبی آنها بستگی دارد. در این آزمایشها و آزمایشی که در پایین توصیف می‌کنیم، ضرورت دارد مشخص کنیم که هیچ‌یک از این جسمها حامل بار الکتریکی خالصی نیستند، به‌طوری که اطمینان حاصل کنیم که این نیروهای جدید منشأ الکتریکی ندارند.

در قرن دوازدهم میلادی، آزمایش زیر تجربه‌ای شناخته‌شده بود. یک قطعه کوچک سوزنی‌شکل مگنتیت که از جایی آویخته شده باشد، می‌تواند حول یک محور قائم بچرخد. در این آزمایش، حتی اگر هیچ مگنتیت یا آهن دیگری در آن نزدیکی نباشد، این قطعه سوزنی‌شکل به‌طور خودبه‌خودی حول محورش خواهد چرخید و سرانجام وقتی به حالت سکون درآمد، چنان قرار می‌گیرد که یک انتهای آن به‌طور تقریبی به سمت قطب شمال جغرافیایی است. آن سر سوزن را با رنگ سرخ مشخص می‌کنیم. صرف‌نظر از اینکه ما در چه جایی روی سطح زمین این آزمایش را انجام دهیم، طرف سرخ سوزن همواره به‌طور تقریبی به سمت قطب شمال قرار می‌گیرد (شکل ۱-۳۲).

قطعه‌ای که به این ترتیب ساخته شده است، قطعاً یک قطب‌نمای



شکل ۱-۳۲ در هر موقعیتی روی سطح زمین، عقربه مغناطیسی همواره به‌طور تقریبی به‌سوی قطب شمال قرار می‌گیرد.

مغناطیسی استفاده کرد، آیا بارهای الکتریکی متحرک نیز می‌توانند میدان مغناطیسی ایجاد کنند؟ پاسخ به این پرسش مثبت است و آن را در شکل ۳۲-۳ به نمایش گذاشته‌ایم. در واقع، بارهای الکتریکی متحرک پدیدآورندهٔ میدانهای مغناطیسی زمین و آهنربای میله‌ای هم هستند (در حالت اخیر، بارهای الکتریکی همانا الکترونهای متحرک در آنها هستند).

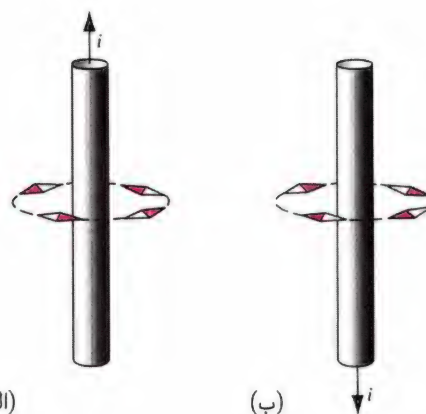
۴. در مبحث الکتروستاتیک، به بار آزمون در میدان الکتریکی انرژی پتانسیل الکتریکی نسبت دادیم (بخش ۲۸-۲). آیا به بار آزمون الکتریکی متحرک در میدان مغناطیسی "انرژی پتانسیل مغناطیسی" وابسته است؟ در حالت کلی پاسخ این پرسش منفی است، زیرا نیروهایی که به سرعت بستگی دارند نیروهای پایستار نیستند. (از فصل ۱۲ به یاد بیاورید که انرژی پتانسیل را فقط می‌توان برای نیروهای پایستار تعریف کرد).

همان‌طور که فضای اطراف مجموعه‌ای از بارها را به صورت موقعیت میدان الکتریکی توصیف کردیم که با بردار \vec{E} نمایش می‌دهیم، فضای اطراف زمین، آهنربای میله‌ای، یا سیم حامل جریان را به عنوان موقعیت میدان مغناطیسی* که با بردار \vec{B} نمایش داده می‌شود توصیف می‌کنیم. مشابه میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی را هم با خطهای میدان نمایش می‌دهیم، که این خط وقتی میدان شدیدتر است به هم نزدیک‌ترند و وقتی میدان ضعیف‌تر است این خطها از هم دورترند. اغلب خطهای مربوط به میدان \vec{B} از نظر طرح شبیه خطهایی هستند که قبلاً برای میدان \vec{E} ترسیم کرده‌ایم، برای مثال خطهای مربوط به یک میدان یکنواخت یا میدان یک دوقطبی. با این وصف، همین‌طور که در بررسی میدانهای مغناطیسی پیش می‌رویم، باید به چندین اختلاف مهم بین خطهای \vec{E} و خطهای \vec{B} توجه کنیم، که اینها را در چند فصل بعد مورد بحث قرار می‌دهیم.

در مبحث الکتروستاتیک، رابطهٔ بنیادی بین بار الکتریکی و میدان الکتریکی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{array}{c} \text{میدانهای الکتریکی به وسیلهٔ بارهای} \\ \text{الکتریکی به وجود می‌آیند} \\ \hline \text{بار الکتریکی} \longrightarrow \text{میدان الکتریکی} \longrightarrow \text{بار الکتریکی} \\ \hline \text{به بارهای الکتریکی توسط میدانهای} \\ \text{الکتریکی نیرو وارد می‌شود} \end{array}$$

* هیچ توافق کلی دربارهٔ نامگذاری بردارهای میدان در مغناطیس وجود ندارد. \vec{B} را می‌توان القای مغناطیسی یا چگالی شار مغناطیسی خواند، در حالی که میدان برداری دیگری را، که با \vec{H} مشخص شده است می‌توان میدان مغناطیسی نامید. در اینجا \vec{B} را کمیت بنیادینتر در نظر می‌گیریم و بنابراین آن را میدان مغناطیسی می‌نامیم.



شکل ۳۲-۳ (الف) عقربهٔ مغناطیسی نشان می‌دهد که یک میدان مغناطیسی سیم حامل جریان را احاطه کرده است. (ب) وقتی جهت جریان برعکس شود، جهت میدان مغناطیسی برعکس می‌شود.

می‌دهیم. این بستگی سبب بروز آثار کاملاً گوناگونی از عملکرد موتور الکتریکی تا انتشار نور است.

مغناطیس و بارهای متحرک

تلاش برای درک میدانهای مغناطیسی با پیروی از همان روندی که در مورد میدانهای الکتریکی به کار بردیم، و سوسه‌انگیز است. یعنی، استفاده از بار آزمون برای کاوش میدان. این کار بلافاصله به پرسشهایی دربارهٔ ارتباط بین پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی منجر می‌شود. ۱. آیا در طبیعت درست به همان ترتیب که از نیروی واژد بر بار آزمون الکتریکی به منظور تعیین میدان الکتریکی استفاده کردیم "بار آزمون مغناطیسی" وجود دارد که بتوان از آن برای تعیین شدت و جهت میدان مغناطیسی استفاده کرد؟ (نگاه کنید به معادلهٔ (۲۶-۳)، $\vec{E} = \vec{F}/q$). از لحاظ نظری، وجود بارهای مغناطیسی منزوی مجاز است، ولی با وجود جستجوهای تجربی بسیار جدی، تا به امروز هیچ‌کس موفق به یافتن حتی یکی از این بارها نشده است. به همین دلیل نتیجه می‌گیریم که بارهای مغناطیسی منزوی، که به آنها تک‌قطبهای مغناطیسی می‌گوییم، یا بسیار نادرند و یا اصلاً وجود ندارند و در نتیجه معادله‌های مربوط به الکترومغناطیس را چنان می‌نویسیم که گویی بارهای مغناطیسی وجود ندارند.

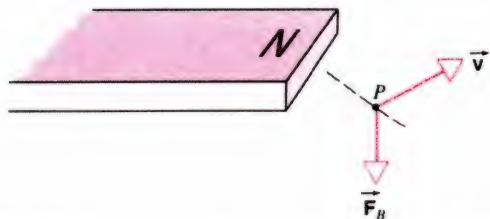
۲. آیا می‌توانیم از بار آزمون الکتریکی جهت کاوش میدان مغناطیسی استفاده کنیم؟ پاسخ به این پرسش مثبت است، ولی فقط اگر بار آزمون نسبت به چشمة میدان مغناطیسی در حرکت باشد. والا میدان مغناطیسی بر بار الکتریکی ساکن هیچ نیرویی وارد نمی‌آورد. ۳. اگر بتوان از بارهای الکتریکی متحرک به عنوان کاوهٔ میدانهای

جذب قطب شمال عقربه مغناطیسی باید قطب جنوب مغناطیسی در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی زمین وجود داشته باشد.

۲-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک

برای درک خواص میدانهای مغناطیسی، اولین کاری که باید انجام دهیم مطالعه نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی است. در مبحث الکتروستاتیک، نیروی وارد بر ذره باردار در میدان الکتریکی به صورت $\vec{F}_E = q\vec{E}$ است (معادله ۲۶-۴). این عبارت روشی را ارائه می دهد که به وسیله آن می توانیم بررسی کنیم که آیا در نقطه های گوناگون در هر ناحیه از فضا میدان الکتریکی وجود دارد یا خیر؛ اگر پس از آنکه همه نیروهای غیرالکتریکی (گرانش و غیره) را در نظر گرفتیم، دریافتیم که نیروی وارد بر بار آزمون در حال سکون غیرصفر است، نتیجه می گیریم که در آن نقطه باید میدان الکتریکی وجود داشته باشد. اکنون به جستجوی عبارت متناظری برای میدانهای مغناطیسی می پردازیم، که امکان بررسی وجود میدانهای مغناطیسی را بر پایه نیروی وارد بر ذره باردار متحرک فراهم می آورد. از پیش می دانیم که، عبارتی به سادگی عبارت مربوط به نیروی الکتریکی به دست نخواهیم آورد، زیرا نیروی مغناطیسی شامل دو بردار است: بردار میدان مغناطیسی \vec{B} و بردار سرعت \vec{v} .

قبل از آغاز آزمایشهایمان، ابتدا بررسی می کنیم تا مطمئن شویم در ناحیه موردنظر هیچ گونه میدان الکتریکی وجود ندارد. برای این کار بار آزمون را در نقطه های مختلف این ناحیه در حال سکون قرار می دهیم تا یقین حاصل کنیم که نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون برابر صفر است. پس از آنکه یقین کردیم که هیچ گونه میدان الکتریکی روی ذره باردار اثر نمی کند، می توانیم از آن به عنوان کاوه جهت یافتن نیروی مغناطیسی استفاده کنیم. نقطه مشخص P را در نزدیکی یک چشمه میدان مغناطیسی، مانند یک آهنربای میله ای (شکل ۳۲-۴)، اختیار



شکل ۳۲-۴ ذره بارداری با سرعت \vec{v} در نزدیکی یک مغناطیس میله ای حرکت می کند. نیروی مغناطیسی \vec{F}_B به ذره وارد می شود. اگر سرعت ذره در هر یک از دو جهت راستای خط چین باشد، نیروی مغناطیسی صفر است.

یعنی، بارهای الکتریکی میدان الکتریکی به وجود می آورند، که به نوبه خود می تواند نیروی الکتریکی بر بارهای دیگر وارد کند. ای کاش می توانستیم رابطه مشابهی برای میدانهای مغناطیسی بنویسیم:

بار مغناطیسی \rightarrow میدان مغناطیسی \rightarrow بار مغناطیسی

اما، چون تاکنون هیچ بار مغناطیسی منفردی یافت نشده است، باید از رابطه متفاوتی استفاده کنیم:

بارهای الکتریکی متحرک \rightarrow میدان مغناطیسی \rightarrow بارهای الکتریکی متحرک

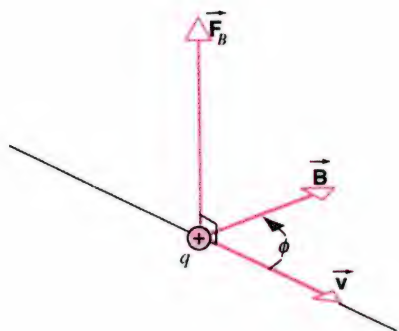
یعنی، بارهای الکتریکی متحرک میدان مغناطیسی ایجاد می کنند و این میدان به نوبه خود می تواند به بارهای الکتریکی متحرک دیگر نیروی (که آن را نیروی مغناطیسی می گوئیم) وارد کند. در این فصل قسمت دوم این رابطه (نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک) را مورد بررسی قرار می دهیم. در فصل بعد چگونگی ایجاد میدانهای مغناطیسی به وسیله بارهای متحرک، و از جمله جریانهای جاری در سیمها، را مورد بحث قرار خواهیم داد.

قطبهای مغناطیسی

با آویختن قطعه ای از ماده مغناطیسی در نزدیکی سطح زمین، می توانیم قطب شمال آن قطعه را شناسایی و نشانه گذاری کنیم (آن طرف قطعه که به طور تقریبی در راستای شمال جغرافیایی زمین قرار می گیرد) و طرف مقابل آن را قطب جنوب بخوانیم. فرض کنید که دو قطعه از ماده مغناطیسی را به این صورت آزمایش و نشانه گذاری کرده باشیم. پس از تهیه این دو قطعه نشانه گذاری شده، به طور مستقیم می توانیم نیرویی که یکی از این دو قطعه در آرایشهای گوناگون به قطعه دیگر وارد می کند بررسی کنیم. به ویژه، می توانیم نیرویی که یک قطب شمال بر قطب شمال دیگر یا بر قطب جنوب وارد می کند بررسی کنیم. از آزمایشهایی از این دست قاعده زیر را برای برهم کنش بین قطبهای مغناطیسی استنتاج می کنیم:

قطبهای همنام یکدیگر را می رانند و قطبهای غیرهمنام یکدیگر را می ربایند.

یعنی، قطب جنوب قطب شمال را می رباید، ولی دو قطب شمال یا دو جنوب یکدیگر را می رانند. این قاعده خیلی شبیه قاعده مربوط به برهم کنش بین بارهای الکتریکی است (بخش ۲۵-۲). از اعمال این قاعده در مورد رفتار عقربه قطب نما روی سطح زمین، همان طور که در شکل ۳۲-۱ نشان داده شده است، نتیجه می گیریم که برای



شکل ۵-۳۲ ذره‌ای با بار مثبت q که با سرعت \vec{v} در میدان مغناطیسی \vec{B} حرکت می‌کند، تحت تأثیر نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی \vec{F}_B قرار می‌گیرد.

در زاویه‌های دلخواه، مشاهده‌هایمان را در فرمول زیر خلاصه می‌کنیم

$$F_B = |q|vB \sin \phi \quad (۲-۳۲)$$

که در اینجا ϕ زاویه کوچکتر بین \vec{v} و \vec{B} است، چون F_B و v و B بردارند، معادله (۲-۳۲) را می‌توان به صورت حاصلضرب برداری نوشت:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (۳-۳۲)$$

با نوشتن $\vec{v} \times \vec{B}$ به جای $\vec{B} \times \vec{v}$ در معادله (۳-۳۲)، مشخص کرده‌ایم که می‌خواهیم از کدام یک از دو جهت ممکن برای \vec{B} استفاده کنیم. در بررسی مبحث مغناطیس به طور مکرر از حاصلضرب برداری استفاده می‌کنیم. امکان دارد که مرور خواص حاصلضرب برداری در پیوست ح برای درک سریع‌تر موضوع مفید باشد.

در شکل ۵-۳۲ بستگی هندسی بین بردارهای \vec{F}_B ، \vec{v} و \vec{B} را نشان داده‌ایم. توجه کنید، همان‌گونه که در مورد حاصلضرب برداری همواره برقرار است، \vec{F}_B بر صفحه تشکیل شده از \vec{v} و \vec{B} عمود است. به این ترتیب نیروی \vec{F}_B همواره بر \vec{v} عمود است و نیروی مغناطیسی همواره نیروی منحرف‌کننده جانبی است. همچنین توجه کنید که وقتی \vec{v} موازی یا پادموازی جهت بردار \vec{B} است، نیرو صفر می‌شود (که در این مورد $\phi = 0^\circ$ یا $\phi = 180^\circ$ است و $\vec{v} \times \vec{B} = 0$) و نیز اینکه بیشینه مقدار \vec{v}_B برابر qvB است، و وقتی حاصل می‌شود که \vec{v} عمود بر \vec{B} باشد.

چون نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت \vec{v} عمود است، نمی‌تواند اندازه سرعت را تغییر دهد، تنها جهت آن را تغییر می‌دهد. همین‌طور، نیرو همواره بر جابه‌جایی ذره عمود است و نمی‌تواند روی آن کار انجام دهد. به این ترتیب میدان مغناطیسی ثابت نمی‌تواند انرژی جنبشی

می‌کنیم. فرض می‌کنیم ابزاری را در اختیار داریم که می‌توانیم به وسیله آن ذرات باردار را از نقطه P شلیک کنیم؛ این ابزار این امکان را فراهم می‌آورد که ما اندازه سرعت ذرات و جهت حرکت آنها را انتخاب کنیم. با بهره‌گیری از این ابزار، می‌توانیم آزمایشهایی انجام دهیم که مشاهده‌های گوناگونی درباره نیروی مغناطیسی \vec{F}_B وارد بر ذرات به دست دهد.

۱. با شلیک ذرات باردار از نقطه P در جهتهای گوناگون، درمی‌یابیم که نیروی مغناطیسی، اگر وجود داشته باشد، عمود بر سرعت \vec{v} است، که این موضوع را در شکل ۴-۳۲ نشان داده‌ایم. صرف‌نظر از اینکه جهت سرعت \vec{v} چه باشد، نیروی مغناطیسی همواره بر سرعت \vec{v} عمود است.

۲. با تغییر دادن جهت سرعت \vec{v} از نقطه P (با حفظ اندازه \vec{v} به صورت یک ثابت)، در می‌یابیم که برای راستای مشخص \vec{v} ، که در شکل ۴-۳۲ به صورت خط چین نشان داده شده است، نیروی مغناطیسی صفر است. وقتی سرعت در جهت عمود بر این راستا باشد، نیروی مغناطیسی دارای بیشینه مقدارش است. در حد فاصل بین این دو راستا، نیروی مغناطیسی به صورت تابعی از $\sin \phi$ تغییر می‌کند، که در اینجا ϕ زاویه بین بردار سرعت و راستای نمایش یافته با خط چین است. (توجه کنید که راستای نشان داده شده به وسیله خط چین در واقع دارای دو جهت مخالف هم است که برای آنها نیرو صفر است، یکی از این دو جهت متناظر با $\phi = 0^\circ$ و دیگری متناظر با $\phi = 180^\circ$ است.)

۳. وقتی اندازه سرعت را تغییر می‌دهیم، در می‌یابیم که اندازه نیروی \vec{F}_B به نسبت مستقیم با آن تغییر می‌کند.

۴. همچنین در می‌یابیم که اندازه نیروی \vec{F}_B با اندازه بار آزمون q متناسب است، و وقتی که بار q تغییر علامت می‌دهد، جهت نیروی \vec{F}_B برعکس می‌شود.

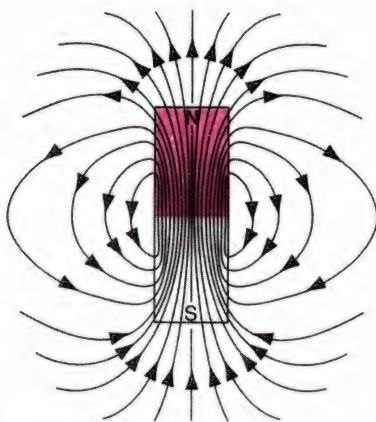
اکنون، براساس مشاهده‌های بالا، میدان مغناطیسی \vec{B} را به صورت زیر تعریف می‌کنیم: جهت میدان \vec{B} در نقطه P یکی از جهتهای بردار \vec{v} است (که به زودی آن را مشخص خواهیم کرد) که برای آن نیروی وارد بر بار صفر است و اندازه بردار \vec{B} از اندازه $F_{B,max}$ مربوط به بیشینه نیروی وارد بر بار آزمون که در راستای عمود بر جهت بردار \vec{B} پرتاب شده باشد مشخص می‌شود؛ یعنی

$$B = \frac{F_{B,max}}{|q|v} \quad (۱-۳۲)$$

جدول ۱-۳۲ مقادیر نوعی بعضی از میدانهای مغناطیسی*

محل	میدان مغناطیسی (T)
روی سطح ستاره نوترونی (محاسبه شده)	10^8
در نزدیکی مغناطیس ابررسانا	۵
در نزدیکی آهنربای الکتریکی بزرگ	۱
در نزدیکی آهنربای میله‌ای کوچک	10^{-2}
در سطح زمین	10^{-4}
در فضای میان ستاره‌ای	10^{-10}
در اتاق دارای حفاظ مغناطیسی	10^{-14}

* مقادیر تقریبی



(الف)



(ب)

شکل ۶-۳۲ (الف) خطهای میدان مغناطیسی یک آهنربای میله‌ای. خطهای میدان با خروج از قطب شمال آهنربا و ورود به قطب جنوب حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند. (ب) با پاشیدن براده آهن روی یک برگ کاغذ که روی یک آهنربای میله‌ای قرار گرفته است می‌توان خطهای میدان را قابل مشاهده کرد.

ذره باردار متحرک را تغییر دهد. (در فصل ۳۴ میدانهای مغناطیسی را بررسی می‌کنیم که برحسب زمان تغییر می‌کنند و می‌توانند انرژی جنبشی ذره را تغییر دهند. در این فصل، فقط با میدانهای مغناطیسی سروکار داریم که برحسب زمان تغییر نمی‌کنند.)

معادله (۳-۳۲)، که تعریف میدان مغناطیسی \vec{B} ، محسوب می‌شود، هم جهت و هم اندازه آن را نشان می‌دهد. میدان الکتریکی را، به صورتی مشابه، با معادله تعریف کردیم، $\vec{F}_E = q\vec{E}$ ، به طوری که با اندازه‌گیری نیروی الکتریکی می‌توان اندازه و جهت میدان الکتریکی را تعیین کرد. میدانهای مغناطیسی را نمی‌توان به این سادگی با یک اندازه‌گیری معین کرد. همان‌طور که شکل ۵-۳۲ نشان می‌دهد، اندازه‌گیری \vec{F}_B برای تک سرعت \vec{v} برای تعیین \vec{B} کافی نیست، زیرا جهت نیروی \vec{F}_B جهت میدان \vec{B} را مشخص نمی‌کند. نخست باید جهت \vec{B} را مشخص کنیم (مثلاً، با یافتن جهتهایی از \vec{v} که برای آنها هیچ نیرویی وجود ندارد) و سپس با اندازه‌گیری دیگر می‌توان اندازه آن را تعیین کرد. یکای SI اندازه‌گیری \vec{B} تسلا (با علامت اختصاری T) است.

این تعریف از معادله (۱-۳۲) به دست می‌آید، که در آن

$$1 \text{ تسلا} = 1 \frac{\text{نیوتون}}{\text{آمپر} \cdot \text{متر}} = 1 \frac{\text{نیوتون}}{\text{ثانیه} / \text{کولن} \cdot \text{متر}}$$

یکای قبلی (غیر SI) \vec{B} که هنوز به کار می‌رود، گاوس است، که با رابطه زیر به تسلا مربوط می‌شود

$$1 \text{ تسلا} = 10^4 \text{ گاوس}$$

جدول ۱-۳۲ مقادیر نوعی بعضی از میدانهای مغناطیسی را نشان می‌دهد.

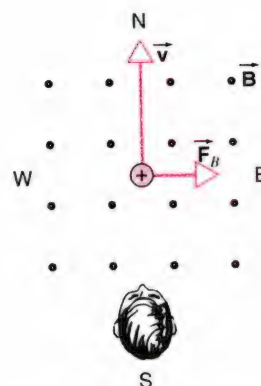
در شکل ۶-۳۲ خطهای \vec{B} مربوط به یک آهنربای میله‌ای را نشان داده‌ایم. توجه کنید که خطهای \vec{B} از داخل آهنربا می‌گذرند و حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند. از انبوه شدن خطهای میدان در خارج از آهنربا و در نزدیکی دو سر آن، نتیجه می‌گیریم که اندازه میدان مغناطیسی در آنجا بیشینه است. این دو سر را قطبهای آهنربا می‌نامیم. توجه کنید که خطهای میدان از قطب شمال خارج و به قطب جنوب وارد می‌شوند.

مسئله نمونه ۱-۳۲ میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ، به اندازه 1.2 mT در همه جای اتاقی که در آن نشسته‌اید، در راستای قائم و به سمت بالا وجود دارد (شکل ۷-۳۲). پروتونی با انرژی جنبشی

بالا. با بهره‌گیری از معادله (۳-۳۲) و قاعده دست راست برای جهت حاصل‌ضربهای برداری (پیوست ح را ببینید)، نتیجه می‌گیریم که نیروی منحرف‌کننده \vec{F}_B ، باید مطابق شکل ۷-۳۲، افقی و به سمت شرق باشد.

اگر بار الکتریکی، ذره‌ای با بار منفی بود، نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی در جهت مخالف، یعنی افقی و به سمت غرب بود. این موضوع را معادله (۳-۳۲)، با جایگزینی $-q$ به جای q خودبه‌خود پیش‌بینی می‌کند.

در این محاسبات، از رابطه (تقریبی) کلاسیک ($K = \frac{1}{2}mv^2$) انرژی جنبشی پروتون به‌جای رابطه (دقیق) نسبیتی (معادله ۲۷-۲۰) استفاده کردیم. معیار درستی استفاده از رابطه کلاسیک آن است که $K \ll mc^2$ ، که در آن mc^2 انرژی سکون ذره است. در این مسئله $K = 5.3 \text{ MeV}$ و انرژی سکون پروتون (نگاه کنید به پیوست و) برابر 938 MeV است. این پروتون شرط لازم را دارد و استفاده از معادله کلاسیک $K = \frac{1}{2}mv^2$ برای انرژی جنبشی در این مسئله موجه است. وقتی با ذرات پرانرژی سروکار داریم، همواره باید مواظب این نکته باشیم.



شکل ۷-۳۲ مسئله نمونه ۱-۳۲. نما از بالای سر دانشجویی که در اتاقی نشسته است که در آن میدان مغناطیسی قائم به طرف بالا پروتون متحرکی را به سمت شرق منحرف می‌کند. (نقطه‌ها، که نمایانگر نوک پیکانها هستند، بردارهای میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند که از صفحه بیرون می‌آیند.)

5.3 MeV به‌طور افقی، از نقطه معینی از اتاق، به سمت شمال می‌رود. وقتی پروتون از این نقطه می‌گذرد، چه نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده‌ای بر آن وارد می‌شود؟ جرم پروتون $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است.

حل. نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده به سرعت پروتون بستگی دارد، که می‌توان آن را از معادله $K = \frac{1}{2}mv^2$ به‌دست آورد. از حل این معادله برای v نتیجه می‌گیریم

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{(2)(5.3 \text{ MeV})(1.60 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 3.2 \times 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

سپس معادله (۲-۳۲) نتیجه می‌دهد

$$\begin{aligned} F_B &= |q|vB \sin \phi \\ &= (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(3.2 \times 10^6 \text{ m/s}) \\ &\quad (1.2 \times 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ) \\ &= 6.1 \times 10^{-15} \text{ N} \end{aligned}$$

ممکن است که این نیرو کوچک به‌نظر برسد، ولی بر جسمی به جرم اندک اثر می‌کند و به آن شتابی بسیار بزرگ می‌دهد؛ یعنی داریم

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{6.1 \times 10^{-15} \text{ N}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 3.7 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

تنها، باقی می‌ماند که جهت نیروی \vec{F}_B را معین کنیم، وقتی که مانند شکل ۷-۳۲، \vec{v} به سمت شمال است و \vec{B} قائم به سمت

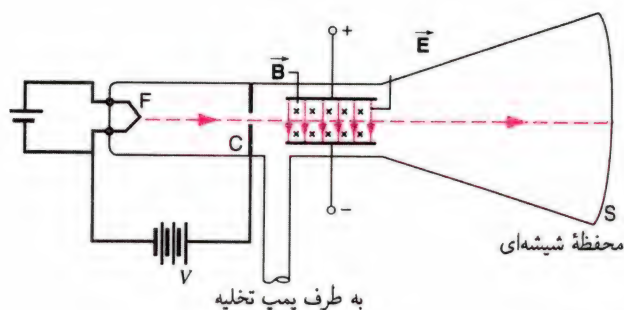
میدانهای ترکیبی الکتریکی و مغناطیسی

اگر میدان الکتریکی \vec{E} و میدان مغناطیسی \vec{B} هر دو بر ذره باردار اثر کنند، نیروی کل وارد بر آن را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (4-32)$$

این نیرو را نیروی لورنتس می‌خوانیم. نیروی لورنتس نیروی جدیدی نیست؛ بلکه صرفاً مجموع نیروهای الکتریکی و مغناطیسی است که می‌توانند به‌طور همزمان بر ذره باردار اثر کنند. بخش الکتریکی این نیرو بر هر ذره باردار اعم از ساکن یا متحرک اثر می‌کند؛ بخش مغناطیسی این نیرو فقط بر ذرات باردار متحرک اثر می‌کند.

یک کاربرد متداول نیروی لورنتس وقتی است که باریکه‌ای از ذرات باردار از ناحیه‌ای بگذرد که در آن میدانهای \vec{E} و \vec{B} بر یکدیگر و بر سرعت ذرات باریکه عمود باشند. اگر بردارهای \vec{B} ، \vec{E} و \vec{v} در جهتهایی باشند که در شکل ۸-۳۲ نشان داده‌ایم، در آن صورت نیروی الکتریکی $\vec{F}_E = q\vec{E}$ در خلاف جهت نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ است. می‌توان میدانهای مغناطیسی و الکتریکی را چنان تنظیم کرد که اندازه نیروها با هم برابر شوند، که در این مورد



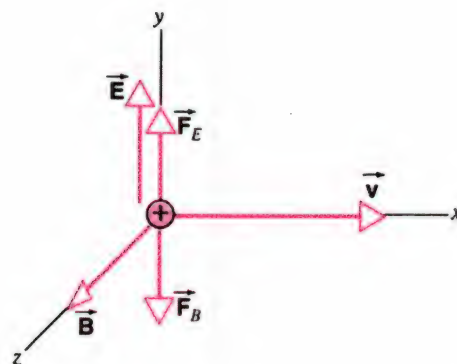
شکل ۹-۳۲ نوع جدید دستگاهی که جی. جی. تامسون برای اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون به‌کار برد. رشته F باریکه‌ای از الکترون‌ها را با سرعت‌های متفاوت تولید می‌کند. با اتصال باتری به پایه‌های صفحه‌ها، میدان الکتریکی \vec{E} بین صفحه‌ها به‌وجود می‌آید. میدان مغناطیسی \vec{B} را پیچ‌های حامل جریان (که در شکل نشان داده نشده‌اند) برقرار می‌کنند. این باریکه در محل برخورد با پرده S یک لکه روشن قابل رؤیت به‌وجود می‌آورد. (علامت‌های ضربدر در داخل شکل نمایانگر دُم پیکانها بوده و معرف بردارهای \vec{B} هستند که جهت آنها به طرف داخل صفحه است.)

سپس میدان مغناطیسی برقرار و چنان تنظیم می‌شود که انحراف باریکه برابر صفر شود (هم‌ارز با آنچه که در نبود میدان اندازه‌گیری می‌شود). در این حالت می‌دانیم $v = E/B$ است، و از حل معادله نسبت بار به جرم و قرار دادن $q = -e$ می‌رسیم به

$$\frac{e}{m} = \frac{yE}{B^2 L^2} \quad (۸-۳۲)$$

مقداری را که تامسون برای e/m به‌دست آورد (برحسب یکاهای جدید) $1.7 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ بود که با مقدار امروزی این کمیت یعنی $1.758820 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ به‌خوبی سازگار است.

کاربرد دیگر سرعت‌گزین در طیف‌سنج جرم است، که وسیله‌ای برای جداسازی یونها برحسب جرم آنهاست. در این مورد باریکه‌ای از یونها، شاید شامل نمونه‌هایی با جرم‌های متفاوت، را می‌توان از بخار ماده‌ای که در کوره‌ای داغ شده است به‌دست آورد (نگاه کنید به شکل ۱۰-۳۲). سرعت‌گزین فقط یونهایی که سرعت خاصی دارند عبور می‌دهد. وقتی این باریکه از میدان مغناطیسی دیگری بگذرد، مسیر ذرات قوس‌های دایره‌هایی است که شعاع آنها را تکانه ذرات تعیین می‌کند (این موضوع را در بخش بعدی نشان خواهیم داد). چون تمام ذرات سرعت یکسانی دارند، شعاع مسیر را جرم ذره تعیین می‌کند و هر مؤلفه جرمی متفاوت موجود در باریکه، مسیر با شعاعی متفاوت را طی می‌کند. این آنها را می‌توان گردآوری و اندازه‌گیری کرد یا به‌صورت باریکه‌ای برای انجام آزمایش‌های بعدی درآورد. برای سایر جزییات مربوط به جداسازی یونها برحسب جرمشان مسئله‌های ۵ تا ۸ را ببینید.



شکل ۸-۳۲ ذره‌ای با بار مثبت، در ناحیه‌ای از فضا حرکت می‌کند که در آن میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عمود بر یکدیگر وجود دارند. بر این ذره نیروهای الکتریکی و مغناطیسی \vec{F}_E و \vec{F}_B در جهت‌های مخالف وارد می‌شود.

نیروی لورنتس صفر می‌شود. برحسب کمیت‌های نرده‌ای، داریم

$$qE = qvB \quad (۵-۳۲)$$

یا

$$v = \frac{E}{B} \quad (۶-۳۲)$$

بنابراین میدانهای عمود بر هم \vec{E} و \vec{B} به‌صورت سرعت‌گزین عمل می‌کنند: فقط ذراتی که سرعت آنها $v = E/B$ باشد، بدون تأثیرپذیری از دو میدان ناحیه را ترک می‌کنند، در حالی که همه ذرات با سرعت‌های دیگر منحرف می‌شوند. این مقدار سرعت، یعنی v ، مستقل از بار یا جرم ذره باردار است.

باریکه ذرات باردار اغلب با استفاده از روشهایی آماده می‌شوند که توزیعی از سرعت‌ها را به‌دست می‌دهند (مثلاً، یک توزیع دمایی مانند آنچه در شکل ۶-۲۲ ارائه شد). با استفاده از سرعت‌گزین می‌توان ذرات با سرعت معین را از باریکه جدا کرد. جی. جی. تامسون در سال ۱۸۹۷ در کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن از این اصل استفاده کرد. در شکل ۹-۳۲ نوع جدیدی از این دستگاه را نشان داده‌ایم. تامسون ابتدا انحراف قائم y باریکه را وقتی که فقط میدان الکتریکی وجود داشت اندازه‌گیری کرد. از مسئله نمونه ۶-۲۶، انحراف در این مورد برابر است با

$$y = -\frac{qEL^2}{2mv^2} \quad (۷-۳۲)$$

در این رابطه، مانند شکل ۹-۳۲، جهت مثبت y را به سمت بالا اختیار کرده‌ایم و E اندازه میدان الکتریکی است. انحراف y ذره باردار منفی، در معادله (۷-۳۲) و در شکل ۹-۳۲ مثبت است.

هستند که برای حرکت یک ذره در مسیری دایره‌ای با سرعت ثابت، مانند مورد الکترونهای شکل ۱۱-۳۲، نیاز داریم.

چون \vec{B} عمود بر \vec{v} است، اندازه نیروی مغناطیسی را می‌توان به صورت $|q|vB$ نوشت و قانون دوم نیوتون با یک شتاب مرکزگرای v^2/r ، نتیجه می‌دهد

$$|q|vB = m \frac{v^2}{r} \quad (۹-۳۲)$$

یا

$$r = \frac{mv}{|q|B} = \frac{p}{|q|B} \quad (۱۰-۳۲)$$

به این ترتیب شعاع مسیر را، تکانه p ذرات، بار آنها و شدت میدان مغناطیسی تعیین می‌کند. اگر چشمه الکترونهای شکل ۱۱-۳۲، آنها را با سرعت کمتری به داخل میدان پرتاب کرده بود، الکترونها در دایره‌های کوچکتری حرکت می‌کردند.

سرعت زاویه‌ای حرکت دایره‌ای چنین است

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{|q|B}{m} \quad (۱۱-۳۲)$$

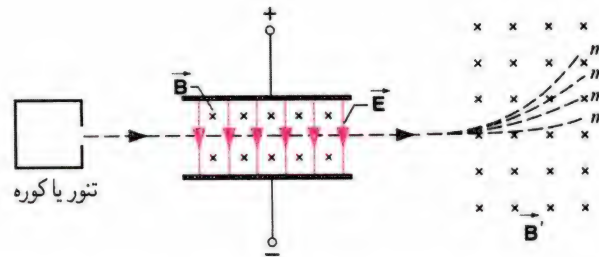
و بسامد متناظر با آن عبارت است از

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (۱۲-۳۲)$$

توجه کنید که بسامد مربوط به حرکت دایره‌ای به سرعت ذره بستگی ندارد (البته تا زمانی که $v \ll c$ است، که این موضوع را در زیر بررسی می‌کنیم). به این ترتیب، اگر الکترونهای شکل ۱۱-۳۲ با سرعت کمتری پرتاب شده بودند، همان زمانی را برای تکمیل دایره کوچکتر لازم داشتند که الکترونهای سریع‌تر برای پیمودن دایره بزرگتر صرف می‌کردند. بسامد معرفی شده در معادله (۱۲-۳۲) را بسامد سیکلوترون می‌نامیم، زیرا ذرات در یک نوع شتابدهنده ذرات به نام سیکلوترون با این بسامد می‌چرخند. این بسامد، مشخصه ذره خاص است که در میدان مغناطیسی معین حرکت می‌کند، درست همان‌طوری که آونگ یا سیستم جرم-فنر در حال نوسان، بسامد ویژه خود را دارد.

سیکلوترون

سیکلوترون (شکل ۱۲-۳۲) وسیله‌ای است که باریکه‌هایی از ذرات باردار را شتاب می‌دهد، که می‌توان از آنها در آزمایشهای واکنش هسته‌ای استفاده کرد. شکل ۱۳-۳۲ نمودار طرح‌وار یک سیکلوترون را نشان می‌دهد. این دستگاه از دو قوطی فلزی توخالی D-شکل به نام



شکل ۱۰-۳۲ نمودار طرح‌وار طیف‌سنج جرم. باریکه‌ای از اتمهای یونیده حاوی مخلوطی از جرمهای متفاوت از کوره O خارج و وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آن میدانهای \vec{E} و \vec{B} برهم عمودند. تنها اتمهایی که سرعت آنها $v = E/B$ است بدون انحراف از این ناحیه عبور می‌کنند. میدان مغناطیسی دیگری، \vec{B}' ، اتمها را در مسیرهای دایره‌ای منحرف می‌کند که شعاع این مسیرها را جرم اتمها مشخص می‌کند.

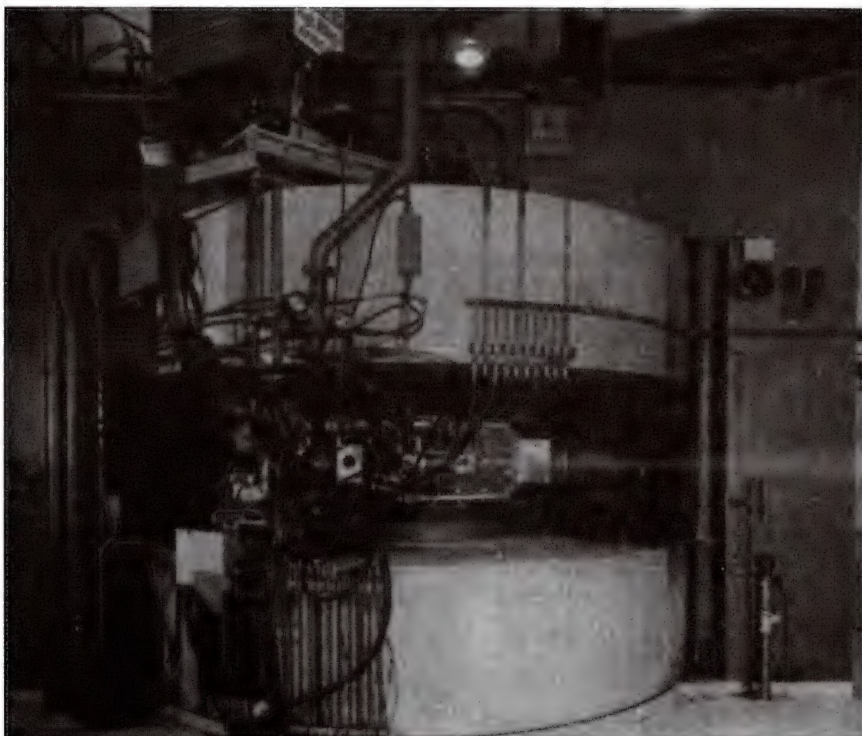
۳-۳۲ بارهای چرخنده

در شکل ۱۱-۳۲ باریکه‌ای از الکترونها را نشان داده‌ایم که در اتاقک خلا حرکت می‌کنند، و در آن میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به طرف خارج از صفحه شکل وجود دارد. نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی تنها نیروی مهمی است که بر الکترونها اثر می‌کند. باریکه به‌وضوح مسیر دایره‌ای را در صفحه شکل می‌پیماید. ببینیم، چگونه می‌توانیم این رفتار را درک کنیم.

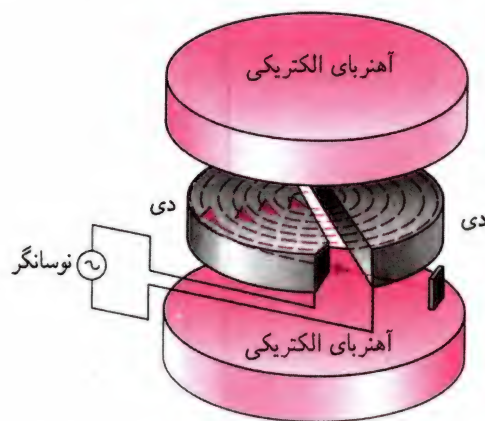
نیروی منحرف‌کننده مغناطیسی، با دو ویژگی بر مسیر ذرات باردار تأثیر می‌گذارد: (۱) سرعت ذرات باردار را تغییر نمی‌دهد و (۲) همواره در جهت عمود بر سرعت ذرات وارد می‌شود. اینها درست ویژگیهایی



شکل ۱۱-۳۲ الکترونها در اتاقکی حاوی گازی با فشار کم می‌چرخند. باریکه در برخورد با اتمهای گاز قابل رؤیت می‌شود. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} که جهت آن عمود بر صفحه شکل و به طرف خارج است، اتاقک را پر کرده است. نیروی مغناطیسی \vec{F}_B در امتداد شعاع به طرف داخل است.



شکل ۱۲-۳۲ یک شتابدهنده سیکلوترون. آهنرباها در اتاقکهای بزرگ در بالا و پایین قرار دارند. باریکه به هنگام خروج از شتابدهنده قابل رؤیت است زیرا، مانند باریکه الکترونها در شکل ۱۱-۳۲، بر اثر برخورد، مولکولهای هوا را یونیده می‌کند.



شکل ۱۳-۳۲ اجزای یک سیکلوترون، که چشمه یون S و دی‌ها را نشان می‌دهد. آهنرباهای الکتریکی، میدان مغناطیسی عمودی یکنواخت را فراهم می‌آورند. ذره‌ها در داخل دی‌های توخالی، ماریچی را به طرف خارج می‌پیمایند، و هر بار که از گاف بین دو دی می‌گذرند انرژی به دست می‌آورند.

دی تشکیل شده است. دی‌ها از مادهٔ رسانایی چون ورقه‌های مس ساخته می‌شوند که لبه‌های مستقیم آنها باز است. دی‌ها به نوسانگر الکتریکی متصل شده‌اند، که بین آنها اختلاف پتانسیل نوسانی برقرار می‌کند. یک میدان مغناطیسی بر صفحهٔ دی‌ها عمود است. در مرکز این دستگاه چشمه‌ای قرار دارد که یونهای را که می‌خواهیم شتاب دهیم گسیل می‌دارد.

وقتی یونها در گاف بین دو دی قرار می‌گیرند، اختلاف پتانسیل بین

دی‌ها به آنها شتاب می‌دهد. سپس وارد یکی از دی‌ها می‌شوند، که در آنجا تحت تأثیر هیچ میدان الکتریکی قرار ندارند (میدان الکتریکی در داخل یک رسانا صفر است) ولی میدان مغناطیسی (که دی‌های مسی مانع از عبور آن نمی‌شود و سپری برای آن نیست) مسیر ذره‌ها را خم می‌کند و به صورت نیمدایره در می‌آورد. پس از آن وقتی ذرات وارد گاف بین دی‌ها شوند، نوسانگر جهت میدان الکتریکی را عوض کرده است و ذره‌ها در عبور از گاف دوباره شتاب می‌گیرند. چون یونها با سرعت بیشتری حرکت می‌کنند، همان‌طور که معادله (۱۰-۳۲) ایجاب می‌کند، مسیری با شعاع بزرگتری را می‌پیمایند. اما، بنابر معادله (۱۲-۳۲) برای پیمودن این نیمدایرهٔ بزرگتر درست همان مدت زمان لازم است؛ این رفتار ویژگی بسیار مهم عملکرد سیکلوترون است. بسامد نوسانگر الکتریکی باید طوری تنظیم شود که برابر بسامد سیکلوترون باشد (که توسط میدان مغناطیسی و بار و جرم ذره‌ای که باید شتاب داده شود و بنابر معادله (۱۲-۳۲) مشخص می‌شود)؛ این تساوی بسامدها را شرط تشدید می‌نامیم. اگر شرط تشدید وجود داشته باشد، ذره‌ها مرتباً در گاف بین دی‌ها شتاب می‌گیرند و روی مسیری نیمدایره‌ای با "سرعت ثابت" (خلاص) حرکت می‌کنند و در هر بار گذر کمی انرژی به دست می‌آورند، تا زمانی که از شتابدهنده خارج شوند.

سرعت نهایی ذره‌ها را شعاع R مشخص می‌کند که در آن، ذره‌ها

شتابدهنده را ترک می‌کنند. از معادله (۱۰-۳۲) داریم

$$v = \frac{|q|BR}{m} \quad (۱۳-۳۲)$$

و از اینجا انرژی جنبشی (نانبیتی) متناظر با این سرعت برای ذره‌ها برابر است با

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (۱۴-۳۲)$$

سیکلوترونهای معمولی، باریکه‌های پروتونی با بیشینه انرژی در محدوده ۱۰ MeV تولید می‌کنند. برای یک جرم مشخص، یونهای با بارهای الکتریکی بیشتر، با انرژی‌هایی از شتابدهنده خارج می‌شوند که با مربع بار الکتریکی افزایش می‌یابد.

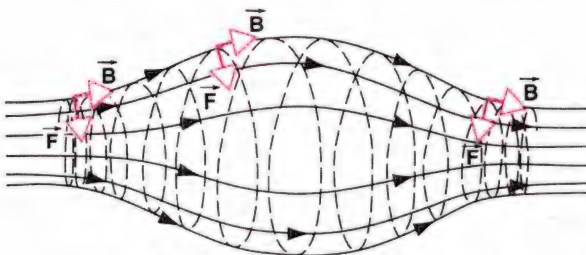
به هر حال شگفت‌آور است که انرژی در معادله (۱۴-۳۲) به میدان مغناطیسی وابسته است، که به ذره‌ها شتاب نمی‌دهد، ولی به اختلاف پتانسیل الکتریکی که عامل شتابدهی است بستگی ندارد. هرچه اختلاف پتانسیل بیشتر باشد، در هر چرخه "لگد" محکم‌تری به ذرات می‌زند، شعاع سریع‌تر افزایش پیدا می‌کند و ذره‌ها قبل از ترک شتابدهنده تعداد دور کمتری در آن می‌چرخند. اگر اختلاف پتانسیل کوچکتر باشد، ذره‌ها تعداد دور بیشتری در داخل شتابدهنده می‌چرخند و در هر دور "لگد" آرام‌تری را متحمل می‌شوند. به این ترتیب انرژی ذره‌ها مستقل از اختلاف پتانسیل است.

حد انرژی که ذره‌ها می‌توانند در سیکلوترون شتاب گیرند محدود است، زیرا وقتی ذره‌ها به سرعت‌های بالا می‌رسند دیگر عبارتهای مربوط به تکانه $p = mv$ در معادله (۱۰-۳۲) و انرژی $K = \frac{1}{2}mv^2$ در معادله (۱۴-۳۲) معتبر نیستند، و باید از عبارتهای متناظر نسبیتی، داده‌شده در فصل ۲۰، استفاده کنیم. همین که ذره‌ها با سرعت‌هایی که نزدیک به سرعت نور است شروع به حرکت می‌کنند، زمان بیشتری را برای طی مسیر دایره‌ای سپری می‌کنند و در نتیجه شرط تشدید از بین می‌رود. برحسب واژگان عملی و تجربی، انرژی ۴۰ MeV بیشترین انرژی جنبشی است که می‌توان به وسیله یک سیکلوترون متعارف به پروتون داد، و این چنین سیکلوترونی شعاعی در حدود ۱ m خواهد داشت. برای دستیابی به انرژی‌های بالاتری که این روزها در پژوهشهای فیزیک ذره‌ها مورد نیاز است، از شتابدهنده‌ای با طراحی متفاوت، به نام سینکروترون، استفاده می‌شود. با آنکه سینکروترون بر شرط تشدید سیکلوترون متکی نیست، از میدانهای مغناطیسی برای حفظ ذره‌ها در حرکت روی مسیر دایره‌ای که در آن می‌توان مرتباً به وسیله یک میدان الکتریکی ذره‌ها را شتاب داد استفاده می‌کند. در سینکروترون،

وقتی که دسته‌ای از ذره‌ها به صورت رگبار، در مسیر دایره‌ای با شعاع ثابت شتاب داده می‌شوند، هم بسامد پتانسیل الکتریکی و هم شدت میدان مغناطیسی تغییر می‌کند. برای دستیابی به انرژی ۱ TeV ($10^6 \text{ MeV} = 10^{10} \text{ GeV}$)، مثلاً در مورد آزمایشگاه شتابدهنده ملی فرمی در نزدیکی شیکاگو، مسیری به شعاع ۱ km مورد نیاز است. در این آزمایشگاه پروتونها در مدت زمانی در حدود ۱۰ ثانیه در حدود ۴۰۰۰۰۰ بارگرد دایره‌ای می‌گردند که پیرامون آن ۶۳ km است.

آینه مغناطیسی

از میدان مغناطیسی غیریکنواخت می‌توان برای به دام انداختن یک ذره باردار در ناحیه‌ای از فضا استفاده کرد. در شکل ۱۴-۳۲ نمودار طرح‌وار از طرز کار یک چنین آینه مغناطیسی را نشان داده‌ایم. ذره‌های باردار تمایل دارند در دایره‌هایی حول امتداد میدان حرکت کنند. فرض کنید، همان‌گونه که در شکل ۱۴-۳۲ نشان داده شده است، این ذره یک حرکت جانبی به سمت راست نیز داشته باشد. در نتیجه، مسیر حرکت ذره به صورت یک مارپیچ، مانند فنر پیچیده‌ای، در می‌آید. میدان در حوالی دو سر این "بطری مغناطیسی" افزایش می‌یابد و نیروی وارد بر ذره دارای مؤلفه کوچکی در جهت مرکز این ناحیه است، که باعث می‌شود جهت حرکت ذره‌ها وارون شود و این ذره‌ها یک حرکت مارپیچی در جهت عکس داشته باشند، تا سرانجام از سر دیگر آینه بازتابیده شوند. ذرات به حرکت رفت‌وبرگشت در این ناحیه ادامه می‌دهند و در فضای بین دو ناحیه با میدان قوی محصور می‌شوند. این آرایش را برای محصور کردن گازهای یونیده داغ (که پلازما نامیده می‌شوند) به کار می‌برند. پژوهشگران از این گازهای داغ در پژوهش درباره همجوشی گرما هسته‌ای کنترل‌شده استفاده می‌کنند.



شکل ۱۴-۳۲ یک ذره باردار در یک میدان مغناطیسی نایکنواخت دارای حرکتی مارپیچی است. میدان در دو انتهای راست و چپ ناحیه قوی‌تر از قسمت مرکزی است. ذره‌ها را می‌توان طوری به دام انداخت که بین دو ناحیه با میدان شدید در دو انتها دارای حرکت رفت‌وبرگشت مارپیچی شوند. توجه کنید که بردارهای نیروی مغناطیسی در هر دو سر این "بطری مغناطیسی" دارای مؤلفه‌هایی به طرف مرکزند؛ این مؤلفه‌های نیرو هستند که ذرات را محصور می‌کنند.

R شتابدهنده را ترک می‌کنند. بنابر معادله (۱۴-۳۲) داریم

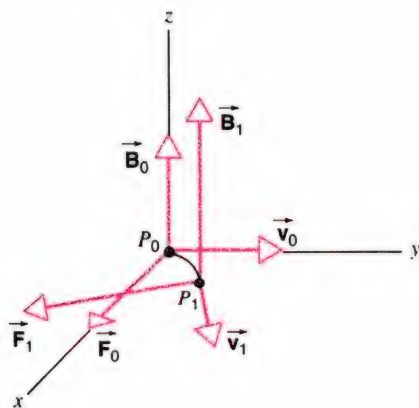
$$K = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{C})^2 (1.5 \text{T})^2 (0.75 \text{m})^2}{2(3.34 \times 10^{-27} \text{kg})}$$

$$= 4.85 \times 10^{-12} \text{J} = 30 \text{MeV}$$

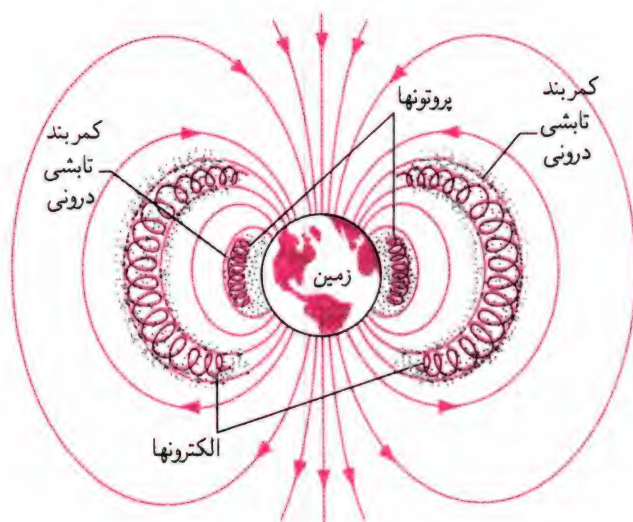
برد دوترونهایی با این انرژی در هوا، آن‌طور که در شکل ۱۲-۳۲ نشان داده شده است، در حدود چند متر است.

حرکت در میدانهای نایکناخت (اختیاری)

مسیر ذره باردار در میدان مغناطیسی نایکناخت دایره‌ای نیست و محاسبه مسیر (مانند مسیر نشان داده شده در شکل ۱۴-۳۲) ممکن است مسئله بسیار دشواری باشد. معمولاً هیچ جواب تحلیلی برای این مسئله وجود ندارد، و مسیر باید به صورت عددی محاسبه شود، مشابه محاسبه مسیر پرتابه‌ای که برای آن مقاومت هوا در نظر گرفته شده است (فصل ۴). در شکل ۱۶-۳۲ نشان داده‌ایم که چرا مسیر حرکت در میدان نایکناخت دایره نیست. ذره، در آغاز، در نقطه P_0 قرار دارد، که در آنجا سرعتش \vec{v} در امتداد محور y است. فرض می‌کنیم که میدان در امتداد محور z باشد و شدت آن با افزایش x و y افزوده شود. در آغاز شدت میدان برابر با \vec{B}_0 است و سبب می‌شود که نیروی \vec{F} در امتداد محور x بر ذره وارد شود. این نیرو سبب می‌شود که سرعت ذره در امتداد محور x نمودی داشته باشد، و در لحظه بعد ذره در نقطه P_1 است که در اینجا با سرعت \vec{v}_1 حرکت می‌کند. در این نقطه شدت میدان برابر با \vec{B}_1 است که از نظر مقداری بزرگتر و



شکل ۱۶-۳۲ در میدان مغناطیسی نایکناخت، مقدار نیرو تغییر می‌کند (در اینجا وقتی ذره از P_0 به P_1 می‌رود نیرو تغییر می‌کند) و در نتیجه مسیری که ذره باردار می‌پیماید دیگر دایره نیست.



شکل ۱۵-۳۲ میدان مغناطیسی زمین، که الکترونها و پروتونهایی به دام افتاده در کربندهای تابشی وان آلن را نشان می‌دهند.

پدیده مشابهی، همان‌گونه که در شکل ۱۵-۳۲ نشان داده شده است، در میدان مغناطیسی زمین رخ می‌دهد. الکترونها و پروتونها در ناحیه‌های متفاوتی از میدان مغناطیسی زمین به دام افتاده‌اند و بین ناحیه‌های با میدان شدید مغناطیسی در حوالی دو قطب زمین در زمانی در حدود چند ثانیه به صورت مارپیچی پس‌وپیش می‌شوند. این ذره‌های سریع مسئول ایجاد کربندهای تابشی موسوم به وان آلن هستند که زمین را احاطه می‌کنند.

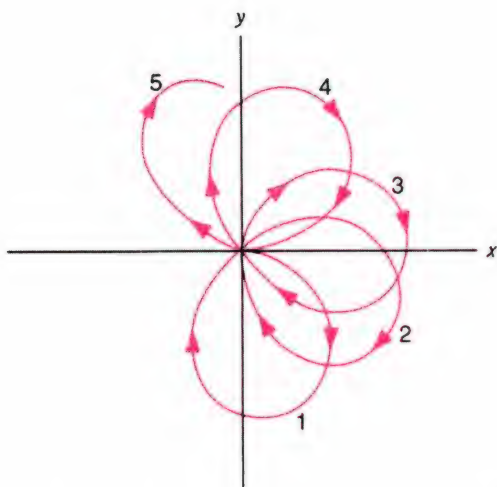
مسئله نمونه ۲-۳۲ یک سیکلوترون طوری طراحی شده است که در آن شعاع دی‌ها $R = 75 \text{cm}$ است و آهنرباهای آن می‌توانند میدانی به شدت 1.5T تولید کنند. (الف) اگر بخواهیم با این سیکلوترون دوترون را شتاب بدهیم بسامد نوسانگر الکتریکی را باید چقدر اختیار کنیم؟ (ب) بیشینه انرژی دوترونها چقدر می‌شود؟

حل. (الف) دوترون هسته هیدروژن سنگین است، که بار آن $q = +e$ و جرم آن $3.34 \times 10^{-27} \text{kg}$ ، در حدود دو برابر جرم هیدروژن معمولی است. با استفاده از معادله (۱۲-۳۲) می‌توانیم بسامد را معین کنیم:

$$f = \frac{|q|B}{2\pi m} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{C})(1.5 \text{T})}{2\pi(3.34 \times 10^{-27} \text{kg})}$$

$$= 1.1 \times 10^7 \text{Hz} = 11 \text{MHz}$$

(ب) بیشینه انرژی مربوط به دوترونهایی است که در شعاع بیشینه



شکل ۱۷-۳۲ مسیر ذره‌ای در صفحه xy که در آغاز در مبدأ مختصات قرار دارد و در امتداد محور x حرکت می‌کند و تحت تأثیر میدان مغناطیسی قرار دارد که با معادله (۱۷-۳۲) مشخص شده است. حلقه‌ها به ترتیبی که توسط ذره پیموده می‌شوند شماره‌گذاری شده‌اند.

مختصات افزایش می‌یابد. حرکت حاصل، که می‌توان آن را به صورت عددی به دست آورد (مسئله کامپیوتری شماره ۱ را ببینید) طرح گلواری ترسیم شده در شکل ۱۷-۳۲ را ارائه می‌دهد.

۴-۳۲ اثر هال

تا به اینجا چندین مثال در ارتباط با نیروی منحرف‌کننده جانبی را که توسط میدان مغناطیسی به ذرات باردار وارد می‌شود مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این مثالها فقط ذرات منفرد یا باریکه‌هایی از ذرات را در نظر گرفتیم که در صورت نبود میدان مغناطیسی آزادانه حرکت می‌کردند. در سال ۱۸۷۹، ادوین هال نشان داد که الکترونهاى رسانش متحرک در رسانا نیز می‌توانند توسط میدان مغناطیسی منحرف شوند. اثر هال روشی را فراهم می‌آورد که به وسیله آن می‌توان هم علامت و هم چگالی حاملهای بار را معین کرد.

نواری تخت از ماده‌ای به عرض w را، مطابق شکل ۱۸-۳۲، در نظر بگیرید که حامل جریان i است. جهت جریان i همان جهت قراردادی، یعنی برخلاف جهت حرکت الکترونهاست. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ، مثلاً با قرار دادن نوار بین قطبهای آهنربایی الکتریکی، عمود بر صفحه نوار برقرار شده است. حاملهای بار الکتریکی (مثلاً، الکترونها) تحت تأثیر نیروی مغناطیسی منحرف‌کننده $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ قرار می‌گیرند و همان‌طور که در شکل نشان داده‌ایم به طرف راست نوار حرکت می‌کنند. توجه کنید که بارهای مثبت که در جهت جریان i حرکت می‌کنند تحت تأثیر نیروی منحرف‌کننده‌ای در همان جهت قرار می‌گیرند.

نیروی وارد بر ذره در این نقطه، یعنی \vec{F}_1 ، نیز بزرگتر است. برای حرکت دایره‌ای، لازم است که نیرو در همه مکانها مقدار یکسانی داشته باشد. در نتیجه، واضح است که مسیر حرکت ذره، در اینجا دایره نیست. اگر بدانیم که بزرگی (و احتمالاً جهت) میدان \vec{B} در تمام نقطه‌هایی که ممکن است ذره در آنجا یافت شود، چگونه تغییر می‌کند، می‌توانیم مسئله را به صورت عددی حل کنیم. این کار را با نوشتن عبارت کامل نیرو به صورت حاصلضرب برداری (یا ضربداری) آغاز می‌کنیم (پیوست ح را ببینید).

$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= q(\vec{v} \times \vec{B}) \\ &= q(v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} + q(v_z B_x - v_x B_z)\hat{j} \\ &\quad + q(v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}\end{aligned}\quad (۱۵-۳۲)$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن، $\vec{F} = m\vec{a} = m(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k})$ ، می‌توانیم مؤلفه‌های برداری متناظر را با هم برابر قرار دهیم تا معادله‌های حرکت را به دست آوریم، که می‌توان آنها را برای یافتن مسیر حل کرد. مثلاً برای مورد نشان داده شده در شکل ۱۶-۳۲، \vec{B} فقط دارای مؤلفه z است ($B_x = B_y = 0$). در این حالت معادله‌های حرکت به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\begin{aligned}F_{Bx} &= q(v_y B_z - v_z B_y) = qv_y B_z = ma_x \\ &= m dv_x/dt \\ F_{By} &= q(v_z B_x - v_x B_z) = -qv_x B_z = ma_y \\ &= m dv_y/dt \\ F_{Bz} &= q(v_x B_y - v_y B_x) = 0 = ma_z \\ &= m dv_z/dt\end{aligned}\quad (۱۶-۳۲)$$

(اگر در آغاز داشته باشیم $v_z = 0$ ، در آن صورت برای تمام زمانهای دیگر نیز $v_z = 0$ ، چون $a_z = 0$.) این عبارتها را باید در هر نقطه‌ای از مسیر محاسبه کنیم، زیرا مقدارهای v_x و v_y از یک نقطه تا نقطه دیگر تغییر می‌کند. معمولاً برای به دست آوردن پاسخ عددی برای مسیر از کامپیوتر استفاده می‌شود. مثلاً فرض کنید که میدان مغناطیسی به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$B_z = B_0 \left(1 + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R} \right) \quad (۱۷-۳۲)$$

که در اینجا $R = mv/qB_0$ شعاع مسیر در میدان یکنواخت با شدت میدان B_0 است. این میدان با افزایش فاصله ذره از مبدأ

مشخص (مثبت یا منفی) باشد که با سرعت سوق \vec{v}_d حرکت می‌کنند. با حرکت حاملهای بار نیروی مغناطیسی در شکل ۱۸-۳۲ آنها را به طرف راست منحرف می‌کند. همین که بارها در طرف راست انباشته شدند، یک میدان الکتریکی تولید می‌کنند که در داخل رسانا وارد عمل می‌شود و با حرکت جانبی حاملهای بار بیشتر مخالفت می‌کند. در زمان اندکی، حالت تعادلی به وجود می‌آید. ولتاژ هال به مقدار بیشینه خود می‌رسد؛ در این حالت نیروی مغناطیسی جانبی ($\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$) با نیروی الکتریکی جانبی ($q\vec{E}_H$) متوازن می‌شود. به بیان برداری، در این شرایط نیروی لورنتس وارد بر حاملهای بار صفر می‌شود:

$$q\vec{E}_H + q\vec{v}_d \times \vec{B} = 0 \quad (۱۸-۳۲)$$

یا

$$\vec{E}_H = -\vec{v}_d \times \vec{B} \quad (۱۹-۳۲)$$

چون بردارهای \vec{v}_d و \vec{B} برهم عمودند، معادله (۱۹-۳۲) را می‌توان برحسب اندازه بردارها بازنویسی کرد، یعنی

$$E_H = v_d B \quad (۲۰-۳۲)$$

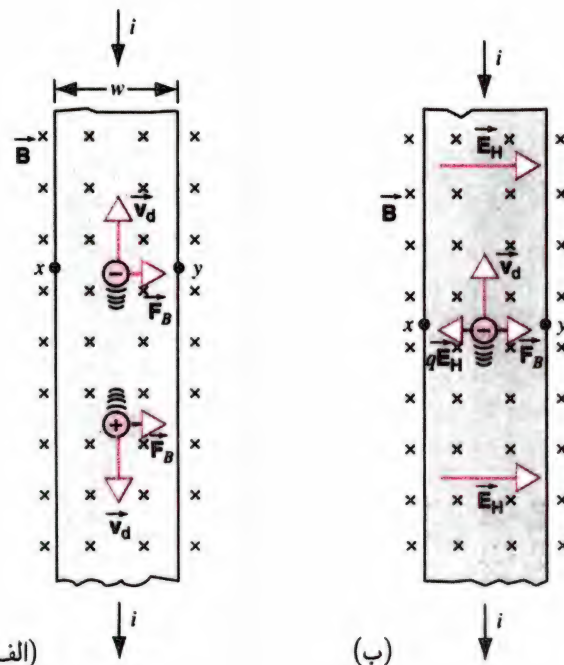
از معادله (۶-۲۹) سرعت سوق را می‌توان به صورت $v_d = j/ne$ نوشت، که در این رابطه j چگالی جریان در نوار و n چگالی حاملهای بار الکتریکی است. چگالی جریان j عبارت است از جریان i به ازای واحد سطح مقطع A نوار. اگر ضخامت نوار برابر با t باشد، سطح مقطع A را می‌توان به صورت wt نوشت. با جایگزین کردن میدان الکتریکی E_H با $\Delta V_H/w$ می‌رسیم به

$$\frac{\Delta V_H}{w} = v_d B = \frac{j}{ne} B = \frac{i}{wtne} B$$

یا، از حل این معادله برای چگالی حاملهای بار داریم

$$n = \frac{iB}{et\Delta V_H} \quad (۲۱-۳۲)$$

از اندازه‌گیری اندازه اختلاف پتانسیل هال، ΔV_H ، می‌توانیم چگالی عددی حاملهای بار را مشخص کنیم. خلاصه‌ای از داده‌های مربوط به اثر هال را برای تعدادی از فلزها و نیمرساناها در جدول ۲-۳۲ نشان داده‌ایم. اثر هال، برای برخی از فلزهای تک‌والانسی (Cu, K, Na)، Ag)، نشان می‌دهد که هر اتم تقریباً یک الکترون آزاد در اختیار فرایند رسانش می‌گذارد. برای سایر فلزها، تعداد الکترونها آزاد به ازای هر اتم ممکن است بیشتر از یک (مانند Al) یا کمتر از یک (مانند Sb)



شکل ۱۸-۳۲ نوار مسی حامل جریان i در یک میدان مغناطیسی قرار دارد. (الف) وضعیت نوار رسانا درست پس از آنکه میدان مغناطیسی برقرار شده است، و (ب) وضعیت نوار رسانا پس از رسیدن به حالت تعادل، که به سرعت حاصل می‌شود. توجه کنید که بارهای منفی در طرف راست نوار انباشته می‌شوند، و بار مثبت جبران‌نشده‌ای در سمت چپ نوار برجای می‌گذارند. نقطه x در پتانسیل بالاتری از نقطه y است.

تراکم بار الکتریکی در طرف راست نوار (و کمبود متناظر بار، با همان علامت در طرف دیگر نوار)، که اثر هال است، مطابق شکل ۱۸-۳۲ (ب)، میدان الکتریکی \vec{E}_H در نوار به وجود می‌آورد. هم‌ارز با این میدان الکتریکی، بین دو طرف نوار اختلاف پتانسیلی ایجاد می‌شود $\Delta V_H = E_H W$ ، که به آن اختلاف پتانسیل هال (یا ولتاژ هال) می‌گوییم. اختلاف پتانسیل ΔV_H را می‌توان با اتصال سیمهای ولت‌سنج به نقطه‌های x و y در شکل ۱۸-۳۲ اندازه گرفت. همان‌طور که در زیر نشان خواهیم داد، علامت ΔV_H علامت حاملهای بار الکتریکی و اندازه ΔV_H چگالی آنها (تعداد حاملها به ازای واحد حجم) را مشخص می‌کند. اگر حاملهای بار، مثلاً، الکترونها باشند مقداری بار منفی اضافی در طرف راست نوار انباشته می‌شود و پتانسیل نقطه y کمتر از پتانسیل نقطه x خواهد شد. ممکن است این نتیجه‌گیری در مورد فلزات واضح به نظر برسد؛ گرچه، باید توجه داشت که کار هال تقریباً ۲۰ سال قبل از کشف الکترون توسط تامسون انجام شده است و در آن زمان سرشت رسانش الکتریکی در فلزات به هیچ وجه روشن نبود.

فرض کنید رسانندگی ماده، به واسطه وجود حاملهای بار با علامت

جدول ۲-۳۲ نتایج مربوط به اثر هال برای مواد انتخابی

ماده	علامت	تعداد حاملهای بار	$n(10^{28}/m^3)$	ΔV_H	به ازای هر اتم الف
Na	—	۲٫۵	۰٫۹۹	—	—
K	—	۱٫۵	۱٫۱	—	—
Cu	—	۱۱	۱٫۳	—	—
Ag	—	۷٫۴	۱٫۳	—	—
Al	—	۲۱	۳٫۵	—	—
Sb	—	۰٫۳۱	۰٫۰۹	—	—
Be	+	۲٫۶	۲٫۲	+	—
Zn	+	۱۹	۲٫۹	+	—
Si (خالص)	—	1.5×10^{-12}	3×10^{-13}	—	—
Si (نمونه نوع n)	—	10^{-7}	2×10^{-8}	—	—

الف) تعداد حاملهای بار به ازای هر اتم براساس تعداد در واحد حجم و چگالی و جرم مولی ماده.

باشد، برای بعضی از فلزها (مثلاً Zn, Be) اختلاف پتانسیل هال نشان می‌دهد که حاملهای بار دارای علامت مثبت‌اند. در این صورت رسانش زیر نفوذ حفره‌ها، یعنی ترازهای انرژی اشغال‌نشده در نوار رسانش، است (فصل ۴۹ را ببینید). حفره‌ها متناظر با جای خالی الکترون‌ها هستند و بنابراین رفتار آنها مانند حاملهای بار مثبت متحرک در ماده است. برای برخی از مواد، به‌ویژه نیمرساناها، ممکن است هم الکترون‌ها و هم حفره‌ها سهم قابل ملاحظه‌ای در رسانندگی الکتریکی داشته باشند و تفسیر ساده اثر هال برحسب رسانش آزاد توسط یک نوع حامل بار کافی نیست. در این مورد باید از محاسبه‌های مفصل‌تر مبتنی بر مکانیک کوانتومی استفاده کنیم.

مسئله نمونه ۳-۳۲ یک نوار مسی به ضخامت $150 \mu m$ در یک میدان مغناطیسی به شدت $B = 0.65 T$ عمود بر صفحه نوار قرار دارد و جریان $i = 23 A$ از نوار می‌گذرد. در عرض نوار چه مقدار اختلاف پتانسیل هال، ΔV_H ، به وجود می‌آید؟ فرض کنید که به ازای هر اتم فقط یک حامل بار داشته باشیم.

حل. در مسئله نمونه ۳-۲۹، تعداد حاملهای بار الکتریکی موجود در واحد حجم مس را با این فرض که هر اتم یک الکترون در اختیار

رسانش می‌گذارد، محاسبه کردیم و دریافتیم که

$$n = 8.49 \times 10^{28} \text{ الکترون بر متر مکعب}$$

و در نتیجه از معادله (۲۱-۳۲) داریم

$$\begin{aligned} \Delta V_H &= \frac{iB}{net} \\ &= \frac{(23 A)(0.65 T)}{(8.49 \times 10^{28} m^{-3})(1.60 \times 10^{-19} C)(150 \times 10^{-6} m)} \\ &= 7.3 \times 10^{-6} V = 7.3 \mu V \end{aligned}$$

این اختلاف پتانسیل، با وجود کوچکی، قابل اندازه‌گیری است.

اثر هال کوانتیده* (اختیاری)

معادله (۲۱-۳۲) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

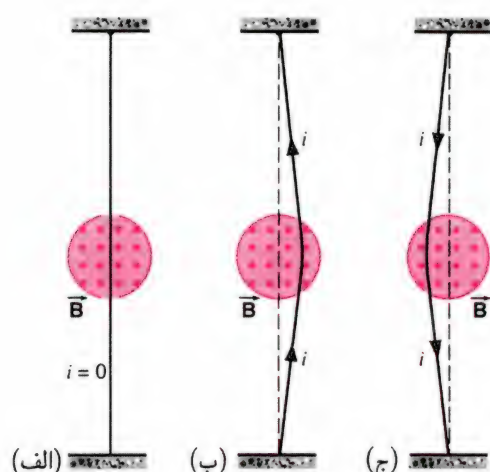
$$\frac{\Delta V_H}{i} = \frac{1}{etn} B \quad (22-32)$$

کمیت طرف چپ معادله دارای بُعد مقاومت است (ولتاژ تقسیم بر جریان)، گرچه این کمیت به مفهوم متعارف مقاومت نیست. این کمیت را معمولاً مقاومت هال می‌نامند. با اندازه‌گیری ولتاژ هال، ΔV_H ، در ماده‌ای که حامل جریان i است می‌توان مقاومت هال را تعیین کرد. طبق معادله (۲۲-۳۲)، انتظار می‌رود مقاومت هال برای یک ماده معین (که در آن n و t ثابت‌اند)، با افزایش میدان مغناطیسی B به صورت خطی افزایش یابد. در این صورت نمودار تغییرات مقاومت هال برحسب میدان B باید خط راست باشد.

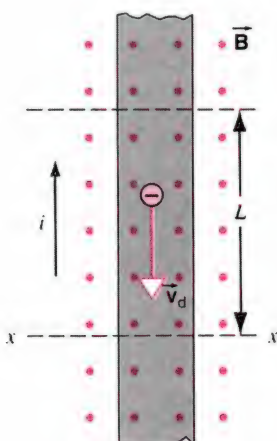
در آزمایشهایی که در سال ۱۹۸۰ انجام شد، فیزیکدان آلمانی کلاؤس فون کلیتسینگ کشف کرد که، در میدانهای مغناطیسی شدید و دماهای کم (در حدود ۱ K) مقاومت هال با میدان به صورت خطی افزایش نمی‌یابد؛ بلکه مطابق شکل ۱۹-۳۲ نمودار تغییرات دارای یک سری «گامهای پله‌ای» است. این اثر به اثر هال کوانتیده شهرت یافت و فون کلیتسینگ به خاطر این کشف در سال ۱۹۸۵ مفتخر به دریافت جایزه نوبل در رشته فیزیک شد.

در توضیح این اثر مسیرهای دایره‌ای دخیل‌اند که میدان مغناطیسی، الکترون‌ها را وادار به چرخش در آنها می‌کند. مکانیک کوانتومی مانع همپوشانی مدارهای الکترونهای اتمهای همجوار می‌شود. با افزایش

* نگاه کنید به مقاله «اثر هال کوانتیده» نوشته برتراند هالپرین. مجله Scientific American آوریل ۱۹۸۶ صفحه ۵۲.



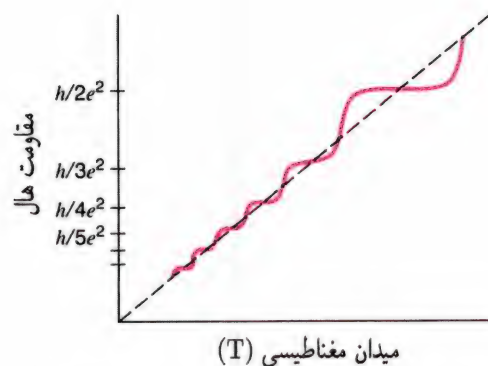
شکل ۳۲-۲۰ سیم انعطاف‌پذیری از بین قطبهای یک آهنربا عبور می‌کند. (الف) در سیم جریانی برقرار نیست. (ب) جریانی در سیم برقرار شده است. (ج) جهت جریان وارون شده است.



شکل ۳۲-۲۱ نمای درشت‌نمایی شده از قطعه‌ای به طول L از سیم شکل ۳۲-۲۰ (ب). جهت جریان به طرف بالاست، که به معنای سوق الکترون‌ها به طرف پایین است. یک میدان مغناطیسی از صفحه شکل به سمت بالا برقرار است و در نتیجه سیم به طرف راست منحرف شده است.

وقتی سیم حامل جریان باشد، منحرف می‌شود (شکل ۳۲-۲۰ (ب))؛ وقتی جهت جریان وارونه شود (شکل ۳۲-۲۰ (ج)) جهت انحراف هم وارونه می‌شود. هرگاه جهت میدان \vec{B} هم وارونه شود جهت انحراف وارونه می‌شود.

برای درک این اثر، تکتک بارهایی را که در سیم جریان دارند در نظر می‌گیریم (شکل ۳۲-۲۱). برای جریان در سیم، از مدل الکترون آزاد (بخش ۲۹-۳) استفاده و فرض می‌کنیم که الکترون‌ها با سرعت ثابتی که همان سرعت سوق \vec{v}_d باشد، در سیم حرکت می‌کنند. جهت واقعی حرکت الکترون‌ها برخلاف جهتی است که به عنوان جهت جریان i در سیم اختیار کرده‌ایم.



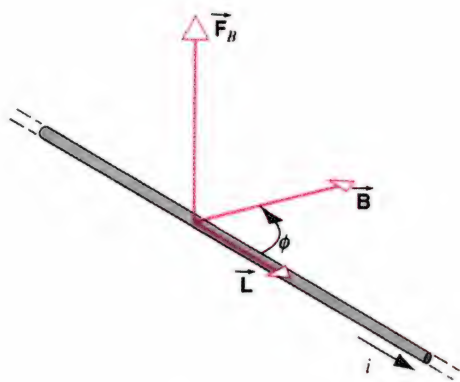
شکل ۳۲-۱۹ اثر هال کوانتیده. خط چین در این نمودار رفتار کلاسیک مورد انتظار را نشان می‌دهد. پلکانها نمایشگر رفتار کوانتومی هستند.

میدان، شعاع مداری کاهش می‌یابد، که باعث می‌شود مدارهای بیشتری در کنار یکدیگر در یک طرف ماده متراکم شوند. چون حرکت مداری الکترون‌ها کوانتیده است (یعنی فقط مدارهای معینی مجازند)، تغییر حرکت مداری به‌طور ناگهانی صورت می‌گیرد، که متناظر با پله‌های شکل ۳۲-۱۹ است. یکای طبیعی مقاومت متناظر با حرکت مداری h/e^2 است، که در این رابطه h ثابت پلانک است و پله‌های شکل ۳۲-۱۹ در مقاومت‌های $h/2e^2$ ، $h/3e^2$ ، $h/4e^2$ و مانند آن پدید می‌آیند.

مقاومت هال کوانتیده h/e^2 ، که اکنون به نام ثابت فون کلیتسینگ نامیده می‌شود، برابر 25812.807572Ω است و با دقتی بیشتر از ۱ جزء در 10^8 شناخته شده است، در نتیجه اثر هال کوانتیده استاندارد جدیدی را برای مقاومت فراهم آورده است. این استاندارد، که می‌توان آن را دقیقاً در آزمایشگاه‌های سراسر جهان تکرار کرد، در سال ۱۹۹۰ به‌عنوان نمایش جدید اهم پذیرفته شد.

۳۲-۵ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

جریان مجموعه‌ای از بارهای متحرک است. چون میدان مغناطیسی به بار متحرک نیروی جانبی وارد می‌کند، پس باید به سیم حامل جریان هم نیروی جانبی وارد کند. یعنی، نیروی جانبی به الکترون‌های رسانش موجود در سیم وارد می‌کند، ولی چون الکترون‌ها مجال گریز جانبی ندارند، در نتیجه نیرو باید به خود سیم انتقال پیدا کند. در شکل ۳۲-۲۰ سیمی را نشان داده‌ایم که از ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی \vec{B} برقرار است عبور می‌کند. وقتی که سیم حامل جریانی نباشد (شکل ۳۲-۲۰ (الف))، هیچ انحرافی در آن مشاهده نمی‌شود.



شکل ۲۲-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر قطعه سیم مستقیمی به طول L که با میدان مغناطیسی زاویه ϕ می‌سازد. این شکل را به دقت با شکل ۵-۳۲ مقایسه کنید.

شرح زیر است (نتیجه را با معادله (۲-۳۲) مقایسه کنید).

$$F_B = iLB \sin \phi \quad (۲۷-۳۲)$$

اگر L به موازات میدان B باشد، آنگاه نیرو برابر صفر است. اگر این قطعه سیم عمود بر جهت میدان باشد، اندازه این نیرو را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$F_B = iLB \quad (۲۸-۳۲)$$

اگر سیم مستقیم نبوده یا میدان یکنواخت نباشد، می‌توانیم سیم را به قطعات کوچکی به طول dL تقسیم کنیم؛ و قطعه‌ها را به قدر کافی کوتاه در نظر بگیریم که تقریباً مستقیم باشند و میدان در آن محدوده یکنواخت باشد. در این صورت نیروی وارد بر هر قطعه‌ای از سیم را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B} \quad (۲۹-۳۲)$$

در این حالت می‌توانیم نیروی وارد بر قطعه سیم به طول L را با انجام انتگرال‌گیری مناسب در کل طول به دست آوریم.

مسئله نمونه ۴-۳۲ یک قطعه سیم مستقیم افقی مسی حامل جریانی به شدت $i = ۲۸ \text{ A}$ است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی لازم برای "معلق ساختن" سیم، یعنی نیروی مغناطیسی که نیروی وزن آن را خنثی کند، کدام است؟ چگالی طولی این سیم ۴۶۶ g/m است. حل. در شکل ۲۳-۳۲ آرایش لازم برای این کار را نشان داده‌ایم.

برای طول L این سیم داریم (معادله (۲۸-۳۲) را ببینید)

$$mg = iLB$$

سیم از ناحیه‌ای می‌گذرد که در آن میدان یکنواخت B برقرار است. نیروی جانبی وارد بر هر الکترون (با بار $-e$)، به علت وجود میدان مغناطیسی عبارت است از $-e\vec{v}_d \times \vec{B}$. می‌خواهیم نیروی جانبی وارد بر قطعه سیمی به طول L را بررسی کنیم. بر هریک از الکترونهای موجود در این قطعه سیم نیروی یکسانی (چه از نظر اندازه و چه از نظر جهت) وارد می‌آید، و بنابراین نیروی کل \vec{F}_B وارد بر قطعه سیم، N برابر نیرویی است که به هر کدام از الکترونها وارد می‌شود:

$$\vec{F}_B = -Ne\vec{v}_d \times \vec{B} \quad (۲۳-۳۲)$$

در این قطعه سیم چند الکترون وجود دارد؟ اگر n چگالی عددی (تعداد بر واحد حجم) الکترونها باشد، در این صورت تعداد کل الکترونهای موجود در این قطعه سیم، یعنی N ، برابر است با nAL ، که در اینجا A مساحت سطح مقطع سیم است. از جانشانی این عبارت در معادله (۲۳-۳۲) می‌رسیم به

$$\vec{F}_B = -nALe\vec{v}_d \times \vec{B} \quad (۲۴-۳۲)$$

معادله (۶-۲۹) این امکان را فراهم می‌آورد که معادله (۲۴-۳۲) را برحسب جریان i بنویسیم. برای حفظ رابطه برداری معادله (۲۴-۳۲)، بردار L را چنان تعریف می‌کنیم که مقدارش برابر با طول قطعه سیم و جهت آن در جهت جریان (برخلاف جهت حرکت الکترونها) باشد. بردارهای \vec{v}_d و L در خلاف جهت یکدیگرند و می‌توانیم رابطه نرده‌ای $nALe\vec{v}_d = iL$ را به صورت برداری

$$-nALe\vec{v}_d = i\vec{L} \quad (۲۵-۳۲)$$

به کار ببریم. با جایگزین کردن معادله (۲۵-۳۲) در معادله (۲۴-۳۲)، عبارتی را برای نیروی وارد بر قطعه سیم به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \quad (۲۶-۳۲)$$

معادله (۲۶-۳۲) شبیه معادله (۳-۳۲) ($\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$) است، به طوری که هر کدام از آنها را می‌توان معادله معرف میدان مغناطیسی در نظر گرفت. شکل ۲۲-۳۲ رابطه برداری بین \vec{F} ، L ، و B را نشان می‌دهد، با مقایسه این شکل با شکل ۵-۳۲، متوجه شباهتهای بین معادله‌های (۲۶-۳۲) و (۳-۳۲) می‌شویم.

اگر میدان در تمامی طول قطعه سیم یکنواخت باشد و جهت جریان با میدان زاویه ϕ را بسازد، در آن صورت اندازه نیروی مغناطیسی به

که جهت این نیروها، که در شکل با پیکانها مشخص شده است، به طرف پایین است. اندازه نیروی dF_B که بر کمانی به طول $dL = R d\theta$ وارد می شود چنین است:

$$dF_B = iB ds = iB(R d\theta)$$

و جهت آن شعاعی و به طرف O ، یعنی مرکز کمان است. توجه کنید که فقط مؤلفه پایین سویی این نیروی جزئی یعنی $(dF_B \sin \theta)$ مؤثر است. مؤلفه افقی یعنی $(dF_B \cos \theta)$ را، یک مؤلفه نیروی افقی در جهت مخالف، که ناشی از قطعه سیم متقارنی در طرف دیگر کمان است، خنثی می کند.

نیروی کل وارد بر قسمت خمیده میانی به سمت پایین است و اندازه آن از عبارت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} F_y &= \int_0^\pi dF_B \sin \theta = \int_0^\pi (iBR d\theta) \sin \theta \\ &= iBR \int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2iBR \end{aligned}$$

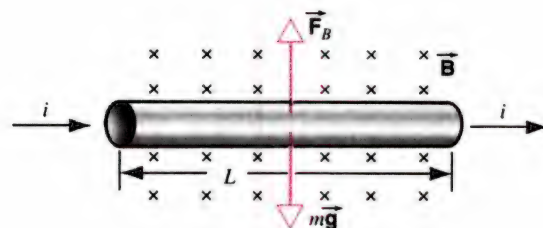
در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر کل قطعه سیم چنین است

$$\begin{aligned} F &= F_x + F_y + F_z = iLB + 2iBR + iLB \\ &= iB(2L + 2R) \end{aligned}$$

همین نیرو بر هر قطعه سیم دیگری که بخش میانی آن، یعنی نماینده شکل ۲۴-۳۲، را با هر شکل دیگری (از جمله خط مستقیم) جایگزین کنیم که دو نقطه a و b را به هم متصل کند، نیز وارد می آید. آیا می توانید خود را متقاعد کنید که این نتیجه گیری درست است؟

۶-۳۲ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

در موتور الکتریکی، حلقه سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار داده شده است. نمونه ساده شده ای از این وسیله را در شکل ۲۵-۳۲ نشان داده ایم، که در آن یک حلقه مستطیل شکل در میدان یکنواخت قرار گرفته است. حلقه می تواند آزادانه حول محور قائم بچرخد. وقتی حلقه چنان قرار گرفته است که میدان در صفحه آن است، نیروهای مغناطیسی وارد بر اضلاع کوتاه مستطیل، بنابر معادله (۲۶-۳۲) صفر است، زیرا در این دو ضلع، \vec{B} با هم موازی اند. در دو ضلع بلندتر مستطیل، نیروها برابری ولی جهت آنها مخالف یکدیگر است، در نتیجه



شکل ۲۳-۳۲ مسئله نمونه ۴-۳۲. قطعه سیمی را می توان در میدان مغناطیسی به حالت "تعلق" در آورد. نیروی مغناطیسی بالاسوی نیروی گرانشی پایین سو را خنثی می کند. در اینجا جهت میدان مغناطیسی به طرف داخل صفحه شکل است.

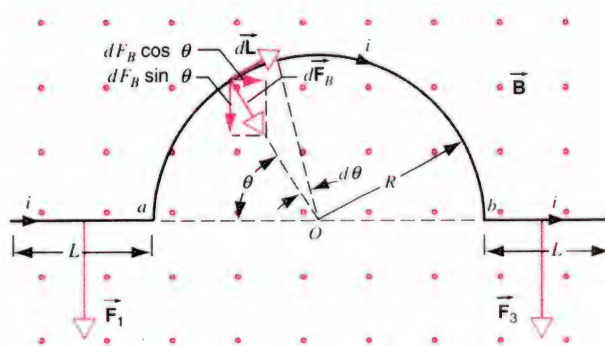
یا

$$\begin{aligned} B &= \frac{(m/L)g}{i} = \frac{(46.6 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(9.8 \text{ m/s}^2)}{2.8 \text{ A}} \\ &= 1.6 \times 10^{-2} \text{ T} = 16 \text{ mT} \end{aligned}$$

که در حدود 400 برابر شدت میدان مغناطیسی زمین است.

مسئله نمونه ۵-۳۲ در شکل ۲۴-۳۲ قطعه سیمی را نشان داده ایم که در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار گرفته است. جهت میدان مغناطیسی به طرف خارج صفحه شکل است. اگر از این قطعه سیم جریان i عبور کند، برآیند نیروی مغناطیسی وارد بر آن چقدر است؟ حل. در اینجا سیم را متشکل از سه بخش در نظر می گیریم — دو بخش خط مستقیم (بخشهای ۱ و ۳) و یک بخش خط خمیده (بخش ۲). بنابر معادله (۲۸-۳۲) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از قسمت های مستقیم سیم برابر است با

$$F_x = F_z = iLB$$



شکل ۲۴-۳۲ مسئله نمونه ۵-۳۲. قطعه سیم حامل جریان i در میدان مغناطیسی قرار گرفته است. برآیند نیروهای وارد بر این سیم پایین سو است.

برای سادگی، تنها خود حلقه را نشان داده‌ایم؛ سیمهایی که جریان را به حلقه وارد یا از آن خارج می‌کنند، در این شکل نشان نداده‌ایم. فرض می‌کنیم که میدان مغناطیسی یکنواخت و در امتداد محور y بوده و محور z در صفحه حلقه قرار داشته باشد. هدف ما یافتن نیروی خالص و گشتاور نیروی خالص وارد بر حلقه است. برای این منظور نیروی وارد بر هر یک از ضلعهای مستطیل را محاسبه می‌کنیم.

در این آرایش، اضلاع ۱ و ۳ عمود بر میدان مغناطیسی‌اند. یعنی، اگر بردار \vec{L} را به صورت برداری که در امتداد جریان قرار دارد تعریف کنیم، آنگاه بردار \vec{L} بر بردار \vec{B} عمود است. در مورد این دو ضلع، می‌توانیم از معادله (۲۸-۳۲) برای تعیین اندازه نیروها استفاده کنیم:

$$F_1 = F_3 = iaB \quad (30-32)$$

چون طول هر کدام از ضلعهای ۱ یا ۳ برابر با a است. این نیروها به موازات محور x شکل ۲۶-۳۲ قرار دارند؛ به این ترتیب که \vec{F}_1 در جهت مثبت x و \vec{F}_3 در جهت منفی x است. زاویه بین ضلع شماره ۲ سیم و میدان \vec{B} برابر $90^\circ + \theta$ است. با استفاده از معادله (۲۷-۳۲)، نیروی وارد بر این ضلع چنین به دست می‌آید:

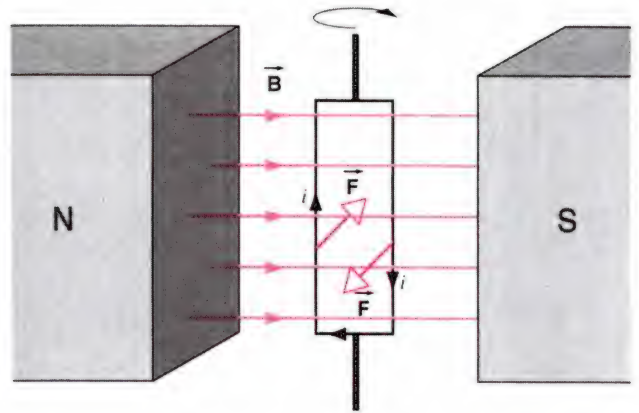
$$F_2 = ibB \sin(\theta + 90^\circ) = ibB \cos \theta \quad (31-32)$$

که در راستای منفی z است. به صورتی مشابه، نیروی وارد بر ضلع ۴ چنین است

$$F_4 = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta \quad (32-32)$$

این نیرو در راستای z مثبت است.

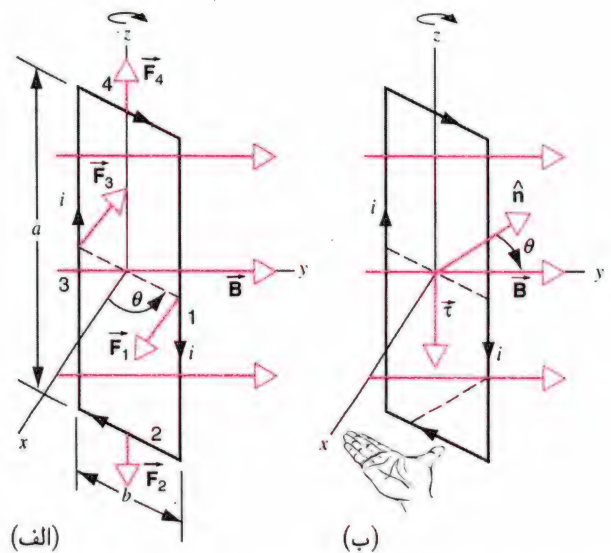
برای اینکه نیروی کل وارد بر حلقه را معین کنیم، نیروهای وارد بر چهار ضلع را با هم جمع می‌کنیم، و در انجام این جمع اندازه و جهت را برای همه نیروها در نظر می‌گیریم. چون نیروهای F_2 و F_4 از نظر اندازه با هم برابر و از لحاظ جهت مخالف یکدیگرند، حاصل جمع آنها صفر است؛ همین نتیجه در مورد نیروهای F_1 و F_3 نیز صادق است. نیروی خالص وارد بر حلقه صفر است، در نتیجه مرکز جرم آن تحت تأثیر نیروی مغناطیسی شتاب نمی‌گیرد. این نتیجه از آن‌رو حاصل می‌شود که میدان یکنواخت است؛ اگر میدان نایکناخت بود، امکان داشت که مقدارهایش در موقعیت جفت ضلعهای ۱ و ۳ یا ۲ و ۴ متفاوت باشد، و نیز امکان داشت که نیروهای وارد بر آن ضلعها از نظر بزرگی برابر نباشند.



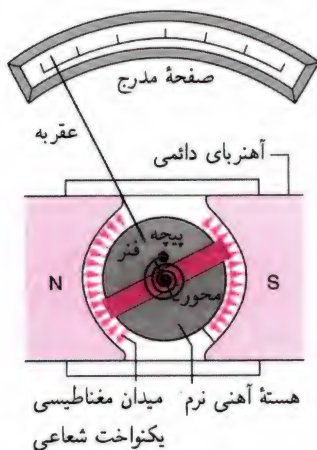
شکل ۲۵-۳۲ نمودار ساده‌شده‌ای از موتور الکتریکی. حلقه حامل جریان الکتریکی است. نیروهای مغناطیسی وارد بر دو ضلع بلندتر حلقه گشتاوری ایجاد می‌کنند که حلقه را در جهت ساعتگرد می‌چرخاند؛ البته اگر از بالا به شکل نگاه کنیم.

برایند نیروی وارد بر حلقه صفر است. ولی، گشتاور نیروی خالصی وجود دارد که می‌خواهد حلقه را، وقتی از بالا نگاه می‌کنیم، حول محورش در جهت ساعتگرد بچرخاند. این مدل ساده نشان می‌دهد که چگونه ترکیب جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی می‌تواند حرکت چرخشی موتور الکتریکی را به وجود آورد. ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی براساس همین اصل کار می‌کنند.

در شکل ۲۶-۳۲، یک حلقه حامل جریان i ، به طول a و عرض b را نشان داده‌ایم. صفحه حلقه با محور x زاویه θ تشکیل می‌دهد.



شکل ۲۶-۳۲ یک حلقه سیم مستطیل شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت. (الف) نیروهای وارد بر چهار ضلع نشان داده شده‌اند. (ب) گشتاور نیروی وارد بر حلقه تمایل دارد حلقه را بچرخاند به طوری که بردار \vec{n} ، که از قاعده دست راست حاصل شده و عمود بر صفحه حلقه است، بچرخد تا هم‌سوی با میدان \vec{B} قرار گیرد.



شکل ۲۷-۳۲ مسئله نمونه ۶-۳۲. قسمت‌های اصلی تشکیل دهنده گالوانومتر. بسته به مدار خارجی، این وسیله می‌تواند به صورت ولت‌سنج یا آمپرسنج عمل کند.

شده است. با جایگزین کردن

$$|\hat{n} \times \vec{B}| = B \sin \theta$$

می‌توانیم، معادله (۳۲-۳۴) را به صورت برداری زیر بنویسیم

$$\vec{\tau} = NiA \hat{n} \times \vec{B} \quad (32-35)$$

مسئله نمونه ۶-۳۲ ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی، که در آنها کمیتهای مورد اندازه‌گیری با انحراف عقربه روی یک صفحه مدرج مشخص می‌شوند، بر مبنای اندازه‌گیری گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان در میدان مغناطیسی کار می‌کنند. شکل ۲۷-۳۲ قسمت‌های اصلی گالوانومتر را نشان می‌دهد که هم آمپرسنجهای قیاسی و هم ولت‌سنجهای قیاسی بر آن اساس کار می‌کنند. طول پیچ ۲٫۱ cm و عرض آن ۱٫۲ cm است؛ پیچ شامل 25° دور است و طوری نصب شده که می‌تواند حول محورش در میدان مغناطیسی یکنواخت شعاعی، با شدت $B = 23 \text{ mT}$ بچرخد. فنی گشتاور نیروی متقابل را فراهم می‌آورد تا گشتاور نیروی مغناطیسی را خنثی کند، و باعث انحراف زاویه‌ای پایا به میزان ϕ می‌شود که با برقراری جریان پایای i در پیچ متناظر است. اگر جریان $10^\circ \mu\text{A}$ سبب ایجاد انحراف زاویه‌ای 28° (مساوی 49 rad) شود، ثابت پیچشی فنی، κ ، چقدر است؟ حل. از برابر قرار دادن گشتاور نیروی مغناطیسی (معادله ۳۲-۳۴) با گشتاور نیروی بازگرداننده فنی، یعنی $\kappa\phi$ ، نتیجه می‌گیریم

$$\tau = NiAB \sin \theta = \kappa\phi$$

گرچه نیروی خالص وارد بر این حلقه صفر است، گشتاور نیروی خالص وارد بر آن غیر صفر است. نیروهای F_2 و F_4 هر دو در امتداد محور z قرار دارند و بنابراین خط اثرشان یکی است؛ و از آن‌رو در ایجاد گشتاور نیروی خالص مشارکت ندارند. ولی، نیروهای F_1 و F_3 دارای خط اثر مشترک نیستند؛ و همان‌طور که در شکل ۲۶-۳۲ مشاهده می‌شود، چنانچه از بالا نگاه کنیم این نیروها تمایل به چرخاندن حلقه در جهت ساعتگرد حول محور z دارند. نیروهای F_1 و F_3 نسبت به محور z ، دارای بازوی گشتاور $(b/2) \sin \theta$ هستند و در نتیجه اندازه گشتاور نیروی کل برابر است با

$$\tau = 2(iaB)(b/2) \sin \theta \quad (32-33)$$

که در اینجا ضریب ۲ به این دلیل وارد می‌شود که هر دو نیرو سهم یکسانی در گشتاور نیرو دارند.

گشتاور نیرو وقتی بیشینه مقدارش را دارد که حلقه چنان قرار گرفته باشد که میدان مغناطیسی در داخل صفحه حلقه واقع باشد (یعنی به ازای $\theta = 90^\circ$). وقتی میدان عمود بر صفحه حلقه باشد (یعنی به ازای $\theta = 0^\circ$) گشتاور نیروی کل وارد بر حلقه برابر صفر است.

اگر حلقه، پیچ‌های متشکل از N دور باشد (شبه آنچه ممکن است در موتور یا گالوانومتر یافت شود)، معادله (۳۲-۳۳) گشتاور نیروی وارد بر هر دور از سیم پیچ را به دست می‌دهد و گشتاور نیروی کل وارد بر پیچ برابر است با

$$\tau = NiAB \sin \theta \quad (32-34)$$

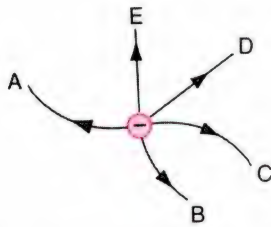
که در معادله اخیر مساحت حلقه مستطیل شکل، یعنی A ، را جایگزین حاصلضرب ab کرده‌ایم. می‌توان نشان داد که معادله (۳۲-۳۴) در حالت کلی، برای تمام حلقه‌های تخت با مساحت A برقرار است، اعم از اینکه مستطیل شکل باشند یا نباشند.

شکل ۲۶-۳۲ (ب) روش دیگری برای تشریح گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان ارائه می‌دهد. با استفاده از قاعده دست راست، بردار یکه \hat{n} را عمود بر صفحه حلقه تعریف می‌کنیم. جهت بردار یکه \hat{n} را به این ترتیب تعریف می‌کنیم که اگر انگشتان دست راستمان را در جهت جریان قرار دهیم، شست دست راستمان جهت بردار \hat{n} را مشخص می‌کند. گشتاور نیرو حلقه را چنان می‌چرخاند که \hat{n} هم‌راستای با \vec{B} قرار بگیرد. گشتاور نیرویی، که در شکل ۲۶-۳۲ (ب) در جهت منفی z قرار دارد، در راستایی است که با حاصلضرب برداری $\hat{n} \times \vec{B}$ تعیین

(ج) q_2 می‌تواند مثبت باشد، ولی باید مقدارش برابر با q_1 باشد.

(د) q_2 می‌تواند هر باری باشد.

۳. الکترونی از حالت سکون در ناحیه‌ای از فضا رها شده است که در آنجا میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به سمت بالای صفحه و میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} در راستای عمود بر صفحه و به سمت خارج از صفحه وجود دارند. کدام یک از مسیرهای نشان داده شده در شکل ۲۸-۳۲ به بهترین وجه مسیر حرکت الکترون را پس از رهاشدن نمایش می‌دهد؟



شکل ۲۸-۳۲ پرسش چندگزینه‌ای ۳.

۴. کدام یک از خاصیت‌های پروتون به هنگام حرکت آزادانه در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ممکن است تغییر کند؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد.)

- (الف) جرم (ب) اندازه سرعت (ج) بردار سرعت
(د) تکانه (ه) انرژی جنبشی

۵. کدام یک از خاصیت‌های پروتون به هنگام حرکت آزادانه در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} ممکن است تغییر کند؟ (ممکن است بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد.)

- (الف) جرم (ب) اندازه سرعت (ج) بردار سرعت
(د) تکانه (ه) انرژی جنبشی

۶. کدام یک از خاصیت‌های پروتون به هنگام حرکت آزادانه در میدان مغناطیسی نایک‌نواخت \vec{B} ممکن است تغییر کند؟ (ممکن است بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد.)

- (الف) جرم (ب) اندازه سرعت (ج) بردار سرعت
(د) تکانه (ه) انرژی جنبشی

۷. آیا میدان مغناطیسی ایستا می‌تواند روی یک ذره باردار کار مثبت انجام دهد؟

- (الف) آری (ب) آری، ولی فقط اگر بار ذره مثبت باشد.
(ج) آری، ولی فقط اگر ذره دارای سرعت اولیه باشد. (د) خیر
۸. ناحیه‌ای از فضا دارای میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به سمت پایین و میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به سمت شرق است. در اینجا

که در آن، ϕ انحراف زاویه‌ای عقربه است و A (مساوی $2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2$) مساحت پیچه، توجه کنید که در اینجا عمود بر صفحه پیچه (یعنی، عقربه) همواره بر میدان مغناطیسی (شعاعی) عمود است به طوری که برای همه وضعیت‌های عقربه $\theta = 90^\circ$ است. معادله بالا را برای κ حل می‌کنیم و می‌رسیم به

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{N i A B \sin \theta}{\phi} \\ &= \frac{(250)(100 \times 10^{-6} \text{ A})(2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(0.23 \text{ T})(\sin 90^\circ)}{0.49 \text{ rad}} \\ &= 3.0 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m/rad}\end{aligned}$$

آمپرسنجه‌ها و ولت‌سنجه‌های جدید دیجیتال و از نوع قرائت مستقیم هستند و طوری کار می‌کنند که پیچه متحرک در آنها نقشی ندارد.

چندگزینه‌ای

۱-۳۲ برهم‌کنش‌های مغناطیسی و قطب‌های مغناطیسی

۲-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک

۱. از سه بردار موجود در معادله $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ ، کدام جفت بردار(ها) همواره بر همدیگر عمودند؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد.)

- (الف) \vec{F}_B و \vec{v} (ب) \vec{v} و \vec{B} (ج) \vec{F}_B و \vec{B}

(د) هیچ‌کدام (ه) هر سه جفت باید بر هم عمود باشند.

۲. بار منفی q_1 با سرعت ثابت \vec{v} در ناحیه‌ای حرکت می‌کند که هم میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} و هم میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} وجود دارد.

(۱) از سه بردار \vec{v} ، \vec{E} و \vec{B} ، کدام جفت(ها) باید بر هم عمود باشند؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد.)

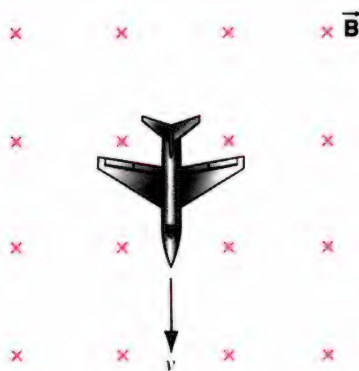
- (الف) \vec{E} و \vec{v} (ب) \vec{v} و \vec{B} (ج) \vec{E} و \vec{B} (د) هیچ‌کدام
(ه) هر سه جفت باید بر هم عمود باشند.

(۲) بار منفی با بار دیگر q_2 جایگزین شده است که در آغاز با همان سرعت حرکت می‌کند. تحت چه شرایطی بار دوم نیز با سرعت ثابت حرکت خواهد کرد؟

- (الف) q_2 باید یکسان با q_1 باشد.
(ب) q_2 باید منفی باشد، ولی می‌تواند هر مقداری را داشته باشد.

(۲) اکنون هواپیما برمی‌گردد و به سمت بالای صفحه کاغذ "پرواز" می‌کند. می‌توانید بگویید کدام بار دارای بار منفی می‌شود؟

- (الف) بال سمت چپ (ب) بال سمت راست
(ج) هیچ‌کدام از بالها باردار نمی‌شود.
(د) پاسخ این مسئله بستگی دارد به اینکه علامت حاملهای بار در داخل هواپیما چه باشد.



شکل ۲۹-۳۲ پرسش چندگزینه‌ای ۱۱.

۵-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

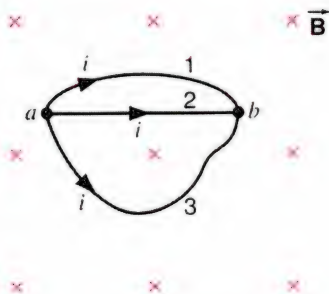
۱۲. در شکل ۳۰-۳۲ چند قطعه سیم را نشان داده‌ایم که حامل جریانهای مساوی از a به b هستند. این سیمها در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار گرفته‌اند که جهت آن به سمت داخل صفحه شکل

است. به کدام قطعه سیم بیشترین نیرو وارد می‌شود؟

- (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳

(د) تمام قطعه سیمها، نیروی خالص یکسانی را تحمل می‌کنند.

(ه) پاسخ به جهت میدان مغناطیسی وابسته است.



شکل ۳۰-۳۲ پرسشهای چندگزینه‌ای ۱۲ و ۱۳.

۱۳. پرسش چندگزینه‌ای ۱۲ را تکرار کنید، فقط فرض کنید که میدان مغناطیسی یکنواخت می‌تواند در هر راستایی اثر کند.

- (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳

گرانش قابل چشم‌پوشی است. الکترونی با سرعت ثابت \vec{v}_1 در این دو میدان حرکت می‌کند.

(۱) الکترون در چه جهتی حرکت خواهد کرد؟ (ممکن است بیش

از یک جواب صحیح وجود داشته باشد).

- (الف) شمال (ب) جنوب (ج) بالا (د) پایین

(۲) الکترون دومی که در آغاز در همان جهت الکترون اول

در حرکت است، ولی سرعتش اندکی کمتر است یعنی

$v_2 < v_1$ به این ناحیه وارد می‌شود. جهت نیروی خالص

وارد بر الکترون دوم کدام است؟

- (الف) شمال (ب) جنوب (ج) بالا (د) پایین

۳-۳۲ بارهای چرخنده

۹. الکترونی با سرعت $c \gg v$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت

در دایره‌ای به شعاع r_0 حرکت می‌کند. زمان لازم برای پیمایش یک

دور کامل دایره برابر T_0 است. اکنون سرعت الکترون را دو برابر می‌کنیم

و به $2v_0$ می‌رسانیم.

(۱) شعاع دایره چرخش الکترون به مقدار زیر تغییر می‌کند:

- (الف) $4r_0$ (ب) $2r_0$ (ج) r_0 (د) $r_0/2$

(۲) زمان لازم برای اینکه الکترون یک دور کامل دایره را بپیماید

به مقدار زیر تغییر می‌کند:

- (الف) $4T_0$ (ب) $2T_0$ (ج) T_0 (د) $T_0/2$

۱۰. حرکت بار را در شکل ۱۷-۳۲ مورد توجه و دقت قرار دهید.

میدان مغناطیسی را توصیف کنید.

(الف) میدان در نزدیکی مرکز قوی‌ترین موقعیت را دارد.

(ب) میدان در نزدیکی مرکز ضعیف‌ترین موقعیت را دارد.

(ج) برای حل این مسئله اطلاعات کافی در اختیار نداریم.

۴-۳۲ اثر هال

۱۱. میدان مغناطیسی شکل ۲۹-۳۲ به طرف داخل صفحه کاغذ است.

یک هواپیمای کوچک فلزی به طرف پایین صفحه کاغذ حرکت می‌کند.

(۱) از نظر خلبان، کدام بال به هنگام حرکت دارای بار منفی

می‌شود؟

- (الف) بال سمت چپ (ب) بال سمت راست

(ج) هیچ‌کدام از بالها باردار نمی‌شود.

(د) پاسخ این مسئله بستگی دارد به اینکه علامت حاملهای بار در

داخل هواپیما چه باشد.

(د) تمام قطعه سیمها، نیروی خالص یکسانی را تحمل می‌کنند.
(ه) پاسخ به جهت میدان مغناطیسی وابسته است.

۳۲-۶ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

۱۴. آیا معادله (۳۲-۳۵) برای سیم تک حلقه‌ای به هر شکل دیگری غیر از مربع مستطیل معتبر است؟
(الف) برای هر شکلی که نزدیک به مستطیل باشد، این معادله یک تقریب منطقی است.

(ب) برای هر شکلی که در یک صفحه تخت قرار گیرد، این معادله یک تقریب منطقی است.

(ج) این معادله برای هر شکلی که دارای تقارن کافی باشد، مانند مثلثهای متساوی الاضلاع یا دایره‌ها، معتبر است.

(د) این معادله برای تمام شکلهایی که در یک صفحه تخت قرار گیرند معتبر است.

۱۵. حلقه سیم نشان داده شده در شکل ۳۱-۳۲ حامل جریان ساعتگرد i است. جهت میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به طرف راست است.

(۱) جهت نیروی خالص وارد بر این حلقه جریان کدام است؟

(الف) به طرف داخل صفحه شکل

(ب) به طرف خارج از صفحه شکل

(ج) به طرف بالای صفحه شکل

(د) به طرف پایین صفحه شکل

(ه) نیروی خالص وارد بر حلقه برابر صفر است.

(۲) جهت گشتاور نیروی وارد بر حلقه کدام است؟

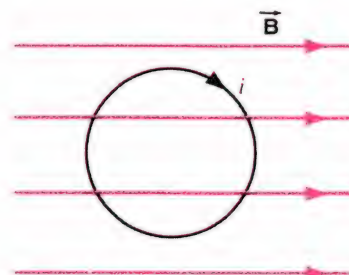
(الف) به طرف داخل صفحه شکل

(ب) به طرف خارج از صفحه شکل

(ج) به طرف بالای صفحه شکل

(د) به طرف پایین صفحه شکل

(ه) گشتاور نیروی خالص وارد بر حلقه برابر صفر است.



شکل ۳۱-۳۲ پرسش چندگزینه‌ای ۱۵.

۱۶. پرسش چندگزینه‌ای ۱۵ را تکرار کنید، اما اکنون فرض کنید که میدان یکنواخت نیست؛ میدان در قسمت بالای شکل قوی‌تر از قسمت پایین شکل است.

(۱) جهت نیروی خالص وارد بر این حلقه جریان کدام است؟

(الف) به طرف داخل صفحه شکل

(ب) به طرف خارج از صفحه شکل

(ج) به طرف بالای صفحه شکل

(د) به طرف پایین صفحه شکل

(ه) نیروی خالص وارد بر حلقه برابر صفر است.

(۲) جهت گشتاور نیروی وارد بر حلقه کدام است؟

(الف) به طرف داخل صفحه شکل

(ب) به طرف خارج از صفحه شکل

(ج) به طرف بالای صفحه شکل

(د) به طرف پایین صفحه شکل

(ه) گشتاور نیروی خالص وارد بر حلقه برابر صفر است.

پرسشها

۱. چرا جهت میدان مغناطیسی \vec{B} را همان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در نظر نمی‌گیریم؟

۲. فرض کنید در اتاقی نشسته و به دیواری تکیه داده‌اید و باریکه‌ای الکترونی که به‌طور افقی از دیوار عقبی به دیوار جلویی در حرکت است به طرف راست شما منحرف می‌شود. جهت میدان مغناطیسی یکنواخت موجود در این اتاق کدام است؟

۳. چگونه می‌توان این ادعا را که نیروهای بین دو مغناطیس به‌طور ماهوی الکتروستاتیکی هستند رد کرد؟

۴. اگر الکترونی در گذر از ناحیه معینی از فضا منحرف نشود، آیا می‌توان اطمینان یافت که در آن ناحیه میدان مغناطیسی وجود ندارد؟

۵. اگر الکترون متحرکی در عبور از ناحیه معینی از فضا منحرف شود، آیا می‌توان مطمئن بود که در آن ناحیه میدان مغناطیسی وجود دارد؟

۶. باریکه‌ای از الکترون‌ها را می‌توان با میدان الکتریکی یا مغناطیسی منحرف کرد. آیا یکی از این دو روش بر دیگری برتری دارد؟ آیا یکی از این دو روش از دیگری آسان‌تر است؟

۷. میدانهای الکتریکی را می‌توان با نقشه سطوح هم‌پتانسیل نمایش داد. آیا می‌توان همین کار را برای میدانهای مغناطیسی هم انجام داد؟ درباره پاسخ خود توضیح دهید.

۱۴. فرض کنید در یک میدان مغناطیسی معین، یک پروتون و یک الکترون با سرعت یکسان حرکت می‌کنند. بسامد چرخش کدام یک از این دو ذره بیشتر است؟ آثار نسبیتی را در نظر بگیرید.

۱۵. کدام واقعیت اساسی کار سیکلوترون معمولی را میسر می‌سازد؟ از ملاحظه‌های نسبیتی چشم‌پوشید.

۱۶. یک سیم مسی بدون روکش از یک دیوار اتاق وارد و پس از پیمودن عرض اتاق از دیوار مقابل خارج می‌شود. گفته‌اند که در سیم جریان پایایی برقرار است. چگونه می‌توانید جهت آن را معین کنید؟ هر چند راهی که به نظرتان می‌رسد بیان کنید. از هر ابزار مناسبی که بخواهید می‌توانید استفاده کنید ولی مجاز به قطع کردن سیم نیستید.

۱۷. امکان استفاده از اثر هال برای اندازه‌گیری شدت B میدان مغناطیسی را بررسی کنید.

۱۸. (الف) در اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل هال، چرا باید دقت کرد که نقطه‌های x و y در شکل ۳۲-۱۸ درست مقابل یکدیگر باشند؟ (ب) اگر یکی از این دو نقطه اتصال متحرک باشد، چه روالی را باید دنبال کرد تا اطمینان یافت نقطه‌ها در محل مناسب قرار گرفته‌اند؟

۱۹. در بخش ۳۲-۵، گفتیم که میدان مغناطیسی \vec{B} بر الکترونهای رسانش موجود در، مثلاً، یک سیم مسی حامل جریان i نیروی جانبی وارد می‌کند. همچنین تلوياً فرض کردیم که همین نیرو بر خود رسانا هم وارد می‌شود. آیا در این استدلال مرحله‌های گم شده‌ای وجود دارد؟ اگر چنین است، آنها را مطرح کنید.

۲۰. یک سیم مسی مستقیم حامل جریان i ، در میدان مغناطیسی \vec{B} عمود بر راستای سیم قرار دارد. می‌دانیم که \vec{B} یک نیروی جانبی بر الکترونهای آزاد (یا رسانش) موجود در سیم وارد می‌کند. آیا میدان \vec{B} بر الکترونهای مقید هم نیرو وارد می‌کند؟ به هر حال، الکترونهای مقید هم ساکن نیستند. در این مورد توضیح دهید.

۲۱. آیا معادله (۳۲-۲۶)، $(\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B})$ برای سیم مستقیمی که سطح مقطع آن به‌طور نامنظم در امتداد طولش تغییر می‌کند معتبر است؟

۲۲. به هر جریانی در میدان مغناطیسی نیرویی وارد می‌شود. بنابراین باید بتوان مایعات رسانا را با فرستادن جریانی (در راستای مناسب) در آنها و عبور از میدان مغناطیسی تلمبه کرد. چنین تلمبه‌ای را طراحی کنید. از این اصل در تلمبه کردن سدیم مایع (رسانای به شدت خورنده) در برخی از رآکتورهای هسته‌ای استفاده می‌کنند. در این رآکتورها از این مایع به‌عنوان خنک‌کننده استفاده می‌شود. مزایای این تلمبه کدام است؟

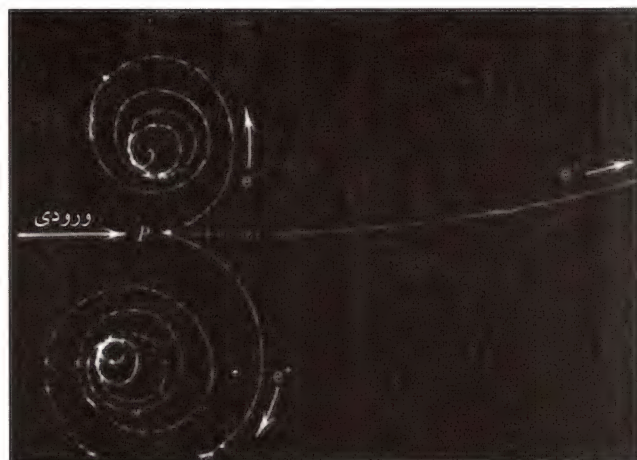
۸. آیا نیروی مغناطیسی پایستار است یا ناپایستار؟ پاسخ خود را توجیه کنید. آیا می‌توان یک انرژی پتانسیل مغناطیسی همانند انرژی پتانسیل الکتریکی و گرانشی تعریف کرد؟

۹. یک ذره باردار از یک میدان مغناطیسی می‌گذرد و منحرف می‌شود. این انحراف به معنای آن است که نیرویی بر این ذره وارد شده و تکانه آن را تغییر داده است. هر جا نیروی کششی هست باید نیروی واکنشی هم وجود داشته باشد. این نیروی واکنش بر چه جسمی وارد می‌شود؟

۱۰. در آزمایش تامسون، انحرافهای ناشی از میدانهای گرانشی و مغناطیسی زمین را نادیده گرفتیم. با این کار چه خطاهایی مرتکب شده‌ایم؟

۱۱. فرض کنید در اتاقی نشسته‌اید که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت قائم پایین‌سو وجود دارد. ناگهان در مرکز اتاق دو الکترون با سرعتهای اولیه مساوی ولی در جهتهای مخالف به‌صورت افقی پرتاب می‌شوند. (الف) حرکت این الکترونها را توصیف کنید. (ب) در صورتی که یکی از این ذرات الکترون و دیگری پوزیترون، یعنی الکترونی با بار الکتریکی مثبت، باشد حرکت آنها را توصیف کنید. (سرعت الکترونها بر اثر برخورد با مولکولهای هوای اتاق به‌تدریج کم می‌شود).

۱۲. در شکل ۳۲-۳۲ مسیر حرکت دو الکترون (e^-) و یک پوزیترون (e^+) را در یک اتاقک حباب نشان داده‌ایم. یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه شکل در اتاقک وجود دارد. چرا مسیرها مارپیچی هستند نه دایره‌ای؟ با توجه به مسیر ذرات، درباره آنها چه اظهارنظری می‌توان کرد؟ جهت میدان مغناطیسی کدام است؟



شکل ۳۲-۳۲ پرسش ۱۲.

۱۳. نقش اصلی (الف) میدان الکتریکی و (ب) میدان مغناطیسی در سیکلوترون چیست؟

۲. الکترونی در لامپ تصویر تلویزیونی با سرعت $۷.۲ \times 10^6 \text{ m/s}$ در میدان مغناطیسی با شدت ۸۳ mT حرکت می‌کند. (الف) بدون دانستن جهت میدان، اندازهٔ بیشترین و کمترین نیرویی که به علت وجود میدان مغناطیسی به الکترون وارد می‌شود چقدر است؟ (ب) در نقطه‌ای شتاب الکترون $۱۰^{۱۶} \text{ m/s}^2 \times ۴.۹$ است. در این نقطه زاویهٔ بین سرعت الکترون و میدان مغناطیسی چقدر است؟

۳. یک میدان الکتریکی به شدت ۱.۵ kV/m و یک میدان مغناطیسی به شدت ۴.۴ T بر الکترون متحرکی اعمال می‌شوند ولی نیرویی بر آن وارد نمی‌کنند. (الف) کمینهٔ سرعت الکترون، v ، را محاسبه کنید. (ب) بردارهای \vec{E} ، \vec{B} ، و \vec{v} را ترسیم کنید.

۴. پروتونی با زاویهٔ ۲۳° نسبت به میدان مغناطیسی به شدت ۲.۶۳ mT حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی $۶.۴۸ \times 10^{-17} \text{ N}$ به آن وارد می‌شود. (الف) سرعت و (ب) انرژی جنبشی پروتون را بر حسب eV محاسبه کنید.

۵. یک پروتون پرتو کیهانی با سرعت قائم $۱۰^۷ \text{ m/s} \times ۲.۸$ در نزدیکی استوا به زمین برخورد می‌کند. فرض کنید که مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی زمین در استوا برابر $۳۰ \mu\text{T}$ باشد. نسبت نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون را به نیروی گرانشی وارد بر آن محاسبه کنید.

۶. الکترونی را با اختلاف پتانسیل ۱.۰ kV شتاب می‌دهیم و آن را به ناحیهٔ بین دو صفحهٔ موازی که در فاصلهٔ ۲۰ mm از هم قرار گرفته‌اند و اختلاف پتانسیل ۱۰۰ V بین آنها برقرار است پرتاب می‌کنیم. اگر الکترون عمود بر میدان الکتریکی بین دو صفحه به آن ناحیه وارد شود، چه میدان مغناطیسی عمود بر مسیر الکترون و عمود بر میدان الکتریکی باید در آنجا برقرار شود تا الکترون در خط راست به حرکتش ادامه دهد؟

۷. میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} بر میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} عمود است. به پروتونی که با سرعت \vec{v}_p ، که به هر دو میدان عمود است، حرکت می‌کند، هیچ نیروی خالصی وارد نمی‌شود. به الکترونی هم که با سرعت \vec{v}_e حرکت می‌کند هیچ نیرویی وارد نمی‌شود. نشان دهید که نسبت انرژی جنبشی پروتون به انرژی جنبشی الکترون برابر m_p/m_e است.

۸. یک چشمهٔ یونی یونهای ${}^6\text{Li}$ (به جرم ۱.۰۶ u) تولید می‌کند که هر یک حامل بار $+e$ هستند. یونها در اختلاف پتانسیل ۱.۰۸ kV شتاب می‌گیرند و به صورت افقی از ناحیه‌ای می‌گذرند که در آنجا میدان مغناطیسی قائم $B = ۱.۲۲ \text{ T}$ برقرار است. چه میدان الکتریکی افقی باید در آن ناحیه برقرار شود تا یونهای ${}^6\text{Li}$ بدون انحراف از آنجا بگذرند؟

۲۳. یک میدان مغناطیسی یکنواخت ناحیهٔ مکعب‌شکل معینی از فضا را اشغال کرده است. آیا می‌توان الکترونی را از خارج طوری به داخل این مکعب شلیک کرد که در داخل مکعب در یک مسیر دایره‌ای بسته حرکت کند؟

۲۴. یک رسانا، گرچه حامل جریانی است، ولی بار خالص آن صفر است. پس چرا میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد می‌کند؟

۲۵. یک حلقهٔ جریان مستطیل‌شکل، سمتگیری دلخواهی در میدان مغناطیسی خارجی دارد. برای چرخاندن این حلقهٔ جریان، حول محوری عمود بر صفحهٔ خودش، چقدر کار باید انجام داد؟

۲۶. معادلهٔ (۳۲-۳۵) نشان می‌دهد که بر حلقهٔ جریانی که در میدان مغناطیسی خارجی قرار گرفته در صورتی که زاویهٔ بین محور حلقه و جهت میدان (الف) صفر درجه یا (ب) ۱۸۰° باشد، هیچ گشتاور نیرویی وارد نمی‌شود. دربارهٔ سرشت ترازمندی حلقه (یعنی اینکه پایدار، خنثی، یا ناپایدار است) در این دو موقعیت بحث کنید.

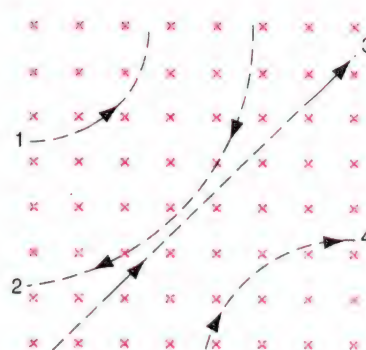
۲۷. فرض کنید در سرتاسر اتاقی که در آن نشسته‌اید میدان مغناطیسی یکنواخت قائم بالاسویی وجود دارد. یک حلقه سیم دایره‌ای که صفحهٔ آن افقی است در این میدان قرار دارد. اگر از بالا به این حلقه نگاه کنیم، برای کدام جهت جریان در این حلقه، حلقه نسبت به نیروها و گشتاور نیروهای با منشأ مغناطیسی در حالت تعادل پایدار است؟

تمرینها

۱-۳۲ برهم‌کنشهای مغناطیسی و قطبهای مغناطیسی

۲-۳۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک

۱. چهار ذره در عبور از یک میدان مغناطیسی مسیرهای نشان داده‌شده در شکل ۳۲-۳۳ را می‌پیمایند. از این مسیرها چه نتیجه‌ای در مورد بار ذره‌ها می‌توان گرفت؟



شکل ۳۳-۳۲ تمرین ۱

۳-۳۲ بارهای چرخنده

۹. (الف) در یک میدان مغناطیسی به شدت $B = 0.5 \text{ T}$ ، شعاع مسیری که الکترون با سرعت $v = 0.1c$ سرعت سیر نور می‌پیماید چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی این الکترون برحسب eV چقدر است؟ آثار کوچک نسبیتی را نادیده بگیرید.

۱۰. الکترونی با انرژی جنبشی 1.22 keV در صفحه‌ای عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌چرخد. شعاع مدار این الکترون 24.7 cm است. (الف) سرعت الکترون، (ب) شدت میدان مغناطیسی، (ج) بسامد چرخش، و (د) دوره تناوب حرکت را محاسبه کنید.

۱۱. الکترونی در اختلاف پتانسیل 350 V از حالت سکون شتاب می‌گیرد. این الکترون پس از شتاب‌گیری با سرعت عمود بر میدان وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت 20 mT می‌شود. (الف) سرعت الکترون و (ب) شعاع مسیر حرکت الکترون را در میدان مغناطیسی محاسبه کنید.

۱۲. س. ا. گوداسمیت روشی برای اندازه‌گیری دقیق جرم یونهای سنگین ابداع کرد. او این کار را با اندازه‌گیری دوره چرخش این یونها در یک میدان مغناطیسی مشخص انجام داد. یک یون تک‌بار ید در مدت 1.29 ms در میدانی به شدت 45 mT تعداد 700 دور کامل را می‌پیماید. جرم این یون را برحسب یکای جرم اتمی محاسبه کنید. در واقع، اندازه‌گیریهای جرم با دقتی بسیار بالاتر از آنچه این داده‌های تقریبی ارائه می‌دهند انجام شده است.

۱۳. ذره آلفای $(q = +2e \text{ و } m = 4u)$ در یک میدان مغناطیسی به شدت $B = 1.2 \text{ T}$ مسیری دایره‌ای به شعاع 4.5 cm را می‌پیماید. (الف) سرعت، (ب) دوره چرخش، (ج) انرژی جنبشی برحسب eV، و (د) اختلاف پتانسیلی را که ذره باید در آن شتاب بگیرد تا به این انرژی برسد محاسبه کنید.

۱۴. فیزیکدانی برای شتاب‌دادن پروتونها تا سرعت $0.1c$ ، سیکلوترونی را طراحی می‌کند. آهنربای مورد استفاده میدانی به شدت 40 T تولید می‌کند. (الف) شعاع سیکلوترون و (ب) بسامد نوسانگر متناظر با آن را محاسبه کنید. ملاحظه‌های نسبیتی در اینجا اهمیت ندارند.

۱۵. در یک آزمایش هسته‌ای، پروتونی با انرژی جنبشی K_p در میدان مغناطیسی یکنواخت در مسیری دایره‌ای حرکت می‌کند. انرژی جنبشی (الف) یک ذره آلفا و (ب) یک پروتون برای اینکه در همان مدار بچرخند باید چقدر باشد؟ (برای دوترون $q = +e \text{ و } m = 2u$ ؛ برای ذره آلفا $q = +2e \text{ و } m = 4u$ است).

۱۶. یک پروتون، یک دوترون، و یک ذره آلفا که در اختلاف پتانسیل یکسان ΔV شتاب گرفته‌اند، وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} وجود دارد و ذره‌ها عمود بر میدان حرکت می‌کنند. (الف) انرژی جنبشی این ذره‌ها را محاسبه کنید. اگر شعاع مدار دایره‌ای مربوط به پروتون برابر r_p باشد، شعاع مدارهای مربوط به (ب) دوترون و (ج) ذره آلفا برحسب r_p چقدر است؟

۱۷. یک پروتون، یک دوترون، و یک ذره آلفا با انرژی جنبشی یکسان وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا میدان مغناطیسی \vec{B} برقرار است و ذره‌ها عمود بر میدان حرکت می‌کنند. پروتون دایره‌ای به شعاع r_p را می‌پیماید. شعاع مدارهای مربوط به (الف) دوترون و (ب) ذره آلفا برحسب r_p چقدر است؟

۱۸. دوترونی در میدان مغناطیسی یک سیکلوترون در مداری به شعاع 5 cm می‌چرخد. به علت برخورد خراشان با یک هدف، دوترون با از دست دادن مقدار ناچیزی از انرژی جنبشی به یک پروتون و یک نوترون وامی‌باشد. حرکت هر یک از این اجزا را پس از به وجود آمدن بررسی کنید. فرض کنید که به هنگام واپاشی، انرژی دوترون به تساوی بین پروتون و نوترون تقسیم شود.

۱۹. (الف) برای اینکه یک پروتون در استوا زمین را دور بزند به چه سرعتی نیاز دارد؟ فرض کنید که در استوا میدان مغناطیسی زمین در همه جا افقی و در امتداد نصف‌النهارها باشد. آثار نسبیتی را هم باید در نظر بگیرید. فرض کنید که شدت میدان مغناطیسی زمین در استوا برابر $41 \mu\text{T}$ است. (ب) بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی متناظر با این وضعیت را رسم کنید.

۲۰. شعاع مسیر الکترونی را که با انرژی 1 MeV عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت 20 T حرکت می‌کند محاسبه کنید. در این محاسبه از فرمولهای (الف) کلاسیک و (ب) نسبیتی استفاده کنید. دوره تناوب واقعی این حرکت دورانی را محاسبه کنید. آیا این نتیجه مستقل از سرعت الکترون است؟

۲۱. اندازه‌گیریهای مربوط به یونیدگی نشان می‌دهد که یک ذره هسته‌ای خاص حامل دو بار $(2e)$ الکتریکی است و با سرعت $0.71c$ حرکت می‌کند. این ذره مسیری دایره‌ای به شعاع 4.72 m را در یک میدان مغناطیسی به شدت 1.33 T می‌پیماید. با یافتن جرم این ذره هویت را مشخص کنید.

۲۲. سینکروترون پروتونی آزمایشگاه فرمی، پروتونها را تا انرژی جنبشی 95 GeV شتاب می‌دهد. در این انرژی (الف) سرعت پروتون را، که به صورت کسری از سرعت سیر نور بیان می‌شود، و (ب) میدان

نمودار نشان دهید. فرض کنید که حاملهای بار الکترونیهای (منفی) هستند.

۲۷. نشان دهید که، تعداد حاملهای بار به ازای واحد حجم برحسب میدان الکتریکی E_H و چگالی جریان j ، از رابطه زیر به دست می آید

$$n = \frac{jB}{eE_H}$$

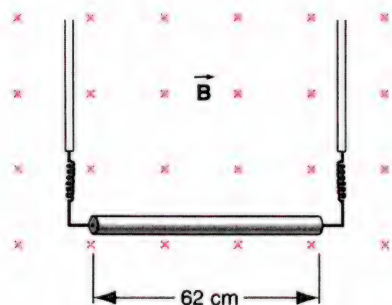
۲۸. (الف) نشان دهید که نسبت میدان الکتریکی E_H ، به میدان الکتریکی به وجود آورنده جریان، E_c ، به صورت زیر است:

$$\frac{E_H}{E_c} = \frac{B}{nep}$$

که در این رابطه ρ مقاومت ویژه ماده است. (ب) این نسبت را به صورت عددی برای مسئله نمونه ۳۲-۳ حل کنید. جدول ۲۹-۱ را ببینید.

۳۲-۵ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

۲۹. سیمی به طول 62 cm و 62°C و جرم 13°g به وسیله یک جفت سیم رابط انعطاف پذیر در یک میدان مغناطیسی به شدت 44°mT آویخته شده است. اندازه و جهت جریانی را معین کنید که باید در سیم برقرار شود تا کشش در سیمهای نگهدارنده را خنثی کند. شکل ۳۲-۳ را ببینید.



شکل ۳۲-۳ تمرین ۲۹.

۳۰. یک رسانای افقی در یک خط انتقال نیرو حامل جریان 12 kA از جنوب به شمال است. میدان مغناطیسی زمین در حوالی این خط $58^\circ\mu\text{T}$ و جهت آن به طرف شمال و متمایل به پایین با زاویه 70° نسبت به افق است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی را که میدان زمین بر 10°m از این رسانا وارد می کند، معین کنید.

۳۱. امکان طراحی قطار برقی جدیدی را در نظر بگیرید. موتور این قطار به وسیله نیروی ناشی از مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین روی یک محور رسانا به حرکت در می آید. جریان از یک ریل به چرخ رسانا،

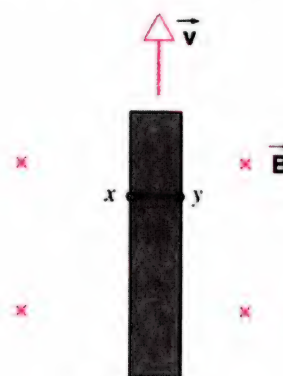
مغناطیسی را در مدار پروتون که شعاع انحنای آن 75°m است، محاسبه کنید. (انرژی سکون پروتون 938 MeV است ضرورت دارد که در اینجا از معادلات نسبیتی استفاده کنیم.)

۲۳. طول کل مسیری که یک دوترون در فرایند شتاب گیری در یک سیکلوترون می پیماید برآورد کنید. فرض کنید بین "دی ها"ی سیکلوترون اختلاف پتانسیل شتابدهی 8°kV برقرار است. شعاع هر "دی" 53 cm و بسامد نوسانگر 12 MHz است.

۲۴. ذره ای به جرم m و بار q را در نظر بگیرید که تحت تأثیر میدان مغناطیسی \vec{B} ممتد در جهت $+z$ ، در صفحه xy حرکت می کند. مختصات xy حرکت می کند. مختصات $x(t)$ و $y(t)$ این ذره را برحسب زمان t بنویسید. برای انجام کار فرض کنید که ذره در دایره ای به شعاع R که مرکز آن در مبدأ مختصات قرار دارد حرکت می کند.

۳۲-۴ اثر هال

۲۵. یک نوار فلزی به طول 6.5 cm ، عرض 8.8°mm و ضخامت 76°mm با سرعت ثابت v در یک میدان مغناطیسی $B = 1.2\text{ mT}$ عمود بر نوار، مطابق شکل ۳۲-۳۴، حرکت می کند. بین نقطه های x و y که در عرض نوار مقابل هم قرار گرفته اند، اختلاف پتانسیل $39^\circ\mu\text{V}$ را اندازه گیری می کنیم. سرعت v را محاسبه کنید.

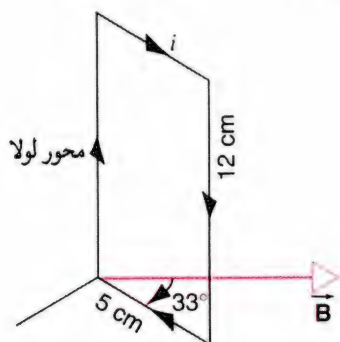


شکل ۳۲-۳۴ تمرین ۲۵.

۲۶. در آزمایشی در مورد اثر هال، جریان 3.2 A به طور طولی از رسانایی به عرض 1.2 cm ، طول 4°cm و ضخامت $95^\circ\mu\text{m}$ می گذرد و ولتاژ عرضی هال (در عرض نوار) به میزان $40^\circ\mu\text{V}$ را وقتی که یک میدان مغناطیسی به شدت 1.4 T عمود بر سطح این رسانای نازک اثر می کند به وجود می آورد. از این داده ها (الف) سرعت سوق حاملهای بار و (ب) چگالی عددی حاملهای بار را تعیین کنید. با استفاده از جدول ۳۲-۲ این رسانا را شناسایی کنید. (ج) قطبش ولتاژ هال را برای یک جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی معلوم روی

(الف) نیروی مغناطیسی وارد بر هریک از سه ضلع این قاب را تعیین کنید. (ب) نشان دهید که نیروی مغناطیسی کل وارد بر این قاب برابر صفر است.

۳۶. در شکل ۳۲-۳۷ یک قاب مستطیلی متشکل از 2° دور سیم و به ابعاد 12 cm و 5 cm در 5° cm را نشان داده‌ایم. این قاب حامل جریان $A\ 1^\circ$ است و از یک ضلع لولا شده است. این قاب طوری نصب شده است که صفحه آن با جهت یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت $T\ 5^\circ$ زاویه 33° می‌سازد. گشتاور نیروی وارد بر قاب را حول لولا محاسبه کنید.



شکل ۳۷-۳۲ تمرین ۳۶.

۳۷. یک ساعت دیواری ثابت، دارای صفحه‌ای به شکل دایره به شعاع 15 cm است. دور آن 6° دور سیم پیچیده‌ایم، این سیم حامل جریان $A\ 2^\circ$ در جهت ساعتگرد است. این ساعت در جایی قرار گرفته است که در آنجا میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت و ثابت $mT\ 7^\circ$ برقرار است (با این وصف این ساعت به درستی کار می‌کند). در رأس ساعت $1:00$ بعد از ظهر، عقربه ساعت‌شمار این ساعت در جهت میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرد. (الف) پس از چند دقیقه عقربه دقیقه‌شمار این ساعت در جهت گشتاور نیروی وارد بر سیم‌پیچ ناشی از میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد؟ (ب) اندازه این گشتاور نیرو چقدر است؟

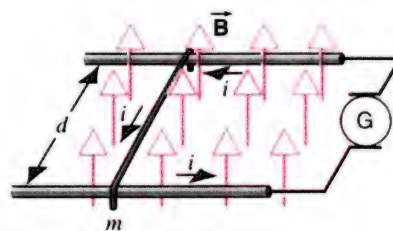
مسئله‌ها

۱. سرعت الکترونی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت $\vec{v} = (40\text{ km/s})\hat{i} + (35\text{ km/s})\hat{j}$ است. به این الکترون نیرویی به صورت $\vec{F} = (-42\text{ fN})\hat{i} + (48\text{ fN})\hat{j}$ وارد می‌شود. اگر $B_x = 0$ ، میدان مغناطیسی را محاسبه کنید.

۲. در ناحیه‌ای که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت وجود دارد، الکترونی دارای سرعت اولیه

از طریق محور رسانا، به چرخ رسانای دیگر و از طریق ریل دیگر به چشمه نیروی محرک باز می‌گردد. (الف) چه جریانی لازم است تا نیروی نه چندان زیاد $kN\ 1^\circ$ را تأمین کند؟ فرض کنید که مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین برابر $\mu T\ 1^\circ$ و طول محور $m\ 3^\circ$ باشد. (ب) به‌ازای هر اهم مقاومت ریلها چقدر انرژی مصرف می‌شود؟ (ج) آیا این قطار کاملاً غیرواقع‌بینانه و توهمی است یا فقط اندکی غیرواقعی است؟

۳۲. یک سیم فلزی به جرم m بدون اصطکاک روی دو ریل افقی که در فاصله d از هم قرار گرفته‌اند، مطابق شکل ۳۲-۳۶، می‌لغزد. این مسیر در میدان مغناطیسی یکنواخت قائم \vec{B} قرار دارد. جریان ثابت i از مولد G از طریق یک ریل وارد سیم شده و از ریل دیگر خارج می‌شود. بردار سرعت (اندازه و جهت) سیم را برحسب زمان بنویسید، فرض کنید که در لحظه $t = 0$ سیم ساکن باشد.



شکل ۳۶-۳۲ تمرین ۳۲.

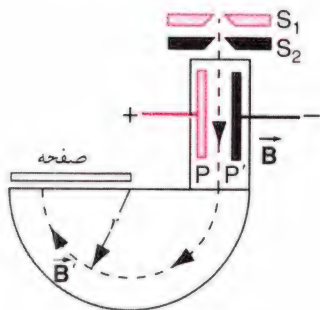
۳۳. یک رسانای صلب دراز که در امتداد محور x قرار گرفته، حامل جریان $A\ 5^\circ$ در جهت منفی x است. میدان مغناطیسی \vec{B} که با رابطه $\vec{B} = (3\text{ mT})\hat{i} + (8\text{ mT/m}^2)x^2\hat{j}$ مشخص شده در آنجا برقرار است. نیروی وارد بر قطعه‌ای به طول $m\ 2^\circ$ از این رسانا را که در فاصله بین $m\ 12^\circ$ و $m\ 32^\circ$ قرار گرفته است محاسبه کنید.

۳۴. یک میله مسی به جرم $kg\ 15^\circ$ را روی دو ریل افقی می‌گذاریم، که به فاصله $cm\ 95^\circ$ از هم قرار گرفته‌اند. این میله حامل جریان $A\ 532^\circ$ از یک ریل به ریل دیگر است. ضریب اصطکاک ایستایی 58° است. کمترین میدان مغناطیسی (نه الزاماً قائمی) را مشخص کنید که سبب لغزش این میله می‌شود.

۳۲-۶ گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

۳۵. یک قاب تک‌حلقه‌ای، حامل جریان $A\ 4^\circ$ ، به شکل یک مثلث قائم‌الزاویه به ابعاد $cm\ 5^\circ$ ، $cm\ 12^\circ$ ، و $cm\ 13^\circ$ است. این قاب در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت $mT\ 75^\circ$ قرار گرفته که جهت آن موازی جهت جریان در ضلع $cm\ 13^\circ$ قاب است.

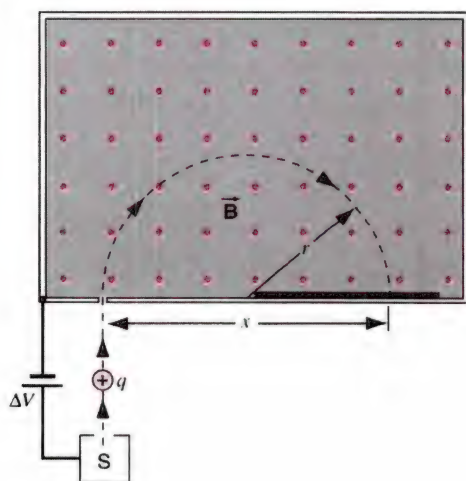
میدان مغناطیسی دیگر \vec{B} وجود دارد. مسیر این ذرات تحت تأثیر این میدان مغناطیسی خم می‌شود و به صورت دایره در می‌آید. یک صفحه عکاسی فرود آنها را ثبت می‌کند. نشان دهید که $q/m = E/rBB'$ است. در این رابطه r شعاع مدار دایره‌ای است.



شکل ۳۲-۳۹ مسئله ۵.

۶. در شکل ۳۲-۴۰ ترتیبی از تجهیزات را نشان داده‌ایم که برای اندازه‌گیری جرم یونها به‌کار می‌رود. یونی به جرم m و بار الکتریکی $+q$ در حالت سکون در چشمه S تولید می‌شود. چشمه S اتاقکی است که در آن تخلیه گاز صورت می‌گیرد. یونها به وسیله اختلاف پتانسیل ΔV شتاب می‌گیرند و وارد میدان مغناطیسی \vec{B} می‌شوند. در این ناحیه و در حضور میدان مغناطیسی، یونها مسیرهای نیم‌دایره‌ای را می‌پیمایند و در فاصله x از شکاف ورودی به صفحه حساس عکاسی برخورد می‌کنند. نشان دهید که جرم یونها از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$m = \frac{B^2 q}{8 \Delta V} x^2$$



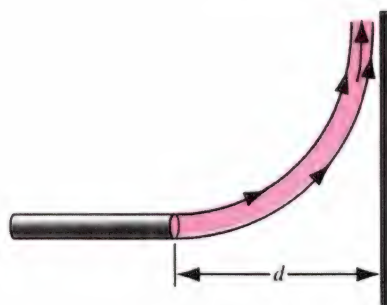
شکل ۳۲-۴۰ مسئله ۶.

ثابت $\hat{k} (15^\circ \text{ km/s}) + \hat{j} (12^\circ \text{ km/s})$ و شتاب ثابت $\hat{i} (2^\circ \times 10^{12} \text{ m/s}^2)$ است. اگر میدان مغناطیسی $\vec{B} = (4^\circ \mu\text{T}) \hat{i}$ باشد، میدان الکتریکی \vec{E} را مشخص کنید.

۳. انرژی جنبشی الکترونها موجود در باریکه لامپ تصویر تلویزیون برابر 12° keV است. این لامپ طوری قرار گرفته است که الکترونها به‌طور افقی از جنوب مغناطیسی به شمال مغناطیسی در حرکت‌اند. مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین پایین‌سو و مقدار آن $55^\circ \mu\text{T}$ است. (الف) این باریکه به چه جهتی منحرف می‌شود؟ (ب) شتاب یک الکترون معین ناشی از این میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ج) این باریکه در گذر از 2° cm در طول لامپ چقدر منحرف می‌شود؟ ۴. باریکه‌ای از الکترونها با انرژی جنبشی K از یک برکه نازک "پنجره" در انتهای یک لوله شتاب‌دهنده به خارج نفوذ می‌کند. یک صفحه فلزی در فاصله d از این پنجره و عمود بر راستای باریکه نفوذی قرار دارد (شکل ۳۲-۳۸ را ببینید). (الف) نشان دهید که اگر از یک میدان مغناطیسی B به‌صورت زیر استفاده کنیم می‌توانیم مانع برخورد باریکه به صفحه فلزی بشویم:

$$B \geq \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d^2}}$$

که در این رابطه m و e به‌ترتیب عبارت‌اند از جرم و بار الکترون. (ب) جهت میدان B باید چگونه باشد؟



شکل ۳۲-۳۸ مسئله ۴.

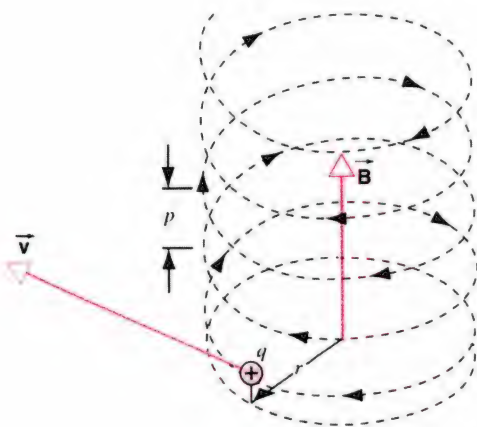
۵. طیف‌سنج جرم بین‌برج، که آن را در شکل ۳۲-۳۹ نشان داده‌ایم، یونهایی را که دارای سرعت یکسان هستند، از هم جدا می‌کند. یونها پس از عبور از شکافهای S_1 و S_2 از یک سرعت‌گزین می‌گذرند. سرعت‌گزین تشکیل شده است از یک میدان الکتریکی که صفحه‌های باردار P و P' آن را تولید کرده‌اند و میدان مغناطیسی \vec{B} که بر میدان الکتریکی و جهت حرکت یونها عمود است. یونهایی که بدون انحراف از میدانهای متعامد \vec{E} و \vec{B} می‌گذرند وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا

برابر است با

$$\Delta f = \pm \frac{Be}{4\pi m}$$

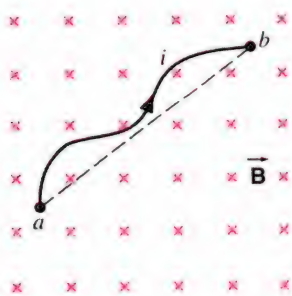
این تغییرات بسامد را زیمن در سال ۱۸۹۶ مشاهده کرده بود. (راهنمایی: بسامد دوران را بدون حضور میدان مغناطیسی و با حضور آن محاسبه کنید. این دو نتیجه را از هم کم کنید، به خاطر داشته باشید که چون اثر میدان مغناطیسی بسیار کوچک است، بعضی از جملات مشتمل بر B را می‌توان با خطای کوچکی برابر صفر منظور کرد ولی این کار را در مورد همه جملات نمی‌توان انجام داد.)

۱۱. پوزیترونی (الکترونی با بار الکتریکی مثبت) با انرژی 22.5 eV به داخل میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 455 \mu\text{T}$ پرتاب می‌شود. بردار سرعت این ذره با میدان مغناطیسی \vec{B} زاویه 65.5° می‌سازد. (الف) دوره تناوب، (ب) گام p ، و (ج) شعاع مسیر مارپیچی را محاسبه کنید. شکل ۳۲-۴۱ را ببینید.



شکل ۳۲-۴۱ مسئله ۱۱.

۱۲. در شکل ۳۲-۴۲ سیمی با شکل دلخواه را نشان داده‌ایم که بین نقطه‌های a و b حامل جریان i است. این سیم در صفحه‌ای قرار گرفته که بر میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} عمود است. ثابت کنید که



شکل ۳۲-۴۲ مسئله ۱۲.

۷. دو نوع اتم یک بار یونیده که دارای بار یکسان q هستند و جرم آنها به اندازه مقدار کوچک Δm با هم اختلاف دارد وارد طیف‌سنج جرمی توصیف‌شده در مسئله ۶ می‌شوند. (الف) اختلاف جرم را برحسب ΔV ، q ، m (جرم هر کدام)، B ، و فاصله Δx بین لکه‌های روی صفحه حساس عکاسی محاسبه کنید. (ب) فاصله Δx را برای باریکه‌ای از اتمهای یک بار یونیده کالر با جرمهای 35.0 u و 37.0 u محاسبه کنید. فرض کنید که $\Delta V = 7.33 \text{ kV}$ و $B = 52.0 \text{ mT}$ است.

۸. در یک طیف‌سنج جرمی (مسئله ۶ را ببینید) که برای اهداف تجاری به کار می‌رود، اتمهای اورانیوم با جرم 238 u و با بار $+2e$ از سایر گونه‌ها جداسازی می‌شوند. ابتدا یونها در اختلاف پتانسیل 105 kV شتاب می‌گیرند، سپس وارد یک میدان مغناطیسی می‌شوند و در آنجا یک کمان 180° از دایره‌ای به شعاع 97.3 cm را می‌پیمایند. سپس پس از عبور از یک شکاف به عرض 1.20 mm و ارتفاع 1.14 cm در ظرفی انباشته می‌شوند. (الف) اندازه میدان مغناطیسی (قائم) در جداکننده چقدر است؟ اگر این ماشین برای جداسازی 90° از این ماده در هر ساعت طراحی شده باشد، (ب) جریان یونهای مورد نظر در ماشین و (ج) انرژی داخلی تلف‌شده در ظرف را در مدت یک ساعت محاسبه کنید.

۹. یک ذره خنثی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت B در حالت سکون قرار دارد. در لحظه $t = 0$ این ذره به دو ذره باردار، هر یک به جرم m و امی‌باشد. (الف) اگر بار یکی از این ذره‌ها $+q$ باشد، بار ذره دیگر چقدر است؟ (ب) دو ذره در مسیرهای جداگانه در صفحه‌ای عمود بر میدان \vec{B} به حرکت در می‌آیند. پس از مدتی دو ذره با هم برخورد می‌کنند. زمان سپری‌شده از واپاشی تا برخورد را برحسب m ، B ، و q بیان کنید.

۱۰. در نظریه بور برای اتم هیدروژن، می‌توان فرض کرد که الکترون در مداری دایره‌ای به شعاع r حول پروتون می‌چرخد. فرض کنید که این اتم در میدان مغناطیسی قرار بگیرد به طوری که صفحه مدار الکترون بر میدان مغناطیسی عمود باشد. (الف) اگر از نظر ناظری که در امتداد \vec{B} شاهد این حرکت است، الکترون ساعتگرد بچرخد، بسامد زاویه‌ای حرکت افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (ب) اگر الکترون پادساعتگرد بچرخد چه اتفاقی خواهد افتاد؟ فرض کنید که شعاع مدار تغییر نمی‌کند. [راهنمایی: در این حالت قسمتی از نیروی مرکزگرا منشأ الکتریکی دارد (\vec{F}_E) و قسمتی منشأ مغناطیسی (\vec{F}_B)]. (ج) نشان دهید که تغییر بسامد چرخش بر اثر عملکرد میدان مغناطیسی تقریباً

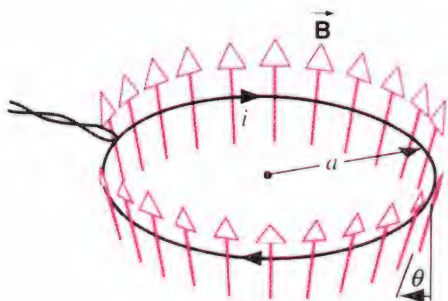
که این خود برابر mv است. (راهنمایی: بین $\int F dt$ و $\int i dt$ رابطه‌ای برقرار کنید.) برای $12^\circ T$, $m = 13\text{ g}$, $L = 20\text{ cm}$ و $h = 31\text{ cm}$ مقدار q را محاسبه کنید.

۱۶. ثابت کنید که معادله (۳۲-۳۴)، نه تنها برای قابهای مستطیل شکل ۳۲-۲۶، بلکه برای تمام حلقه‌های بسته با هر شکل دلخواهی برقرار است. (راهنمایی: به جای قاب یا حلقه با شکل دلخواه، مجموعه‌ای از حلقه‌های دراز و باریک تقریباً مستطیلی شکل را مجاور هم قرار دهید که حدوداً تا جایی که به توزیع جریان مربوط می‌شود معادل آن باشد.)

۱۷. سیمی به طول L حامل جریان i است. نشان دهید که اگر این سیم را به صورت پیچۀ دایره‌ای درآوریم، بیشترین گشتاور نیرو در میدان مغناطیسی مشخص وقتی حاصل می‌شود که پیچه تنها شامل یک حلقه باشد و بیشترین مقدار گشتاور نیرو عبارت است از

$$\tau = \frac{1}{4\pi} L^2 i B$$

۱۸. در شکل ۳۲-۴۴ حلقه سیمی به شعاع a را نشان داده‌ایم که بر جهت کلی یک میدان مغناطیسی متقارن واگرایی شعاعی عمود است. میدان مغناطیسی در حلقه در همه‌جا دارای اندازه یکسان B است و جهت میدان در حلقه در همه‌جا با خط عمود بر صفحه حلقه زاویه θ می‌سازد. سیمهای رابط که جریان را به حلقه می‌رسانند چنان در هم تابیده شده‌اند که تأثیری در مسئله ندارند. وقتی حلقه حامل جریان i ، در جهت نشان داده‌شده در شکل باشد، جهت و اندازه نیرویی را که میدان بر حلقه وارد می‌کند معین کنید.



شکل ۳۲-۴۴ مسئله ۱۸.

۱۹. در شکل ۳۲-۴۵ یک استوانه چوبی به جرم $m = 262\text{ g}$ و طول $L = 12.7\text{ cm}$ را نشان داده‌ایم که $N = 13$ دور سیم را به صورت طولی دور آن پیچیده‌ایم، به طوری که صفحه این قاب شامل محور استوانه است. حداقل چه جریانی باید از این قاب بگذرد تا یک میدان مغناطیسی یکنواخت قائم به شدت 447 mT ، مانع غلتش

نیروی وارد بر این سیم برابر است با نیروی وارد بر سیم مستقیمی که بین a و b کشیده شده و حامل جریان i باشد. (راهنمایی: به جای سیم، یک مجموعه "پلکانی" موازی و عمود بر خط مستقیم واصل بین a و b قرار دهید.)

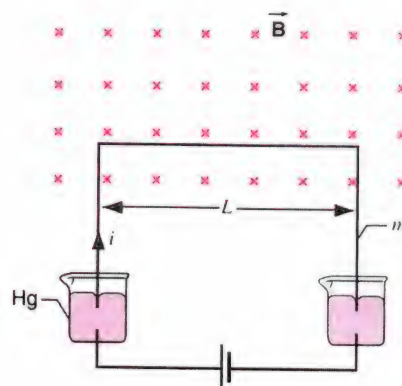
۱۳. ذره معرفی شده در تمرین ۲۴ را در نظر بگیرید، ولی این دفعه ثابت کنید (نه اینکه فرض کنید) که ذره در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. این کار را با حل تحلیلی قانون دوم نیوتون انجام دهید. [راهنمایی: عبارت مربوط به F_y را برای تعیین v_x حل کنید، و آن را در عبارت مربوط به F_x قرار دهید تا معادله‌ای به دست آورید که بتوان آن را برای v_y حل کرد. همین کار را برای v_x انجام دهید و آن را در معادله F_y جایگزین کنید. سرانجام، $x(t)$ و $y(t)$ را از v_x و v_y به دست آورید.]

۱۴. با انتگرال‌گیری مستقیم از عبارت زیر، یعنی

$$\vec{F}_B = \oint i d\vec{L} \times \vec{B}$$

نشان دهید که در میدان مغناطیسی یکنواخت، نیروی خالص وارد بر حلقه جریان با شکل دلخواه برابر صفر است. (توجه کنید: یک حلقه جریان با شکل دلخواه الزاماً در یک صفحه تخت قرار نمی‌گیرد.)

۱۵. دو سرب یک سیم U شکل به جرم m و طول L در داخل جیوه فرو برده شده است (شکل ۳۲-۴۳). این سیم در میدان مغناطیسی همگن \vec{B} قرار گرفته است. اگر یک بار الکتریکی — یعنی، یک تپ جریان $q = \int i dt$ — در داخل سیم فرستاده شود، سیم به بالا خواهد پرید. از ارتفاعی که سیم به آن خواهد رسید، یعنی h ، اندازه بار الکتریکی یا تپ جریان را محاسبه کنید. برای این کار فرض کنید که مدت زمان تپ جریان در مقایسه با زمان پرواز سیم بسیار کوتاه است. از این واقعیت بهره بگیرید که ضربه یا تکان یک نیرو برابر است با $\int F dt$ ،

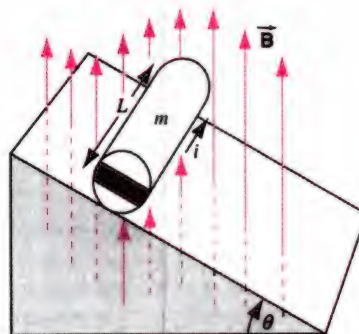


شکل ۳۲-۴۳ مسئله ۱۵.

وقتی $B_0 = 15^\circ T$ است، مسیر حرکت ذره α فابی را معین کنید که در آغاز از مبدأ مختصات در امتداد محور x با سرعت $v_0 = 3 \times 10^6 \text{ m/s}$ حرکت می‌کند (شکل ۳۲-۱۷ را ببینید). مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره به مکان آغازین خود بازگردد و بیشترین فاصله‌ای را که از مبدأ مختصات دور می‌شود معین کنید. این مقادارها را با مقادارهای متناظری که از میدان یکنواخت B_0 به دست می‌آید مقایسه کنید.

۲. یک میدان مغناطیسی متقارن استوانه‌ای در ناحیه معینی از فضا با عبارت $\vec{B} = (B_0 r/a) \hat{k}$ مشخص شده است، که در آن r فاصله عمودی از محور z است. مسیر حرکت الکترونی را به دست آورید که از نقطه‌ای روی محور z و عمود بر آن با سرعت اولیه $c \cdot 5^\circ$ گسیل شده است. بیشترین مسافتی که این الکترون می‌تواند قبل از بازگشت از محور دور شود چقدر است؟

استوانه روی سطح شیب‌داری بشود که با افق زاویه θ می‌سازد. فرض کنید که سیم‌پیچها موازی سطح شیب‌دارند.



شکل ۳۲-۴۵ مسئله ۱۹.

مسئله‌های کامپیوتری

۱. با استفاده از میدان مغناطیسی مشخص شده در معادله (۳۲-۱۷)

میدان مغناطیسی جریان

در فصل قبل اثر میدان مغناطیسی را بر بار الکتریکی متحرک مطالعه کردیم. اکنون به خود چشمه میدان باز می‌گردیم، و در این فصل میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط بارهای متحرک، به ویژه جریان موجود در سیمها را مطالعه می‌کنیم.

مانند بررسیهای قبلی در مورد میدانهای الکتریکی ناشی از برخی توزیعهای ساده بار، در این فصل میدانهای مغناطیسی حاصل از برخی توزیعهای ساده جریان مانند سیمهای مستقیم و حلقه‌های دایره‌ای را بررسی می‌کنیم. سرانجام، نشان می‌دهیم که ارتباط بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ژرف‌تر از تشابه صرف معادله‌هاست و وقتی توزیعهای بار یا جریان از چارچوب مرجعهای لخت متفاوت مشاهده شوند، این ارتباط به تبدیل میدانها به یکدیگر می‌انجامد.

۱-۳۳ میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک

در فصل پیشین نیروی وارد بر بار متحرک را از طرف میدان مغناطیسی مطالعه کردیم. با مقایسه با میدان الکتریکی، که در آن بارهای الکتریکی ساکن هم چشمه میدان و هم کاوه شناسایی آن بود، می‌توانیم انتظار داشته باشیم که بارهای الکتریکی متحرک، که قبلاً نشان داده‌ایم، کاوه شناسایی میدان مغناطیسی هستند، می‌توانند نقش چشمه‌های میدان را هم داشته باشند.

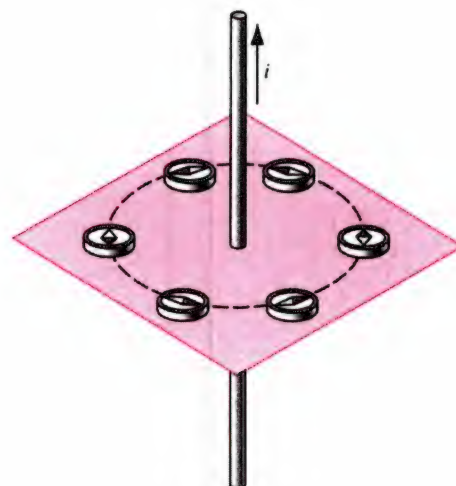
این چشمداشت اولین بار در سال ۱۸۲۰ توسط هانس کریستیان آرستد* ثابت شد، همان‌طور که در شکل ۱-۳۳ نشان داده شد، او مشاهده

* هانس کریستیان آرستد (Hans Christian Oersted، ۱۷۷۷ تا ۱۸۵۱) فیزیک و شیمیدان دانمارکی است. کشف او که سیم حامل جریان می‌تواند عقربه قطب‌نما را منحرف کند، به‌طور غیرمنتظره‌ای به هنگام تدریس در کلاسی در دانشگاه کپنهاگ رخ داد. یکای شدت میدان مغناطیسی (H) به افتخار او به نامش نامگذاری

کرد که وقتی قطب‌نمایی در نزدیکی سیم مستقیم حامل جریان قرار داده شود، عقربه همواره در راستای مماس بر دایره‌ای که حول سیم ترسیم می‌شود قرار می‌گیرد (تأثیر میدان مغناطیسی زمین را نادیده می‌گیریم). کشف آرستد اولین ارتباط بین الکتروسیته و مغناطیس را فراهم آورد. شواهد تجربی مستقیم جهت اثبات وجود میدان مغناطیسی برای بار الکتریکی متحرک تا سال ۱۸۷۶ به دست نیامد. در آن سال هنری رولند** در آزمایشی که به صورت شماتیک در شکل ۲-۳۳ نشان داده شد، وجود این وابستگی را اثبات کرد. اویک قرص باردار فراهم کرد (برای

شده است.

** هنری رولند (Henry Rowland، ۱۸۴۸ تا ۱۹۰۱) یک فیزیکدان آمریکایی است که امروزه بیشتر به‌خاطر کار پیشگامانه‌اش در زمینه ساخت توربهای پراش به یاد مانده است. او از توربهای پراش برای طیف‌نمایی دقیق اپتیکی از جمله اندازه‌گیریهای مربوط به طول موجهای طیف خورشیدی استفاده می‌کرد. رولند اولین رئیس انجمن فیزیک آمریکا بود.



شکل ۱-۳۳ آزمایش آرستد. جهت عقربه قطب‌نما همواره بر جهت جریان در سیم عمود است.



شکل ۲-۳۳ نمودار طرح‌وار آزمایش رولند. بارهای متحرک روی سطح طلایی قرص چرخنده، میدان مغناطیسی به وجود می‌آورند که عقربه قطب‌نما را منحرف می‌کند. در عمل، این انحراف بسیار بسیار کوچک است و برای آشکارسازی به ابزاری بسیار حساس‌تر از عقربه قطب‌نما نیاز داریم.

این کار، باتری را به لایه‌ای از طلاکه روی سطح قرصی از یک ماده عایق نشاندۀ شده بود وصل کرد). با چرخاندن این قرص حول محورش، او توانست بارهای متحرک ایجاد کند و با آویزان کردن یک عقربه مغناطیده در نزدیکی قرص اثر مغناطیسی بارهای متحرک را نشان دهد.

هدف ما در این فصل مطالعه برهم‌کنش بین دو بار متحرک است، درست به همان ترتیب که کولن برهم‌کنش الکتریکی بین دو بار ساکن را مطالعه کرد. کولن می‌توانست نیروی الکتروستاتیکی را به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کند و ما هم در اصول باید بتوانیم همان کار را انجام دهیم — یعنی، باید بتوانیم نیروی مغناطیسی بین دو بار متحرک را اندازه بگیریم. متأسفانه، این نیرو بسیار بسیار کوچک است و اندازه‌گیری آن فوق‌العاده دشوار؛ مثلاً در آزمایش رولند، میدان مغناطیسی ایجادشده توسط قرص باردار چرخنده او فقط در حدود 10^{-10} ر میدان زمین بود! با وجود بینهایت کوچک بودن اندازه میدان مغناطیسی تک‌بار

متحرک، از نظر مفهومی آسانتر است که مطالعه چشمه‌های میدان مغناطیسی را با این بحث آغاز کنیم که چگونه تک‌بار متحرک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. بعداً خواهیم دید که چرا این رهیافت عملی نیست و چرا ساده‌تر است که در آزمایشگاه، میدانهای مغناطیسی را با بهره‌گیری از بارهای متحرک به صورت جریان الکتریکی در سیم ایجاد کنیم.

بنابراین یک "آزمایش ذهنی" را مورد توجه قرار می‌دهیم، که در آن تک‌بار الکتریکی q را با سرعت \vec{v} پرتاب کرده و میدان مغناطیسی را به وسیله یک عقربه مغناطیسی آویخته، که می‌تواند آزادانه در هر راستایی قرار گیرد، آشکارسازی می‌کنیم. برای دوری جستن از مسائل مرتبط با نسبیت، نیاز داریم در چارچوب مرجعی که آزمایش انجام می‌شود سرعت ذره را (در مقایسه با سرعت سیر نور) کوچک نگه داریم. آزمایش را در ناحیه‌ای انجام می‌دهیم که میدان مغناطیسی زمین چشم‌پوشیدنی باشد. (برای یافتن چنین ناحیه‌ای ضرورت ندارد که به فضا سفر کنیم؛ در آزمایشگاه می‌توانیم از یک پیچۀ حامل جریان استفاده کنیم که میدانی ایجاد می‌کند که میدان زمین را حذف می‌کند.) در شکل ۳-۳۳ (الف) حاصل اندازه‌گیریهی انجام‌شده از میدان مغناطیسی را در مکانهای متفاوت نشان داده‌ایم. بار متحرک میدان مغناطیسی \vec{B} ایجاد می‌کند، و عقربه مغناطیسی جهت میدان را در هر موقعیت نشان می‌دهد. به‌طور اصولی، می‌توانیم شدت میدان را نیز اندازه‌گیری کنیم، این کار را مثلاً با اندازه‌گیری نیروی وارد بر یک ذره باردار متحرک دیگر انجام دهیم، به همان روشی که در بخش ۳-۳۲ توصیف کردیم.

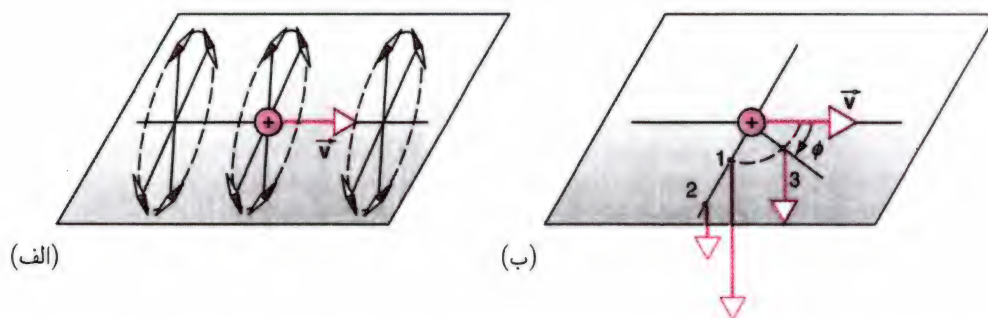
اگر واقعاً می‌توانستیم این آزمایشها را انجام دهیم، برخی از خاصیت‌های میدان مغناطیسی ناشی از یک ذره باردار متحرک را کشف می‌کردیم:

۱. شدت میدان، با اندازه سرعت v و نیز مقدار بار q نسبت مستقیم دارد.

۲. اگر سرعت \vec{v} در جهت مخالف باشد یا علامت بار q تغییر کند، جهت میدان \vec{B} وارونه می‌شود.

۳. میدان در همه‌جا در راستای سرعت \vec{v} (چه به سمت جلو و چه به سمت عقب) برابر صفر است. در سایر راستاها نسبت به \vec{v} ، همان‌طور که در شکل ۳-۳۳ (ب) نشان داده‌ایم، میدان به صورت تابع $\sin \phi$ تغییر می‌کند.

۴. \vec{B} مماس است بر دایره‌ای که حول \vec{v} در صفحات عمود بر \vec{v} ترسیم شود، و جهت \vec{B} با استفاده از قاعده دست راست مشخص می‌شود (اگر شست دست راست در جهت \vec{v} قرار گیرد، آنگاه پیش



شکل ۳۳-۳ (الف) یک عقربه قطب‌نمای آویخته آزاد، جهت میدان مغناطیسی ناشی از یک بار الکتریکی متحرک را در مکانهای متفاوت نشان می‌دهد. (ب) میدان در نقطه ۲ یک چهارم میدان در نقطه ۱ است، زیرا فاصله نقطه ۲ دو برابر فاصله نقطه ۱ از بار متحرک است. نقطه ۳ در همان فاصله‌ای از بار قرار دارد که نقطه ۱، ولی میدان در نقطه ۳ به نسبت ضربی معادل $\sin \phi$ از میدان در نقطه ۱ کوچکتر است.

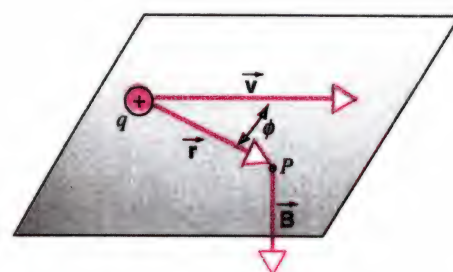
\vec{c} عمود است بر صفحه‌ای که حاوی بردارهای \vec{a} و \vec{b} است. بنابراین معادله (۱-۳۳) را می‌توانیم به صورت برداری زیر بنویسیم:

$$\vec{B} = K \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (2-33)$$

که در این معادله، K ثابت مربوط به تناسب است که باید مشخص شود، و \hat{r} بردار یکه (به طول واحد) در جهت بردار \vec{r} است. (ممکن است تمایل داشته باشید بخش ۲۵-۴ را مرور کنید، که در آنجا از نمادگذاری برداری مشابهی برای بیان قانون کولن استفاده کردیم.) چون $\hat{r} = \vec{r}/r$ است، می‌توانیم معادله (۲-۳۳) را به صورت زیر بنویسیم

$$\vec{B} = K \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \quad (3-33)$$

با آنکه در مخرج کسر این معادله عامل r^3 وجود دارد، میدان به صورت $1/r^2$ تغییر می‌کند، زیرا در صورت این کسر نیز عامل r موجود است. تنها کاری که باقی می‌ماند، به دست آوردن یک عبارت کامل برای میدان مغناطیسی بار متحرک است، تا از آنجا ضریب تناسب معادله (۳-۳۳) را معین کنیم، درست به همان صورت که در قانون کولن ثابت $1/4\pi\epsilon_0$ را قرار دادیم. ثابتهای مربوط به معادله‌های میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی کمیتهای مستقل از یکدیگر نیستند؛ آنها از طریق سرعت سیر نور به هم وابسته‌اند، که این مطلب را در فصل ۳۸ بحث خواهیم کرد. از آنجا که سرعت سیر نور یک کمیت تعریف شده است، دو گزینه پیش رو داریم یا (۱) از قانون نیروی الکتریکی (قانون کولن) برای تعریف ثابت الکتریکی استفاده کنیم و سپس با بهره‌گیری از مقدار سرعت سیر نور ثابت مغناطیسی را به دست آوریم، یا اینکه (۲) از قانون نیروی مغناطیسی (نیروی بین سیمهای حامل جریان، که بعداً در این فصل آنها را مطالعه خواهیم کرد) برای تعریف ثابت



شکل ۳۳-۴ میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک در نقطه P ، عمود است بر صفحه‌ای که شامل \vec{v} و \vec{r} است.

انگشتان جهت \vec{B} را نشان می‌دهد. روی هر دایره مشخصی، اندازه \vec{B} در تمام نقطه‌ها یکسان است.

۵. روی نقطه‌های واقع بر خطی که عمود بر راستای حرکت q کشیده می‌شود (مانند شکل ۳۳-۳(ب)) و یا به طور هم‌ارز روی دایره‌هایی که با شعاعهای فزاینده حول خط حرکت بار ترسیم می‌شوند، درمی‌یابیم که اندازه \vec{B} به صورت $1/r^2$ کاهش پیدا می‌کند، که در این رابطه r فاصله بار q از نقطه مشاهده است.

ساده‌ترین راه تعریف \vec{B} که با این مشاهدات سازگار است در شکل ۳۳-۴ ترسیم شده است. در نقطه دلخواه P (نقطه‌ای که می‌خواهیم در آنجا میدان مغناطیسی را معین کنیم)، \vec{B} عمود است بر صفحه‌ای که به وسیله \vec{v} و \vec{r} (برداری که موقعیت P را نسبت به بار q مشخص می‌کند) تعریف می‌شود. از مشاهدات هایمان، می‌دانیم که اندازه \vec{B} با q ، v و $\sin \phi$ نسبت مستقیم دارد و با r^2 نسبت عکس:

$$B \propto \frac{qv \sin \phi}{r^2} \quad (1-33)$$

جهت \vec{B} نسبت به \vec{v} و \vec{r} ، قاعده پیدا کردن حاصلضرب برداری (ضربداری) را به ما یادآوری می‌کند. در عبارت $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ، بردار

بارهای ساکن ایجاد شده بود، توجه داشتیم. این وضعیت را با عنوان الکتروستاتیک معرفی کردیم. در اینجا هم مغناطوستاتیک مورد توجه ماست. ایجاد میدانهای مغناطیسی پایا به وسیله بارهایی که حرکت آنها تغییر نکند. تک بار متحرک شکل ۳۳-۴ این معیار را برآورده نمی کند؛ یک لحظه پس از وضعیتی که در شکل ترسیم شده است، بار در موقعیت دیگری نسبت به نقطه P قرار دارد، و دیگر هیچ باری در موقعیت قبلی آن وجود ندارد. یک لحظه بعد، میدان مغناطیسی متفاوت دیگری در نقطه P وجود خواهد داشت. برای حفظ میدان مغناطیسی پایا در نقطه P که ناشی از بار در حال حرکت در نقطه نشان داده شده باشد، ضرورت دارد ترتیبی داده شود که بار ذره به محض خروج از آن موقعیت نابود شود و بار الکتریکی جدیدی با همان سرعت به آن موقعیت تزریق شود که این امر، سناریویی بسیار نامحتمل است. از طرف دیگر، جریان پایا دقیقاً همان چیزی را که می خواهیم به دست می دهد: حرکت بدون تغییری از بارها میدان مغناطیسی پایایی ایجاد می کند. در بخش بعدی معادله های (۳۳-۴) و (۳۳-۵) را به صورت قابل استفاده در مورد جریانهای پایا در می آوریم.

مسئله نمونه ۳۳-۱ ذره آلفایی ($q = +2e$) با سرعت $v = 1.5 \times 10^6 \text{ m/s}$ در جهت مثبت x در حرکت است. میدان مغناطیسی این ذره را، وقتی از مبدأ مختصات می گذرد، در نقطه های (الف) P_1 : $x = 0, y = 0, z = +2 \text{ cm}$ ؛ (ب) P_2 : $x = 0, y = +2 \text{ cm}, z = 0$ ؛ (ج) P_3 : $x = +1 \text{ cm}, y = 0, z = 0$ ؛ (د) P_4 : $x = +1 \text{ cm}, y = +1 \text{ cm}, z = 0$ پیدا کنید.

حل. (الف) در شکل ۳۳-۵، \vec{r}_1 در جهت z قرار دارد (از بار q به سوی نقطه P_1) طول بردار \vec{r}_1 برابر است با فاصله بین مبدأ مختصات و نقطه P_1 ، یا 2 cm . بردارهای \vec{v} و \vec{r}_1 در صفحه xz قرار دارند؛ بنابراین \vec{B} باید در جهت مثبت یا منفی محور y بر آن صفحه عمود باشد. جهت حاصل ضرب $\vec{v} \times \vec{r}_1$ مشخص می کند که \vec{B} باید در جهت $-y$ باشد. اندازه بردار \vec{B} از معادله (۳۳-۵) به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \phi}{r_1^2} = \frac{(10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})}{(0.02 \text{ m})^2} (2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.5 \times 10^6 \text{ m/s})(\sin 90^\circ) = 1.2 \times 10^{-16} \text{ T}$$

مغناطیسی استفاده کنیم و سپس از مقدار سرعت سیر نور بهره بگیریم تا ثابت الکتریکی را معین کنیم. چون نیروی مغناطیسی بین سیمهای حامل جریان را می توانیم با دقت خیلی بیشتری از نیروی الکتریکی بین بارها اندازه گیری کنیم، روش دوم را اختیار می کنیم.

ضریب تناسب K در معادله (۳۳-۳) را تعریف می کنیم که در یکاهای SI دارای مقدار دقیق $10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ متر بر آمپر ($\text{T} \cdot \text{m/A}$) باشد. ولی، همان طور که در مورد الکتروستاتیک مشاهده کردیم، مناسب تر است که این ضریب تناسب را به صورت متفاوتی بنویسیم:

$$K = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

ثابت μ_0 از نظر تاریخی به عنوان ثابت تراوایی شناخته شده است، ولی در اینجا آن را فقط ثابت مغناطیسی می خوانیم. این ثابت دارای مقدار دقیق زیر است

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

ثابت مغناطیسی μ_0 در محاسبه میدانهای مغناطیسی نقشی شبیه به نقش ثابت الکتریکی ϵ_0 در محاسبه میدانهای الکتریکی بازی می کند. این دو ثابت از طریق سرعت سیر نور به هم وابسته اند: $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$. با تعریف c ، مقدار ϵ_0 دقیقاً مشخص می شود. اکنون می توانیم عبارت کاملی برای میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک بنویسیم:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \quad (4-33)$$

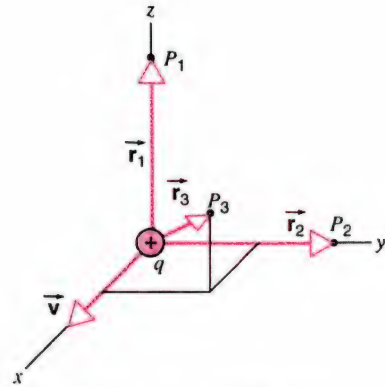
مقدار میدان مغناطیسی \vec{B} را می توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \sin \phi}{r^2} \quad (5-33)$$

که در این معادله، ϕ زاویه بین \vec{r} و \vec{v} است.

براساس این آزمایش ذهنی، توانستیم چندین خاصیت میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله بار متحرک را شناسایی کنیم، که یکی از این خاصیتها بستگی هندسی بسیار مهم بین جهت سرعت و جهت میدان است. اکنون تبدیل این رابطه به رابطه مفیدتر مربوط به میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط سیمهای حامل جریان کاری ساده و پیش پا افتاده است. چرا میدان مغناطیسی مشخص شده به وسیله معادله های (۳۳-۴) و (۳۳-۵) خیلی مفید نیستند؟ وقتی که میدانهای الکتریکی را مورد مطالعه قرار دادیم، بیشتر به میدان الکتریکی پایایی که توسط

بسیار کوچک و در حدود ۱۲ مرتبه بزرگی از میدان مغناطیسی زمین کوچکترند. از این محاسبه‌ها درمی‌یابیم که چرا تلاش برای اندازه‌گیری نیروی بین تک‌بارهای متحرک نومیدکننده است. گرچه، میدانهای ناشی از تک‌ذره‌ها، در فاصله‌هایی متناظر با ابعاد اتمی (10^{-10} m) از مرتبه ۱ T است، که قطعاً می‌توانند آثاری قابل اندازه‌گیری به وجود آورند. در مقیاس اتمی، نیروی مغناطیسی بین ذرات باردار متحرک اغلب پیامدهایی مشاهده‌پذیر دارند، که در فصل ۳۵ بررسی می‌شود.



شکل ۵-۳۳ مسئله نمونه ۱-۳۳.

۲-۳۳ میدان مغناطیسی جریان

در آزمایشگاه برای ایجاد میدان مغناطیسی به جای حرکت تک‌بارها از سیمهای حامل جریان استفاده می‌کنیم. در این بخش، نتیجه‌های بخش پیشین را گسترش می‌دهیم تا این امکان را فراهم آورد که میدان مغناطیسی ناشی از جریان را معین کنیم. روش کلی ما این است که ابتدا میدان ناشی از عنصر کوچک سیم را پیدا کنیم و سپس با بهره‌گیری از روشهای انتگرال‌گیری میدان ناشی از جریان در تمامی طول سیم را به دست آوریم.

این روش مشابه روشی است که در بخش ۲۶-۴ برای یافتن میدان الکتریکی ناشی از توزیع پیوسته بار مورد استفاده قرار دادیم. در فصل ۲۶، مسئله را با یافتن میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای آغاز کردیم، که می‌توانیم آن را به صورت $\vec{E} = (q/4\pi\epsilon_0 r^2)\hat{r}$ بنویسیم. برای یافتن میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع پیوسته بار، فرض کردیم که جسم از اجزای بینهایت کوچکی با بار الکتریکی dq به وجود آمده باشد، که می‌توانیم هر کدام از آنها را بار نقطه‌ای در نظر بگیریم. این جزء بینهایت کوچک در میدان کل به اندازه $d\vec{E} = (dq/4\pi\epsilon_0 r^2)\hat{r}$ مشارکت دارد. میدان الکتریکی کل با افزودن مشارکت همه عنصرهای بار روی هم به دست می‌آید: یعنی، $\vec{E} = \int d\vec{E}$ ، که یک روش خلاصه‌نویسی برای نمایش میدان کل است که هر کدام از مؤلفه‌های آن به صورت $E_x = \int dE_x$ و الی آخر است.

چگونه در یک روش محاسبه مشابه برای میدان مغناطیسی، یک نمو جریان را نمایش دهیم؟ به عنوان سرنخی درباره چگونگی انجام این کار، می‌توانیم بستگی بین نیروی مغناطیسی وارد بر یک تک‌ذره باردار متحرک، $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ (معادله ۳-۳۳)، و نیروی مغناطیسی وارد بر یک عنصر جریان، $d\vec{F}_B = id\vec{L} \times \vec{B}$ (معادله ۲۹-۳۲)، را که در فصل پیشین به دست آوردیم، مرور کنیم. در این معادله،

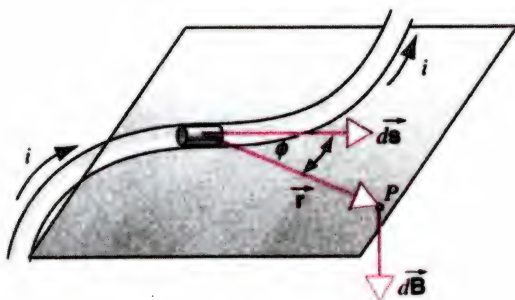
(ب) در نقطه P_2 ، \vec{r}_2 در جهت y است، در نتیجه $\vec{v} \times \vec{r}_2$ مشخص می‌کند که \vec{B} در جهت $+z$ است. چون فاصله بار q از نقطه P_2 برابر فاصله بار q از نقطه P_1 است. اندازه میدان \vec{B} در نقطه P_2 همان اندازه مشخص شده در قسمت (الف) برای P_1 است. در واقع، \vec{B} در تمام نقطه‌های روی دایره‌ای به شعاع $r = 2.0$ cm به مرکز بار q در صفحه yz مقدار یکسانی دارد.

(ج) در نقطه P_3 ، $r_3 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 1.73$ cm است. بردار \vec{r}_3 از نقطه q به نقطه P_3 و بردار \vec{v} صفحه‌ای تشکیل می‌دهند که با محورهای y و z زاویه 45° می‌سازد (شکل ۵-۳۳). زاویه ϕ بین \vec{r}_3 و \vec{v} برابر 54.7° است، که این را باید نشان بدهید. اندازه \vec{B} در نقطه P_3 برابر است با

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \phi}{r_3^2} \\ &= (10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \\ &\quad \times \frac{(2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.5 \times 10^6 \text{ m/s})(\sin 54.7^\circ)}{(0.173 \text{ m})^2} \\ &= 1.3 \times 10^{-16} \text{ T} \end{aligned}$$

\vec{B} بر صفحه \vec{r}_3 و \vec{v} عمود است. در دستگاه مختصات دکارتی، مؤلفه‌های B_y و B_z از نظر اندازه با هم برابرند، ولی یک کمیت منفی و B_z یک کمیت مثبت است. به صورت معادل، \vec{B} مماس بر دایره‌ای حول محور x است که مرکز آن به جای $x = 0$ در $x = 1.0$ cm قرار دارد. شعاع این دایره $\sqrt{y^2 + z^2} = 1.41$ cm است. توجه کنید که در این حالت، برخلاف حالت‌های (الف) و (ب)، r_3 شعاع دایره‌ای نیست که \vec{B} بر آن مماس است.

میدانهای مغناطیسی را که در این مسئله نمونه به دست آوردیم

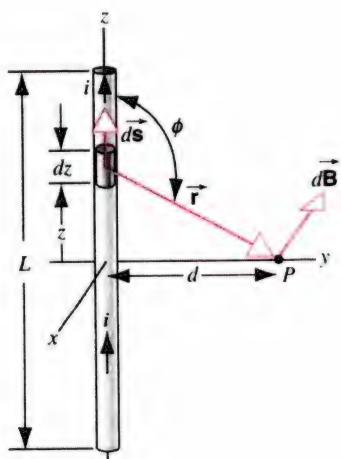


شکل ۶-۳۳ میدان مغناطیسی $d\vec{B}$ به وسیله جزیئی از یک سیم حامل جریان به وجود آمده است. در قیاس با شکل ۴-۳۳، میدان عمود است بر صفحه‌ای که $d\vec{s}$ و \vec{r} را دربر دارد.

اکنون می‌خواهیم ببینیم که چگونه از قانون بیوساوار برای محاسبه میدانهای مغناطیسی برخی از سیمهای حامل جریان با شکلهای متفاوت استفاده کنیم.

سیم دراز مستقیم

با به کار گرفتن قانون بیوساوار برای محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از جریان i در یک پاره سیم مستقیم به طول L ، چگونگی استفاده از آن را نشان می‌دهیم. در شکل ۷-۳۳ نمایش هندسی این مسئله را ترسیم کرده‌ایم. سیم در امتداد محور z قرار گرفته است، و می‌خواهیم \vec{B} را در نقطه P روی محور y و در فاصله d از سیم به دست آوریم. مرکز سیم در مبدأ مختصات است، بنابراین P روی عمود منصف سیم قرار دارد. اولین گام برای انجام محاسبه آن است که یک جزء دلخواه از سیم، مانند $id\vec{s}$ ، را که در مختصه z نسبت به مبدأ قرار گرفته است،



شکل ۷-۳۳ یک عنصر $id\vec{s}$ از یک قطعه سیم مستقیم در نقطه P میدان مغناطیسی $d\vec{B}$ را در جهت منفی x ایجاد می‌کند.

بردارى است که طول آن برابر با طول یک عنصر یا جزء از سیم است و جهت آن جهت جریان در آن عنصر، یعنی، می‌توانیم از عبارتی که نیروی وارد بر یک تک‌ذره باردار متحرک را توصیف می‌کند، با جایگزین کردن $id\vec{L}$ به جای $q\vec{v}$ به عبارتی برسیم که نیروی وارد بر عنصر جریان را توصیف می‌کند.

می‌توانیم معادله (۴-۳۳) را دقیقاً به همین روش اصلاح کنیم. می‌خواهیم سهم $d\vec{B}$ ، میدان مغناطیسی ناشی از یک عنصر جریان، را مشخص کنیم که می‌توانیم چنین تصور کنیم که به وسیله عنصر بار dq که با سرعت \vec{v} حرکت می‌کند نمایش یافته باشد:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (۶-۳۳)$$

می‌توانیم سرعت را به صورت $\vec{v} = d\vec{s}/dt$ بنویسیم، به طوری که بار dq در بازه زمانی dt جابه‌جایی $d\vec{s}$ را از سر می‌گذراند. اکنون داریم

$$dq \vec{v} = dq \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{dq}{dt} d\vec{s} = i d\vec{s} \quad (۷-۳۳)$$

با جایگزین کردن معادله (۷-۳۳) در معادله (۶-۳۳)، می‌رسیم به

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (۸-۳۳)$$

این عبارت به قانون بیوساوار مشهور است. جهت بردار $d\vec{B}$ همان جهت بردار $d\vec{s} \times \vec{r}$ است. اندازه عنصر میدان $d\vec{B}$ چنین است

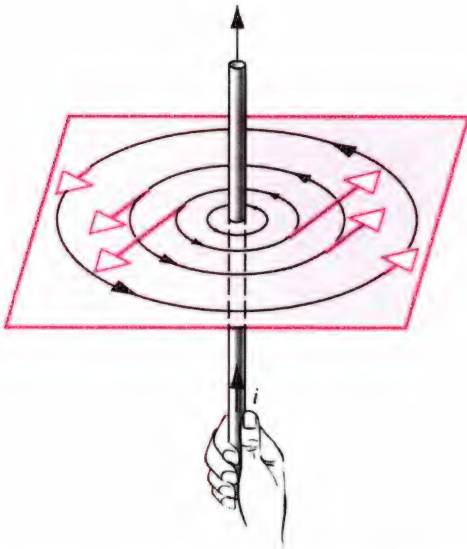
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \sin \phi}{r^2} \quad (۹-۳۳)$$

که در اینجا ϕ زاویه بین بردار $d\vec{s}$ ، که جهت جریان را مشخص می‌کند، و بردار \vec{r} ، از عنصر جریان به نقطه مشاهده P ، است. شکل ۶-۳۳ این ارتباط برداری را نشان می‌دهد؛ آن را با شکل ۴-۳۳ مقایسه کرده و توجه کنید که این دو شکل چقدر به هم شبیه‌اند.

برای یافتن میدان کل \vec{B} ناشی از تمامی توزیع جریان، باید روی تمام عناصر جریان $id\vec{s}$ انتگرال بگیریم:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (۱۰-۳۳)$$

درست همان‌طور که در فصل ۲۶ در مورد میدانهای الکتریکی انجام دادیم، در محاسبه این انتگرال، در حالت کلی، باید به این نکته توجه داشته باشیم که تمام عنصرهای $d\vec{B}$ در یک جهت نیستند (بخش ۴-۲۶ را ببینید).



شکل ۸-۳۳ خطهای میدان مغناطیسی برای یک سیم بلند و مستقیم حامل جریان دایره‌های هم‌مرکزی گرداگرد سیم هستند. جهت این خطها با قاعده دست راست مشخص می‌شود.

این مسئله هم‌ارز الکتروستاتیکی آن را به یادمان می‌آورد. قبلاً (در بخش ۴-۲۶) با استفاده از قانون کولن و روشهای انتگرال‌گیری برای میدان الکتریکی \vec{E} ناشی از یک میله باردار بلند رابطه‌ای به‌دست آوردیم، همچنین همین مسئله را با استفاده از قانون گاوس حل کردیم (بخش ۵-۲۷). بعدها، قانونی برای میدانهای مغناطیسی، به‌نام قانون آمپر، را در نظر می‌گیریم این قانون از آن نظر مشابه قانون گاوس است که محاسبه‌های مربوط به میدان مغناطیسی را در مواردی که مسئله دارای مرتبه بالایی از تقارن است (مانند همین مورد) ساده می‌کند.

درست به همان صورت که در مورد میدانهای الکتریکی انجام دادیم، می‌توانیم میدان مغناطیسی مربوط به یک سیم حامل جریان را به‌وسیله خطهای میدان مغناطیسی نمایش دهیم. در شکل ۸-۳۳ یک مجموعه از خطهای میدان مغناطیسی سیم مستقیم بلند را نشان داده‌ایم. همان‌طور که با آزمایش اُرسن متوجه می‌شویم (شکل ۱-۳۳) و نیز با طرح‌واره مربوط به براده‌های آهن در نزدیکی یک سیم نشان داده می‌شود (شکل ۹-۳۳)، خطهای جریان دایره‌های هم‌مرکزی را در گرداگرد سیم تشکیل می‌دهند.

در هر نقطه، جهت میدان \vec{B} مماس است به خط میدان در آن نقطه. هرچه خطهای میدان نزدیک‌تر به هم باشند (مانند نزدیکی سیم حامل جریان) میدان قوی‌تر است و هرچه خطها از هم دورتر باشند میدان ضعیف‌تر است (مانند نقطه‌های دور از سیم حامل جریان).

انتخاب کنیم. سهم $d\vec{B}$ این جزء جریان در میدان ایجادشده در نقطه P با معادله (۸-۳۳) داده شده است که شامل حاصلضرب برداری $d\vec{s} \times \vec{r}$ است. با استفاده از قاعده دست راست می‌توانیم نشان دهیم که، در نمودار هندسی نشان داده‌شده در شکل ۷-۳۳، حاصلضرب $d\vec{s} \times \vec{r}$ برداری است که جهت آن به‌سوی x منفی است و می‌بینیم که این موضوع همواره واقعیت دارد بدون توجه به اینکه جزء جریان را در کجای سیم اختیار کرده باشیم. هر جزء $id\vec{s}$ در سیم، میدانی مانند $d\vec{B}$ را در جهت منفی x ایجاد می‌کند و بنابراین وقتی تمام اجزای $d\vec{B}$ را به هم بیفزاییم درمی‌یابیم که میدان کل در راستای منفی x است. اکنون چون جهت بردار \vec{B} را معین کردیم، بازمی‌گردیم تا با استفاده از معادله (۹-۳۳) اندازه آن را به‌دست آوریم.

چون $d\vec{s}$ در جهت محور z است، داریم $ds = dz$ و z متغیر انتگرال‌گیری خواهد بود که در گستره $-L/2$ تا $+L/2$ تغییر می‌کند. به منظور انتگرال‌گیری از معادله (۹-۳۳)، ابتدا باید ϕ و r را برحسب متغیر انتگرال‌گیری یعنی z بیان کنیم:

$$r = \sqrt{z^2 + d^2}$$

و

$$\sin \phi = \sin(\pi - \phi) = \frac{d}{\sqrt{z^2 + d^2}}$$

با انجام جانشانیهای بالا در معادله (۹-۳۳)، می‌رسیم به:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dz \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d}{(z^2 + d^2)^{3/2}} dz \quad (۱۱-۳۳)$$

با انجام این انتگرال‌گیری، میدان مغناطیسی کل را به‌دست می‌آوریم:

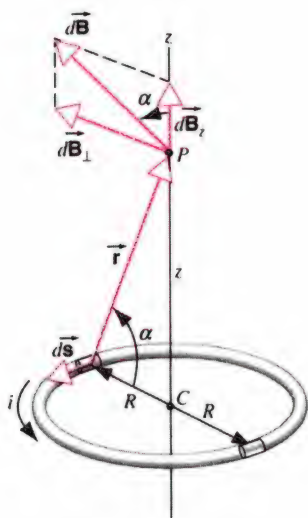
$$B = \frac{\mu_0 i d}{4\pi} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dz}{(z^2 + d^2)^{3/2}} \\ = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} \left. \frac{z}{(z^2 + d^2)^{1/2}} \right|_{z=-L/2}^{z=+L/2}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} \frac{L}{(L^2/4 + d^2)^{1/2}} \quad (۱۲-۳۳)$$

در حد، و برای سیم بسیار بلند (یعنی، $L \gg d$) معادله (۱۲-۳۳) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \quad (۱۳-۳۳)$$



شکل ۱۰-۳۳ یک حلقه جریان دایره‌ای. جز $i d\vec{s}$ حلقه، میدان $d\vec{B}$ را در نقطه P روی محور حلقه به وجود می‌آورد.

در جهت‌های مختلف عمود بر محور قرار می‌گیرند و به دلیل تقارن حاصل جمع همه $d\vec{B}_\perp$ ‌های مربوط به یک حلقه کامل برابر صفر است. (یک جزء جریان که به طور قطری مقابل جزء نشان داده شده در شکل ۱۰-۳۳ قرار گرفته است، همان $d\vec{B}_z$ ولی $d\vec{B}_\perp$ مخالف را ایجاد می‌کند). بنابراین می‌توانیم انتگرال برداری روی تمام $d\vec{B}$ ‌ها را با یک انتگرال نرده‌ای روی تمام مؤلفه‌های z جایگزین کنیم:

$$B = \int dB_z \quad (۱۴-۳۳)$$

برای جزء جریان نشان داده شده در شکل ۱۰-۳۳، از قانون

بیوساوار (معادله ۹-۳۳) داریم

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \sin 90^\circ}{r^2} \quad (۱۵-۳۳)$$

همچنین می‌دانیم که

$$dB_z = dB \cos \alpha$$

که از ترکیب آن با معادله (۱۵-۳۳) می‌رسیم به

$$dB_z = \frac{\mu_0 i \cos \alpha ds}{4\pi r^2} \quad (۱۶-۳۳)$$

شکل ۱۰-۳۳ نشان می‌دهد که r و α مستقل از یکدیگر نیستند. این دو کمیت را بر حسب z بیان می‌کنیم، که فاصله نقطه P از مرکز حلقه است. این رابطه‌ها عبارت‌اند از

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$



شکل ۹-۳۳ سیم عمود، حامل جریانی است که میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد. براده آهن که روی یک قطعه مقوا پاشیده می‌شود طرح دایره‌های هم‌مرکز را نشان می‌دهد که معرف میدان مغناطیسی است.

برعکس خط‌های میدان الکتریکی ناشی از بارها، که از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند. خط‌های میدان مغناطیسی ناشی از جریان‌ها حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند که نه آغازی دارند و نه پایانی. برای یافتن جهت خط‌های میدان، از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم: اگر سیم را چنان در دست راستان بگیرید که شست‌تان در جهت جریان قرار بگیرد، آنگاه انگشتان شما که دور سیم حلقه شده‌اند در جهت میدان قرار دارند.

حلقه جریان دایره‌ای

در شکل ۱۰-۳۳ یک حلقه دایره‌ای به شعاع R را نشان داده‌ایم که حامل جریان i است. می‌خواهیم میدان مغناطیسی \vec{B} را در نقطه P روی محور حلقه و در فاصله z از مرکز آن محاسبه کنیم.

زاویه ϕ بین جزء جریان $i d\vec{s}$ و \vec{r} برابر 90° است. از قانون بیوساوار می‌دانیم که بردار $d\vec{B}$ مربوط به این جزء بر صفحه متشکل از $i d\vec{s}$ و \vec{r} عمود و در نتیجه، همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، بر \vec{r} عمود است.

فرض کنید که $d\vec{B}$ را به دو مؤلفه تجزیه کنیم؛ یکی $d\vec{B}_z$ در امتداد محور حلقه و دیگری $d\vec{B}_\perp$ عمود بر محور حلقه. فقط مؤلفه‌های $d\vec{B}_z$ در میدان مغناطیسی کل \vec{B} در نقطه P سهیم‌اند. این نتیجه پیامد آن است که مؤلفه‌های $d\vec{B}_z$ برای تمام اجزای جریان روی محور قرار می‌گیرند و مستقیماً با هم جمع می‌شوند؛ ولی مؤلفه‌های $d\vec{B}_\perp$

اگر $R \gg z$ باشد، به طوری که نقطه‌های نزدیک به حلقه در نظر گرفته نشوند، معادله (۱۹-۳۳) به شکل زیر درمی‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3} \quad (۲۳-۳۳)$$

این نحوه وابستگی میدان به عکس مکعب فاصله، میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی را به یاد می‌آورد (معادله (۱۲-۲۶)) و نیز مسئله ۱ فصل ۲۶ را برای میدان روی محور دوقطبی ببینید. بیشتر وقتها مناسب است که یک حلقه سیم را به عنوان یک دوقطبی مغناطیسی در نظر بگیریم. در مورد آنها، حلقه جریان ناشی از چرخش الکترون‌ها حول هسته است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی آنها را در فصل ۳۵ مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مسئله نمونه ۲-۳۳ در مدل بور برای اتم هیدروژن، الکترون با بسامد f ، برابر $۱.۰۱۵ \times 10^{15} \text{ Hz (rev/s)}$ ، در مسیری به شعاع $۰.۵۲۹ \times 10^{-11} \text{ m}$ گرد هسته می‌چرخد. در مرکز این مواد چه میدان مغناطیسی به وجود می‌آید؟
حل. جریان، آهنگ عبور بار از هر نقطه روی مدار است که به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$i = ef = (۱.۶۰ \times 10^{-19} \text{ C})(۱.۰۱۵ \times 10^{15} \text{ Hz}) \\ = ۱.۰۶ \times 10^{-3} \text{ A}$$

میدان مغناطیسی B در مرکز مدار از معادله (۲۱-۳۳) به دست می‌آید،

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(۱.۰۶ \times 10^{-3} \text{ A})}{2(۰.۵۲۹ \times 10^{-11} \text{ m})} \\ = ۱۲.۶ \text{ T}$$

۳-۳۳ دو جریان موازی

در این بخش از دو سیم بلند حامل جریانهای موازی (یا پادموازی) استفاده می‌کنیم تا دو خاصیت میدانهای مغناطیسی را به تصویر بکشیم: افزودن میدانهای ناشی از سیمهای متفاوت و نیرویی که یک سیم بر سیم دیگر وارد می‌کند.

نخست جمع برداری میدانهای ناشی از دو سیم متفاوت را، که در شکل ۱۱-۳۳ نشان داده شده است، مورد توجه قرار می‌دهیم. دو سیم

$$\cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

با قرار دادن این مقادیر در معادله (۱۶-۳۳) برای dB_z نتیجه می‌گیریم

$$dB_z = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} ds \quad (۱۷-۳۳)$$

توجه کنید که کمیت‌های R و z برای همه اجزای جریان مقدار یکسانی دارند. از انتگرال‌گیری این معادله نتیجه می‌گیریم

$$B = \int dB_z = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds \quad (۱۸-۳۳)$$

یا، با توجه به اینکه $\int ds$ به سادگی پیرامون حلقه (مساوی $2\pi R$) است، داریم

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (۱۹-۳۳)$$

برای یافتن میدان مغناطیسی در مرکز حلقه می‌توانیم مرحله‌های محاسبه بالا را تکرار کنیم. در این حالت، در همه جا داریم $r = R$ و قانون بیوساوار نتیجه می‌دهد:

$$B = \int dB_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2} \int ds \quad (۲۰-۳۳)$$

اگر در گرداگرد دایره انتگرال بگیریم، باز هم انتگرال برابر $2\pi R$ است و در نتیجه

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (۲۱-۳۳)$$

که این نتیجه را می‌توان با قرار دادن $z = 0$ در معادله (۱۹-۳۳) به دست آورد. ولی، می‌توانیم از این روش برای به دست آوردن میدان در حالت‌های کلی‌تری که در آنها جریان در یک دایره کامل جاری نمی‌شود بلکه فقط در کمانی از دایره جریان پیدا می‌کند استفاده کنیم. فرض کنید که کمان زاویه θ را از مرکز دایره دربر می‌گیرد. در آن صورت، در معادله (۲۰-۳۳)، انتگرال، پیرامون کامل دایره را به دست نمی‌دهد بلکه فقط طول کمان $R\theta$ را به دست می‌دهد (که وقتی $\theta = 2\pi$ برابر با $2\pi R$ است). در این حالت، میدان در مرکز کمان برابر است با

$$B = \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi R} \quad (۲۲-۳۳)$$

در این معادله زاویه θ باید برحسب رادیان بیان شود. باز هم قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی را به دست می‌دهد، که در امتداد محور z است.

شکل ۱۱-۳۳، می‌توانیم نیروی وارد بر ذره باردار متحرکی را که از آن نقطه می‌گذرد یا نیروی وارد بر سیم حامل جریان سومی که از P می‌گذرد اندازه‌گیری کنیم.

مسئله نمونه ۳-۳۳ در شکل ۱۲-۳۳، فرض کنید که $i_1 = 15\text{ A}$ و $i_2 = 32\text{ A}$ باشد. دو سیم در فاصله $a = 5.3\text{ cm}$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. میدان مغناطیسی کل را در نقطه‌ای به فاصله $a/2$ و روی خط عمود بر خط واصل بین دو سیم پیدا کنید.

حل. در شکل ۱۲-۳۳ آرایش هندسی و میدانهای \vec{B}_1 و \vec{B}_2 را نشان داده‌ایم. با در نظر گرفتن اینکه $d_1 = d_2 = a/\sqrt{2}$ ، اندازه میدانها عبارت‌اند از

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d_1} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15\text{ A})}{2\pi(0.053\text{ m})/\sqrt{2}} = 8.0\text{ }\mu\text{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(32\text{ A})}{2\pi(0.053\text{ m})/\sqrt{2}} = 17.1\text{ }\mu\text{T}$$

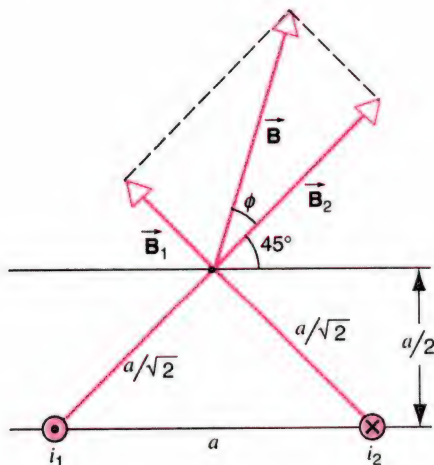
در آرایش هندسی خاص شکل ۱۲-۳۳ دو میدان بر یکدیگر عمودند، در نتیجه

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 19.0\text{ }\mu\text{T}$$

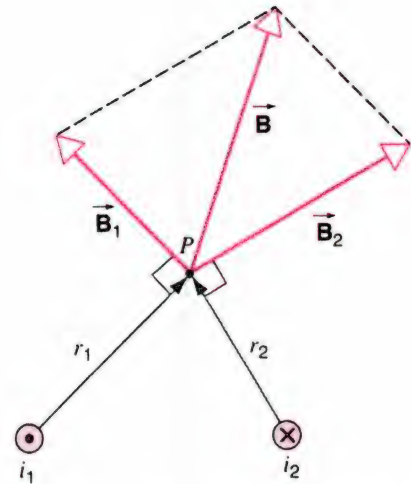
زاویه ϕ بین \vec{B} و \vec{B}_2 برابر است با

$$\phi = \tan^{-1} \frac{B_1}{B_2} = 25^\circ$$

بنابراین زاویه \vec{B} و محور افقی برابر $70^\circ = 25^\circ + 45^\circ$ است.



شکل ۱۲-۳۳ مسئله نمونه ۳-۳۳. جریان i_1 به سمت بیرون از صفحه جریان و i_2 به سمت داخل صفحه است.



شکل ۱۱-۳۳ دو سیم حامل جریانهای عمود بر صفحه شکل هستند؛ i_1 به سمت بیرون از صفحه (که با \odot نمایش داده شده است، تا نوک تیز پیکان را به خاطر آورد) و i_2 به سمت داخل صفحه (که با \otimes نمایش داده شده است تا یادآور انتهای پیکان باشد). میدان کل در نقطه P برابر است با حاصل جمع برداری بردارهای \vec{B}_1 و \vec{B}_2 .

بر صفحه شکل عمودند و حامل جریانهای در جهتهای مخالف‌اند. می‌خواهیم میدان مغناطیسی ناشی از دو سیم را در نقطه P مشخص کنیم. خطهای میدان مغناطیسی ناشی از سیم ۱، دایره‌های هم‌مرکزی حول آن سیم تشکیل می‌دهند و اندازه میدان در فاصله r_1 با معادله (۱۳-۳۳) معین می‌شود، یعنی $B = \mu_0 i_1 / 2\pi r_1$. جهت \vec{B}_1 به‌وسیله مماس بر کمان دایره‌ای که از نقطه P می‌گذرد معلوم می‌شود؛ یا به‌طور هم‌ارز، \vec{B}_1 عمود است بر \vec{r}_1 که برداری است شعاعی از سیم به نقطه P .

به‌صورتی مشابه، میدان ناشی از سیم ۲ در شکل به‌صورت بردار \vec{B}_2 نمایش داده شده است. این بردار بر خطهای دایره‌ای میدان مغناطیسی مماس است و بر \vec{r}_2 عمود است. برای اینکه میدان خالص در نقطه P را پیدا کنیم، حاصل جمع برداری میدانهای ناشی از هر کدام از دو سیم منفرد را محاسبه می‌کنیم: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. اندازه و جهت میدان کل را می‌توان با بهره‌گیری از قاعده‌های متداول جمع برداری مشخص کرد. وضعیت نشان داده‌شده در شکل ۱۱-۳۳ مشابه روش محاسبه میدان الکتریکی ناشی از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 است: میدانها ناشی از هر کدام از دو بار را در نقطه P مشخص می‌کنیم، و سپس حاصل جمع برداری، میدان کل را به‌دست می‌دهد، $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. برای مشاهده این میدان الکتریکی کل در نقطه P ، می‌توانستیم نیروی وارد بر ذره باردار سومی را که در آنجا قرار می‌دادیم اندازه‌گیری کنیم. به‌صورتی مشابه، برای مشاهده میدان مغناطیسی کل در نقطه P در

را نمی‌توان برای نقطه‌های داخلی سیم به‌کار برد. در واقع میدان ناشی از هر سیم در مرکز آن صفر می‌شود.

باید نشان دهید نتیجه‌هایی که برای میدان کل ناشی از دو جریان به‌دست آوردیم، برای نقطه‌های $|x| > b$ معتبر است. در شکل ۱۳-۳۳ (ب) تغییرهای میدان B برحسب x را برای $i = 25 \text{ A}$ و $b = 25 \text{ mm}$ نشان داده‌ایم.

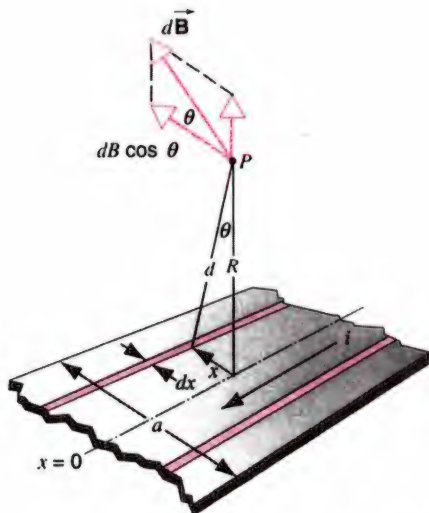
مسئله نمونه ۵-۳۳ در شکل ۱۴-۳۳ یک نوار پهن مسی به عرض a و ضخامت ناچیز را نشان داده‌ایم که حامل جریان i است. میدان مغناطیسی \vec{B} را در نقطه P در فاصله R از مرکز نوار و روی عمودمنصف آن، معین کنید.

حل. فرض کنید که این نوار پهن را به رشته‌های دراز به عرض بینهایت کوچک dx تقسیم کنیم، به‌طوری که هر یک از این رشته‌ها را بتوان یک سیم حامل جریان di در نظر گرفت که از رابطه $i(dx/a)$ به‌دست می‌آید. سهم میدان dB ناشی از جزء نشان داده‌شده در نیمه سمت چپ نوار شکل ۱۴-۳۳ در نقطه P ، از شکل دیفرانسیلی معادله (۱۳-۳۳) به‌دست می‌آید، یا

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{di}{d} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i(dx/a)}{R \sec \theta}$$

که در آن $d = R/\cos \theta = R \sec \theta$. توجه کنید که بردار $d\vec{B}$ عمود بر خطی است که با d مشخص شده است.

فقط مؤلفه افقی $d\vec{B}$ ، یعنی $dB \cos \theta$ ، مؤثر است؛ مؤلفه قائم را رشته‌ای که به‌طور متقارن در سمت دیگر مبدأ قرار گرفته است (جزء



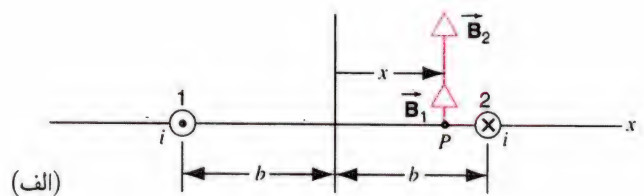
شکل ۱۴-۳۳ مسئله نمونه ۵-۳۳. نوار تخت به عرض a و حامل جریان i .

مسئله نمونه ۴-۳۳ دو سیم موازی بلند که با فاصله $2b$ از هم قرار گرفته‌اند، مطابق شکل ۱۳-۳۳ (الف)، حامل جریانهای i در دو جهت مخالف هم هستند. رابطه‌ای برای میدان مغناطیسی B در نقطه P به‌دست آورید. نقطه P روی خط واصل بین دو سیم و به فاصله x از نقطه وسط آنها قرار گرفته است.

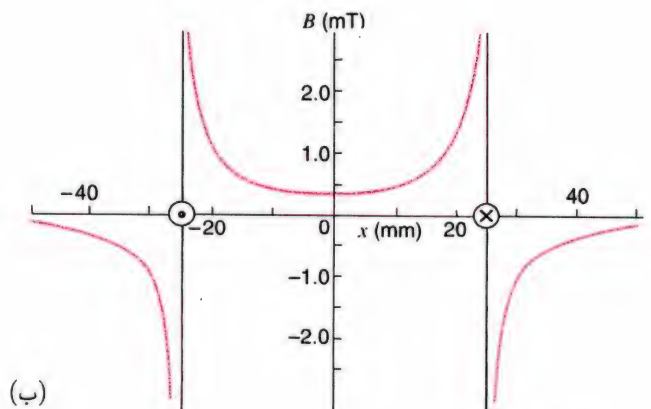
حل. مطالعه شکل ۱۳-۳۳ (الف) نشان می‌دهد که \vec{B}_1 میدان ناشی از جریان i_1 و \vec{B}_2 میدان ناشی از جریان i_2 در نقطه P هر دو در یک جهت هستند. هرکدام از این میدانها از معادله (۱۳-۳۳)، یعنی $B = \mu_0 i / 2\pi d$ به‌دست می‌آید به‌طوری که

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi(b+x)} + \frac{\mu_0 i}{2\pi(b-x)} = \frac{\mu_0 i b}{\pi(b^2 - x^2)}$$

بررسی این نتیجه نشان می‌دهد که B (۱) حول نقطه $x = 0$ متقارن است، (۲) در $x = 0$ میدان مغناطیسی B دارای کمترین مقدار (مساوی $\mu_0 i / \pi b$) است، و (۳) وقتی $x \rightarrow \pm b$ آنگاه میدان $B \rightarrow \infty$. این نتیجه‌گیری اخیر درست نیست، زیرا معادله (۱۳-۳۳)

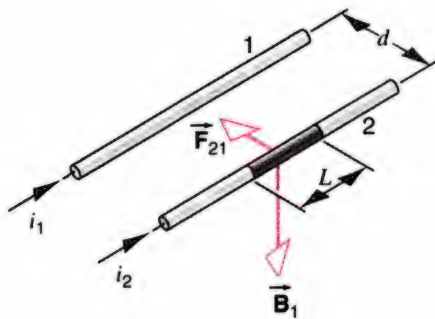


(الف)



(ب)

شکل ۱۳-۳۳ مسئله نمونه ۴-۳۳. (الف) میدانهای مغناطیسی ناشی از جریانهای موجود در سیمهای ۱ و ۲ در نقطه P . (ب) میدان برآیند در نقطه P که برای $i = 25 \text{ A}$ و $b = 25 \text{ mm}$ محاسبه شده است.



شکل ۱۵-۳۳ دو سیم موازی حامل جریانهای هم جهت همدیگر را می‌ریایند. میدان \vec{B}_1 در موقعیت سیم ۲ ناشی از جریان جاری در سیم ۱ است.

در شکل ۱۵-۳۳، سیم ۱ حامل جریان i_1 میدان مغناطیسی \vec{B}_1 را ایجاد می‌کند که اندازه آن در موقعیت سیم دوم، بنابر معادله (۱۳-۳۳)، عبارت است از

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

قاعده دست راست نشان می‌دهد که جهت میدان \vec{B}_1 در موقعیت سیم ۲ به سمت پایین است، که این میدان را در شکل ۱۵-۳۳ نشان داده‌ایم.

می‌توان چنین تصور کرد که سیم ۲، که حامل جریان i_2 است در میدان مغناطیسی خارجی \vec{B}_1 غوطه‌ور است. بر قطعه‌ای از این سیم به طول L نیروی مغناطیسی جانبی $\vec{F}_{21} = i_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$ وارد می‌شود که اندازه آن عبارت است از

$$F_{21} = i_2 L B_1 = \frac{\mu_0 L i_1 i_2}{2\pi d} \quad (25-33)$$

قاعده حاصلضرب برداری نشان می‌دهد که \vec{F}_{21} در صفحه سیمها قرار دارد و جهت آن در شکل ۱۵-۳۳ به طرف سیم ۱ است. می‌توانستیم کار را با سیم ۲ آغاز و با محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از آن، یعنی \vec{B}_2 ، در موقعیت سیم ۱ نیروی \vec{F}_{12} را معین کنیم که میدان \vec{B}_2 بر قطعه‌ای به طول L از سیم ۱ وارد می‌کند. نیروی وارد بر سیم ۱، برای جریانهای موازی شکل ۱۵-۳۳، به طرف سیم ۲ است. نیروهایی که دو سیم بر یکدیگر وارد می‌کنند از نظر اندازه با هم برابر و جهت آنها مخالف یکدیگر است؛ این نیروها، بنابر قانون سوم نیوتون یک زوج کنش-واکنش را تشکیل می‌دهند.

اگر جریانهای شکل ۱۵-۳۳ پادموازی باشند، درمی‌یابیم که نیروهای وارد بر سیمها برعکس می‌شود؛ سیمها یکدیگر را دفع می‌کنند. قاعده کلی در این مورد چنین است:

سایه‌دار دوم در شکل ۱۴-۳۳ خنثی می‌کند. به این ترتیب B در نقطه P از انتگرال (نرده‌ای) زیر به دست می‌آید:

$$B = \int dB \cos \theta = \int \frac{\mu_0 i (dx/a)}{2\pi R \sec \theta} \cos \theta \\ = \frac{\mu_0 i}{2\pi a R} \int \frac{dx}{\sec^2 \theta}$$

متغیرهای x و θ مستقل از هم نیستند و با معادله زیر به هم مربوط می‌شوند

$$x = R \tan \theta$$

یا

$$dx = R \sec^2 \theta d\theta$$

حدود تغییرات θ عبارت است از $\pm \alpha$ ، که در اینجا $\alpha = \tan^{-1}(\alpha/2R)$. با جایگزین کردن dx در عبارت مربوط به B ، می‌رسیم به

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a R} \int \frac{R \sec^2 \theta d\theta}{\sec^2 \theta} \\ = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \int_{-\alpha}^{+\alpha} d\theta = \frac{\mu_0 i}{\pi a} \alpha = \frac{\mu_0 i}{\pi a} \tan^{-1} \frac{a}{2R} \quad (24-33)$$

این رابطه نتیجه کلی برای میدان مغناطیسی ناشی از نوار جریان است. در فاصله‌های بسیار دور از نوار، α زاویه کوچکی است که برای آن $\alpha \approx \tan \alpha = a/2R$. به این ترتیب به عنوان یک نتیجه تقریبی داریم

$$B \approx \frac{\mu_0 i}{\pi a} \left(\frac{a}{2R} \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

انتظار چنین نتیجه‌ای را داشتیم، زیرا در نقطه‌های دوردست نمی‌توان نوار را از یک رشته سیم نازک تمیز داد (معادله ۱۳-۳۳ را ببینید).

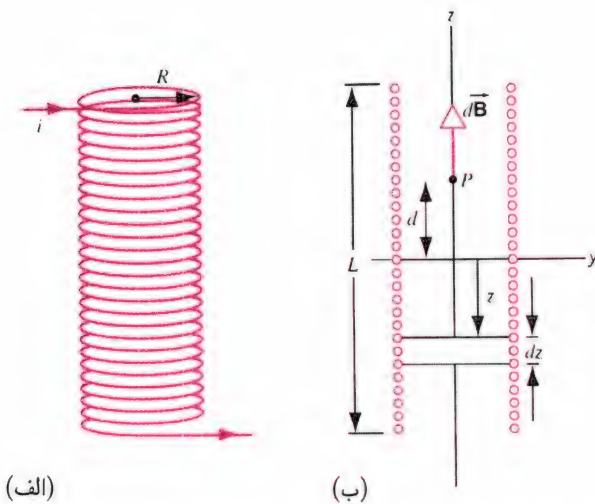
برهم‌کنش بین جریانهای موازی

اکنون به انجام محاسبه‌های متفاوتی می‌پردازیم که دو سیم بلند، مستقیم حامل جریانهای موازی (یا پادموازی) را دربر می‌گیرد. به علت وجود میدان مغناطیسی ناشی از سیم در موقعیت سیم دوم، نیروی مغناطیسی به سیم دوم وارد می‌شود. به صورتی مشابه، سیم دوم نیز یک میدان مغناطیسی در موقعیت سیم اول ایجاد می‌کند که آن هم نیرویی به سیم اول وارد می‌کند.

جریانهای موازی یکدیگر را می‌ربایند و جریانهای پادموازی یکدیگر را می‌رانند.

این قاعده از جهتی برخلاف قاعده مربوط به بارهای الکتریکی است، زیرا جریانهای هم‌نام (موازی) یکدیگر را می‌ربایند ولی بارهای هم‌نام (هم‌علامت) یکدیگر را می‌رانند.

از نیروی وارد بین دو سیم بلند موازی برای تعریف آمپر استفاده می‌کنیم. با در اختیار داشتن دو سیم بلند موازی با سطح مقطع دایره‌ای ناپیچ که در خلأ در فاصله یک متر از هم قرار گرفته‌اند، آمپر را به صورت جریانی در سیمها تعریف می‌کنیم که به ازای هر متر طول آنها نیروی 2×10^{-7} نیوتون را ایجاد کند.



شکل ۳۳-۱۶ (الف) یک سیملوله. (ب) یک حلقه نازک به ضخامت dz میدان $d\vec{B}$ را در نقطه P روی محور z به وجود می‌آورد.

یا شناور، نگه داشت؟ تعادل این سیم نسبت به جابه‌جاییهای قائم پایدار است یا ناپایدار؟ نسبت به جابه‌جاییهای افقی چطور؟

۳۳-۴ میدان مغناطیسی سیملوله

مسئله نمونه ۳۳-۵ روشی برای به دست آوردن میدان مغناطیسی یکنواخت (یعنی، میدان مغناطیسی که اندازه و جهت آن تغییر نمی‌کند) ارائه می‌دهد. یک نوار رسانا، که حامل جریان یکنواخت توزیع شده i است، میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که با معادله (۳۳-۲۴) مشخص شده است. در نقطه‌های خیلی نزدیک به نوار ($R \rightarrow 0$ و $\tan^{-1} a/2R \rightarrow \pi/2$)، معادله (۳۳-۲۴) به صورت $B = \mu_0 i/2a$ در می‌آید که مستقل از فاصله R از نوار است. این رفتار، میدان الکتریکی در نزدیکی یک سطح تخت حامل چگالی بار یکنواخت را به خاطر ما می‌آورد، که در آنجا جهت و اندازه میدان الکتریکی تغییر نمی‌کرد. مشابه خازن با صفحه‌های تخت برای میدانهای الکتریکی، می‌توانیم قطعه یا وسیله‌ای با دو صفحه تخت حامل جریانهای برابر در جهت‌های مخالف بسازیم، که میدانها در ناحیه بین دو صفحه همدیگر را تقویت کرده در خارج از فضای بین آنها یکدیگر را خنثی می‌کنند.

یک روش عملی‌تر برای به دست آوردن میدان مغناطیسی تقریباً یکنواخت استفاده از سیملوله است. همان‌طور که در شکل ۳۳-۱۶ (الف) نشان داده‌ایم، سیملوله عبارت است از یک

مسئله نمونه ۳۳-۶ یک سیم بلند افقی که تکیه‌گاه صلبی دارد حامل جریان i_a برابر با 96 A است. درست در بالای این سیم و موازی با آن سیم نازکی قرار گرفته که حامل جریان i_b برابر با 23 A است. وزن واحد طول این سیم 73 N/m است. اگر بخواهیم وزن سیم دوم را با رانش مغناطیسی خنثی کنیم، این سیم را باید در چه فاصله‌ای در بالای سیم پایینی قرار دهیم؟

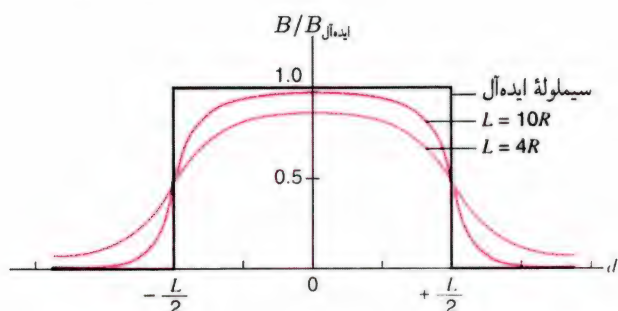
حل. برای فراهم آوردن رانش، باید جریانها در دو سیم در جهت مخالف باشند. در حالت تعادل، باید نیروی مغناطیسی به ازای واحد طول با نیروی وزن واحد طول مساوی و در جهت مخالف آن باشد. از حل معادله (۳۳-۲۵) بر حسب d نتیجه می‌گیریم که

$$d = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi(F/L)} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(96 \text{ A})(23 \text{ A})}{2\pi(73 \text{ N/m})} = 6.0 \times 10^{-3} \text{ m} = 6.0 \text{ mm}$$

فرض می‌کنیم که قطر سیم آویخته خیلی کوچکتر از فاصله بین دو سیم باشد. این فرض لازم است، زیرا در به دست آوردن معادله (۳۳-۲۵) به طور ضمنی فرض کردیم که میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم برای تمام نقطه‌های داخل سیم دیگر یکنواخت است.

آیا تعادل سیم آویخته نسبت به جابه‌جایی قائم پایدار است یا ناپایدار؟ این تعادل را می‌توان با جابه‌جا کردن سیم در امتداد قائم و مطالعه چگونگی تغییرهای نیروی وارد بر سیم بررسی کرد. تعادل این سیم نسبت به جابه‌جایی افقی پایدار است یا ناپایدار؟

فرض کنید که رشته سیم نازک در زیر سیمی قرار گرفته است که به وسیله تکیه‌گاه صلبی نگهداری می‌شود. چگونه می‌توان آن را "معلق



شکل ۱۷-۳۳ میدان مغناطیسی مربوط به یک سیمولده ایده‌آل و دو سیمولده غیرایده‌آل به صورت تابعی از فاصله d از مرکز سیمولده.

نقطه‌های داخلی سیمولده و هم برای نقطه‌های خارجی آن معتبر است. جهت میدان، طبق معمول، با بهره‌گیری از قاعده دست راست تعیین می‌شود، به طوری که اگر از بالا نگاه کنیم، جریان پادساعتگردی گرد مدار جاری باشد، میدان در جهت مثبت محور z است.

در سیمولده ایده‌آل، طول L سیمولده خیلی بیشتر از شعاع R آن است. در این مورد معادله (۲۷-۳۳) به صورت زیر در می‌آید

$$B = \mu_0 n i \quad (\text{سیمولده ایده‌آل}) \quad (28-33)$$

همان‌طور که در فصل بعد نشان خواهیم داد، معادله (۲۸-۳۳)، میدان را در تمام نقطه‌های داخلی یک سیمولده ایده‌آل، اعم از نقطه‌های روی محوری یا خارج از آن، به دست می‌دهد و میدان برای تمامی نقطه‌های خارجی سیمولده برابر صفر است.

در شکل ۱۷-۳۳، میدان محاسبه شده به وسیله معادله (۲۷-۳۳) بر حسب تابعی از مکان روی محور برای سیمولده ایده‌آل و دو سیمولده متفاوت غیرایده‌آل ترسیم شده است. توجه کنید که هرچه سیمولده درازتر و باریک‌تر بشود، و به این ترتیب به حالت ایده‌آل نزدیک‌تر بشود، میدان در امتداد محور تقریباً به صورت یک ثابت در می‌آید و در خارج از سیمولده و فراتر از دو سر آن خیلی سریع‌تر به صفر کاهش پیدا می‌کند.

میدان داخل سیمولده را با "کشیدن" و دراز کردن آن، به صورتی که در شکل ۱۸-۳۳ نشان داده‌ایم، مورد مطالعه و بررسی قرار می‌دهیم. در فاصله‌های خیلی نزدیک به هر یک از سیمها، میدان مغناطیسی خیلی نزدیک به میدان مغناطیسی یک سیم بلند و مستقیم است، که خطهای میدان دایره‌های هم‌مرکزی را حول سیم تشکیل می‌دهند. این میدانها در نقطه‌های میان سیمهای مجاور همدیگر را خنثی می‌کنند. از این شکل چنین استنتاج می‌کنیم که میدانهای ناشی از حلقه‌های منفرد سیم با هم جمع می‌شوند تا خطهای میدانی را به وجود آورند

سیم‌پیچ مارپیچی روی یک هسته استوانه‌ای. سیمها حامل جریان i هستند و تنگ هم چیده شده‌اند، به طوری که در امتداد سیمولده n دور سیم به ازای واحد طول پیچیده شده است.

در این بخش، میدان را در امتداد محور مرکزی سیمولده محاسبه می‌کنیم و برای این کار از نتیجه‌های قبلی برای میدان مغناطیسی حلقه سیم دایره‌ای استفاده می‌کنیم. محاسبه میدان در خارج از محور و با استفاده از قانون بیو-ساوار کار دشواری است، ولی در بخش بعدی روش متفاوت و بسیار ساده‌تری را برای محاسبه میدان در خارج از محور مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در شکل ۱۶-۳۳ (ب) شمای هندسی مربوط به محاسبه میدان روی محور را نشان داده‌ایم. محور تقارن سیمولده را محور z اختیار می‌کنیم، و مبدأ مختصات را در مرکز سیمولده در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم میدان را در نقطه P ، که در فاصله d از مبدأ و روی محور z است، محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم که سیم‌پیچها آن‌چنان نازک باشند که هر دور آن را بتوانیم تقریباً یک حلقه دایره‌ای در نظر بگیریم، و فرض می‌کنیم صفحه حلقه موازی صفحه xy باشد. سیمولده شامل N دور سیم‌پیچ در طول L است و در نتیجه تعداد دورها در واحد طول برابر $n = N/L$ است.

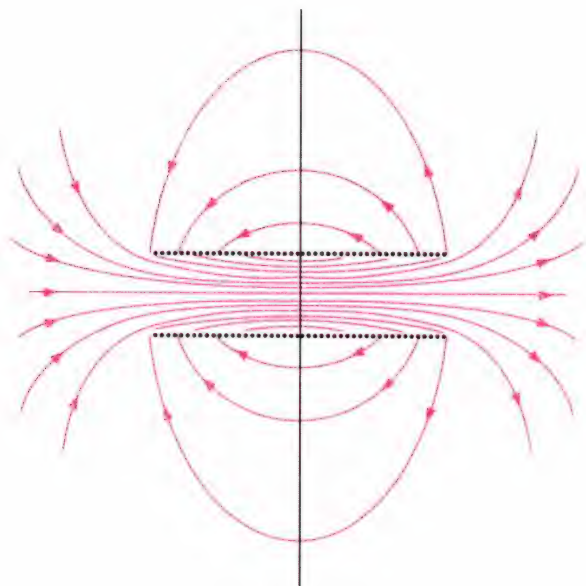
یک حلقه نازک با ضخامت dz در نظر بگیرید. تعداد دورها در این حلقه برابر با $n dz$ ، و در نتیجه کل جریان جاری در این حلقه برابر $ni dz$ است، زیرا هر دور سیم حامل جریان i است. میدان ناشی از این حلقه در نقطه P ، با بهره‌گیری از معادله (۱۹-۳۳)، برابر است با

$$dB = \frac{\mu_0 (ni dz) R^2}{2[R^2 + (z-d)^2]^{3/2}} \quad (26-33)$$

که در این معادله $z-d$ مکان حلقه نسبت به نقطه P است. برای یافتن میدان کل ناشی از تمامی این‌گونه حلقه‌ها، باید از این عبارت از فاصله $z = -L/2$ تا $z = +L/2$ انتگرال بگیریم. از محاسبه این انتگرال (با استفاده از انتگرال ۱۸ پیوست ط)، می‌رسیم به

$$B = \frac{\mu_0 n i R^2}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dz}{[R^2 + (z-d)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 n i}{2} \left(\frac{L/2 + d}{\sqrt{R^2 + (L/2 + d)^2}} + \frac{L/2 - d}{\sqrt{R^2 + (L/2 - d)^2}} \right) \quad (27-33)$$

این عبارت میدان مغناطیسی را در داخل یک سیمولده، روی محور آن، و در فاصله d از مرکزش به دست می‌دهد. این عبارت هم برای



شکل ۱۹-۳۳ خطهای میدان مغناطیسی سیمولوله با طول محدود. توجه کنید که میدان در داخل سیمولوله قوی‌تر (که با چگالی بیشتر خطهای میدان مشخص شده است) از خارج آن است.

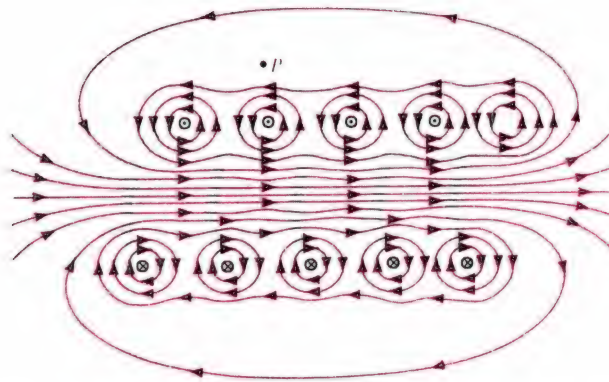
خیلی نزدیک به دو سر سیمولوله نباشند. همان‌طور که در شکل ۱۷-۳۳ نشان داده‌ایم، حتی برای وقتی که طول سیمولوله فقط ده برابر شعاع آن است میدان مغناطیسی در نیمه مرکزی وسیله در محدوده چند درصد با میدان سیمولوله ایده‌آل تفاوت دارد.

مسئله نمونه ۷-۳۳ طول یک سیمولوله $L = ۱٫۲۳ \text{ m}$ و قطر داخلی آن $d = ۳٫۵۵ \text{ cm}$ است. این سیمولوله پنج لایه سیم‌پیچ دارد که هر کدام شامل ۸۵° دور سیم است و جریان $i = ۵٫۵۷ \text{ A}$ از آن می‌گذرد. مقدار B در مرکز این سیمولوله چقدر است؟

حل. از آنجا که $L/R = ۶۹$ ، با آسودگی خاطر می‌توانیم این سیمولوله را تقریباً ایده‌آل در نظر بگیریم. از معادله (۲۸-۳۳) داریم

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n i \\ &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \left(\frac{5 \times 85^\circ}{1.23 \text{ m}} \right) (5.57 \text{ A}) \\ &= 2.42 \times 10^{-2} \text{ T} = 24.2 \text{ mT} \end{aligned}$$

توجه کنید که گرچه سیمولوله بیش از یک لایه سیم‌پیچ دارد باز هم می‌توانیم از معادله (۲۸-۳۳) استفاده کنیم، زیرا قطر سیم‌پیچها در معادله دخالتی ندارد.



شکل ۱۸-۳۳ قسمتی از یک سیمولوله که در این تصویر کشیده و بلند شده است. در اینجا خطهای میدان را نشان داده‌ایم.

که در داخل سیمولوله با محور آن تقریباً موازی‌اند. در حد مربوط به سیمولوله ایده‌آل، میدان یکنواخت و موازی محور سیمولوله می‌شود. در نقطه‌های خارج از سیمولوله، مانند نقطه P در شکل ۱۸-۳۳، میدان ناشی از قسمت بالایی سیم‌پیچهای سیمولوله (که به دلیل رو به بیرون بودن جریان با نماد \odot نشان داده شده‌اند) به سمت چپ است و در جهت خنثی کردن میدان ناشی از قسمت پایینی سیم‌پیچهای سیمولوله (که به دلیل رو به داخل صفحه بودن جریان با نماد \otimes نشان داده شده‌اند) که در نزدیکی P به سمت راست است عمل می‌کند. در حالت حدی مربوط به سیمولوله ایده‌آل، میدان در خارج از سیمولوله صفر است. اگر طول سیمولوله بسیار بزرگتر از شعاع آن باشد و فقط میدان را در نقطه‌هایی مانند P بخواهیم، در آن صورت برای سیمولوله‌های واقعی تقریب خوبی است که میدان خارجی را صفر در نظر بگیریم. در شکل ۱۹-۳۳ خطهای میدان مغناطیسی سیمولوله غیرایده‌آل را نشان داده‌ایم. از فاصله بین خطهای میدان می‌توانید مشاهده کنید که میدان در خارج از سیمولوله بسیار ضعیف‌تر از میدان داخل سیمولوله است، که در سطح مقطع سیمولوله خیلی نزدیک به میدان یکنواخت است.

سیمولوله برای میدانهای مغناطیسی همان چیزی است که خازن با صفحه‌های موازی برای میدانهای الکتریکی: وسیله یا ابزار نسبتاً ساده‌ای که توانایی ایجاد میدان تقریباً یکنواخت را دارد. در خازن با صفحه‌های موازی، در صورتی میدان الکتریکی تقریباً یکنواخت است که فاصله بین صفحه‌ها در مقایسه با ابعاد صفحه‌ها کوچک باشد و نقطه‌های مورد نظر خیلی نزدیک به لبه خازن نباشند. به همین ترتیب، میدان مغناطیسی در سیمولوله در صورتی تقریباً یکنواخت است که شعاع آن در مقایسه با طول سیمولوله کوچک باشد و نقطه‌های مورد نظر

۵-۳۳ قانون آمپر

قانون کولن را می‌توان یک قانون بنیادی الکتروستاتیک در نظر گرفت؛ از این قانون می‌توانیم برای محاسبه میدان الکتریکی مربوط به هر توزیع باری استفاده کنیم. ولی، در فصل ۲۷ نشان دادیم که قانون گاوس امکان حل بعضی از مسئله‌ها را، که تقارن بالایی دارند، با سادگی و ظرافت فراهم می‌آورد. علاوه بر آن، نشان دادیم که قانون گاوس در محدوده خود، شامل قانون کولن مربوط به میدان الکتریکی بار نقطه‌ای نیز هست. قانون گاوس را بنیادی‌تر از قانون کولن در نظر می‌گیریم. قانون گاوس یکی از چهار معادله بنیادی (ماکسول) در نظریه الکترومغناطیس است.

در مغناطیس نیز وضعیت مشابهی وجود دارد. با بهره‌گیری از قانون بیوساوار، می‌توانیم میدان مغناطیسی ناشی از هر توزیع جریانی را محاسبه کنیم، درست همان‌طور که از معادله (۲۶-۶) یا معادله‌های (۲۶-۱۳) و (۲۶-۱۴) (که هم‌ارز قانون کولن‌اند) برای محاسبه میدان الکتریکی ناشی از هر نوع توزیع باری استفاده کردیم. در یک رهیافت بنیادی‌تر به میدانهای مغناطیسی از قانونی استفاده می‌کنیم که (مانند قانون گاوس برای میدانهای الکتریکی) برای ساده کردن محاسبه میدان \vec{B} از تقارن موجود در مسئله‌های معینی بهره می‌گیرد. این قانون را بنیادی‌تر از قانون بیوساوار در نظر می‌گیریم که به معادله دیگری از چهار معادله ماکسول می‌انجامد.

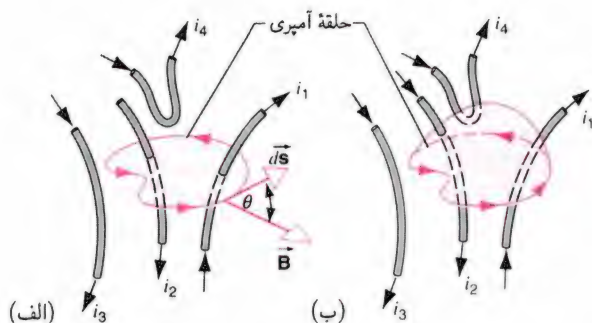
این نتیجه جدید را قانون آمپر می‌نامیم و آن را به صورت زیر

می‌نویسیم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \quad (۲۹-۳۳)$$

به‌خاطر دارید که برای استفاده از قانون گاوس، ابتدا یک سطح فرضی بسته (به‌نام سطح گاوسی) در نظر گرفتیم که مقدار معینی بار را احاطه می‌کرد. برای استفاده از قانون آمپر یک منحنی بسته (به‌نام حلقه آمپری) در نظر می‌گیریم، که در شکل ۲۰-۳۳ نشان داده‌ایم. طرف چپ معادله (۲۹-۳۳) حکم می‌کند که این منحنی را به پاره‌خطهای کوچکی به طول $d\vec{s}$ تقسیم کنیم. وقتی حلقه را دور می‌زنیم (جهت حرکت ما جهت $d\vec{s}$ را مشخص می‌کند)، کمیت $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ را محاسبه و این کمیتها را گرد حلقه با هم جمع می‌کنیم (انتگرال می‌گیریم).

انتگرال طرف چپ معادله (۲۹-۳۳) را انتگرال خطی می‌نامیم. (قبلاً در فصل ۱۱ برای محاسبه کار و در فصل ۲۸ به منظور محاسبه اختلاف پتانسیل از انتگرال خطی استفاده کرده‌ایم.) دایره کوچک روی علامت انتگرال نشان می‌دهد که انتگرال‌گیری باید دور مسیر بسته



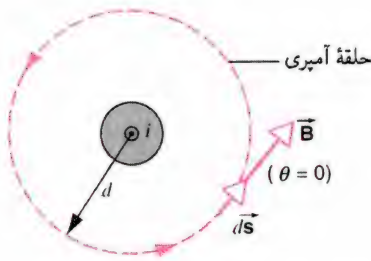
شکل ۲۰-۳۳ (الف) در کاربرد قانون آمپر، حول یک حلقه بسته انتگرال می‌گیریم. حاصل انتگرال به وسیله جریان خالص گذرنده از رویه‌ای که توسط حلقه محدود شده است، معین می‌شود. (ب) رویه محدودشده توسط حلقه به سمت بالا کشیده شده است.

انجام شود. اگر θ زاویه بین $d\vec{s}$ و \vec{B} باشد، انتگرال خطی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos \theta \quad (۳۰-۳۳)$$

جریان i در معادله (۲۹-۳۳) کل جریانی است که حلقه "دربر می‌گیرد"؛ یعنی حاصل جمع جریان در سیمهایی که رویه دربر گرفته شده توسط حلقه را سوراخ می‌کنند. مشابه مورد مربوط به بارها در قانون گاوس، جریانهایی که خارج از محدوده حلقه قرار گرفته‌اند به حساب آورده نمی‌شوند. در شکل ۲۰-۳۳ (الف) چهارسیم حامل جریان وجود دارد. میدان مغناطیسی \vec{B} در هر نقطه، اثر خالص کلیه جریانهایی است که از همه سیمها عبور می‌کند. با این همه، در محاسبه طرف راست معادله (۲۹-۳۳)، تنها جریانهایی i_1 و i_2 را در نظر می‌گیریم، زیرا سیمهای حامل جریانهایی i_3 و i_4 از رویه محصور توسط حلقه عبور نمی‌کنند. دو سیمی که از داخل حلقه می‌گذرند حامل جریانهایی در جهتهای مخالف‌اند. از قاعده دست راست برای تعیین علامت جریانه‌ها استفاده می‌کنیم: اگر انگشتان دست راست در جهت پیمایش حلقه باشد، جریانهایی که در جهت شست قرار می‌گیرند (مانند جریان i_1) را مثبت در نظر می‌گیریم، در حالی که جریانهایی که در جهت مخالف آن هستند (مانند جریان i_2) را منفی منظور می‌کنیم. به این ترتیب جریان خالص i که از حلقه شکل ۲۰-۳۳ (الف) می‌گذرد عبارت است از $i = i_1 - i_2$.

میدان مغناطیسی \vec{B} در نقطه‌های روی حلقه و داخل آن مسلماً به جریانهایی i_3 و i_4 بستگی دارد؛ ولی، انتگرال $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ روی حلقه به جریانهایی نظیر i_3 و i_4 که رویه دربر گرفته شده توسط حلقه را سوراخ نمی‌کند وابسته نیست. این نتیجه منطقی است، زیرا $\vec{B} \cdot d\vec{s}$



شکل ۲۱-۳۳ از یک حلقه آمپری دایره‌ای برای یافتن میدان مغناطیسی حاصل از جریان در سیم بلند و مستقیم استفاده شده است. سیم بر صفحه شکل عمود و جهت جریان به طرف خارج از صفحه است.

نقطه‌ای به فاصله d از آن استفاده کنیم. این مسئله را قبلاً با استفاده از قانون بیو-سوار حل کرده‌ایم.

همان‌گونه که در شکل ۲۱-۳۳ نشان داده‌ایم، حلقه آمپری دایره‌ای به شعاع d است که مرکزش روی سیم قرار دارد و صفحه این حلقه بر امتداد سیم عمود است. از تقارن موجود در مسئله، \vec{B} تنها می‌تواند تابع d باشد (و نه مثلاً، وابسته به مختصات زاویه‌ای در دور دایره). با انتخاب مسیری که همه‌جا به یک فاصله از سیم است، می‌دانیم که B روی این مسیر ثابت است.

از آزمایشهای آرستد می‌دانیم که \vec{B} فقط یک مؤلفه مماسی دارد. به این ترتیب، زاویه θ برابر صفر است و انتگرال خطی به صورت زیر در می‌آید

$$\oint B ds \cos \theta = B \oint ds = B(2\pi d) \quad (۳۲-۳۳)$$

توجه داشته باشید که انتگرال ds در گرداگرد مسیر، همان طول مسیر، یا در مورد دایره $2\pi d$ است. طرف راست قانون آمپر به سادگی برابر $\mu_0 i$ است (که بنابه قاعده دست راست، مثبت در نظر گرفته شده است). از قانون آمپر داریم

$$B(2\pi d) = \mu_0 i$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

که همان معادله (۱۳-۳۳) است. معادله (۱۳-۳۳) را (با تلاش به مراتب بیشتری) با استفاده از قانون بیو-سوار به دست آوردیم.

سیم بلند و مستقیم (نقطه‌های داخلی). همچنین می‌توانیم از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی در نقطه‌های داخلی یک سیم استفاده کنیم. فرض می‌کنیم که جریان i به طور یکنواخت روی سطح مقطع

مربوط به میدان حاصل از جریانهای i_1 و i_2 در حرکت گرد حلقه همواره دارای علامت ثابتی است؛ در صورتی که $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ مربوط به میدانهای ناشی از جریانهای i_3 و i_4 در حرکت گرد حلقه تغییر علامت می‌دهند و در واقع قسمتهای مثبت و منفی دقیقاً یکدیگر را خنثی می‌کنند.

نتیجه‌های به دست آمده در اینجا، با تغییر دادن شکل رویه بدون تغییر دادن حلقه، تغییر نمی‌کند. در شکل ۲۰-۳۳ (ب)، رویه را به سمت بالا کشیده‌ایم، به طوری که در حالت اخیر سیم حامل جریان i_4 رویه را سوراخ می‌کند. ولی، توجه کنید که این سیم رویه را دوبار سوراخ می‌کند، یک بار وقتی سیم به سمت پایین می‌رود (که متناظر با مشارکت $-i_4$ به جریان کل گذرنده از رویه، و منطبق بر قاعده دست راست است) و یک بار وقتی سیم به سمت بالا می‌رود (که متناظر با مشارکت $+i_4$ به جریان کل است). به این ترتیب، جریان کل گذرنده از رویه تغییر نمی‌کند؛ البته انتظار چنین نتیجه‌ای را نیز داشتیم، زیرا با کشیدن رویه، میدان \vec{B} در مکانهای موجود روی حلقه ثابت تغییر نمی‌کند و بنابراین انتگرال خطی در طرف چپ قانون آمپر تغییر نمی‌کند.

توجه کنید که وارد کردن ثابت دلخواه 4π در قانون بیو-سوار، ثابت قانون آمپر را به μ_0 تبدیل می‌کند. (ساده‌سازی مشابهی برای قانون گاوس با منظور کردن ثابت 4π در قانون کولن حاصل شد.)

برای وضعیت نشان داده شده در شکل ۲۰-۳۳، قانون آمپر نتیجه می‌دهد که

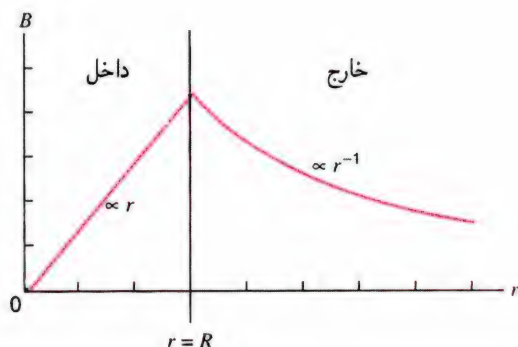
$$\oint B ds \cos \theta = \mu_0 (i_1 - i_2) \quad (۳۱-۳۳)$$

معادله (۳۱-۳۳) برای میدان مغناطیسی \vec{B} تا زمانی که روی حلقه آمپری، هم اندازه و هم جهتش تغییر می‌کند معتبر است. نمی‌توانیم این معادله را برای B حل کنیم مگر راهی پیدا کنیم که B را از زیر علامت انتگرال در آوریم. برای انجام این کار، از تقارن هندسی بهره می‌گیریم تا یک حلقه آمپری انتخاب کنیم که برای آن B ثابت است. در محاسبه میدانهای الکتریکی با بهره‌گیری از قانون گاوس از ترفند مشابهی سود بردیم.

مثالهای زیر نشان می‌دهند که چگونه می‌توانیم از قانون آمپر برای محاسبه میدانهای مغناطیسی مواردی که در آنها درجه بالایی از تقارن وجود دارد استفاده کنیم.

کاربردهای قانون آمپر

سیم بلند و مستقیم (نقطه‌های خارجی). می‌توانیم از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم بلند و مستقیم در



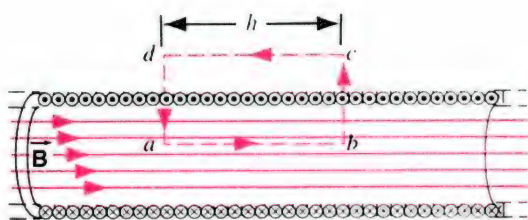
شکل ۲۲-۳۳ میدان مغناطیسی محاسبه شده برای سیم شکل ۲۲-۳۳. توجه کنید که بزرگترین میدان در سطح سیم ایجاد می شود.

معادله (۳۴-۳۳) فقط برای موردی معتبر است که جریان به طور یکنواخت روی مقطع سیم توزیع شده باشد. اگر چگالی جریان به r بستگی داشته باشد نتیجه متفاوتی به دست خواهد آمد (مسئله ۱۳ ببینید). با این همه، معادله (۱۳-۳۳) برای میدان مغناطیسی نقطه های خارجی سیم همچنان معتبر باقی می ماند، چه چگالی جریان ثابت باشد و چه تابعی از r .

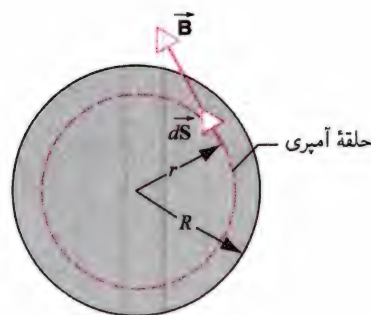
سیمولوه. سیمولوه ایده آل مطابق شکل ۲۴-۳۳ را در نظر می گیریم و یک حلقه آمپری مستطیل شکل $abcd$ را در آن برمی گزینیم. در این تحلیل فرض می کنیم که میدان مغناطیسی موازی محور این سیمولوه ایده آل است و اندازه آن در امتداد خط ab ثابت است. همان طور که بعداً اثبات خواهیم کرد، میدان در قسمت داخلی سیمولوه یکنواخت است (یا به عبارتی مستقل از فاصله خط ab از محور مرکزی است)، که این موضوع با برابر بودن فاصله بین خط های میدان در شکل ۲۴-۳۳ تداومی می شود.

طرف چپ قانون آمپر را می توانیم به صورت حاصل جمع چهار انتگرال بنویسیم، که هر انتگرال مربوط به یک قطعه از مسیر است:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (۳۵-۳۳)$$



شکل ۲۴-۳۳ برای محاسبه میدان مغناطیسی این سیمولوه بلند ایده آل از یک حلقه آمپری (مستطیل $abcd$) استفاده می کنیم.



شکل ۲۲-۳۳ یک سیم بلند و مستقیم حامل جریانی است که جهت آن به طرف خارج از صفحه شکل است و به طور یکنواخت در مقطع دایره ای سیم توزیع شده است. در داخل سیم یک حلقه دایره ای آمپری رسم شده است.

یک سیم استوانه ای به شعاع R توزیع شده باشد. می خواهیم میدان مغناطیسی را در فاصله $r < R$ از مرکز سیم محاسبه کنیم.

در شکل ۲۲-۳۳ یک حلقه آمپری به شعاع r را در داخل سیم نشان داده ایم. تقارن موجود در وضعیت هندسی ایجاب می کند که اندازه \vec{B} در همه جا روی حلقه ثابت و جهت آن همواره بر حلقه مماس باشد، به طوری که طرف چپ قانون آمپر مقدار $B(2\pi r)$ را به دست می دهد، دقیقاً به همان صورتی که معادله (۳۲-۳۳) حاصل شد. طرف راست قانون آمپر فقط شامل جریانی می شود که در داخل شعاع r قرار گرفته است. اگر جریان به طور یکنواخت روی سطح مقطع سیم توزیع شده باشد، کسری از جریان که در داخل شعاع r قرار می گیرد همان کسری از سطح مقطع است که در داخل شعاع r قرار می گیرد، یا $\pi r^2 / \pi R^2$. آنگاه از قانون آمپر داریم

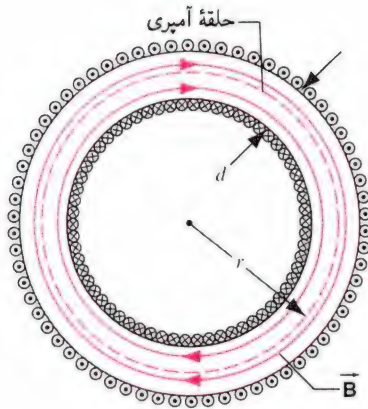
$$B(2\pi r) = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad (۳۳-۳۳)$$

که در اینجا، باز هم طرف راست معادله فقط شامل همان کسری از جریان می شود که از رویه محصور در مسیر انتگرال گیری (یعنی حلقه آمپری) می گذرد.

از حل این معادله برای B ، می رسمیم به

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2} \quad (۳۴-۳۳)$$

روی سطح سیم ($r = R$)، معادله (۳۴-۳۳) به معادله (۱۳-۳۳) تبدیل می شود (که در آنجا $d = R$). یعنی، هر دو رابطه نتیجه یکسانی را برای میدان روی سطح سیم به دست می دهند. در شکل ۲۳-۳۳ بستگی میدان مغناطیسی به r را برای نقطه های داخل و خارج سیم نشان داده ایم.



شکل ۲۵-۳۳ چنبره. میدان مغناطیسی در نقطه‌های داخلی را می‌توان با استفاده از یک حلقه آمپری دایره‌ای، که در شکل نشان داده شده است، معین کرد.

یک دایره هم‌مرکز به شعاع r را به عنوان حلقه آمپری اختیار می‌کنیم و آن را در جهت ساعتگرد می‌پیماییم. از قانون آمپر نتیجه می‌گیریم

$$B(2\pi r) = \mu_0 iN$$

که در آن i جریان در هر یک از دورهای چنبره و N تعداد دورهای سیم‌پیچ است. از این رابطه نتیجه می‌گیریم

$$B = \frac{\mu_0 iN}{2\pi r} \quad (۳۶-۳۳)$$

که برخلاف سیمول، B در سطح مقطع چنبره ثابت نیست. با بهره‌گیری از قانون آمپر، باید بتوانیم نشان بدهیم که برای چنبره ایده‌آل در فضای خارج از چنبره و در حفره مرکزی آن $B = 0$ است.

بررسی دقیق معادله (۳۶-۳۳) این گزاره را که "چنبره سیمولای است که به صورت دونات خم شده است" تأیید می‌کند. مخرج کسر معادله (۳۶-۳۳)، یعنی $2\pi r$ ، محیط دایره مرکزی چنبره است و $N/2\pi r$ همان n یعنی تعداد دور به ازای واحد طول است. با این جانشانی، معادله (۳۶-۳۳) به صورت $B = \mu_0 in$ در می‌آید که همان معادله مربوط به میدان مغناطیسی در ناحیه میانی سیمول است.

جهت میدان مغناطیسی در داخل چنبره (یا یک سیمول) از قاعده دست راست به دست می‌آید: انگشتان دست راست را در جهت جریان می‌چرخانیم؛ جهت شست باز دست راست جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

چنبره‌ها قسمت اصلی توکاماک را تشکیل می‌دهند، که امیدواریم اساس یک راکتور همجوشی هسته‌ای را به وجود آورند. طرز کار این وسیله را در فصل ۵۱ این کتاب بررسی می‌کنیم.

حاصل اولین انتگرال سمت راست این معادله برابر Bh است، که در اینجا B بزرگی میدان \vec{B} در داخل سیمول است و h طول دلخواهی از مسیر از a تا b است. توجه کنید که مسیر ab ، گرچه موازی محور سیمول است، ولی ضرورت ندارد که بر آن منطبق باشد. در معادله (۳۵-۳۳) انتگرالهای دوم و چهارم برابر صفرند زیرا برای هر عنصر از این مسیرها \vec{B} بر مسیر عمود است (برای نقطه‌های داخلی سیمول) یا صفر است (برای نقطه‌های خارجی سیمول). در هر دو مورد $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ صفر است و حاصل انتگرالها نیز برابر صفر می‌شود. سومین انتگرال، که شامل آن قسمت از مستطیل می‌شود که در خارج از سیمول قرار می‌گیرد، برابر با صفر است زیرا فرض کرده‌ایم که برای یک سیمول ایده‌آل برای تمام نقطه‌های خارجی، \vec{B} برابر صفر باشد.

انتگرال $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ برای کل مسیر مستطیل شکل برابر Bh است. جریان خالص i که از داخل حلقه آمپری مستطیل شکل می‌گذرد همان جریان جاری در سیم‌پیچهای سیمول نیست، زیرا سیم‌پیچها بیش از یک بار از حلقه می‌گذرند. فرض کنید که n تعداد دورهای سیم‌پیچ به ازای واحد طول سیمول باشد؛ در آن صورت nh برابر تعداد کل سیم‌پیچها در داخل حلقه آمپری است و جریان کل، که از حلقه آمپری مستطیل شکل نشان داده شده در شکل ۲۴-۳۳ می‌گذرد برابر nhi است. در این حالت قانون آمپر به صورت زیر درمی‌آید

$$Bh = \mu_0 nhi$$

یا

$$B = \mu_0 ni$$

این نتیجه با معادله (۲۸-۳۳)، که برای نقطه‌های روی محور مرکزی سیمول به دست آمده، همخوان است. چون خط ab در شکل ۲۴-۳۳ را می‌توان در هر فاصله‌ای از محور سیمول قرار داد، اکنون می‌توانیم چنین نتیجه‌گیری کنیم که میدان مغناطیسی در داخل سیمول ایده‌آل در تمامی سطح مقطع آن یکنواخت است.

چنبره. در شکل ۲۵-۳۳ چنبره‌ای را نشان داده‌ایم، که می‌توان آن را سیمولای در نظر گرفت که خم شده و به صورت دونات درآمده است. می‌توانیم با بهره‌گیری از قانون آمپر میدان مغناطیسی را در نقاط داخلی چنبره معین کنیم.

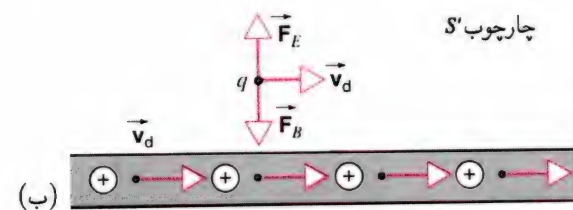
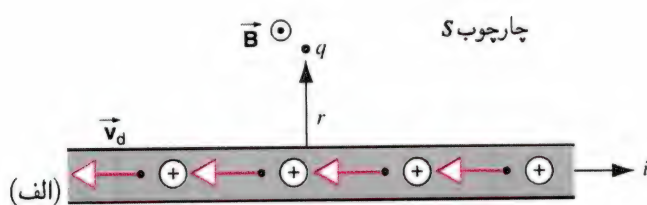
از تقارن هندسی شکل، در می‌یابیم که خطهای میدان \vec{B} در داخل چنبره دایره‌های هم‌مرکزی، مطابق شکل ۲۵-۳۳، تشکیل می‌دهند.

برای سیمهای معمولی، $D = 0.8 \text{ mm}$. فاصله r تا نقطه‌های خارجی باید حداقل برابر با شعاع سیمولوله باشد، که ممکن است چندین سانتی‌متر باشد. در نتیجه $B_t/B \leq 0.01$ و میدان مماسی در مقایسه با میدان داخلی در امتداد محور سیمولوله در واقع ناچیز است. بنابراین با اطمینان می‌توان میدان خارجی را نادیده گرفت.

با ترسیم یک دایره آمپری، مشابه مسیر شکل ۲۶-۳۳، ولی با شعاعی کوچکتر از شعاع سیمولوله، می‌توانیم نشان دهیم که مؤلفه مماسی میدان داخلی صفر است.

۳۳-۶ الکترومغناطیس و چارچوبهای مرجع (اختیاری)

در شکل ۲۷-۳۳ (الف) ذره‌ای را نشان داده‌ایم که حامل بار مثبت q است، و در نزدیکی یک سیم بلند و مستقیم حامل جریان i ، در حالت سکون قرار دارد. این سیستم را از دیدگاه چارچوب مرجع S مشاهده می‌کنیم که در آن سیم حامل جریان ساکن است. در داخل سیم الکترونها دارای بار منفی با سرعت سوق \vec{v}_d در حرکت‌اند و هسته‌های یونی دارای بار مثبت ساکن. در هر قطعه‌ای از سیم، تعداد الکترونها با تعداد هسته‌های یونی برابر است و بار خالص هر قطعه از سیم صفر است. الکترونها را می‌توان به‌طور لحظه‌ای به‌صورت رشته‌ای از بار منفی در نظر گرفت، که در محل بار q میدان الکتریکی به‌وجود



شکل ۲۷-۳۳ (الف) ذره‌ای با بار q در نزدیکی سیم حامل جریان i ساکن و در حال تعادل است. این وضعیت از چارچوب مرجع S که نسبت به ذره ساکن است مشاهده می‌شود. (ب) همین وضعیت از چارچوب مرجع S' مشاهده شده است که با سرعت سوق الکترونها در سیم در حرکت است. ذره در این چارچوب مرجع نیز تحت تأثیر نیروهای \vec{F}_E و \vec{F}_B در حال تعادل است.

میدان خارج سیمولوله (اختیاری). تا اینجا میدان مغناطیسی خارج سیمولوله را نادیده گرفتیم، ولی حتی برای سیمولوله ایده‌آل میدان در نقطه‌های خارجی سیم‌پیچ صفر نیست. شکل ۲۶-۳۳ یک مسیر آمپری دایره‌ای شکل به شعاع r را نشان می‌دهد. چون سیم‌پیچهای سیمولوله مارپیچی هستند، یک دور از این سیم‌پیچ سطحی را که دایره دربر گرفته است می‌شکافد و از یک طرف به طرف دیگر آن می‌رود. حاصلضرب $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ برای این مسیر به مؤلفه مماسی میدان یعنی B_t بستگی دارد و به این ترتیب از قانون آمپر داریم

$$B_t(2\pi r) = \mu_0 i$$

یا

$$B_t = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (۳۷-۳۳)$$

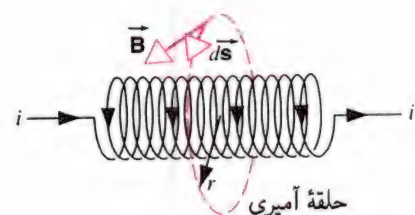
که همان میدانی است (هم از نظر بزرگی و هم از نظر جهت) که سیم مستقیم تولید می‌کند. توجه کنید که سیم‌پیچها، علاوه بر حمل جریان در سطح سیمولوله، حامل جریان از چپ به راست در شکل ۲۶-۳۳ نیز هستند و از این نظر سیمولوله برای نقطه‌های خارجی سیم‌پیچ، مانند یک رشته سیم مستقیم عمل می‌کند.

میدان مماسی بسیار کوچکتر از میدان مغناطیسی داخل سیمولوله (معادله ۲۸-۳۳) است که این موضوع را می‌توان با به‌دست آوردن نسبت میدانها مشاهده کرد

$$\frac{B_t}{B} = \frac{\mu_0 i / 2\pi r}{\mu_0 n i} = \frac{1}{2\pi r n} \quad (۳۸-۳۳)$$

فرض کنید سیمولوله از یک لایه سیم‌پیچ تشکیل شده باشد که در آن سیمها، مانند سیم‌پیچ شکل ۲۴-۳۳، کاملاً به هم چسبیده‌اند. در طول سیمولوله هر بازه‌ای که طول آن مساوی قطر سیم باشد شامل یک دور است و از آن رو تعداد دورها به‌ازای واحد طول، یعنی n ، باید برابر با $1/D$ باشد. در نتیجه نسبت بالا به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{B_t}{B} = \frac{D}{2\pi r} \quad (۳۹-۳۳)$$



شکل ۲۶-۳۳ یک حلقه آمپری دایره‌ای به شعاع r برای یافتن میدان مماسی در خارج از سیمولوله به‌کار گرفته شده است.

می‌آورد که از معادله (۲۶-۱۷) به دست می‌آید:

$$E = \frac{\lambda_-}{2\pi\epsilon_0 r}$$

که در این معادله، λ_- چگالی خطی بار الکترونهاست (یک عدد منفی). هسته‌های یونی مثبت نیز میدانی الکتریکی به وجود می‌آورند که از رابطه مشابهی به دست می‌آید و به چگالی خطی بار یونهای مثبت λ_+ بستگی دارد. چون چگالیهای بار از نظر اندازه برابر و از نظر علامت مخالف یکدیگرند، $\lambda_+ + \lambda_- = 0$ ، و برابری میدان الکتریکی وارد بر ذره صفر است.

در اینجا در مکان ذره میدان مغناطیسی غیرصفر وجود دارد، ولی چون ذره ساکن است، هیچ نیروی مغناطیسی بر آن وارد نمی‌شود. بنابراین، در این چارچوب مرجع هیچ نیروی خالصی که منشأ الکترومغناطیسی داشته باشد بر جسم وارد نمی‌شود.

اکنون وضعیت را از دیدگاه ناظر چارچوب مرجع S' که موازی با سیم و با سرعت \vec{v}_d (سرعت سوق الکترونها) حرکت می‌کند بررسی می‌کنیم. شکل ۳۳-۲۷ (ب) وضعیت را در این چارچوب مرجع نشان می‌دهد، که در آن الکترونها ساکن‌اند و هسته‌های یونی با سرعت \vec{v}_d به طرف راست در حرکت‌اند. بدیهی است در این حالت، بر ذره باردار q که در حرکت است، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، نیروی مغناطیسی \vec{F}_B وارد می‌شود.

ناظران چارچوب مرجعهای لخت متفاوت باید توافق داشته باشند که اگر در چارچوب مرجع S برای بار q شتابی وجود ندارد، در چارچوب مرجع S' هم شتابی در کار نیست. بنابراین این ذره در چارچوب مرجع S' هم نباید تحت تأثیر هیچ نیروی خالصی قرار بگیرد و در نتیجه باید به غیر از نیروی \vec{F}_B نیروی دیگری بر این ذره وارد آید تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود.

این نیروی اضافی که در چارچوب مرجع S' بر ذره اثر می‌کند باید منشأ الکتریکی داشته باشد در شکل ۳۳-۲۷ (الف)، قسمتی از سیم به طول L را در نظر بگیرید. می‌توانیم تصور کنیم که این قطعه سیم از دو خطکش تشکیل شده است، یک خطکش با بار مثبت (یونها) ساکن و خطکش دیگر با بار منفی (الکترونها) که متحرک است. در چارچوب مرجع S طول هر دو خطکش یکسان است و حاوی تعداد بار مساوی هستند. وقتی این دو خطکش را به چارچوب مرجع S' انتقال می‌دهیم، در می‌یابیم که طول خطکش دارای بار منفی در چارچوب مرجع S' بیشتر است. در چارچوب مرجع S ، این خطکش متحرک، با توجه به اثر نسبیتی انقباض طول که در بخش ۲-۳ مطالعه کردیم،

دارای طول انقباض یافته است. در چارچوب S' ، این خطکش در حال سکون است و ویژه طول خود را دارد که بلندتر از طول انقباض یافته آن در چارچوب S است. چگالی خطی بار منفی λ'_- در چارچوب مرجع S' از نظر اندازه کوچکتر از چگالی در چارچوب S (یعنی $|\lambda'_-| < |\lambda_-|$) است زیرا در چارچوب S' همین مقدار بار در طول بیشتری توزیع شده است.

برای بارهای مثبت، وضعیت برعکس است. در چارچوب S بارهای مثبت در حال سکون‌اند. خطکش بار مثبت ویژه طول خودش را دارد. در چارچوب S' ، این بارها در حرکت‌اند و طول انقباض یافته کوتاه‌تری دارد. چگالی خطی بار مثبت در S' یعنی λ'_+ بیشتر از همین چگالی در چارچوب S یعنی λ_+ است و داریم $(\lambda'_+ > \lambda_+)$ ، زیرا همان مقدار بار در طول کوتاه‌تری توزیع شده است. بنابراین رابطه‌های زیر بین چگالیهای بار الکتریکی در چارچوبهای متفاوت برقرار است:

$$\lambda_+ = |\lambda_-| : \text{در چارچوب } S$$

$$\lambda'_+ > |\lambda'_-| : \text{در چارچوب } S'$$

بار q تحت تأثیر میدانهای الکتریکی ناشی از یک رشته بار مثبت و یک رشته بار منفی قرار می‌گیرد. این میدانها در چارچوب S' یکدیگر را خنثی نمی‌کنند، زیرا چگالی خطی بارها متفاوت است. بنابراین در چارچوب مرجع S' میدان الکتریکی در نقطه q ناشی از چگالی خطی بار مثبت خالصی است که باقی می‌ماند و بار q از سیم رانده می‌شود. در نتیجه نیروی الکتریکی \vec{F}_E وارد بر بار q در خلاف جهت نیروی مغناطیسی \vec{F}_B است. این مطلب در شکل ۳۳-۲۷ (ب)، نشان داده شده است. محاسبه‌های مفصل* در این مورد نشان می‌دهد که نیروی الکتریکی مؤثر دقیقاً برابر است با نیروی مغناطیسی و نیروی برابند وارد بر بار q در چارچوب S' صفر است. به این ترتیب ذره در هیچ‌کدام از چارچوبها شتاب نمی‌گیرد. می‌توان این نتیجه را به موارد دیگری به غیر از مورد خاصی که در اینجا بررسی کردیم و در آن چارچوب S' با سرعت \vec{v}_d به چارچوب S حرکت می‌کرد، تعمیم داد. در چارچوبهای مرجع دیگر، نیروهای الکتریکی و مغناطیسی مقادارهایی غیر از مقادارهای چارچوب S' دارند؛ ولی در هر چارچوب مرجعی نیروهای الکتریکی و مغناطیسی (مربوط به آن چارچوب) از

* نگاه کنید به:

(الف) به طرف داخل صفحه کاغذ

(ب) به طرف خارج از صفحه کاغذ

(ج) به طرف بالای صفحه کاغذ

(د) به طرف پایین صفحه کاغذ

(۲) جهت نیروی وارد بر بار q_2 که از میدان مغناطیسی ایجاد شده

توسط بار q_1 ناشی می‌شود، کدام است؟

(الف) به طرف داخل صفحه کاغذ

(ب) به طرف خارج از صفحه کاغذ

(ج) به طرف بالای صفحه کاغذ

(د) به طرف پایین صفحه کاغذ



شکل ۲۸-۳۳ پرسش چندگزینه‌ای ۱.

۲-۳۳ میدان مغناطیسی جریان

۲. اندازه میدان مغناطیسی $B(z)$ روی محور یک حلقه جریان دایره‌ای را در نظر بگیرید.

(۱) $B(z)$ در مکانهای زیر بیشینه است

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح است.

(۲) $B(z)$ ممکن است در مکانهای زیر برابر صفر شود

(الف) $z = 0$ (ب) $0 < |z| < \infty$ (ج) $|z| = \infty$

(د) پاسخهای (الف) و (ج) صحیح است.

۳. قرص با بار منفی شکل ۲۹-۳۳ ساعتگرد چرخانده می‌شود. جهت

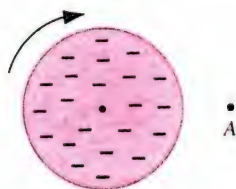
میدان مغناطیسی در نقطه A واقع بر صفحه قرص کدام است؟

(الف) به طرف داخل صفحه کاغذ

(ب) به طرف خارج از صفحه کاغذ

(ج) به طرف بالای صفحه کاغذ

(د) به طرف پایین صفحه کاغذ



شکل ۲۹-۳۳ پرسش چندگزینه‌ای ۳.

نظر اندازه با هم برابر و از نظر جهت مخالف یکدیگرند و برآیند نیروی وارد بر ذره در هر چارچوب مرجعی، صفر است.

این نتیجه جالب توجه است. بنابراین نظریه نسبیت خاص، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی موجودیت جداگانه‌ای ندارند. میدانی که در چارچوب مرجع، کاملاً الکتریکی یا صرفاً مغناطیسی است در چارچوب مرجع دیگر، هم مؤلفه الکتریکی دارد و هم مؤلفه مغناطیسی. با بهره‌گیری از معادله‌های تبدیل نسبیتی، به سادگی می‌توان بین چارچوب مرجعهای متفاوت رفت‌وآمد کرد و اغلب می‌توان با گزینش یک چارچوب مرجع که در آن میدانها ویژگی ساده‌تری دارند مسئله‌های مشکل را حل کرد و نتیجه‌ها را به چارچوب اصلی منتقل کرد. نظریه نسبیت خاص می‌تواند در حل مسائلی از این دست ارزش عملی بسیار زیادی داشته باشد، زیرا روشهای نسبیت خاص می‌توانند ساده‌تر از روشهای کلاسیک باشند.

به زبان ریاضی، می‌گوییم که قانونهای الکترومغناطیس (معادله‌های ماکسول) نسبت به تبدیلهای لورنتس ناورد هستند. مبحث مربوط به ناوردایی قانونهای فیزیکی در بخش ۱۱-۶ را به خاطر آورید: قانون را در یک چارچوب می‌نویسیم، آن را به چارچوب دیگری تبدیل می‌کنیم و قانونی به دست می‌آوریم که از نظر ریاضی درست به همان شکل قانون اول است. به عنوان مثال، قانون گاوس، یکی از چهار معادله ماکسول، در تمام چارچوب مرجعها یکسان است.

کلام اینشتین در این مورد سراسر است و دقیق است: ”نیروی وارد بر جسم متحرک در میدان مغناطیسی چیزی جز میدان الکتریکی نیست.“ (در واقع، عنوان مقاله اصلی سال ۱۹۰۵ اینشتین، که در آن مقاله او برای اولین بار ایده‌های نسبیت خاص را ارائه داد چنین بود ”درباره الکترودینامیک اجسام متحرک.“) از این منظر، می‌توان مغناطیس را یک اثر نسبیتی در نظر گرفت که به سرعت ذره باردار نسبت به ناظر، بستگی دارد. گرچه، برعکس سایر آثار نسبیتی، این موضوع پیامدهای قابل مشاهده بسیاری در سرعتهایی بسیار کمتر از سرعت نور دارد.

چندگزینه‌ای

۱-۳۳ میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک

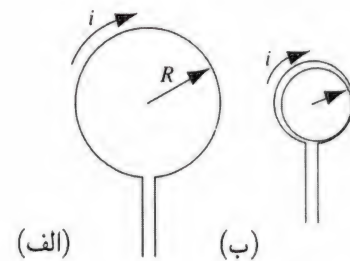
۱. دو ذره باردار، با بار مثبت q_1 و q_2 به طرف راست شکل ۲۸-۳۳ در حرکت‌اند.

(۱) جهت نیروی وارد بر بار q_1 که از میدان مغناطیسی ایجاد شده

توسط بار q_2 ناشی می‌شود، کدام است؟

۴. یک قطعه سیم به طول L ، مطابق شکل ۳۳-۳۰ (الف) به صورت یک حلقه یا، مطابق شکل ۳۳-۳۰ (ب) به صورت دو حلقه در آمده است. این سیم حامل جریان i است. نسبت شدت میدان مغناطیسی B_1 در مرکز تک حلقه به شدت میدان مغناطیسی B_2 در مرکز دو حلقه‌ای برابر است با

(الف) ۲ (ب) ۱ (ج) $1/2$ (د) $1/4$



شکل ۳۰-۳۳ پرسش چندگزینیه‌ای ۴.

۳۳-۳ دو جریان موازی

۵. یک سیم بلند و مستقیم حامل جریانی به سمت شمال است. یک سیم بلند مستقیم دیگر در فاصله 5 m به طور قائم در بالای سیم اول قرار دارد و حامل جریان یکسانی به سمت شرق است. هر دو سیم به قدر کافی بلند هستند که بتوان آنها را بینهایت در نظر گرفت. (۱) جهت نیروی خالص وارد بر سیم بالایی به علت وجود جریان

در سیم پایینی کدام است؟

(الف) بالا (ب) پایین (ج) شمال (د) جنوب
(ه) نیروی خالص صفر است.

(۲) جهت گشتاور نیروی وارد بر سیم بالایی به علت وجود جریان

در سیم پایینی کدام است؟

(الف) بالا (ب) پایین (ج) شمال (د) جنوب
(ه) گشتاور نیرو صفر است.

۶. جهت دو جریان موازی به طرف خارج از صفحه کاغذ است. اندازه میدان مغناطیسی B_2 در یک نقطه دلخواه و به فاصله مساوی از هر دو سیم را با اندازه میدان مغناطیسی B_1 ناشی از فقط یکی از سیمها در همان نقطه مقایسه کنید.

(الف) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 > B_1$ است.

(ب) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 = B_1$ است.

(ج) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 < B_1$ است.

(د) فقط برای نقطه‌های با فاصله مساوی نزدیک‌تر $B_2 > B_1$ است.

(ه) فقط برای نقطه‌های با فاصله مساوی نزدیک‌تر $B_2 < B_1$ است.

۷. جریانهای پادموازی چنان جهت داده شده‌اند که یکی به طرف خارج از صفحه کاغذ و دیگری به طرف داخل صفحه کاغذ است. اندازه میدان مغناطیسی B_2 در یک نقطه دلخواه و به فاصله مساوی از هر دو سیم را با اندازه میدان مغناطیسی B_1 ناشی از فقط یکی از سیمها در همان نقطه مقایسه کنید.

(الف) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 > B_1$ است.

(ب) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 = B_1$ است.

(ج) برای تمام نقطه‌های با فاصله مساوی $B_2 < B_1$ است.

(د) فقط برای نقطه‌های با فاصله مساوی نزدیک‌تر $B_2 > B_1$ است.

(ه) فقط برای نقطه‌های با فاصله مساوی نزدیک‌تر $B_2 < B_1$ است.

۳۳-۴ میدان مغناطیسی سیمولوله

۸. "لغزانک" فلزی را می‌توان به جای سیمولوله مورد استفاده قرار داد. لغزانک را اندکی می‌کشیم، و جریانی از آن عبور می‌دهیم. آیا میدان مغناطیسی ایجاد شده سبب می‌شود که لغزانک در هم فرو رود یا بیشتر کشیده شود؟

(الف) در هم فرو رود (ب) بیشتر کشیده شود

(ج) هیچ‌یک از پاسخهای بالا، زیرا میدان مغناطیسی در خارج از سیمولوله صفر است.

(د) پاسخ بستگی به جهت جریان دارد.

۹. سیمولوله‌ای را در نظر بگیرید که برای آن $R \ll L$ است. میدان

مغناطیسی در مرکز سیمولوله برابر B_0 است. سیمولوله دیگری را چنان ساخته‌ایم که شعاع و طول آن به ترتیب دو برابر شعاع و طول سیمولوله اول است و جریانی که از آن می‌گذرد نیز دو برابر جریان سیمولوله اول است، ولی این سیمولوله دارای همان تعداد دور سیم‌پیچ بر متر است.

میدان مغناطیسی در مرکز سیمولوله دوم برابر است با

(الف) $B_0/2$ (ب) B_0 (ج) $2B_0$ (د) $4B_0$

۱۰. میدان مغناطیسی $B(z)$ ، برای نقطه‌های روی محور سیمولوله چگونه تغییر می‌کند؟ فرض کنید که $L \gg z$ است، و L معرف طول سیمولوله است.

(الف) $B(z)$ ثابت است. (ب) $B(z) \propto z^{-1}$

(ج) $B(z) \propto z^{-2}$ (د) $B(z) \propto z^{-3}$

۳۳-۵ قانون آمپر

۱۱. بدون انتگرال‌گیری، عبارت زیر را محاسبه کنید

$$\int_{-\infty}^{\infty} B \, dz$$

(د) برای هر سطح مقطعی با هر شکلی درست است.

۳۳-۶ الکترومغناطیس و چارچوبهای مرجع

پرسشها

۱. از سیکلوترونی باریکه پروتونهایی با انرژی 20 MeV گسیل می شود.

آیا این ذرات میدان مغناطیسی به وجود می آورند؟

۲. در مورد شباهتها و اختلافها بین قانون کولن و قانون بیوساوار بحث کنید.

۳. یک خط میدان مغناطیسی در نظر بگیرید. آیا در امتداد این خط اندازه \vec{B} ثابت است یا متغیر؟ آیا می توانید برای هر یک از این موردها مثالی ارائه دهید؟

۴. در الکترونیک، سیمهایی را که حامل جریانهای مساوی و در خلاف جهت یکدیگرند اغلب به هم می پیچانند تا اثر مغناطیسی آنها را در فاصله های دور کاهش دهند. چرا این عمل مؤثر است؟

۵. دو بار الکتریکی در نظر بگیرید که (الف) هم علامت باشند و (ب) با علامت مخالف باشند و در مسیرهای موازی جداگانه با سرعت یکسان حرکت می کنند. جهت نیروهای الکتریکی و مغناطیسی متقابل را در هر یک از دو مورد بالا مقایسه کنید.

۶. آیا برای تولید میدان مغناطیسی به غیر از داشتن بارهای الکتریکی به حرکت، راه دیگری وجود دارد؟

۷. جزییات سه روش را ارائه دهید که به وسیله آنها می توان میدان مغناطیسی \vec{B} را در نقطه P ، که به فاصله قائم r از سیم حامل جریان i قرار دارد، اندازه گیری کرد. این روشها مبتنی هستند بر (الف) پرتاب ذره با بار q و سرعت \vec{v} موازی با سیم از نقطه P ؛ (ب) اندازه گیری نیروی وارد بر واحد طول سیم دیگری که موازی با سیم اول و حامل جریان i' است؛ (ج) اندازه گیری گشتاور نیروی وارد بر یک دوقطبی مغناطیسی کوچک که در فاصله قائم r از سیم قرار گرفته است.

۸. آیا \vec{B} برای تمام نقطه های داخل حلقه دایره ای حامل جریان یکنواخت است؟ در این باره توضیح دهید.

۹. دو رسانای بلند موازی حامل جریانهای مساوی i در یک جهت هستند. خطهای براین \vec{B} ناشی از اثر دو جریان را به طور تقریبی رسم کنید. آیا این شکل ربایش بین دو سیم را نشان می دهد؟

۱۰. جریانی را از یک فنر قائم که به انتهای پایینی آن وزنه ای آویخته شده است می گذاریم. چه اتفاقی خواهد افتاد؟

۱۱. معادله (۳۳-۱۳) $(B = \mu_0 i / 2\pi d)$ نشان می دهد که در

در اینجا B ، میدان مغناطیسی در امتداد محور حلقه جریان دایره ای است که با معادله (۳۳-۱۹) داده شده است. حاصل این انتگرال چیست؟

(الف) $i/2R$ (ب) $2\mu_0 i$ (ج) $\mu_0 i$

(د) این عبارت را نمی توان بدون انتگرال گیری حل کرد.

۱۲. مقدار انتگرال $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ برای مسیر نشان داده شده در شکل ۳۱-۳۳ چقدر است؟

(الف) $-8\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$ (ب) $-4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$

(ج) $+8\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$ (د) $+32\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$

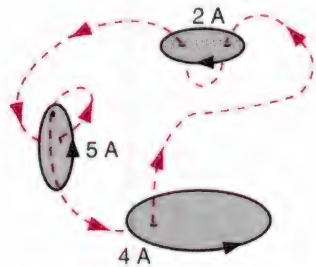


شکل ۳۱-۳۳ پرسش چندگزینه ای ۱۲.

۱۳. مقدار انتگرال $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ برای مسیر نشان داده شده در شکل ۳۲-۳۳ چقدر است؟

(الف) $+56\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$ (ب) $-24\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$

(ج) $+328\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$ (د) $+80\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}$



شکل ۳۲-۳۳ پرسش چندگزینه ای ۱۳.

۱۴. آیا عبارت $B = \mu_0 n i$ ، برای سیملوله های با طول بینهایت که مقطع دایره ای ندارند، درست است؟

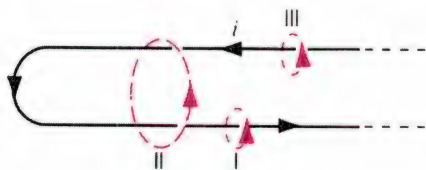
(الف) برای مقطعهای نزدیک به دایره، تقریبی منطقی است.

(ب) برای هر سطح مقطع با هر شکلی، تقریبی منطقی است.

(ج) برای مقطعهایی که دارای تقارن کافی باشند (مانند مثلث متساوی الاضلاع یا مربع) درست است.

در جهت مخالف یکدیگر باشند.) در این مورد چگونه جریان i را برای قانون آمپر محاسبه می‌کنید؟

۱۷. قانون آمپر را به صورت کیفی برای سه مسیر شکل ۳۳-۳۵ به کار ببندید.



شکل ۳۵-۳۳ پرسش ۱۷.

۱۸. در مورد شباهتها و تفاوت‌های قانون گاوس و قانون آمپر بحث کنید.

۱۹. آیا الزاماً از استدلال‌های مبتنی بر تقارن به تنهایی چنین نتیجه‌گیری می‌شود که خطوط میدان \vec{B} مربوط به یک رشته سیم بلند و مستقیم حامل جریان i باید دایره‌های هم‌مرکز باشد؟

۲۰. جریان طولی یکنواخت پایایی در یک لوله مسی بلند برقرار است.

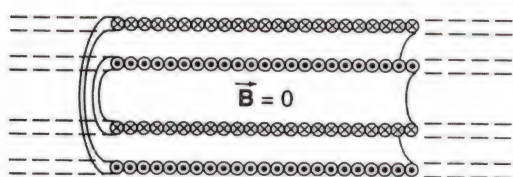
آیا (الف) در داخل و یا (ب) در خارج لوله میدان مغناطیسی وجود دارد؟

۲۱. یک رسانای بسیار بلند با سطح مقطع مربعی دارای حفره هم‌محوری با مقطع مربعی است. جریان به صورت یکنواخت در مقطع مادی رسانا توزیع شده است. آیا میدان مغناطیسی در داخل حفره صفر است؟ پاسخ خود را توجیه کنید.

۲۲. یک رشته سیم بلند و مستقیم به شعاع R حامل جریان پایایی i است. میدان حاصل از این جریان چه رابطه‌ای با R دارد؟ نقطه‌های مورد مطالعه را در داخل و خارج سیم در نظر بگیرید.

۲۳. یک رشته سیم بلند مستقیم، حامل جریان ثابت i است. برای یک حلقه که (الف) سیم را دربر می‌گیرد ولی دایره‌ای نیست، (ب) سیم را دربر نمی‌گیرد، و (ج) سیم را دربر می‌گیرد ولی در یک صفحه نیست، قانون آمپر چه الزامی را پیش می‌آورد؟

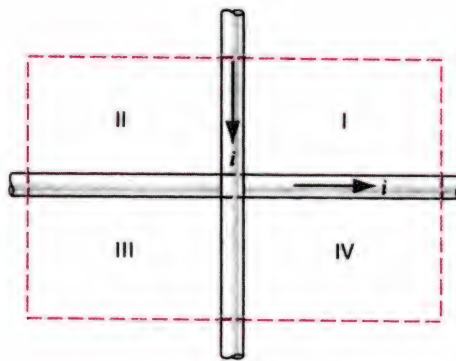
۲۴. دو سیم‌لوله بلند، مطابق شکل ۳۳-۳۶، یکی در داخل دیگری و هم‌محور قرار گرفته‌اند. این دو سیم‌لوله حامل جریانهای مساوی ولی در جهتهای مخالف هستند. اگر در داخل سیم‌لوله داخلی میدان



شکل ۳۶-۳۳ پرسش ۲۴.

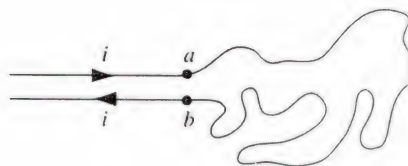
نقطه‌های نزدیک به یک سیم بلند حامل جریان، میدان مغناطیسی شدیدی به وجود می‌آید. چرا با وجود جریان i و میدان مغناطیسی \vec{B} ، هیچ نیرویی مطابق با معادله $\vec{F}_B = i \vec{L} \times \vec{B}$ بر سیم وارد نمی‌شود؟
۱۲. دو سیم بلند و مستقیم به صورت متعامد از نزدیکی یکدیگر می‌گذرند. در صورتی که این سیمها بتوانند آزادانه حرکت کنند، حرکت آنها را وقتی که جریانهایی در آنها برقرار شود توصیف کنید.

۱۳. دو سیم ثابت به طور متعامد یکدیگر را قطع می‌کنند. این دو سیم واقعاً در تماس با یکدیگر قرار نمی‌گیرند ولی بسیار نزدیک به هم هستند. شکل ۳۳-۳۳ را ببینید. جریان یکسان i در هر دو سیم در جهتهای نشان داده شده در شکل برقرار است. در کدام یک از ناحیه‌ها، ممکن است نقطه‌هایی وجود داشته باشد که در آنها میدان مغناطیسی برابند صفر است.



شکل ۳۳-۳۳ پرسش ۱۳.

۱۴. یک حلقه درهم و برهم از سیم نرم روی میز بدون اصطکاک قرار دارد و دو سر آن، مطابق شکل ۳۳-۳۴، در نقطه‌های a و b محکم شده است. اگر جریان i از سیم بگذرد، آیا این حلقه باز می‌شود و به صورت حلقه دایره‌ای در می‌آید یا اینکه بیشتر جمع می‌شود و در هم فرو می‌رود؟



شکل ۳۴-۳۳ پرسش ۱۴.

۱۵. آیا مسیر انتگرال‌گیری مربوط به قانون آمپر می‌تواند از رسانا بگذرد؟
۱۶. دور کابلی که حاوی ۱۲ رشته سیم با جریانهای متفاوت است یک مسیر انتگرال‌گیری در نظر می‌گیریم. (شاید بعضی از این جریانها

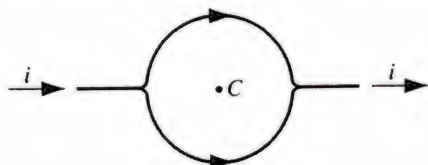
حامل جریان پایای $A \ 12^\circ$ است از قطب نما استفاده می کند. آیا این خط انتقال در عملکرد قطب نما تأثیری جدی دارد؟ مؤلفه افقی میدان مغناطیسی زمین در این محل $21^\circ \mu T$ است.

۳. سیم نمره ۱۰ مسی لخت (به قطر 2.6 mm) می تواند بدون گرم شدن بیش از حد حامل جریان $A \ 5^\circ$ باشد. برای این جریان، میدان مغناطیسی در سطح سیم چقدر است؟

۴. شدت میدان مغناطیسی زمین در مکانی در فیلیپین $39^\circ \mu T$ است و این میدان افقی و به سمت شمال است. میدان مغناطیسی برابند در فاصله 13 cm بالای یک سیم بلند و مستقیم افقی که حامل جریان پایایی است، صفر است. (الف) جریان را محاسبه و (ب) جهت آن را تعیین کنید.

۵. تفنگ الکترونی 25 kV لامپ تصویر تلویزیونی باریکه ای به قطر 22 mm را شلیک می کند. در هر ثانیه $10^{14} \times 56$ الکترون با صفحه لامپ برخورد می کند. میدان مغناطیسی که این باریکه در نقطه ای به فاصله 5 mm از محور آن تولید می کند محاسبه کنید.

۶. رسانای مستقیمی که حامل جریان i است به دو شاخه کاملاً یکسان نیم دایره ای، مطابق شکل $33-38$ ، منشعب می شود. شدت میدان مغناطیسی، در مرکز C حلقه دایره ای حاصل چقدر است؟



شکل $33-38$ تمرین ۶.

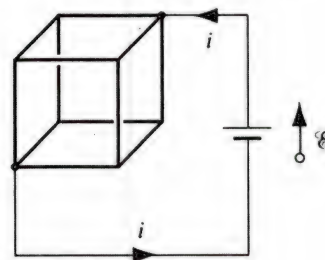
۷. یک سیم بلند و مستقیم حامل جریان $A \ 48.8$ است. الکترونی که با سرعت $10^7 \text{ m/s} \times 1.8$ حرکت می کند از فاصله 20 cm از این سیم می گذرد. نیروی وارد بر الکترون را در حالتهای زیر تعیین کنید: (الف) الکترون به طرف سیم حرکت می کند، (ب) الکترون موازی با جریان در حرکت است، و (ج) جهت حرکت الکترون عمود بر جهت های توصیف شده در قسمتهای (الف) و (ب) است.

۸. دو سیم بلند و مستقیم موازی که به فاصله 75 cm از هم قرار گرفته اند، بر صفحه شکل $33-39$ عمودند. سیم W_1 حامل جریان $A \ 6.6$ به طرف داخل شکل است. برای اینکه میدان مغناطیسی برابند در نقطه P برابر با صفر باشد، چه جریانی (اندازه و جهت) باید از سیم W_2 بگذرد؟

مغناطیسی وجود نداشته باشد، درباره n ، تعداد دور سیم پیچ به ازای واحد طول، هر یک از دو سیملوله چه می توانید بگویید؟ اگر این دو عدد با هم تفاوت دارند، n مربوط به کدام سیملوله بیشتر است؟

۲۵. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه جریان دایره ای برابر $B = \mu_0 i / 2R$ است، نگاه کنید به معادله $(33-21)$. ولی، میدان الکتریکی در مرکز حلقه بار صفر است. چرا این اختلاف وجود دارد؟

۲۶. جریان پایایی در یک شبکه مکعبی از سیمهای مقاوم، مطابق شکل $33-37$ ، برقرار شده است. با بهره گیری از استدلالهای مبتنی بر تقارن نشان دهید که میدان مغناطیسی در مرکز مکعب صفر است.



شکل $33-37$ پرسش ۲۶.

۲۷. آیا معادله $(33-28)$ $(B = \mu_0 ni)$ ، برای سیملوله ای با مقطع مربعی معتبر است؟

۲۸. چنبره را سیملوله ای تعریف می کنیم که به صورت دونات خم شده باشد. میدان مغناطیسی در خارج از سیملوله ایده آل صفر نیست. در مورد شدت میدان مغناطیسی در خارج از چنبره ایده آل چه می توان گفت؟

۲۹. الکترونهای متحرک در سیم جریانی به وجود می آورند که به آن میدان مغناطیسی وابسته است. ناظری که با سرعت سوق الکترونها در امتداد سیم حرکت می کند، جریان و میدان مغناطیسی را چقدر اندازه می گیرد؟

تمرینها

۱-۳۳ میدان مغناطیسی ناشی از بار متحرک

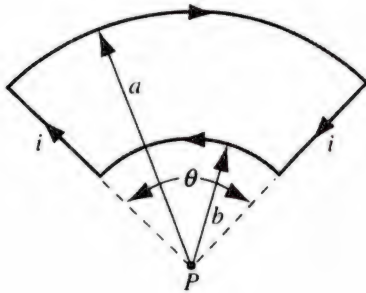
۱. (الف) فیزیک نانسبیتی سرعت دو پروتون را که با فاصله d از هم و در کنار هم حرکت می کنند چقدر پیش بینی می کند تا نیروی مغناطیسی بین آنها دقیقاً با نیروی الکتریکی بین آنها موازنه کند؟ (ب) درباره مناسب بودن به کارگیری عبارتهای نانسبیتی در مورد این مسئله اظهار نظر کنید.

۲-۳۱' میدان مغناطیسی جریان

۲. یک نقشه بردار در فاصله 3 m زیر یک خط انتقال نیرو که

قوس دایره‌ای به زاویه θ روی محیط آن دایره به هم وصل می‌شوند، و تمام بخشهای این مجموعه در یک صفحه قرار دارد. زاویه θ چقدر باشد تا B در مرکز این دایره صفر شود؟

۱۳. مدار شکل ۳۳-۴۲ را در نظر بگیرید. قسمتهای خمیده قوسهایی از دایره‌هایی با شعاعهای a و b هستند. قسمتهای مستقیم در امتداد شعاعها قرار دارند. با فرض اینکه جریان در مدار برابر i باشد، میدان مغناطیسی \vec{B} را در نقطه P معین کنید.



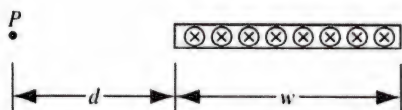
شکل ۳۳-۴۲ تمرین ۱۳.

۱۴. نشان دهید که میدان B در مرکز حلقه سیم مستطیلی به طول L و به عرض W که حامل جریان i است از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}$$

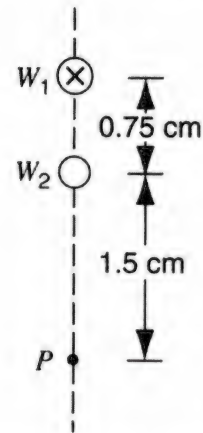
نشان دهید که وقتی $L \gg W$ ، این رابطه به نتیجه‌ای سازگار با مسئله نمونه ۳۳-۴ تبدیل می‌شود.

۱۵. در شکل ۳۳-۴۳ سطح مقطع یک نوار بلند نازک به عرض W را نشان داده‌ایم که حامل جریان کل یکنواخت توزیع شده i ، به داخل صفحه شکل است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی \vec{B} را در نقطه‌ای مانند P واقع در صفحه نوار و به فاصله d از لبه آن محاسبه کنید. (راهنمایی: فرض کنید نوار از تعداد زیادی سیمهای بلند نازک موازی تشکیل شده است.)



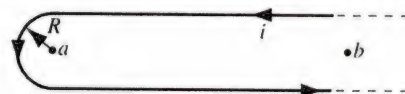
شکل ۳۳-۴۳ تمرین ۱۵.

۱۶. هریک از دو رشته سیم بلند و مستقیم موازی که به فاصله 12.2 cm از هم قرار گرفته‌اند، حامل جریان 11.5 A اند. در شکل ۳۳-۴۴ سطح مقطع این سیمها را که عمود بر صفحه شکل قرار دارند، نشان داده‌ایم.



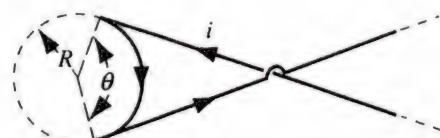
شکل ۳۳-۳۹ تمرین ۸.

۹. دو سیم بلند و موازی در فاصله 8.1 cm از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر بخواهیم شدت میدان مغناطیسی در نقطه وسط بین دو سیم برابر $296 \mu\text{T}$ باشد، چه جریانهایی برابری باید از دو سیم بگذرد؟
۱۰. یک رشته سیم را خم می‌کنیم و مطابق شکل ۳۳-۴۰ به صورت یک سنجاق سر بلند در می‌آوریم. اگر این سیم حامل جریان $i = 11.5 \text{ A}$ باشد، (الف) اندازه و جهت \vec{B} در نقطه a کدام است؟ (ب) در نقطه b که در فاصله زیادی از a قرار دارد \vec{B} چقدر است؟ در اینجا فرض کنید که $R = 5.2 \text{ mm}$ است.



شکل ۳۳-۴۰ تمرین ۱۰.

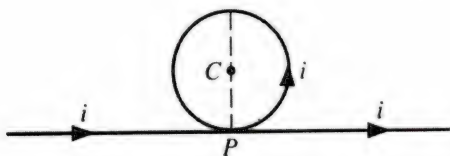
۱۱. دانشجویی با پیچیدن 320 دور سیم، دور یک استوانه چوبی به قطر 4.8 cm آهنربای الکتریکی درست می‌کند. این پیچه متصل به باتری است که جریان 4.2 A را در سیم برقرار می‌کند. در چه فاصله‌ای روی محور این پیچه ($z \gg d$) میدان مغناطیسی پیچه برابر $5.0 \mu\text{T}$ (تقریباً یک‌دهم میدان مغناطیسی زمین) می‌شود؟
۱۲. یک رشته سیم حامل جریان i مطابق شکل ۳۳-۴۱ درآمده است. دو قطعه سیم مستقیم نیم‌نامتناهی، که به دایره یکسانی مماس‌اند، با



شکل ۳۳-۴۱ تمرین ۱۲.

سیم، حامل جریانی به شدت 13 A است و در مرکز حلقه اول قرار گرفته است. (الف) حلقه بزرگ چه میدان مغناطیسی در مرکزش به وجود می آورد؟ (ب) گشتاور نیرویی را که بر حلقه کوچک وارد می شود محاسبه کنید. فرض کنید که صفحه های حلقه ها برهم عمودند و میدان مغناطیسی ناشی از حلقه بزرگ در تمام حجم اشغال شده توسط حلقه کوچک یکنواخت است.

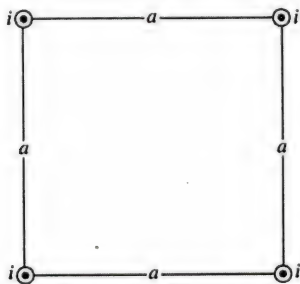
۲۰. (الف) یک رشته سیم بلند به صورت نشان داده شده در شکل ۳۳-۴۶ درآمده است، بدون اینکه در نقطه تلاقی P تماسی ایجاد شود. شعاع قسمت دایره ای این مسیر R است. وقتی، آن طور که در شکل نموده شده، جریان i در این مسیر برقرار شود، مقدار و جهت میدان \vec{B} را در مرکز C بخش دایره ای مشخص کنید. (ب) بخش دایره ای را بدون واپیچش حول قطری که در شکل با خط چین نشان داده شده است به اندازه یک چهارم دور به طور ساعتگرد می چرخانیم، به طوری که حلقه دایره ای اکنون عمود بر صفحه کاغذ است. در این حالت میدان \vec{B} را در مرکز C حلقه معین کنید.



شکل ۳۳-۴۶ تمرین ۲۰.

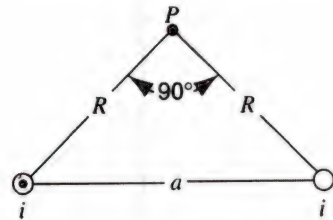
۳-۳۳ دو جریان موازی

۲۱. چهار رشته سیم مسی بلند موازی، مطابق شکل ۳۳-۴۷، به صورت مربع آراسته شده اند. این سیمها، همان طور که شکل نشان می دهد، حامل جریانهای یکسان i به سمت خارج از صفحه شکل هستند. نیروی وارد بر واحد طول هر یک از چهار رشته سیم را محاسبه کنید؛ اندازه و جهت نیرو را در هر مورد به دست آورید. فرض کنید



شکل ۳۳-۴۷ تمرین ۲۱.

نقطه P روی عمود منصف a قرار دارد. اندازه و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه P وقتی که جریان در سیم سمت چپ به طرف خارج از صفحه شکل است و جریان در سیم سمت راست (الف) به طرف خارج از صفحه شکل و (ب) به طرف داخل صفحه شکل است، معین کنید.



شکل ۳۳-۴۴ تمرین ۱۶.

۱۷. در شکل ۳۳-۱۳ (الف) فرض کردیم که هر دو جریان در یک جهت و به سمت خارج از صفحه شکل باشند. نشان دهید که میدان مغناطیسی در صفحه متشکل از این سیمها برابر است با

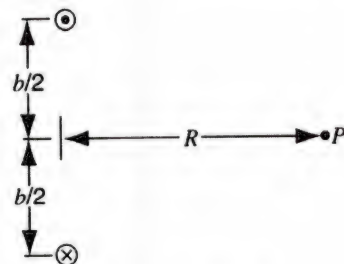
$$B = \frac{\mu_0 i x}{\pi(x^2 - b^2)}$$

فرض کنید در شکل ۳۳-۱۳ (الف)، داشته باشیم $i = 25\text{ A}$ ، $b = 2.5\text{ cm}$. میدان B را در محدوده $-2.5\text{ cm} < x < 2.5\text{ cm}$ رسم کنید. قطر سیمها را ناچیز در نظر بگیرید.

۱۸. دو سیم بلند که در فاصله b از یکدیگر قرار دارند، حامل جریانهای پادموازی i هستند (نگاه کنید به شکل ۳۳-۴۵). (الف) نشان دهید که شدت میدان مغناطیسی در نقطه P که از دو سیم به یک فاصله است از رابطه زیر به دست می آید

$$B = \frac{2\mu_0 i b}{\pi(4R^2 + b^2)}$$

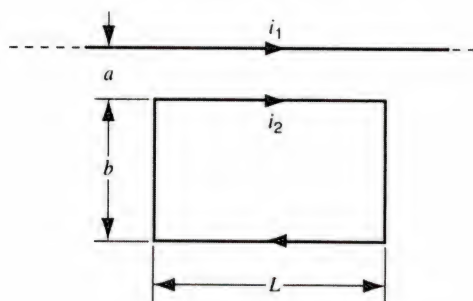
(ب) جهت میدان \vec{B} کدام است؟



شکل ۳۳-۴۵ تمرین ۱۸.

۱۹. یک حلقه دایره ای به شعاع 12 cm حامل جریانی به شدت 13 A است. حلقه دیگری به شعاع 82 cm ، متشکل از 50 دور

داده‌ایم. حلقه مستطیلی حامل جریان i_2 است. برآیند نیروی وارد بر حلقه را محاسبه کنید. فرض کنید $a = 1.1^\circ \text{ cm}$, $b = 9.2^\circ \text{ cm}$, $L = 32.3 \text{ cm}$, $i_1 = 28.6 \text{ A}$ و $i_2 = 21.8 \text{ A}$ است.



شکل ۳۳-۵۰ تمرین ۲۴.

۲۵. در مسئله نمونه ۳۳-۶، فرض کنید که سیم بالایی را اندکی به طرف پایین جابه‌جا و سپس رها کنیم. نشان دهید که حرکت ایجادشده در سیم بالایی حرکت هماهنگ ساده با بسامدی برابر با بسامد آونگ ساده به طول d است.

۴-۳۳ میدان مغناطیسی سیم‌لوله

۲۶. سیم‌لوله‌ای به طول 95.6 cm و با شعاع 1.9° cm دارای 123° دور سیم‌پیچ است و جریان 3.58 A را حمل می‌کند. شدت میدان مغناطیسی را در داخل این سیم‌لوله محاسبه کنید.

۲۷. سیم‌لوله‌ای به طول 1.33 m و به قطر 2.6° cm حامل جریانی به شدت 17.8 A است. شدت میدان مغناطیسی در داخل این سیم‌لوله 22.4 mT است. طول سیم مورد استفاده در این سیم‌لوله را معین کنید.

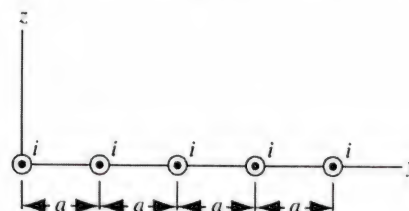
۲۸. سیم‌لوله بلندی با 115 دور سیم در هر سانتی‌متر و با شعاع 7.2° cm حامل جریان 1.94 mA است. جریانی به شدت 6.3° A در یک رسانای مستقیم در امتداد محور سیم‌لوله برقرار است. (الف) در چه فاصله شعاعی از محور سیم‌لوله، جهت میدان مغناطیسی برآیند با محور استوانه زاویه 40° می‌سازد؟ (ب) اندازه میدان مغناطیسی چقدر است؟

۲۹. درستی انتگرال‌گیری در معادله (۲۷-۳۳) را بررسی کنید و نشان دهید که وقتی $L \rightarrow \infty$ معادله (۲۷-۳۳) به معادله (۲۸-۳۳) نزدیک می‌شود.

۵-۳۳ قانون آمپر

۳۰. هشت رشته سیم در نقطه‌های نشان داده‌شده در شکل ۳۳-۵۱

۲۷۲ میدان مغناطیسی جریان (این رفتار در حرکت موازی ذره‌های باردار در پلاسما به اثر تنگس موسوم است).
۲۲. در شکل ۳۳-۴۸، پنج رشته سیم بلند موازی را نشان داده‌ایم، که در صفحه xy قرار گرفته‌اند. هر یک از سیم‌ها حامل جریان $i = 3.22 \text{ A}$ در جهت مثبت x است. فاصله بین سیم‌های مجاور هم برابر $a = 8.3^\circ \text{ cm}$ است. نیروی مغناطیسی (بزرگی و جهت) وارد بر واحد طول هر یک از این پنج رشته سیم را معین کنید.

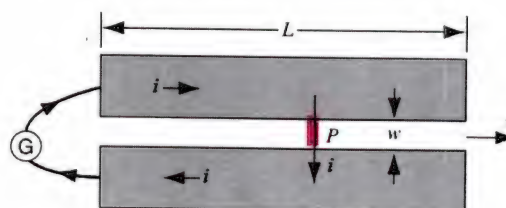


شکل ۳۳-۴۸ تمرین ۲۲.

۲۳. در شکل ۳۳-۴۹ طرح ایده‌آل یک "تنگ ریل الکترومغناطیسی" را نشان داده‌ایم که برای شلیک پرتابه‌هایی با سرعت حداکثر 1° km/s طراحی شده است. پرتابه P بین ریل‌ها و در تماس با آنها قرار دارد و می‌تواند در امتداد آنها بلغزد. مولد G جریانی در یک ریل برقرار می‌کند که از پرتابه عبور می‌کند و از طریق ریل دیگر باز می‌گردد. (الف) فرض کنید که w فاصله بین ریل‌ها، r شعاع ریل‌ها (که فرض می‌کنیم دایره‌ای هستند)، و i جریان در مدار باشد. نشان دهید که نیروی وارد بر پرتابه به طرف راست بوده و اندازه آن تقریباً برابر است با

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{i^2 \mu_0}{\pi} \right) \ln \left(\frac{w+r}{r} \right)$$

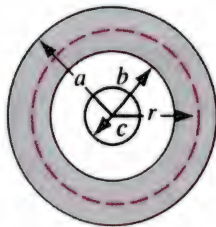
(ب) اگر پرتابه از انتهای سمت چپ ریل از حالت سکون شروع به حرکت کند، سرعت خروج آن را از انتهای سمت راست معین کنید. در اینجا فرض کنید $i = 45^\circ \text{ kA}$, $w = 12 \text{ mm}$, $r = 6.7 \text{ cm}$, $L = 4^\circ \text{ m}$ و جرم پرتابه (چارپاره) یعنی m برابر 1° گرم است.



شکل ۳۳-۴۹ تمرین ۲۳.

۲۴. در شکل ۳۳-۵۰ یک رشته سیم بلند حامل جریان i_1 را نشان

ممکن ارزیابی کنید. (و) فرض کنید $a = ۲۰\text{ cm}$, $b = ۱۸\text{ cm}$, $c = ۴۰\text{ cm}$ و $i = ۱۲\text{ A}$ ؛ نمودار تغییرات $B(r)$ را در گستره $۰ < r < ۳\text{ cm}$ رسم کنید.

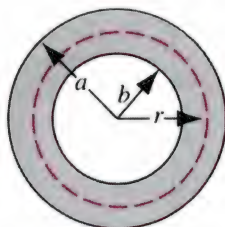


شکل ۳۳-۵۳ تمرین ۳۳.

۳۴. در شکل ۳۳-۵۴ مقطع یک استوانهٔ رسانای توخالی به شعاعهای a و b را نشان داده‌ایم، که حامل جریان یکنواخت توزیع شدهٔ i است. (الف) با استفاده از حلقهٔ آمپری دایره‌ای در شکل، نشان دهید که $B(r)$ در گسترهٔ $b < r < a$ به صورت زیر تغییر می‌کند:

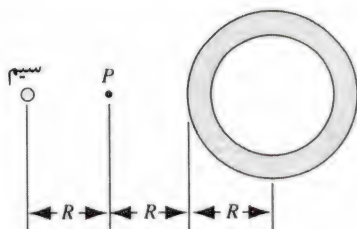
$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$

(ب) درستی این فرمول را برای حالت‌های خاص $r = a$ و $r = b$ و $b = ۰$ تحقیق کنید. (ج) فرض کنید داشته باشیم $a = ۲۰\text{ cm}$, $b = ۱۸\text{ cm}$ و $i = ۱۰\text{ A}$ ؛ و در این حالت نمودار تغییرات $B(r)$ را در گسترهٔ $۰ < r < ۶\text{ cm}$ رسم کنید.



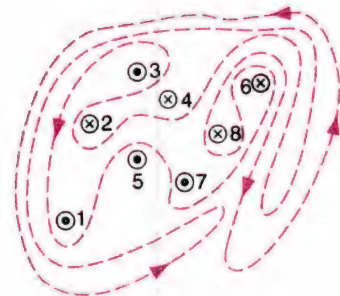
شکل ۳۳-۵۴ تمرین ۳۴.

۳۵. یک لولهٔ استوانه‌ای بلند با شعاع خارجی R حامل جریان (با توزیع یکنواخت) i به طرف داخل صفحهٔ شکل ۳۳-۵۵ است. یک



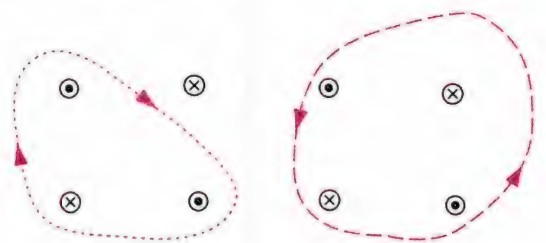
شکل ۳۳-۵۵ تمرین ۳۵.

به طور عمود، صفحهٔ شکل را قطع می‌کنند. هر یک از این سیمها با عدد درست k ($k = ۱, ۲, ۳, \dots, ۸$) نشانه‌گذاری شده‌اند و حامل جریان ki_0 هستند. برای سیمهای فرد جریان به طرف خارج صفحهٔ شکل و برای سیمهای زوج جریان به طرف داخل است. انتگرال خطی $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ را روی مسیر بسته و در جهت نشان داده شده در شکل محاسبه کنید.



شکل ۳۳-۵۱ تمرین ۳۰.

۳۱. هر کدام از هشت رسانای نشان داده شده در شکل ۳۳-۵۲ حامل جریان A به داخل صفحهٔ شکل یا خارج از آن هستند. دو مسیر برای انتگرال‌گیری خطی $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ مشخص شده است. مقدار انتگرال برای (الف) مسیر نقطه چین و (ب) مسیر خط چین چقدر است؟

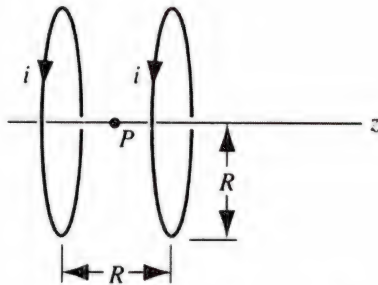


شکل ۳۳-۵۲ تمرین ۳۱.

۳۲. سیم استوانه‌ای بلندی به شعاع R را در نظر بگیرید که حامل جریان i است. این جریان به طور یکنواخت در سطح مقطع سیم توزیع شده است. در چه دو فاصله‌ای از محور سیم شدت میدان مغناطیسی ناشی از جریان، برابر نصف شدت میدان روی سطح استوانه است؟

۳۳. در شکل ۳۳-۵۳ مقطع یک رسانای بلند از نوعی را نشان داده‌ایم که به آنها کابلهای هم‌محور می‌گوییم. شعاعهای این کابل عبارت‌اند از a , b , و c . جریانهای برابر با توزیع یکنواخت و پادموازی i در دو رسانا برقرار است. روابطی را برای تغییرات $B(r)$ در گستره‌های (الف) $r < c$ (ب) $c < r < b$ (ج) $b < r < a$ و (د) $r > a$ به دست آورید. (ه) این رابطه‌ها را برای تمام موارد خاص

قرار دارند. این پیچه‌ها حامل جریانهای یکسان i در یک جهت هستند. میدان مغناطیسی را در نقطه P ، نقطه وسط دو پیچه، تعیین کنید.

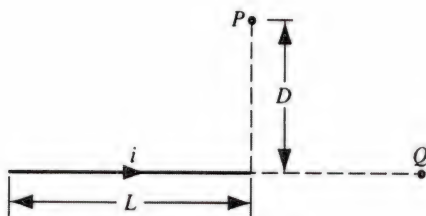


شکل ۳۳-۵۷ مسئله‌های ۱، ۳، و مسئله کامپیوتری ۱.

۲. یک قطعه سیم مستقیم به طول L ، حامل جریان i است. (الف) نشان دهید که میدان مغناطیسی ناشی از این سیم در نقطه P که در فاصله عمودی D از یک سر سیم قرار دارد (شکل ۳۳-۵۸) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{(L^2 + D^2)^{3/2}}$$

(ب) نشان دهید که میدان مغناطیسی در نقطه Q در امتداد رشته سیم صفر است.



شکل ۳۳-۵۸ مسئله ۲.

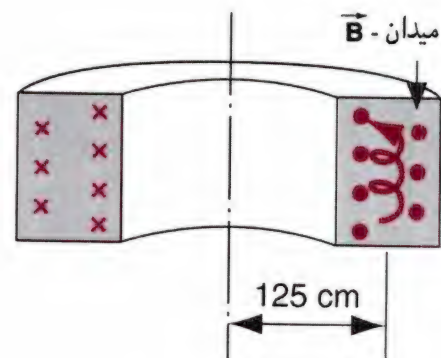
۳. در مسئله ۱ (شکل ۳۳-۵۷) فرض کنید که فاصله بین پیچه‌ها متغیری مانند s باشد (که الزاماً برابر با شعاع R پیچه نیست). (الف) نشان دهید که مشتق اول میدان مغناطیسی (dB/dz) در نقطه میانی P ، بدون توجه به مقدار s ، صفر می‌شود. با توجه به تقارن چرا انتظار دارید که این شرط برقرار باشد؟ (ب) نشان دهید که اگر $s = R$ باشد، مشتق دوم میدان مغناطیسی (d^2B/dz^2) نیز در نقطه P برابر صفر می‌شود. این شرط، یکنواختی میدان B در حوالی نقطه P برای این فاصله خاص بین پیچه‌ها را توجیه می‌کند.

۴. یک حلقه مربع‌شکل به ضلع a حامل جریان i است. (الف) نشان دهید که میدان B برای نقطه‌ای واقع بر محور این حلقه و در فاصله

رشته سیم به موازات لوله و در فاصله مرکز به مرکز $3R$ از آن کشیده شده است. اندازه و جهت جریان در سیم را چنان تعیین کنید که میدان مغناطیسی برآیند در نقطه P از لحاظ اندازه با میدان مغناطیسی برآیند در مرکز لوله برابر ولی از نظر جهت برخلاف آن باشد.

۳۶. چنبره‌ای با مقطع مربعی به ضلع 5.20 cm و شعاع داخلی 16.2 cm دارای 535 دور سیم‌پیچ و حامل جریانی به شدت 813 mA است. میدان مغناطیسی در داخل چنبره را در (الف) شعاع داخلی و (ب) شعاع خارجی محاسبه کنید.

۳۷. وقتی می‌کوشیم مجموعه‌ای از الکترون‌ها و یونهای مثبت (یک پلاسما) را در میدان مغناطیسی یک چنبره محصور کنیم پدیده جالب (و نومیدکننده‌ای) رخ می‌دهد. ذراتی که حرکتشان عمود بر میدان \vec{B} است حرکت دایره‌ای نخواهند داشت، زیرا شدت میدان مغناطیسی با فاصله شعاعی از محور چنبره تغییر می‌کند. این اثر، که (به صورت اغراق آمیزی) در شکل ۳۳-۵۶ نشان داده شده است، سبب می‌شود که ذرات با بارهای الکتریکی مخالف در جهتهای مخالف یکدیگر و موازی با محور چنبره به حرکت درآیند. (الف) علامت بار ذره‌ای که مسیرش در شکل نشان داده شده چیست؟ (ب) اگر شعاع انحنای مسیر ذره در هنگامی که فاصله آن از محور چنبره 12.5 cm است برابر با 11 cm است، وقتی فاصله ذره از محور چنبره 110 cm است شعاع انحنای مسیر آن چقدر می‌شود؟



شکل ۳۳-۵۶ تمرین ۳۷.

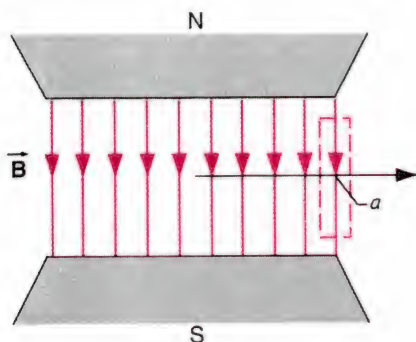
۳۳-۶ الکترومغناطیس و چارچوبهای مرجع

مسئله‌ها

۱. در شکل ۳۳-۵۷ ترتیبی را نشان داده‌ایم که به پیچه هلمهولتز معروف است. این وسیله تشکیل شده است از دو پیچه هم‌محور دایره‌ای به شعاع R ، که هر کدام شامل N حلقه است و در فاصله R از یکدیگر

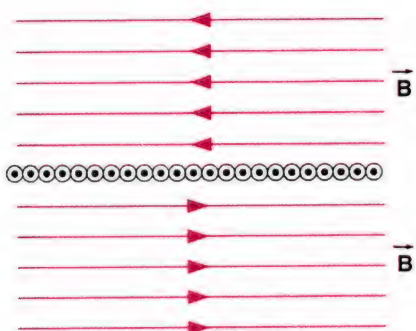
عمود بر محور سیم‌لوله در حرکت است. سرعت الکترون $c \cdot 46^\circ$ (سرعت سیر نور) است. جریان را در سیم‌لوله تعیین کنید.
۱۰. در ناحیه خاصی از فضا چگالی جریان یکنواخت 15 A/m^2 در جهت مثبت z برقرار است. انتگرال $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ، وقتی انتگرال خطی روی سه پاره خط مستقیم از $(4d, 0, 0)$ به $(4d, 3d, 0)$ به $(0, 0, 0)$ گرفته شود و $d = 23 \text{ cm}$ باشد، چقدر است؟

۱۱. نشان دهید آن‌گونه که پیکان افقی گذرنده از نقطه a در شکل ۶۰-۳۳ تداعی می‌کند، میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} وقتی عمود بر خطوط آن حرکت می‌کنیم نمی‌تواند به‌طور ناگهانی و یک‌باره صفر شود. (راهنمایی: قانون آمپر را برای مسیر مستطیلی که در شکل با خط چین مشخص شده است، به‌کار ببرید.) در آهنرباهای واقعی "آثار لبه‌ای"، یا چتری شدن، خط‌های \vec{B} همواره رخ می‌دهند که به این معنی است که \vec{B} تدریجاً به صفر نزدیک می‌شود. خطوط \vec{B} در این شکل را اصلاح کنید تا وضعیت واقعی‌تری را نشان دهند.



شکل ۶۰-۳۳ مسئله ۱۱.

۱۲. رسانایی از تعداد نامتناهی سیم‌های کنار هم تشکیل شده است، که هر یک از آنها دارای بلندی بینهایت و حامل جریان i است. نشان دهید که خطوط میدان \vec{B} به‌صورت شکل ۶۱-۳۳ است و \vec{B} برای



شکل ۶۱-۳۳ مسئله ۱۲.

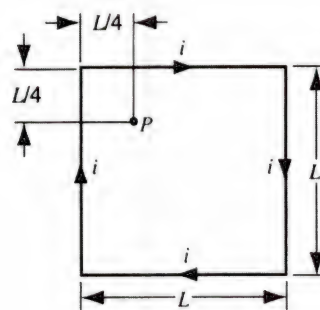
z از مرکز آن، از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$B(z) = \frac{\mu_0 i a^2}{\pi(4z^2 + a^2)(4z^2 + 2a^2)^{1/2}}$$

(ب) این رابطه برای مرکز حلقه به چه صورت در می‌آید؟
۵. (الف) سیمی که به‌صورت یک n ضلعی منتظم درآمده در دایره‌ای به شعاع a محصور شده است. نشان دهید که اگر جریان i در این سیم برقرار شود، اندازه میدان مغناطیسی \vec{B} در مرکز دایره از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2\pi a} \tan(\pi/n)$$

(ب) نشان دهید که وقتی $n \rightarrow \infty$ این نتیجه، میدان مربوط به حلقه دایره‌ای را به‌دست می‌دهد.
۶. قطعه سیمی به طول L در اختیار دارید که می‌توانید در آن جریان i را برقرار کنید. این قطعه سیم را می‌توان به‌صورت دایره یا مربع درآورد. نشان دهید که میدان B در مرکز حلقه مربع شکل بیشتر است.
۷. (الف) میدان \vec{B} را در نقطه P در شکل ۵۹-۳۳ محاسبه کنید. (ب) آیا شدت میدان در نقطه P از شدت میدان در مرکز مربع بیشتر است یا کمتر؟



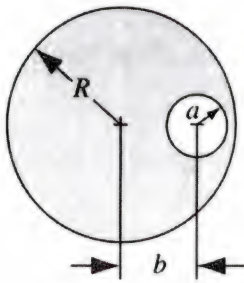
شکل ۵۹-۳۳ مسئله ۷.

۸. در سطح یک قرص پلاستیکی نازک به شعاع R بار q به‌صورت یکنواخت توزیع شده است. اگر این قرص را با بسامد زاویه‌ای ω حول محورش بچرخانیم، نشان دهید که میدان مغناطیسی در مرکز قرص برابر است با

$$B = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$$

(راهنمایی: قرص چرخان معادل آرایه‌ای از حلقه‌های جریان است.)
۹. سیم‌لوله بلندی دارای 10° دور سیم‌پیچ در هر سانتی‌متر است. الکترونی در داخل این سیم‌لوله در دایره‌ای به شعاع 2.3 cm و

جریانها همان چگالی جریان مربوط به رسانای واقعی را دارند. به این ترتیب میدانهای ناشی از جریانهای جاری در دو استوانه کامل، به شعاعهای R و a ، را برهم می‌نهمیم که چگالی جریان یکسانی دارند.



شکل ۶۲-۳۳ مسئله ۱۴.

مسئله‌های کامپیوتری

۱. دو پیچه در اختیار داریم که هر کدام شامل 300° دور سیم‌پیچ است. هر یک از این دو پیچه حامل جریان i است. این پیچه‌ها چنان آرایش یافته‌اند که فاصله بین آنها برابر با شعاع آنهاست (مطابق شکل ۵۷-۳۳). (این آرایش هندسی پیچه هلمهولتز است؛ مسئله ۱ را ببینید). به‌ازای $R = 5^\circ \text{ cm}$ و $i = 5^\circ \text{ A}$ ، B را به‌صورت تابعی از فاصله z در امتداد محور مشترک دو پیچه در گستره $z = -5 \text{ cm}$ تا $z = +5 \text{ cm}$ رسم کنید، $z = 0$ را در نقطه وسط بین دو پیچه، یعنی P ، در نظر بگیرید. چنین پیچه‌هایی میدان یکنواخت خاص B را در نزدیکی P ایجاد می‌کنند.

۲. یک پیچه دوگانه هلمهولتز طراحی کنید به‌طوری که در مرکز $d^4 B / dz^4$ نیز صفر شود. این مسئله به بهترین وجه با بهره‌گیری از یک برنامه کامپیوتری مانند Mathematica یا MAPLE حل می‌شود.

تمام نقاط بالا و پایین برگه نامتناهی جریان از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \frac{1}{4} \mu_0 n i$$

که در اینجا، n تعداد سیمها به‌ازای واحد طول است. این نتیجه را با کاربرد مستقیم قانون آمپر و به‌صورت حالت حدی مسئله نمونه ۵-۳۳ به‌دست آورید.

۱۳. چگالی جریان در یک سیم بلند و توپر استوانه‌ای به شعاع a در امتداد محور سیم است و با فاصله شعاعی از محور به‌طور خطی طبق رابطه $j = j_0 r/a$ تغییر می‌کند. میدان مغناطیسی را در داخل سیم مشخص کنید. پاسخ خود را برحسب جریان کل i که در سیم برقرار است، بیان کنید.

۱۴. در شکل ۶۲-۳۳ سطح مقطع یک رسانای بلند استوانه‌ای به شعاع R را نشان داده‌ایم که دارای یک سوراخ بلند استوانه‌ای به شعاع a است. محورهای این دو استوانه موازی‌اند و در فاصله b از یکدیگر قرار دارند. جریان i به‌طور یکنواخت، در سطح هاشورخورده شکل، توزیع شده است. (الف) با استفاده از ایده‌های برهم‌نهی، نشان دهید که میدان مغناطیسی در مرکز سوراخ برابر است با

$$B = \frac{\mu_0 i b}{2\pi(R^2 - a^2)}$$

(ب) دو حالت خاص $a = 0$ و $b = 0$ را بررسی کنید. (ج) آیا می‌توانید از قانون آمپر برای نشان دادن اینکه میدان مغناطیسی در سوراخ یکنواخت است استفاده کنید؟ (راهنمایی: تصور کنید که در سوراخ استوانه‌ای دو جریان مساوی ولی در جهت‌های مخالف جاری است، به‌طوری که یکدیگر را خنثی می‌کنند. فرض کنید هر یک از این

قانون القای فاراده

اغلب می‌توان نتیجه یک آزمایش را با توجه به اینکه چگونه با تقارن به آزمایشهای دیگر مربوط می‌شود پیش‌بینی کرد. مثلاً به یک حلقه جریان در میدان مغناطیسی گشتاور نیرویی (ناشی از میدان) وارد می‌آید که آن را می‌چرخاند. مورد مشابهی را در نظر بگیرید: یک حلقه سیم که در آن جریانی وجود ندارد در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد و عامل خارجی، گشتاور نیرویی به حلقه وارد می‌کند که سبب چرخش آن می‌شود. متوجه می‌شویم که در حلقه جریانی پدید آمده است! برای حلقه‌ای که در میدان مغناطیسی قرار دارد، هر جریانی پدیدآورنده گشتاور نیرویی است و هر گشتاور نیرویی هم پدیدآورنده یک جریان. این مثال نمونه‌ای از تقارن در طبیعت است.

پیدایش جریان در حلقه را می‌توانیم براساس قانون القای فاراده درک کرده آن را تجزیه و تحلیل کنیم. قانون القای فاراده موضوع این فصل است. قانون فاراده را که یکی از چهار معادله ماکسول است، می‌توان به وسیله تعدادی آزمایشهای ساده، که انجام آنها در هر آزمایشگاهی امکان‌پذیر است، به‌طور مستقیم اثبات کرد.

۳۴-۱ آزمایشهای فاراده

قانون القای فاراده از آزمایشهایی کشف شد که مایکل فاراده در سال ۱۸۳۱ در انگلستان و تقریباً در همان زمان ژوزف هانری* در ایالات متحده انجام دادند. گرچه فاراده نتیجه‌های خود را قبل از هانری منتشر کرد، که اولویت کشف را نصیب او کند، یکای SI القاییدگی (فصل ۳۶) هانری (با علامت اختصاری H) نامیده شد. از طرف دیگر،

* فاراده و هانری علاوه بر کشف مستقل و همزمان قانون القاییدگی، در زندگیشان شباهتهای دیگری هم داشتند. هر دو در نوجوانی شاگردی کرده‌اند، فاراده در سن ۱۴ سالگی در لندن شاگرد صحاف شد و هانری در سن ۱۳ سالگی در آلبانی، نیویورک، شاگرد یک ساعت‌ساز بود. بعدها فاراده رئیس انستیتوی سلطنتی در لندن شد، که بانی اصلی تأسیس آن یک امریکایی به نام بنیامین تامسن (کنت رامفورد)، بود. از طرف دیگر هانری، دبیر انستیتوی اسمیتسونین در واشنگتن دی-سی شد که با موقوفات یک انگلیسی به نام جیمز اسمیتسون تأسیس شده بود.

یکای SI ژرفیت، همان‌طور که قبلاً دیدیم، فاراد (با علامت اختصاری F) خوانده می‌شود. در فصل ۳۶، که در مورد نوسانهای مدارهای خازنی-القایی بحث می‌کنیم، خواهیم دید چقدر مناسب است که نام این دو نابغه هم‌عصر را در یک مفهوم واحد به هم پیوند دهیم.

در شکل ۳۴-۱ پیچهای از سیم را نشان داده‌ایم که بخشی از مداری را تشکیل می‌دهد که شامل آمپرسنج است. معمولاً انتظار نداریم که آمپرسنج عبور جریانی را نشان دهد زیرا به نظر می‌رسد که در مدار هیچ نیروی محرکه الکتریکی وجود ندارد. با این همه، اگر یک آهنربای میله‌ای را به پیچه نزدیک کنیم به‌طوری که قطب شمال این آهنربا به طرف پیچه باشد، واقعه شگفت‌آوری روی می‌دهد. تا وقتی که آهنربا حرکت می‌کند، عقربه آمپرسنج در حال انحراف است و نشان می‌دهد که در پیچه جریانی برقرار شده است. اگر آهنربا را نسبت به

با بستن کلید S جریان پایایی در پیچه سمت راست برقرار می‌کنیم، سنج موجود در مدار پیچه چپ به‌طور لحظه‌ای منحرف می‌شود؛ وقتی کلید S را باز و به این وسیله جریان را قطع می‌کنیم، باز هم سنج به‌طور لحظه‌ای منحرف می‌شود، ولی در جهت مخالف. در این آزمایش هیچ‌یک از اجزای وسیله حرکت فیزیکی ندارد.

آزمایش نشان می‌دهد که وقتی جریان در پیچه طرف راست شکل ۲-۳۴ تغییر می‌کند، در پیچه طرف چپ یک نیروی محرکه الکتریکی القایی به‌وجود می‌آید. در اینجا آنچه اهمیت دارد آهنگ تغییر جریان است و نه اندازه آن.

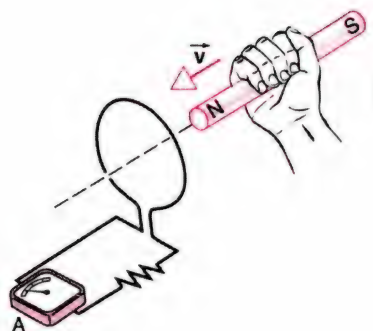
جنبه مشترک این دو آزمایش حرکت یا تغییر است. این آهنربای متحرک یا جریان متغیر است که باعث ایجاد نیروی محرکه الکتریکی القایی می‌شود. در بخش بعد، مبانی ریاضی این اثر را ارائه می‌دهیم.

۲-۳۴ قانون القای فاراده

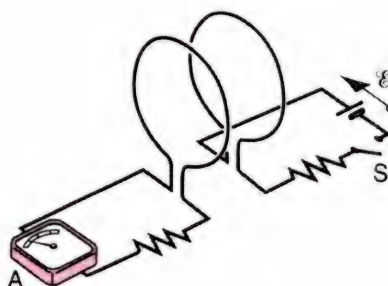
فرض کنید که خطهای میدان مغناطیسی ناشی از آهنربای میله‌ای شکل ۱-۳۴ و از جریان موجود در حلقه جریان شکل ۲-۳۴ در فضا وجود داشته باشند. بعضی از این خطهای میدان از پیچه سمت چپ هر دو شکل می‌گذرند. وقتی در شکل ۱-۳۴ آهنربا را حرکت می‌دهیم، یا وقتی در شکل ۲-۳۴ کلید S را باز یا بسته می‌کنیم، تعداد خطهای میدان مغناطیسی را که از پیچه سمت چپ می‌گذرند تغییر می‌دهیم. همان‌طور که آزمایشهای فاراده نشان داد و روش خطهای میدان فاراده به ما کمک کرد که این موضوع را مجسم کنیم، این تغییر تعداد خطهای میدان گذرنده از حلقه مدار است که نیروی محرکه الکتریکی را در حلقه القا می‌کند. به‌طور مشخص، این آهنگ تغییر در تعداد خطهای میدان گذرنده از حلقه است که نیروی محرکه الکتریکی القایی را تعیین می‌کند. برای کتی‌کردن این گزاره، شار مغناطیسی Φ_B را معرفی می‌کنیم. شار مغناطیسی را می‌توان مانند شار الکتریکی (بخش ۳-۲۷) معیاری از تعداد خطهای میدانی که از یک سطح می‌گذرند در نظر گرفت. مانند شار الکتریکی (معادله ۷-۲۷)، شار مغناطیسی گذرنده از هر سطح را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (۱-۳۴)$$

که در این معادله، $d\vec{A}$ عنصر سطح (نشان داده شده در شکل ۳-۳۴) است و انتگرال‌گیری روی تمام سطحی انجام می‌شود که می‌خواهیم شار را برای آن محاسبه کنیم (مانند سطحی که حلقه سمت چپ شکل



شکل ۱-۳۴ وقتی آهنربا نسبت به پیچه‌ها جابه‌جا می‌شود، آمپرسنج A منحرف می‌شود که حاکی از وجود جریان در مدار است.



شکل ۲-۳۴ وقتی کلید S بسته یا باز شود آمپرسنج به‌طور لحظه‌ای منحرف می‌شود. در اینجا حرکت فیزیکی پیچه‌ها دخیل نیست.

پیچه ثابت نگه‌داریم آمپرسنج انحراف ندارد. اگر آهنربا را از پیچه دور کنیم، باز هم آمپرسنج منحرف می‌شود، ولی در جهت مخالف، که نشان می‌دهد جهت جریان در پیچه وارونه شده است. اگر به‌جای قطب شمال، قطب جنوب آهنربا را به‌کار ببریم، آزمایش به همان صورت بالاست ولی جهت انحرافها وارونه می‌شود. هر چه آهنربا تندتر حرکت کند، انحراف سنج بیشتر می‌شود. آزمایشهای بیشتر نشان می‌دهد که آنچه اهمیت دارد حرکت نسبی آهنربا و پیچه است. اصلاً فرق نمی‌کند که آهنربا را به طرف پیچه حرکت دهیم یا پیچه را به طرف آهنربا.

جریان پدیدآمده در این آزمایش را جریان القایی می‌نامیم و می‌گوییم که این جریان را یک نیروی محرکه القایی به‌وجود آورده است. توجه کنید که در اینجا در هیچ جای مدار باتری وجود ندارد. فاراده با انجام آزمایشهایی از این نوع توانست به قانونی پی ببرد که اندازه و جهت نیروی محرکه القایی را به‌دست می‌دهد. این نیروهای محرکه الکتریکی از لحاظ عملی بسیار حائز اهمیت‌اند. به احتمال بسیار زیاد، نور اتاقی که شما در آن این کتاب را مطالعه می‌کنید از نیروی محرکه الکتریکی القایی در مولد الکتریکی تجاری فراهم شده است. در آزمایش دیگر، ابزار شکل ۲-۳۴ مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیچه‌ها در نزدیکی هم قرار می‌گیرند ولی نسبت به هم ساکن‌اند. وقتی

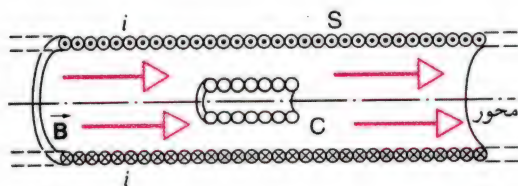
کل در این مدار مجموع مقادیرهای مربوط به هر کدام از دورهاست، درست مانند باتریهایی که به صورت سری به هم متصل شده اند. اگر پیچه چنان محکم پیچیده شده باشد که هر دور ناحیه یکسانی از فضا را اشغال کند و در نتیجه تغییر شار یکی باشد، نیروی محرکه الکتریکی القایی کل برابر است با

$$|\mathcal{E}| = N \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| \quad (۴-۳۴)$$

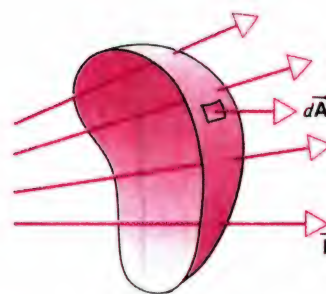
روشهای بسیاری برای تغییر شار گذرنده از حلقه وجود دارد که عبارتند از: حرکت دادن آهنربا نسبت به حلقه (مانند شکل ۱-۳۴)، تغییر جریان در مداری که در نزدیکی آن حلقه قرار گرفته است (مانند شکل ۲-۳۴) و نیز مانند مبدل، حرکت دادن حلقه در میدان نایکناخت، چرخاندن حلقه در میدان مغناطیسی ثابت به طوری که زاویه θ در معادله (۲-۳۴) تغییر کند (مانند مولد، که آن را در بخش ۵-۳۴ مطالعه می کنیم)، یا تغییر اندازه و شکل حلقه. با هریک از روشهای بالا می توان نیروی محرکه الکتریکی در حلقه القا کرد.

سرانجام، متوجه می شویم که گرچه معادله (۳-۳۴) به نام قانون فاراده معروف است، فاراده، که آموزش ریاضی چندانی نداشت، آن را به این صورت نوشته بود. در واقع، در تمام سه جلد کتاب منتشر شده فاراده در زمینه الکترومغناطیس که دستاورد بسیار بزرگی در گسترش علم فیزیک و شیمی به حساب می آید حتی یک معادله هم وجود ندارد!

مسئله نمونه ۱-۳۴ سیمولوله بلند S شکل ۴-۳۴ دارای ۲۲۰ دور سیم در هر سانتی متر و قطر آن $d = ۳.۲ \text{ cm}$ است. در مرکز این سیمولوله پیچه تنگ هم پیچیده C با ۱۳۰ دور سیم و قطر $d_C = ۲.۱ \text{ cm}$ قرار دارد. جریان جاری در سیمولوله را با آهنگ ثابت در مدت ۱۶ میلی ثانیه از صفر به ۱.۵ A افزایش داده ایم. قدر مطلق (یعنی، اندازه بدون



شکل ۴-۳۴ مسئله نمونه ۱-۳۴. پیچه C در داخل سیمولوله S قرار گرفته است. سیمولوله حامل جریانی است که از قسمت بالای شکل خارج و در قسمت پایین وارد صفحه شکل می شود؛ که این موضوع با نقطه و ضربدر نشان داده شده است. وقتی جریان در داخل سیمولوله تغییر می کند، نیروی محرکه الکتریکی القایی در پیچه پدید می آید.



شکل ۳-۳۴ میدان مغناطیسی \vec{B} که از سطح A می گذرد شار مغناطیسی گذرنده از آن سطح را به دست می دهد. عنصر سطح $d\vec{A}$ با یک بردار نمایش داده شده است.

۱-۳۴ در برمی گیرد). اگر میدان مغناطیسی در سطح تخت A، اندازه و جهت ثابتی داشته باشد، شار را می توان به صورت زیر نوشت

$$\Phi_B = BA \cos \theta \quad (۲-۳۴)$$

که در آن θ زاویه بین خط عمود بر سطح و جهت میدان است. یکای SI شار مغناطیسی تسلا \cdot متر مربع است که به آن وبر (با علامت اختصاری Wb) می گوئیم. به عبارت دیگر

$$۱ \text{ تسلا} \cdot \text{متر مربع} = ۱ \text{ وبر}$$

از وارونه سازی این رابطه، در می یابیم که تسلا معادل وبر بر متر مربع است، که قبل از پذیرش تسلا به عنوان یکای SI برای میدان مغناطیسی به کار می رفت.

نیروی محرکه الکتریکی القا شده در مدار که از قانون القای فاراده به دست می آید، برحسب شار مغناطیسی چنین بیان می شود:

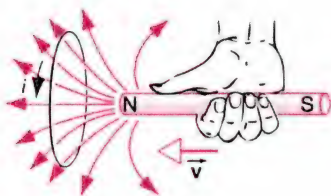
اندازه نیروی محرکه الکتریکی القا شده در مدار برابر است با منفی آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از مدار برحسب زمان.

به زبان ریاضی، قانون فاراده به صورت زیر است

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| \quad (۳-۳۴)$$

که در آن \mathcal{E} نیروی محرکه الکتریکی القایی است. اگر یکای آهنگ تغییر شار برحسب وبر بر ثانیه باشد، نیروی محرکه الکتریکی با یکای ولت مشخص می شود. جهت (یا علامت) نیروی محرکه الکتریکی را در بخش بعدی بررسی می کنیم.

اگر پیچه N دور داشته باشد، در هر دور سیم پیچ یک نیروی محرکه الکتریکی القایی پدید می آید و نیروی محرکه الکتریکی القایی



شکل ۵-۳۴ وقتی آهنربایی را به حلقه نزدیک می‌کنیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد. جریان القا شده در حلقه، میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که با افزایش شار مخالفت می‌کند. در این شکل میدان ناشی از حلقه جریان نشان داده نشده است.

الکتریکی القایی را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم، که این امکان را فراهم می‌آورد که قانون فاراده را بدون علامت قدر مطلق بنویسیم. در اینجا، جهت نیروی محرکه الکتریکی القایی را براساس جریان (القا شده‌ای) که ایجاد می‌کند، تعیین می‌کنیم. این کار را با بهره‌گیری از قاعده‌ای که در سال ۱۸۳۴ توسط هاینریش لنز (۱۸۶۵-۱۸۰۴) پیشنهاد شد و به نام قانون لنز مشهور است انجام می‌دهیم. قانون لنز: شار مغناطیسی ناشی از جریان القایی با تغییر شاری که این جریان القایی را به وجود می‌آورد مخالفت می‌کند.

قانون لنز به جریانهای القایی مربوط می‌شود، یعنی این قانون فقط در مورد مدارهای رسانای بسته به کار می‌رود. اگر مدار باز باشد، معمولاً می‌توان تصور کرد که اگر مدار بسته بود چه واقعه‌ای رخ می‌داد و به این وسیله جهت نیروی محرکه الکتریکی القایی را مشخص کرد.

اگر "تغییر در شار" افزایشی باشد، در آن صورت قانون لنز ایجاب می‌کند که جهت جریان القایی با افزایش مخالفت کند؛ یعنی، شار میدان مغناطیسی جریان القایی در جهت مخالف شار اصلی که در حال افزایش است از حلقه می‌گذرد. اگر "تغییر در شار" کاهش باشد، شار میدان مغناطیسی مربوط به جریان القایی با کاهش مخالفت می‌کند؛ یعنی به شار اصلی می‌افزاید تا از کاهش آن جلوگیری کند.

به عنوان مثالی از کاربرد قانون لنز، اولین آزمایشی که فاراده انجام داد (شکل ۱-۳۴) در نظر می‌گیریم. وقتی قطب شمال آهنربا به سمت حلقه حرکت می‌کند، شار گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد. این افزایش شار همان "تغییر"ی است که قانون لنز به آن اشاره می‌کند. جریان القا شده باید با این تغییر مخالفت کند؛ یعنی، جریان باید میدان مغناطیسی به وجود بیاورد که در داخل حلقه در جهت مخالف باشد.

در شکل ۵-۳۴ جهت جریان القایی را نشان داده‌ایم. با بهره‌گیری از قاعده دست راست، می‌توانیم ببینیم که در داخل حلقه، میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان القایی در جهت مخالف میدان ناشی از آهنرباست.

توجه به علامت) نیروی محرکه الکتریکی القا شده در پیچه مرکزی در مدتی که جریان در سیملوله تغییر می‌کند چقدر است؟

حل. در این حالت شار گذرنده از پیچه C تغییر می‌کند چون میدان B در داخل سیملوله با تغییر جریان عبوری از سیملوله تغییر می‌کند. میدان، یکنواخت و عمود است بر سطح هر دور سیمپیچ از پیچه C، به طوری که $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA$ ، که در اینجا A مساحت هر دور از سیمپیچ پیچه داخلی است. از قانون فاراده داریم

$$|\mathcal{E}| = N \left| \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right| = N \left| \frac{A \Delta B}{\Delta t} \right| = NA \left| \frac{\mu_0 n \Delta i}{\Delta t} \right| = NA \mu_0 n \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right|$$

که در این معادله به جای میدان مغناطیسی، از $B = \mu_0 ni$ ، مربوط به یک سیملوله ایده‌آل استفاده کرده‌ایم (معادله ۲۸-۳۳). سطح مقطع پیچه مرکزی، A، برابر است با $\pi r_C^2 = 3.46 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. جریان در مدت ۱۶ s به اندازه ۱۵ A تغییر می‌کند. در نتیجه نیروی محرکه الکتریکی برابر است با

$$|\mathcal{E}| = (130)(3.46 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \times \frac{15 \text{ A}}{0.16 \text{ s}} \times (2.2 \times 10^4 \text{ دور/m}) = 1.2 \times 10^{-2} \text{ V} = 12 \text{ mV}$$

در بخش بعد خواهیم دید که جهت نیروی محرکه الکتریکی القایی چگونه به دست می‌آید. فعلاً، با بهره‌گیری از استدلال زیر، می‌توانیم این بحث را به طور خلاصه مشاهده کنیم. فرض کنید افزایش شار در سیمپیچ خارجی، جریانی در پیچه داخلی تولید کرده است که این جریان به نوبه خود میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که با میدان اولیه هم جهت است. این میدان سبب می‌شود شار عبوری از سطحی که پیچه خارجی محصور کرده است افزایش یابد، که این خود باعث افزایش جریان و در نتیجه افزایش مجدد جریان در پیچه داخلی می‌شود و این روند ادامه می‌یابد. آیا این نتیجه منطقی است؟

۳-۳۴ قانون لنز

تا به اینجا جهت نیروی محرکه الکتریکی القایی را مشخص نکردیم. بعداً، در این فصل ارتباط بین نیروی محرکه الکتریکی القایی و میدان

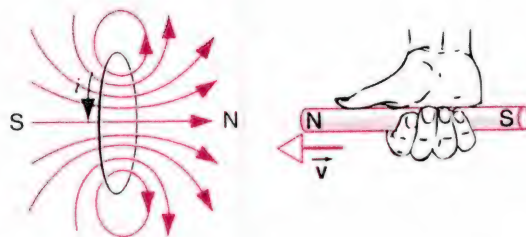
در هیچ یک از موارد بالا مشخص نیست که میدان القاشده با میدان ناشی از آهنربا مخالفت می‌کند، بلکه حاکی از آن است که با تغییر، که افزایش یا کاهش شار گذرنده از حلقه است، مخالفت می‌کند. اگر در شکل ۵-۳۴ میدان ناشی از آهنربا به سمت چپ و در حال افزایش باشد (وقتی که آهنربا به حلقه نزدیک می‌شود) میدان القاشده در داخل حلقه باید به طرف راست باشد. اگر میدان آهنربا به سمت چپ و در حال کاهش باشد (وقتی که آهنربا از حلقه دور می‌شود)، میدان القاشده در داخل حلقه باید به طرف چپ باشد. اگر آهنربا را سروته کنیم به طوری که قطب جنوب آن به سمت حلقه حرکت کند، میدان به طرف راست و افزایشی خواهد بود، در نتیجه میدان القاشده در داخل حلقه باید به سمت چپ باشد.

اکنون می‌توانیم جهت جریان را در پیچه کوچک C مسئله نمونه ۳۴-۱ معین کنیم. میدان سیمولوه S در شکل ۳۴-۴ به طرف راست است و افزایش می‌یابد. جریان القاشده در C باید با این افزایش شار عبوری از C مخالفت کند و در نتیجه باید میدانی به وجود آورد که با میدان S مقابله کند. بنابراین جریان در پیچه C باید برخلاف جریان در سیمولوه S باشد. اگر جریان در سیمولوه S به جای افزایش کاهش می‌یافت، استدلال مشابهی نشان می‌دهد که جهت جریان القاشده در پیچه C همان جهت جریان در سیمولوه S را می‌داشت.

علامتها در قانون فاراده

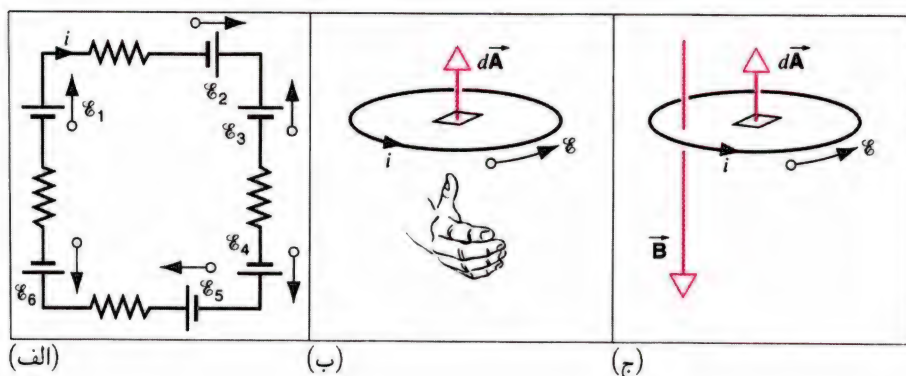
تا به اینجا قانون فاراده را فقط برحسب اندازه‌ها نوشتیم. جهت و اندازه جریان القاشده در حلقه رسانا را می‌توان با بهره‌گیری از قانون لنز و شکل فقط مقاداری قانون فاراده تعیین کرد.

تمایل داریم که علامتهای قدرمطلق را از قانون فاراده (معادله ۳۴-۳) برداریم. قبل از انجام این کار، باید ابهاماتی را که در علامت هر دو طرف این معادله وجود دارد برطرف کنیم. اگر بخواهیم که به جای $| \mathcal{E} |$ بنویسیم \mathcal{E} ، باید مشخص کنیم که منظورمان از علامت یا جهت نیروی محرکه الکتریکی القاشده چیست. مدار ساده تک حلقه‌ای شکل ۳۴-۷ (الف) را در نظر بگیرید، که ممکن است شامل چندین باتری و مقاومت باشد. برای تحلیل این مدار می‌توانیم از قاعده حلقه استفاده کنیم. باید مشخص باشد که اگر ساعتگرد گرد مدار بچرخیم تمام نیروهای محرکه الکتریکی را به هم بیفزاییم، و یک مقدار خالص مثبت به دست آوریم، در آن صورت جریان نیز ساعتگرد خواهد بود. (تنها در آن صورت اختلاف پتانسیل کل دو سر مقاومتها می‌تواند منفی باشد، تا قضیه حلقه را تأیید کند.) در مورد مدارهای واقعی، جهت جریان



شکل ۳۴-۶ وقتی آهنربایی را به حلقه‌ای نزدیک می‌کنیم، جریان القاشده i در جهتی است که در شکل نشان داده‌ایم. این جریان میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد که با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند. میدان مربوط به آهنربا را در اینجا نشان نداده‌ایم، ولی همانند میدان شکل ۵-۳۴ است.

از طرف دیگر، اگر آهنربا را از حلقه دور کنیم، شار کاهش پیدا می‌کند، و جریان القایی باید با این کاهش مخالفت کند. بنابراین، میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی باید به میدان ناشی از آهنربا افزوده شود، در نتیجه جهت جریان برخلاف جهت جریان در شکل ۵-۳۴ خواهد بود. روش دیگری برای تعبیر و توصیف قانون لنز بر اصل پایستگی انرژی استوار است. وقتی آهنربا را به حلقه نزدیک می‌کنیم، میدان ناشی از جریان القاشده در حلقه نیرویی وارد می‌کند که با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند. این موضوع در شکل ۳۴-۶ نشان داده شده است. حلقه، میدان مغناطیسی شبیه میدان آهنربا ایجاد می‌کند که قطب شمال آن به سمت قطب شمال آهنربایی است که به آن نزدیک می‌شود، و دو قطب شمال یکدیگر را می‌رانند. یعنی، برای اینکه آهنربا را به سمت حلقه ببریم باید آن را با نیروی بیشتری به سمت حلقه هل بدهیم. فرض کنید که، برعکس، جریان موجود در حلقه در جهت مخالف باشد، در آن صورت یک میدان القایی در جهت مخالف به وجود می‌آورد، که به جای اینکه آهنربا به وسیله میدان مربوط به جریان القاشده رانده شود، به وسیله این میدان رپوده می‌شود و به سمت حلقه شتاب می‌گیرد. وقتی که آهنربا شتاب می‌گیرد، جریان موجود در حلقه افزوده می‌شود، که سبب افزایش نیروی وارد بر آهنربا شده شتاب آن را افزایش بیشتری می‌دهد. در انجام این عمل هم انرژی جنبشی آهنربا و هم آهنگ انرژی ژول ($i^2 R$) تلف شده در حلقه بیشتر می‌شود. به این ترتیب با هل کوچک اولیه آهنربا به سمت حلقه، افزایش انرژی زیادی به دست می‌آوریم که به روشنی ناقض پایستگی انرژی است. چنین رویدادی ممکن نیست رخ دهد و بنابراین نتیجه می‌گیریم که میدان ناشی از جریان القاشده در مدار باید با حرکت آهنربا به سمت حلقه مخالفت کند. به صورتی مشابه، اگر می‌خواستیم آهنربا را از حلقه دور کنیم، میدان القاشده با این حرکت مخالفت می‌کرد و آهنربا را به سمت حلقه می‌کشید.



شکل ۷-۳۴ (الف) نیروهای محرکه الکتریکی در یک حلقه را به هم می‌افزاییم تا جهت جریان را مشخص کنیم. (ب) قاعده دست راست برای قانون فاراده: اگر انگشتان در جهت \vec{B} باشند، شست در جهت $d\vec{A}$ است. (ج) وقتی \vec{B} به سمت پایین است و مقدارش افزایش می‌یابد، جریان القا شده در مدار را نشان داده‌ایم.

باشد و مقدار آن افزایش یابد. فرض کنید جهت $d\vec{A}$ را به سمت بالا اختیار کنیم. (تا وقتی که از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم، اهمیتی ندارد که کدام جهت را اختیار کنیم — این ارتباط بین \mathcal{E} و $d\vec{A}$ است که اهمیت دارد.) برای این گزینه، $\vec{B} \cdot d\vec{A}$ در همه جا روی رویه منفی است و در نتیجه شار نیز منفی است. اگر \vec{B} از نظر اندازه در حال افزایش باشد، در آن صورت Φ_B منفی و از نظر اندازه در حال افزایش است، در نتیجه $d\Phi_B/dt < 0$. آنگاه معادله (۵-۳۴) می‌گوید که \mathcal{E} نسبت به جهتی که برای $d\vec{A}$ انتخاب کرده‌ایم مثبت است. قاعده دست راست نشان می‌دهد که نیروی محرکه الکتریکی (و از آن رو جریان القا شده) باید به همان صورت نشان داده شده در شکل ۷-۳۴ (ج) باشد. اگر از بالا نگاه کنیم، جریان القا شده در جهت پادساعتگرد خواهد بود، درست به همان ترتیبی که مستقیماً با استفاده از قانون لنز نتیجه می‌گیریم.

مسئله نمونه ۷-۳۴ یک حلقه سیم دایره‌ای به شعاع $r = 0.32 \text{ m}$ و مقاومت $R = 2.5 \Omega$ را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که بر صفحه حلقه عمود و در آغاز همان‌گونه که در شکل ۸-۳۴ نشان داده‌ایم به طرف داخل شکل است، قرار داده‌ایم. میدان برحسب زمان به صورت $B_z = -4.0 \text{ T} - (5.6 \text{ T/s})t + (2.2 \text{ T/s}^2)t^2$ تغییر می‌کند، که در اینجا محور مثبت z به طرف بالا و خارج از صفحه شکل است. اندازه و جهت جریان ایجاد شده در حلقه را در لحظه‌های $t = 1 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ مشخص کنید.

حل. فرض کنید $d\vec{A}$ را به طرف داخل صفحه در نظر بگیریم. در $t = 1 \text{ s}$ و $B_z = -7.4 \text{ T}$ و در $t = 2 \text{ s}$ و $B_z = -6.4 \text{ T}$ است. به این ترتیب برای بازه زمانی مطرح شده در این مسئله، \vec{B} و $d\vec{A}$ با هم موازی‌اند و $\Phi_B > 0$ است. چون میدان در تمامی سطح حلقه

مثبت، همان جهت چرخش به گرد مدار است که در آن یک نیروی محرکه الکتریکی کل مثبت به دست می‌آوریم. می‌توانیم همین ارتباط را بین جریانهای القا شده و نیروی محرکه الکتریکی برقرار کنیم: جهت جریان القایی، همان جهتی است که اگر در آن راستاگرد مدار بچرخیم نیروی محرکه الکتریکی مثبت به دست می‌آوریم.

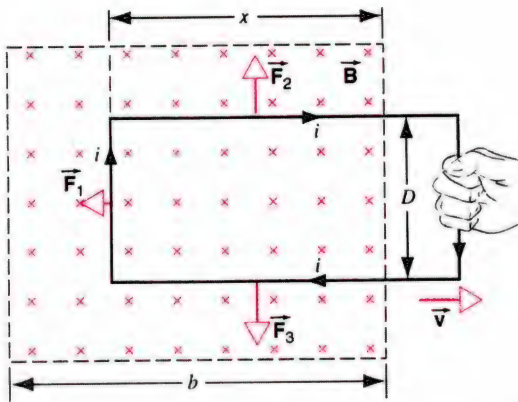
علامت طرف راست معادله (۷-۳۴) نیز برای ما مشکل ایجاد می‌کند. وقتی قانون گاوس را در مورد شارگذرنده از یک سطح بسته بررسی می‌کردیم، جهت $d\vec{A}$ را تعریف کردیم که عمود بر سطح بسته و به طرف خارج است. ولی، رویه‌هایی که به وسیله حلقه‌های جریان محدود می‌شوند و در مورد آنها قانون فاراده اعمال می‌شود، رویه‌هایی باز هستند، و در نتیجه به نظر می‌رسد که می‌توانیم جهت $d\vec{A}$ را عمود بر سطح و در هر یک از دو جهت اختیار کنیم (مانند سطح محدود شده به وسیله حلقه در شکل ۵-۳۴). راه حل این بلا تکلیفی یک قاعده دست راست دیگر است: انگشتان دست راست خود را در جهتی به گرد حلقه قرار دهید که هنگام محاسبه نیروی محرکه الکتریکی از آن استفاده می‌کردید. (در مورد سیم حلقه جریان واقعی، این همان جهت جریان القایی است.) در این حالت شست شما جهت $d\vec{A}$ را برای محاسبه شار (معادله ۷-۳۴ (ب)) مشخص می‌کند.

با تعریفهای ارائه شده در اینجا برای جهت نیروی محرکه الکتریکی و جهت $d\vec{A}$ برای یافتن شار، قانون فاراده را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (5-34)$$

علامت منفی در این معادله، در واقع بیانی از قانون لنز است، به طوری که نیروی محرکه الکتریکی القا شده با تغییر شار مخالفت می‌کند.

شکل ۷-۳۴ (ج) نشان می‌دهد که چگونه از معادله (۵-۳۴) استفاده کنیم. فرض کنید \vec{B} در اینجا در موقعیت حلقه به طرف پایین



شکل ۹-۳۴ وقتی که حلقه رسانای بسته‌ای را از میدان خارج می‌کنیم، در حلقه جریان القایی به وجود می‌آید.

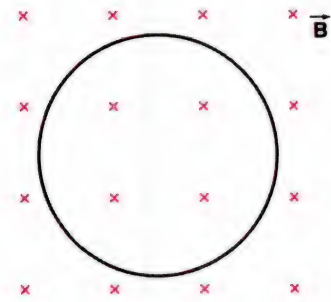
داده‌ایم، که یک سر آن در میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت \vec{B} قرار گرفته است. میدان \vec{B} عمود بر صفحه شکل و به طرف داخل است. میدان \vec{B} ممکن است، مثلاً، در فاصله بین دو قطب آهنربای الکتریکی بزرگی ایجاد شده باشد. خط‌چینها حدود فرضی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند. حلقه را با سرعت ثابت v به طرف راست می‌کشیم.

وضعیت توصیف‌شده در شکل ۹-۳۴ اصولاً هیچ تفاوتی با وضعیت شکل ۵-۳۴ ندارد. در هر یک از این دو مورد یک حلقه رسانا و یک آهنربا نسبت به هم در حرکت‌اند؛ در هر کدام از این دو مورد شار میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد برحسب زمان تغییر می‌کند. تفاوت عمده و مهم بین این دو شکل آن است که وضعیت شکل ۹-۳۴ امکان انجام محاسبه‌های آسان‌تری را فراهم می‌آورد. عامل خارجی (دست نشان داده‌شده در شکل ۹-۳۴) حلقه را با سرعت ثابت به طرف راست می‌کشد. وقتی حلقه حرکت می‌کند، قسمتی از مساحت حلقه که در میدان قرار گرفته کاهش می‌یابد و از آن رو شار کاهش پیدا می‌کند. این کاهش شار سبب القای نیروی محرکه الکتریکی می‌شود و بر اثر آن جریانی القایی در حلقه پدید می‌آید. این نیروی محرکه الکتریکی را، که از حرکت نسبی بین رسانا و چشمه میدان مغناطیسی حاصل می‌شود گاهی نیروی محرکه الکتریکی حرکتی می‌نامند.

شار محصور در حلقه شکل ۹-۳۴، یعنی Φ برابر است با

$$\Phi_B = BA = BDx$$

که در این رابطه Dx مساحت آن بخشی از حلقه است که در آن میدان مغناطیسی B صفر نیست. نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} را با



شکل ۸-۳۴ مسئله نمونه ۲-۳۴. یک حلقه سیم در میدان مغناطیسی که جهت آن به طرف داخل صفحه شکل است.

یکنواخت است، $\vec{\Phi}_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B_z A_z$ (که یک کمیت مثبت است، زیرا $A_z < 0$). در این صورت قانون فاراده نتیجه می‌دهد

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(B_z A_z)}{dt} = -A_z \frac{dB_z}{dt}$$

جهت نیروی محرکه الکتریکی به علامت $dB_z/dt = -0.56 + 4.4t$ وابسته است. در $t = 1$ s، $dB_z/dt = -1.2$ T/s است. با در نظر گرفتن اینکه $A = \pi r^2 = 0.322$ m² است، برای نیروی محرکه الکتریکی داریم،

$$\mathcal{E} = -(-0.322 \text{ m}^2)(-1.2 \text{ T/s}) = -0.39 \text{ V}$$

علامت منفی به این معنی است که اگر شست دست راست در جهت \vec{A} (به طرف داخل صفحه شکل) قرار گیرد، جهت نیروی محرکه الکتریکی (و از آن رو جهت جریان) پادساعتگرد است. اندازه جریان برابر است با $i = |\mathcal{E}|/R = 0.15$ A. باید بررسی کنید که آیا همین جهت برای جریان (پادساعتگرد) از قانون لنز به دست می‌آید یا خیر. از تکرار محاسبه بالا برای $t = 2$ s، درمی‌یابیم که $dB_z/dt = +3.2$ T/s و $\mathcal{E} = +1.03$ V است. این مقادیر یک جریان ساعتگرد به اندازه $i = |\mathcal{E}|/R = 0.37$ A را نتیجه می‌دهند. توجه کنید که جهت جریان در بازه زمانی بین $t = 1$ s و $t = 2$ s تغییر می‌کند، با آنکه جهت میدان ثابت (به طرف داخل صفحه شکل) باقی می‌ماند. این جهت تغییر در میدان است و نه جهت خود میدان که جهت جریان القایی را معین می‌کند.

۴-۳۴ نیروی محرکه الکتریکی حرکتی

در شکل ۹-۳۴ یک حلقه سیم مستطیل شکل به پهنای D را نشان

استفاده از قانون فاراده به دست می‌آوریم:

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{d}{dt}(BDx) = BD \frac{dx}{dt} = BDv \quad (۶-۳۴)$$

که در آن dx/dt را سرعت v قرار دادیم؛ سرعتی که حلقه با آن از میدان مغناطیسی به بیرون کشیده می‌شود. توجه کنید که تنها بعدی از حلقه که در معادله (۶-۳۴) وارد می‌شود همان طول D در انتهای طرف چپ رساناست. در بخش ۷-۳۴ خواهیم دید که، می‌توان فرض کرد که نیروی محرکه القایی در شکل ۹-۳۴ در شاقه سمت چپ حلقه جایگزیده شده است.

نیروی محرکه الکتریکی BDv در حلقه، جریانی را برقرار می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$i = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{BDv}{R} \quad (۷-۳۴)$$

که در اینجا، R مقاومت حلقه است. با توجه به قانون لنز، این جریان باید در شکل ۹-۳۴ ساعتگرد باشد؛ این جریان با ایجاد میدانی موازی با میدان خارجی در داخل حلقه با "تغییر" (کاهش Φ_B) مخالفت می‌کند.

ضلعهای حلقه، که آنها را به صورت رساناهای حامل جریان در نظر می‌گیریم، تحت تأثیر نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$ قرار می‌گیرند (معادله ۲۶-۳۲ را ببینید)، این نیروها را در شکل ۹-۳۴ نشان داده‌ایم. چون \vec{F}_2 و \vec{F}_3 با هم برابر و در جهت مخالف یکدیگرند، آثار یکدیگر را خنثی می‌کنند. تنها نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه همان نیروی \vec{F}_1 است و برای اینکه حلقه را با سرعت ثابت به وسیله یک عامل خارجی حرکت دهیم باید نیرویی از نظر اندازه برابر و از لحاظ جهت در خلاف جهت \vec{F}_1 بر آن وارد کنیم. می‌خواهیم توان مکانیکی $P = Fv$ را، که عامل خارجی باید هزینه کند، محاسبه کنیم یا به طور معادل آهنگ انجام کار بر روی حلقه توسط عامل خارجی را مشخص کنیم.

اندازه نیروی \vec{F}_1 برابر است با $F_1 = iDB$ ، زیرا جهت جریان همواره بر \vec{B} عمود است. چون عامل خارجی باید نیرویی برابر با F_1 به حلقه وارد کند، توان هزینه‌شده توسط او چنین است

$$P = F_1 v = iDBv = \frac{B^2 D^2 v^2}{R} \quad (۸-۳۴)$$

که در اینجا برای جریان القایی i ، از معادله (۷-۳۴) استفاده کردیم. همچنین می‌توانیم آهنگ انرژی تلف‌شده بر اثر گرمایش ژول ناشی

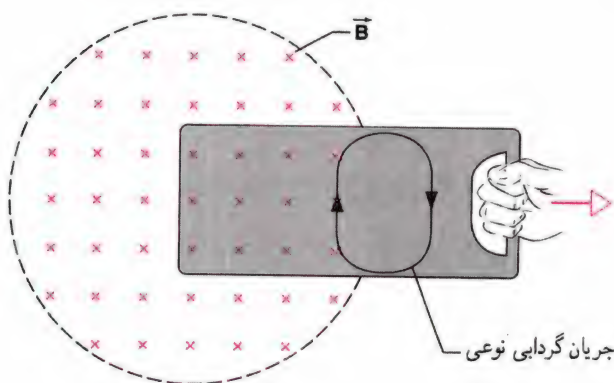
از جریان القا شده در حلقه را محاسبه کنیم. توان تلف‌شده چنین است:

$$P = i^2 R = \left(\frac{BDv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 D^2 v^2}{R} \quad (۹-۳۴)$$

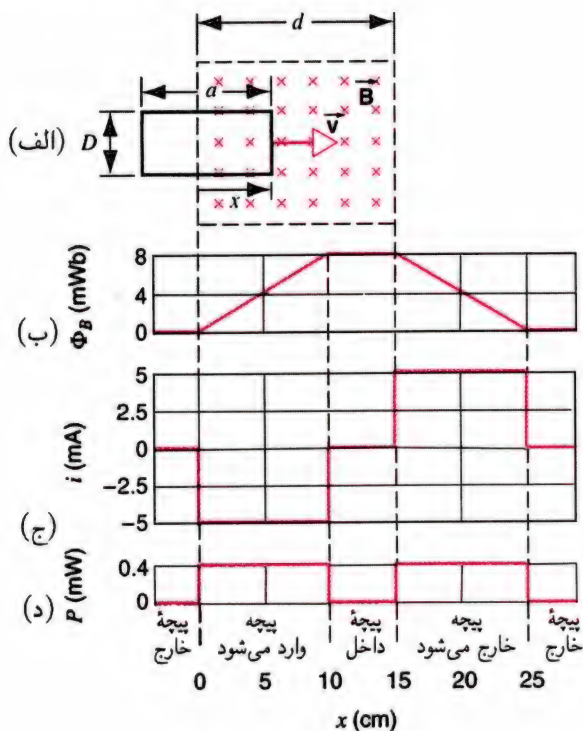
که دقیقاً با معادله (۸-۳۴) که آهنگ انجام کار مکانیکی روی حلقه را به دست می‌دهد سازگار است. کاری که توسط عامل خارجی انجام می‌شود، سرانجام به صورت گرمای ژول در حلقه هدر می‌رود.

جریانهای گردابی

وقتی شار مغناطیسی گذرنده از یک قطعه بزرگ رسانا تغییر کند، جریانهای القایی در ماده به وجود می‌آیند (شکل ۱۰-۳۴). این جریانها، جریانهای گردابی نامیده می‌شوند. جریانهای گردابی ممکن است در مواردی آثار نامطلوبی را ایجاد کنند. به عنوان مثال، این جریانها انرژی داخلی را زیاد می‌کنند و در نتیجه می‌توانند سبب افزایش دمای ماده بشوند. به همین دلیل، موادی را که در معرض میدانهای مغناطیسی متغیر قرار دارند اغلب به صورت ورقه‌ورقه درمی‌آورند یا به صورت تعداد زیادی لایه‌های نازک می‌سازند که از یکدیگر عایق‌بندی شده‌اند. بنابراین، جریانهای گردابی به جای یک حلقه بزرگ در تعداد زیادی حلقه‌های کوچکتر جاری می‌شوند و در نتیجه طول کل مسیر آنها، و از آن رو مقاومت آنها نیز افزایش می‌یابد؛ گرمایش مقاومتی که به صورت \mathcal{E}^2/R است کمتر می‌شود و افزایش انرژی داخلی با آهنگ کندتری صورت می‌گیرد. از طرف دیگر می‌توان از گرمایش جریانهای گردابی بهره‌برداری کرد، مثلاً در کوره القایی می‌توان ماده مورد نظر را با استفاده از یک میدان مغناطیسی که به سرعت تغییر می‌کند گرم کرد. کوره‌های القایی در مواردی به کار می‌روند که تماس گرمایی با ماده‌ای که قرار است گرم



شکل ۱۰-۳۴ وقتی جسم رسانا از میدان مغناطیسی خارج می‌شود، در آن مطابق شکل جریان القایی (جریان گردابی) پدید می‌آید.



شکل ۱۱-۳۴ مسئله نمونه ۳-۳۴. (الف) حلقه رسانای بسته‌ای با سرعت ثابت، به‌طور کامل از داخل ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} برقرار است، کشیده می‌شود. (ب) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه برحسب مختصه x ، لبه راست حلقه. (ج) جریان القایی برحسب x ، علامت منفی مبین جریان پادساعتگرد است. (د) آهنگ پدیدارشدن انرژی داخلی در حلقه به هنگام حرکت آن.

که در این رابطه $d\Phi_B/dx$ شیب منحنی شکل ۱۱-۳۴ (ب) است. جریان را در شکل ۱۱-۳۴ (ج) به صورت تابعی از x رسم کرده‌ایم. با بهره‌گیری از همان استدلالی که برای شکل ۸-۳۴ به کار بردیم، از قانون لنز نتیجه می‌گیریم که وقتی حلقه وارد میدان می‌شود، همان‌طور که معادله بالا نشان می‌دهد، جریان i پادساعتگرد است. توجه داشته باشید که وقتی حلقه به‌طور کامل در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد دیگر هیچ جریانی در مدار وجود ندارد زیرا شار Φ_B گذرنده از حلقه، همان‌طور که شکل ۱۱-۳۴ (ب) نشان می‌دهد، برحسب زمان تغییر نمی‌کند.

(ج) آهنگ تولید انرژی داخلی از رابطه $P = i^2 R$ به دست می‌آید. این کمیت را می‌توان از حاصلضرب توان دوم ارتفاع منحنی شکل ۱۱-۳۴ (ج) در مقاومت R به دست آورد. حاصل این کار در شکل ۱۱-۳۴ (د) رسم شده است.

اگر، آثار لبه‌ای میدان مغناطیسی را، که در عمل نمی‌توان از آنها اجتناب کرد (مسئله ۱۱ فصل ۳۳ را ببینید)، در نظر بگیریم، گوشه‌های تیز شکل ۱۱-۳۴ به منحنیهای همواری تبدیل می‌شوند.

شود امکان‌پذیر نیست، مانند موقعی که نمونه در یک اتاقک خلا قرار دارد.

جریانهای گردابی جریانهایی واقعی هستند و همان آثار جریانهایی واقعی را به وجود می‌آورند. به‌ویژه، نیروی $\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$ بر قسمتی از مسیر جریان گردابی که در داخل میدان شکل ۳۴-۱۰ قرار گرفته است اثر می‌کند. این نیرو به ماده منتقل می‌شود و می‌توان با استفاده از قانون لنز نشان داد (پرسش ۲۵) که نیرو با حرکت رسانا مخالفت می‌کند. این مخالفت با حرکت باعث نوعی ترمز مغناطیسی می‌شود، که در آن میدانهای مغناطیسی اعمال‌شده به یک چرخ چرخان یا یک مسیر متحرک نیروهایی را تولید می‌کنند که سبب کندشدن حرکت می‌شوند. این نوع ترمزها هیچ‌گونه اجزای متحرک یا اتصالهای مکانیکی ندارند و در معرض فرسودگی و خوردگی اصطکاکی ترمزهای مکانیکی معمولی قرار نمی‌گیرند. علاوه بر آن، این نوع ترمزها در سرعتهای بالا از کارایی بسیار بیشتری برخوردارند (زیرا، نیروی مغناطیسی با افزایش سرعت نسبی بیشتر می‌شود)، که در این سرعتها فرسودگی ترمزهای مکانیکی بیشینه است.

مسئله نمونه ۳-۳۴ در شکل ۱۱-۳۴ (الف) حلقه مستطیل‌شکلی با مقاومت R ، عرض D و طول a را نشان داده‌ایم که با سرعت ثابت v از ناحیه‌ای به عرض d ، که در آن یک آهنربا، میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} را به وجود آورده است، بیرون کشیده می‌شود. کمیت‌های زیر را برحسب مکان x ، لبه سمت راست حلقه، رسم کنید: (الف) شار مغناطیسی Φ_B که از حلقه می‌گذرد، (ب) جریان القایی i ، و (ج) آهنگ تولید انرژی داخلی، P ، در حلقه. فرض کنید $D = 4 \text{ cm}$ ، $a = 1 \text{ cm}$ ، $B = 2 \text{ T}$ ، $R = 16 \Omega$ ، $d = 15 \text{ cm}$ ، و $v = 1 \text{ m/s}$.

حل. (الف) وقتی حلقه در میدان قرار ندارد شار Φ_B صفر است؛ وقتی به‌طور کامل در داخل میدان قرار می‌گیرد شار عبوری از آن BDa است؛ وقتی حلقه وارد میدان می‌شود شار Bdx است و وقتی از میدان خارج می‌شود $BD[a - (x - d)]$ است. این نتیجه‌گیریها، که باید درستی آنها را بررسی کنید، به صورت نموداری در شکل ۱۱-۳۴ (ب) رسم شده‌اند.

(ب) اندازه نیروی محرکه الکتریکی القایی \mathcal{E} ، با رابطه $\mathcal{E} = |d\Phi_B/dt|$ مشخص می‌شود که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\mathcal{E} = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \left| \frac{d\Phi_B}{dx} \frac{dx}{dt} \right| = \left| \frac{d\Phi_B}{dx} v \right|$$

که در اینجا $\theta R^2 (1/2)$ مساحت قطاع است. با مشتق‌گیری از معادله بالا می‌رسیم به

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{2} BR^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

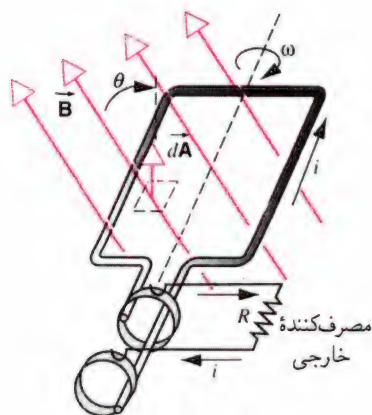
با توجه به قانون فاراده، این عبارت درست اندازه \mathcal{E} را به دست می‌دهد و با نتیجه‌ای که قبلاً به دست آوردیم سازگار است.

۵-۳۴ مولدها و موتورها

به عنوان نمونه‌هایی از پیامدهای کاربردی قانون فاراده، به کارکرد مولدها و موتورهای ساده می‌پردازیم.

در شکل ۱۳-۳۴ اجزای اصلی یک مولد را نشان داده‌ایم. حلقه سیم رسانا با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در میدان مغناطیسی خارجی می‌چرخد (وسیله دیگری، که در شکل نشان داده نشده، برای به چرخش درآوردن حلقه مورد نیاز است. در نیروگاه‌های تولید برق، این وسیله دیگر ممکن است آب فروریزان از یک سد باشد یا بخار تولیدشده در دیگ بخار، که پره‌های توربین را می‌چرخاند.) برای سادگی، فرض می‌کنیم میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای که حلقه می‌چرخد یکنواخت است.

شار مغناطیسی گذرنده از حلقه به وسیله معادله (۲-۳۴) مشخص شده است: $\Phi_B = BA \cos \theta$. وقتی که حلقه می‌چرخد، زاویه θ بین جهت‌های میدان مغناطیسی و عنصر سطح $d\vec{A}$ حلقه، برحسب زمان به صورت $\theta = \omega t$ تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی القا شده



شکل ۱۳-۳۴ مولد ساده. چرخش پیچ، جریانی را القا می‌کند که جهت آن متناوباً تغییر می‌کند. جریان به وسیله نقطه تماسهای لغزان روی حلقه‌ها (که به آنها "جارو" گفته می‌شود) به مصرف‌کننده خارجی انتقال پیدا می‌کند.

مسئله نمونه ۴-۳۴ یک میله مسی به طول R در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} مطابق شکل ۱۲-۳۴ با بسامد زاویه‌ای ω می‌چرخد. نیروی محرکه الکتریکی القایی \mathcal{E} بین دو سر میله را تعیین کنید. (این نیروی محرکه الکتریکی را می‌توان با قرار دادن ریل رسانا در امتداد مسیر دایره‌ای خط‌چین در شکل ۱۲-۳۴ و اتصال ولت‌سنج بین ریل و نقطه O اندازه گرفت.)

حل. اگر قطعه سیمی به طول dr با سرعت \vec{v} در راستای عمود بر میدان مغناطیسی \vec{B} حرکت کند، نیروی محرکه الکتریکی حرکتی $d\mathcal{E}$ در آن به وجود می‌آید (معادله ۶-۳۴ را ببینید) که با عبارت زیر مشخص می‌شود

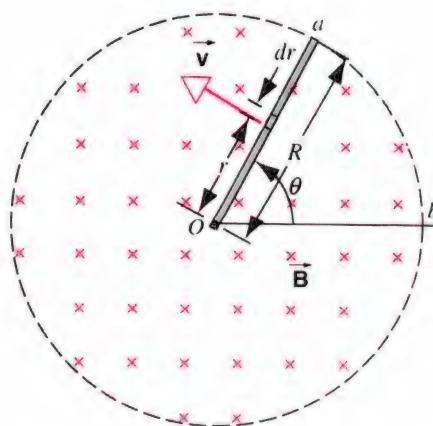
$$d\mathcal{E} = Bv dr$$

میله شکل ۱۲-۳۴ را می‌توان به اجزایی به طول dr تقسیم کرد که سرعت خطی v هر یک از آنها برابر با ωr است. هر یک از این اجزا بر میدان \vec{B} عمودند و عمود بر میدان \vec{B} نیز حرکت می‌کنند، به طوری که، چون همه نیروهای محرکه الکتریکی $d\mathcal{E}$ اجزای تشکیل‌دهنده میله "به صورت سری" قرار دارند، می‌توان نوشت

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E} = \int_0^R Bv dr = \int_0^R B\omega r dr = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

به عنوان یک رهیافت دیگر، فرض کنید که در هر لحظه شاری که قطاع aOb در شکل ۱۲-۳۴ محصور می‌کند از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\Phi_B = BA = B \left(\frac{1}{2} R^2 \theta \right)$$

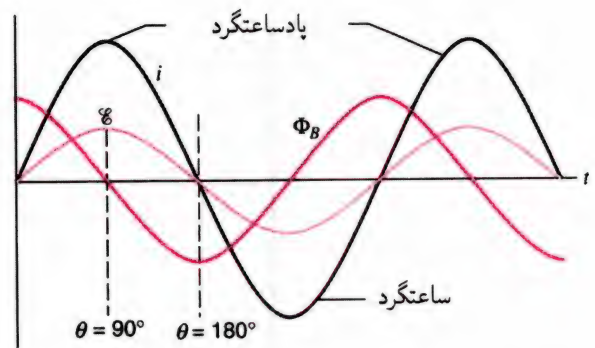


شکل ۱۲-۳۴ مسئله نمونه ۴-۳۴. یک میله مسی در میدان مغناطیسی یکنواختی می‌چرخد.

تا $\theta = 180^\circ$ با مقدار منفی افزایش می‌یابد، در نتیجه جریان باید همچنان در جهت پادساعتگرد ادامه یابد که با تغییر شار مخالفت کند. سرانجام حلقه با چرخش از $\theta = 180^\circ$ می‌گذرد و شار منفی به تدریج افزوده می‌شود تا به صفر نزدیک شود. حالا باید جریان القاشده در جهت ساعتگرد باشد، که در داخل حلقه میدانی روبه‌پایین ایجاد کند تا با تغییر شار مخالفت کند. با تداوم این استدلال، نتیجه می‌گیریم که هرگاه حلقه به اندازه 180° بچرخد جریان القایی در حلقه تغییر جهت می‌دهد.

برای تولید ولتاژ AC که در منازل استفاده می‌کنیم، در نیروگاهها از مولدهایی با طراحی پیچیده‌تری از آنچه در اینجا نشان داده‌ایم، بهره‌برداری می‌شود. در اتومبیلها از وسیله‌ی مشابهی به نام آلترناتور استفاده می‌شود؛ در آلترناتور چشمه‌ی میدان مغناطیسی (آهنربای دائمی کوچک) می‌چرخد، در حالی که حلقه‌ای که در آن جریان القا می‌شود ثابت باقی می‌ماند. تا اینجا چنین به نظر می‌رسد که می‌توانیم از مولدمان برق “مجانی” بگیریم. اگر می‌توانستیم یک حلقه‌ی چرخان با یاتاقانهای بدون اصطکاک طراحی کنیم، همین‌که آن را با یک سرعت زاویه‌ای معین به چرخش درمی‌آوردیم، جریان القاشده به صورتی بی‌انتهای در بار خارجی تداوم پیدا می‌کرد. بدون هیچ‌گونه هزینه یا سرمایه‌گذاری در انرژی، در مدار خارجی کاری بدون خدومرز و لایتنهای انجام می‌شد. قطعاً باید در این استدلال چیزی غلط باشد و مشکلی وجود داشته باشد که پایستگی انرژی را نقض می‌کند!

حتی اگر اصطکاک هم وجود نداشته باشد، گشتاور نیرویی وجود دارد که از چرخش حلقه جلوگیری کند. وقتی جریان در حلقه جاری می‌شود، یک گشتاور نیروی مغناطیسی به وجود می‌آید که با معادله (۳۲-۳۴) $\tau = NiAB \sin \theta$ مشخص می‌شود. مهم نیست که این جریان به وسیله‌ی باتری برقرار شده است یا به وسیله‌ی حرکت در میدان مغناطیسی؛ در هر صورت روی حلقه‌ی جریان گشتاور نیرو وارد می‌شود. در وضعیت نشان داده‌شده در شکل ۱۳-۳۴، گشتاور نیرو وارد می‌شود تا صفحه‌ی حلقه را به سمت $\theta = 0^\circ$ هل دهد، و به این ترتیب با چرخش مخالفت می‌کند. در واقع، باید خودتان را متقاعد کنید که گشتاور نیرو در همان راستا باقی می‌ماند حتی وقتی که حلقه از $\theta = 180^\circ$ می‌گذرد و جهت جریان تغییر می‌کند. به این ترتیب می‌توان مولد را به صورت وسیله‌ای در نظر گرفت که کار مکانیکی (چرخش حلقه) را به کار الکتریکی در بار خارجی تبدیل می‌کند. انرژی الکتریکی تولیدشده توسط مولد، در نهایت از انرژی که عامل تداوم چرخش حلقه فراهم می‌کند تأمین می‌شود.



شکل ۱۴-۳۴ شار مغناطیسی، نیروی محرکه الکتریکی القایی و جریان القایی، مولد شکل ۱۳-۳۴.

در حلقه چنین است

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\frac{d}{dt}(\cos \omega t) = BA\omega \sin \omega t \quad (10-34)$$

اگر حلقه یا پیچ شامل N دور باشد، شار کل، N برابر می‌شود، به طوری که نیروی محرکه الکتریکی به صورت $\mathcal{E} = NBA\omega \sin \omega t$ درمی‌آید.

نیروی محرکه الکتریکی القایی به صورت سینوسی برحسب زمان تغییر می‌کند که این رفتار را در شکل ۱۴-۳۴ نشان داده‌ایم. اگر مولد به یک بار یا مصرف‌کننده خارجی با مقاومت R متصل شود، در آن صورت جریان القایی $i = \mathcal{E}/R$ در مدار جاری می‌شود، این جریان در حلقه‌ی چرخان و سیمهای رابط بین آن و مصرف‌کننده نیز جاری می‌شود.

شکل ۱۴-۳۴ نشان می‌دهد که همراه با چرخش حلقه جهت جریان تغییر می‌کند. جریانی که جهتش تغییر می‌کند جریان متناوب می‌گوییم (و با علامت اختصاری AC نشان می‌دهیم). نیروی محرکه الکتریکی تولیدشده توسط این مولد را نیروی محرکه الکتریکی AC یا ولتاژ AC می‌خوانیم.

اکنون می‌خواهیم جهت جریان القایی در حلقه را مورد بررسی قرار دهیم. وقتی حلقه در موقعیت نشان داده‌شده در شکل ۱۳-۳۴ است، چرخش کوچکی در جهت ω شار را کاهش می‌دهد و (بنابر قانون لنز) جریان القایی در حلقه باید میدانی هم جهت با میدان خارجی ایجاد کند (که با کاهش شار گذرنده از حلقه مخالفت کند). بنابراین جریان القاشده در حلقه، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، باید پادساعتگرد باشد، وقتی که صفحه‌ی حلقه موازی با میدان می‌شود ($\theta = 90^\circ$) شار مغناطیسی سریع‌ترین تغییرات را از سرمی‌گذرانند و جریان پادساعتگرد به بیشترین مقدارش می‌رسد. از $\theta = 90^\circ$

که در اینجا مورد بررسی قرار دادیم. در بعضی از مولدها از آرایش هندسی هوشمندانه‌ای از پیچ‌ها و سازوکارگردآوری جریان برای تولید جریانهای DC استفاده می‌شود (که ممکن است از نظر مقداری برحسب زمان تغییر کند ولی جریان تغییر جهت نمی‌دهد). به صورتی مشابه، موتورهای DC ای وجود دارند که با جریان یا ولتاژ DC کار می‌کنند. با این همه، اصول عملکرد پایه آنها مشابه نمونه‌هایی است که در اینجا مورد بررسی قرار دادیم.

مسئله نمونه ۳۴-۵ یک مولد الکتریکی از حلقه‌ای مستطیل شکل به اضلاع ۸.۴ cm در ۱۵.۴ cm تشکیل شده است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۱۲۶ T با بسامد ۶۰ Hz حول محوری عمود بر جهت میدان می‌چرخد. بیشینه نیروی محرکه الکتریکی تولیدشده توسط حلقه چقدر است؟
 حل. بیشینه نیروی محرکه الکتریکی با معادله (۳۴-۱۰) مشخص شده است وقتی در آن $\sin \omega t = ۱$:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\max} &= BA\omega \\ &= (0.126\text{ T})(0.084\text{ m} \times 0.154\text{ m})(2\pi \times 60\text{ s}^{-1}) \\ &= 0.61\text{ V}\end{aligned}$$

۳۴-۶ میدانهای الکتریکی القایی

فرض کنید حلقه رسانی را در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار داده ایم (مانند شکل ۳۴-۱۵ الف)، و این میدان، که می‌توان آن را به وسیله یک آهنربای الکتریکی تولید کرد، در تمام سطح حلقه شدت یکنواختی داشته باشد. می‌توان با تغییر شدت جریان در آهنربای الکتریکی شدت میدان مغناطیسی را تغییر داد.

با تغییر \vec{B} ، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌کند و با استفاده از قانونهای فاراده و لنز می‌توان اندازه و جهت نیروی محرکه الکتریکی و جریان القایی در حلقه را محاسبه کرد، قبل از اینکه میدان شروع به تغییر کند، جریانی در حلقه وجود ندارد؛ وقتی میدان تغییر می‌کند، بارها در حلقه جریان پیدا می‌کنند. برای اینکه بارها شروع به حرکت کنند، باید آنها را به وسیله میدان الکتریکی شتاب داد. بنابر قانون فاراده، این میدان الکتریکی القایی را میدان مغناطیسی متغیر تولید می‌کند. میدان الکتریکی القایی همان قدر واقعی است که هر میدان حاصل

موتور الکتریکی، به طور ساده مولدی است که در جهت وارون کار می‌کند. منبع خارجی که چرخش حلقه را فراهم می‌کند قطع و بار موجود در شکل ۳۴-۱۳ را با مولد دیگری جایگزین می‌کنیم، که نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} متناوب (یا AC) را تأمین می‌کند که باعث برقراری جریان $i = \mathcal{E}/R$ در حلقه می‌شود. در این حالت نیز، گشتاور نیروی مغناطیسی بر حلقه‌ای که سبب چرخش آن می‌شود وجود دارد. درست وقتی که حلقه از $\theta = ۱۸۰^\circ$ می‌گذرد، یعنی جایی که گشتاور نیرو برابر صفر است، جریانی که از خارج تأمین شده است تغییر جهت می‌دهد، که سبب می‌شود، همراه با چرخش حلقه، جهت گشتاور نیرو را در همان جهت حفظ کند. با آنکه جریان در هر نیم چرخه تغییر جهت می‌دهد، اما گشتاور نیروی مغناطیسی در همان جهت باقی می‌ماند. یک بار دیگر، چنانچه یاتاقانها را بدون اصطکاک در نظر بگیریم، چنین به نظر می‌آید که می‌توانیم از موتور مورد نظرم از هیچ چیز، چیزی به دست آوریم. اگر مقاومت سیمها را خیلی کم کنیم، در آن صورت جریان و گشتاور نیروی حاصل از آن بسیار بزرگ می‌شود. به نظر می‌رسد که با صرف هزینه اندکی در انرژی الکتریکی، دستیابی به مقدار نامحدودی کار مکانیکی امکان پذیر باشد. آنچه در اینجا نادیده گرفتیم این است که حلقه چرخان سبب ایجاد نیروی محرکه الکتریکی القایی \mathcal{E}_{ind} می‌شود (که در مورد موتور به آن "نیروی ضد محرکه الکتریکی" می‌گوییم). این نیروی ضد محرکه الکتریکی با معادله (۳۴-۱۰) مشخص شده است. بنابر قانون لنز، نیروی ضد محرکه الکتریکی با آثار ناشی از نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده \mathcal{E} مخالفت می‌کند. وقتی موتور در آغاز شروع به حرکت می‌کند، ω کوچک است، نیروی ضد محرکه الکتریکی نیز کوچک است و جریان به صورت $i = \mathcal{E}/R$ است. همراه با سرعت گرفتن چرخش، نیروی ضد محرکه الکتریکی افزایش پیدا می‌کند و جریان به مقدار $i = (\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{ind}})/R$ کاهش می‌یابد. همراه با تداوم افزایش سرعت چرخش، نیروی ضد محرکه الکتریکی نیز افزایش می‌یابد؛ وقتی سرانجام $\mathcal{E}_{\text{ind}} = \mathcal{E}$ ، دیگر جریانی جاری نمی‌شود و موتور چرخان دیگر نمی‌تواند هیچ گشتاور نیرویی ایجاد کند. اگر باری به موتور اعمال کنیم (مثلاً، وزنه‌ای که قرار است بالا برده شود)، در آن صورت چرخش تا حدودی کند می‌شود. به طوری که \mathcal{E}_{ind} کاهش پیدا می‌کند و i افزوده می‌شود — و مولد چشمه (به وجود آورنده حرکت) باید کار الکتریکی مضاعفی فراهم آورد. بنابراین موتور را می‌توانیم به صورت وسیله‌ای جهت تبدیل کار الکتریکی (از مولد محرک) به کار مکانیکی در نظر بگیریم.

مولدها و موتورهای واقعی تا حدودی پیچیده‌تر از آنهایی هستند

بر صفحه شکل ۱۵-۳۴ (ب) در نظر بگیرید. اگر \vec{E} مؤلفه شعاعی داشته باشد، یک شار الکتریکی خالص به داخل یا خارج از این سطح وجود دارد، که ایجاب می‌کند سطح حاوی بار الکتریکی خالص باشد. چون چنین باری وجود ندارد، شار الکتریکی باید برابر صفر باشد و مؤلفه شعاعی \vec{E} هم باید برابر صفر باشد. بنابراین، میدان الکتریکی القایی یک میدان مماسی است و خطهای میدان الکتریکی دایره‌هایی هم‌مرکزند (شکل ۱۵-۳۴ ج)).

بار آزمون q را در نظر بگیرید که در مسیر دایره‌ای شکل ۱۵-۳۴ (ب) حرکت می‌کند. کار W که میدان الکتریکی القایی در یک دور روی بار انجام می‌دهد برابر $\mathcal{E}q$ است. به صورت هم‌ارز، می‌توان کار را به صورت حاصلضرب نیروی الکتریکی E q در جابه‌جایی در یک دور، یعنی $2\pi r$ بیان کرد. از برابر قرار دادن این دو عبارت مربوط به کار W و حذف عامل مشترک q از طرفین، می‌رسیم به:

$$\mathcal{E} = E(2\pi r) \quad (۱۱-۳۴)$$

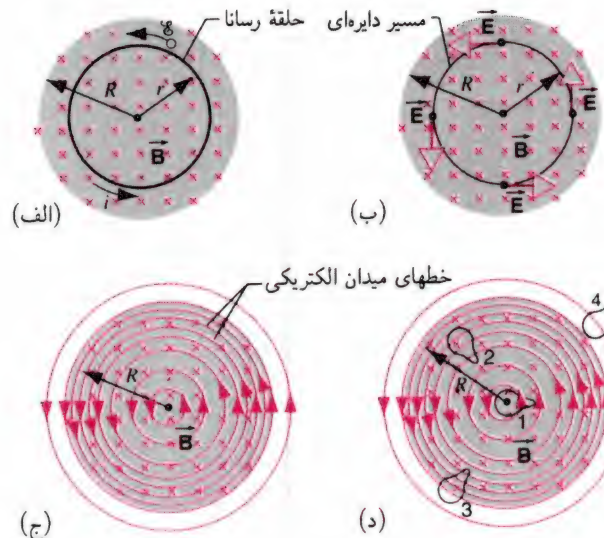
طرف راست معادله (۱۱-۳۴) را می‌توان به صورت انتگرال خطی \vec{E} در پیرامون دایره بیان کرد، که در موارد عمومی‌تر (مانند وقتی که \vec{E} ثابت نیست یا وقتی که مسیر برگزیده دایره نیست) به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (۱۲-۳۴)$$

توجه داشته باشید که معادله (۱۲-۳۴) برای مورد خاص مسیر دایره‌ای با میدان مماسی ثابت \vec{E} به معادله (۱۱-۳۴) تبدیل می‌شود. با جایگزین کردن نیروی محرکه الکتریکی با معادله (۱۲-۳۴)، می‌توان قانون القای فاراده ($\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$) را به صورت زیر نوشت

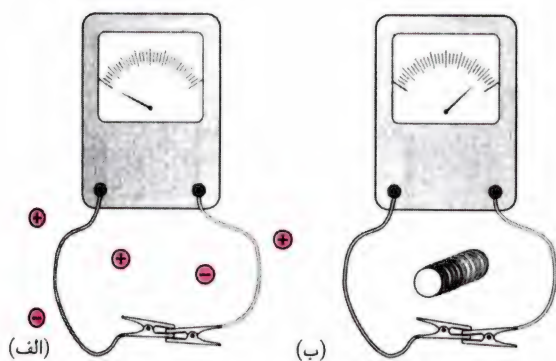
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (۱۳-۳۴)$$

این صورت از قانون فاراده به عنوان یکی از چهار معادله بنیادی ماکسول در الکترومغناطیس مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این صورت معادله، واضح است که قانون فاراده ایجاب می‌کند که میدان مغناطیسی متغیر میدان الکتریکی به وجود آورد. جهت انتگرال خطی با همان قاعده دست راست موصوف در پایان بخش ۳-۳۴ با جهت $d\vec{A}$ بستگی پیدا می‌کند: چنانچه انگشتان نشان‌دهنده جهت $d\vec{s}$ در امتداد مسیر بسته انتگرال‌گیری باشد، شست جهت $d\vec{A}$ را مشخص می‌کند. در شکل ۱۵-۳۴ فرض کردیم که میدان مغناطیسی افزایش پیدا می‌کند؛ یعنی هم dB/dt و هم $d\Phi_B/dt$ مثبت‌اند. از قانون لنز،



شکل ۱۵-۳۴ (الف) همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، اگر میدان مغناطیسی (که به طرف داخل صفحه است) با آهنگ ثابتی افزایش پیدا کند، جریان ثابتی در حلقه رسانا به شعاع r به وجود می‌آید. (ب) حتی اگر حلقه را از این ناحیه خارج کنیم، میدانهای الکتریکی القایی در آنجا وجود دارند. (ج) تصویر کامل میدانهای الکتریکی القایی، که به صورت خطهای میدان نمایش داده شده‌اند. (د) چهار مسیر بسته مشابه که می‌توان نیروی محرکه الکتریکی را گرداگرد آنها محاسبه کرد.

از بارهای ساکن؛ مثلاً، این میدان، نیروی $\vec{E}q$ را بر بار آزمون وارد می‌کند. علاوه بر آن، حضور میدان الکتریکی هیچ ربطی به حضور حلقه رسانا ندارد؛ اگر حلقه را به طور کامل از محدوده میدان مغناطیسی متغیر خارج کنیم باز هم میدان الکتریکی وجود خواهد داشت. می‌توان این فضا را با گاز الکترونی یا اتمهای یونیده پر کرد؛ در این صورت این ذرات تحت تأثیر همان میدان الکتریکی القایی \vec{E} قرار خواهند گرفت. بنابراین می‌توان حلقه رسانا را با مسیر دایره‌ای به شعاع اختیاری r (شکل ۱۵-۳۴ ب)) جایگزین کرد. این مسیر، که آن را در صفحه‌ای عمود بر میدان \vec{B} اختیار می‌کنیم، ناحیه‌ای از فضا را محصور می‌کند که در آن میدان مغناطیسی با آهنگ $d\vec{B}/dt$ تغییر می‌کند. فرض می‌کنیم که آهنگ $d\vec{B}/dt$ در تمام نقطه‌های سطحی که مسیر محصور کرده است یکسان باشد. مسیر دایره‌ای شار Φ_B را در بر می‌گیرد که به علت تغییر میدان مغناطیسی با آهنگ $d\Phi_B/dt$ تغییر می‌کند. نیروی محرکه القایی پیرامون مسیر ایجاد می‌شود و در نتیجه میدان الکتریکی القایی در تمام نقطه‌های گرد این مسیر دایره‌ای وجود دارد. از تقارن موجود در مسئله نتیجه می‌گیریم که \vec{E} باید در تمام نقطه‌های گرداگرد دایره اندازه یکسانی داشته باشد، در این فضا هیچ جهت مرجعی وجود ندارد. به علاوه، \vec{E} نمی‌تواند هیچ مؤلفه شعاعی داشته باشد که پیامد قانون گاوس است: یک سطح گاوسی استوانه‌ای فرضی عمود



شکل ۱۶-۳۴ (الف) سیمهای ولتسنجی به هم متصل شده‌اند. در ناحیه‌ای که سیمها به هم متصل شده‌اند میدان الکتریکی ناشی از بارهای الکتریکی وجود دارد. انتگرال $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ گرداگرد مسیر بسته‌ای متشکل از سیمها و ولتسنج مقدار صفر را به دست می‌دهد، در نتیجه ولتسنج عدد صفر را نشان می‌دهد. (ب) در این حالت سیمها سیملوله‌ای را در برمی‌گیرند که در آن جریان تغییر می‌کند. با آنکه سیمها به هم متصل‌اند، ولتسنج دیگر عدد صفر را نشان نمی‌دهد.

از شار مغناطیسی متغیر معنایی ندارد. در فصل ۲۸ نشان دادیم که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی برابر است با (معادله ۱۵-۲۸ را ببینید):

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (14-34)$$

چون میدان الکتروستاتیکی وابسته به بارهای الکتریکی پایستار است، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه a و b مستقل از مسیری است که بین این دو نقطه پیموده می‌شود. اگر a و b دو نقطه یکسان باشند و در آن صورت مسیری که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند حلقه بسته است و معادله (۱۴-۳۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (15-34)$$

در شکل ۱۶-۳۴ (الف) این مفهوم را به تصویر کشیده‌ایم. اگر دو سیم ولتسنجی را در میدان ناشی از بارهای الکتریکی به هم متصل کنیم، ولتسنج مقدار صفر را نشان می‌دهد.

مورد متضاد مربوط به میدان الکتریکی ایجادشده به وسیله میدان مغناطیسی متغیر را در نظر بگیرید. در این حالت انتگرال $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ حول مسیر بسته صفر نیست — اکنون، بنابر قانون فاراده، $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ برابر $-d\Phi_B/dt$ است. در شکل ۱۶-۳۴ (ب)، دو سیم ولتسنج را به هم وصل کرده‌ایم، که حلقه بسته‌ای را تشکیل دهد. این حلقه سیملوله‌ای را در بر می‌گیرد که جریان در آن تغییر می‌کند. در این حالت ولتسنج دیگر مقدار صفر را نشان نمی‌دهد و نمی‌توان برای توصیف این وضعیت از مفهوم پتانسیل استفاده کرد. میدان الکتریکی القایی ناشی از میدان

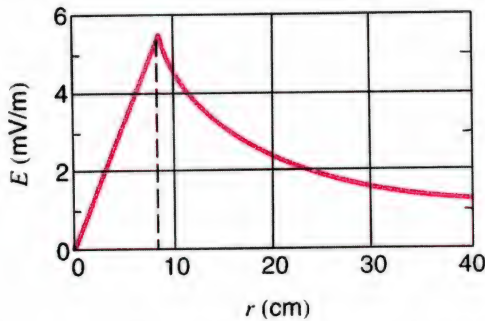
می‌دانیم که نیروی محرکه الکتریکی القایی با این تغییر مخالفت می‌کند و در نتیجه جریان القایی میدان مغناطیسی تولید می‌کند که جهت آن به طرف خارج از صفحه شکل است. چون جریانهای القایی باید پادساعتگرد باشند، خطوط میدان الکتریکی القایی \vec{E} (که عامل تولید جریان است) نیز باید پادساعتگرد باشند. از طرف دیگر، اگر میدان مغناطیسی کاهش پیدا کند ($dB/dt < 0$)، خطهای میدان الکتریکی القایی باید ساعتگرد باشند، به طوری که در این مورد باز هم جریان القاشده با تغییر مخالفت کند.

قانون فاراده را به صورتی که در معادله (۱۳-۳۴) آمده است می‌توان برای هر مسیری با هر شکل هندسی به کار برد، و نه فقط برای مسیرهای دایره‌ای که در شکل ۱۵-۳۴ (ب) برگزیدیم. شکل ۱۵-۳۴ (د) چهار مسیر از این نوع را نشان می‌دهد، که تمام آنها دارای شکل و مساحت یکسان‌اند ولی در مکانهای متفاوتی در یک میدان متغیر قرار گرفته‌اند. برای مسیرهای ۱ و ۲، نیروی محرکه الکتریکی القایی یکی است زیرا این مسیرها کاملاً در میدان مغناطیسی متغیر قرار گرفته‌اند و در نتیجه هر دو دارای مقدار یکسان $d\Phi_B/dt$ هستند. ولی، با آنکه نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} (مساوی با $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$) برای هر دو مسیر یکسان است، توزیع بردارهای میدان الکتریکی \vec{E} در گرداگرد این مسیرها، چنانکه خطهای میدان الکتریکی نشان می‌دهند، متفاوت است. برای مسیر ۳ نیروی محرکه الکتریکی کمتر است زیرا هم Φ_B و هم $d\Phi_B/dt$ کم‌ترند، و برای مسیر ۴ نیروی محرکه الکتریکی صفر است، با آنکه میدان الکتریکی در هیچ نقطه‌ای از مسیر صفر نیست.

نیروی محرکه الکتریکی القایی و اختلاف پتانسیل

در فصل ۲۶ میدانهای الکتریکی ایجادشده توسط بارهای الکتریکی را مورد بحث و بررسی قرار دادیم. میدانهای الکتریکی القایی به وسیله بارهای الکتریکی ایجاد نشده‌اند بلکه به وسیله شار مغناطیسی متغیر پدید آمده‌اند. هر دو نوع میدان الکتریکی را می‌توان به وسیله نیروهایی که بر بارهای الکتریکی وارد می‌آورند شناسایی کرد، ولی بین آنها یک اختلاف مهم وجود دارد: خطهای میدان \vec{E} وابسته به شار مغناطیسی متغیر مسیرهای بسته‌ای تشکیل می‌دهند، ولی خطهای میدان \vec{E} وابسته به بارهای الکتریکی همواره از یک بار مثبت شروع و به یک بار منفی ختم می‌شوند.

اختلاف دیگری هم بین دو نوع میدان الکتریکی وجود دارد: میدانهای الکتریکی ایجادشده توسط بارها را می‌توان به وسیله پتانسیل نمایش داد، ولی پتانسیل برای میدانهای الکتریکی ناشی



شکل ۱۷-۳۴ میدان الکتریکی القایی مشخص شده در مسئله نمونه ۶-۳۴.

در این حالت، حتی در نقطه‌هایی که کاملاً خارج از محدوده میدان مغناطیسی (متغیر) قرار دارند، میدان الکتریکی القا می‌شود، نتیجه مهمی که ساخت مبدلها (بخش ۵-۳۷) را امکان‌پذیر می‌کند. به‌ازای $r = ۱۲.۵ \text{ cm}$ ، از معادله (۱۷-۳۴) می‌رسیم به

$$E = \frac{1}{2} (\circ ۱۳ \text{ T/s}) \frac{(۸.۵ \times ۱۰^{-۲} \text{ m})^2}{۱۲.۵ \times ۱۰^{-۲} \text{ m}}$$

$$= ۳.۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ V/m} = ۳.۸ \text{ mV/m}$$

معادله‌های (۱۶-۳۴) و (۱۷-۳۴)، همان‌طور که باید، به‌ازای $r = R$ نتیجه‌های یکسانی به‌دست می‌دهند. در شکل ۱۷-۳۴ نمودار تغییرات میدان را براساس این دو معادله نشان داده‌ایم.

بتاترون*

بتاترون وسیله‌ای است برای شتاب‌دادن الکترون‌ها (که به ذرات بتا نیز مشهورند) تا سرعت‌های زیاد با استفاده از میدانهای الکتریکی القایی توسط میدانهای مغناطیسی متغیر. انرژیهای الکترونهای نوعی شتاب‌یافته در بتاترون‌ها در محدوده ۵۰ MeV تا ۱۰۰ MeV هستند. از این‌گونه الکترونهای پرانرژی می‌توان برای تحقیقات بنیادی در فیزیک و نیز تولید پرتوهای x برای تحقیقات کاربردی در صنعت و مقاصد پزشکی مانند درمان سرطان استفاده کرد.

شکل ۱۸-۳۴ سطح مقطع ساختار داخلی یک بتاترون را نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی را، که شکل آن به‌وسیله قطبهای M * برای مروری بر روند پیشرفت‌ها و کاربردهای بتاترون‌ها و وسایل و ابزارهای مشابه، مقاله:

“Ultra-high-current Electron Induction Accelerators,” by Chris A. Kapetanakis and Phillip Sprangle, *Physics Today*, February 1985, p. 58.

را ببینید.

مغناطیسی متغیر ناپایستار است و نمی‌توان آن را با پتانسیل نمایش داد. (میدان مغناطیسی ناشی از جریان نیز ناپایستار است. خطهای میدان مغناطیسی حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند و میدان مغناطیسی را نیز نمی‌توان با پتانسیل توصیف کرد.)

مسئله نمونه ۶-۳۴ در شکل ۱۵-۳۴ (ب)، فرض کنید $R = ۸.۵ \text{ cm}$ و \vec{B} اندازه میدان الکتریکی \vec{E} برای $r = ۵.۲ \text{ cm}$ چقدر است؟ (ب) اندازه میدان الکتریکی القایی برای $r = ۱۲.۵ \text{ cm}$ چقدر است؟

حل. (الف) شار گذرنده Φ_B برای مسیر دایره‌ای بسته به شعاع r (با شرط $r < R$) عبارت است از

$$\Phi_B = B(\pi r^2)$$

به‌طوری که از قانون فاراده (معادله ۱۳-۳۴) نتیجه می‌گیریم

$$E(2\pi r) = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -(\pi r^2) \frac{dB}{dt}$$

از حل این معادله برای E و محاسبه اندازه آن، می‌رسیم به

$$E = \frac{1}{2} \left| \frac{dB}{dt} \right| r \quad (۱۶-۳۴)$$

توجه کنید که میدان الکتریکی القایی به dB/dt بستگی دارد و نه به B . اندازه میدان \vec{E} به‌ازای $r = ۵.۲ \text{ cm}$ برابر است با

$$E = \frac{1}{2} \left| \frac{dB}{dt} \right| r = \frac{1}{2} (\circ ۱۳ \text{ T/s}) (۵.۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ m})$$

$$= ۰.۰۰۳۴ \text{ V/m} = ۳.۴ \text{ mV/m}$$

(ب) در این حالت می‌دانیم $r > R$ و در نتیجه همه شار مغناطیسی از مسیر دایره‌ای می‌گذرد، در نتیجه

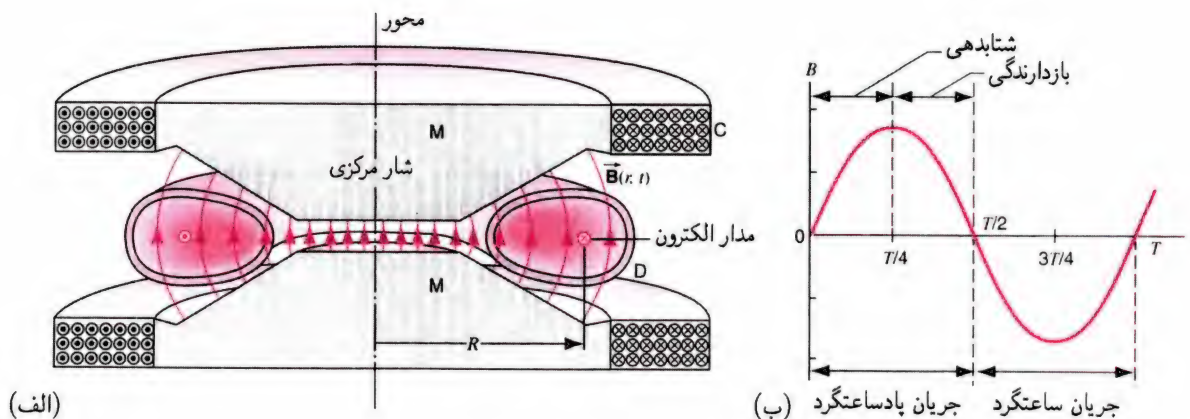
$$\Phi_B = B(\pi R^2)$$

از قانون فاراده (معادله ۱۳-۳۴)، در این مورد، می‌رسیم به

$$E(2\pi r) = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -(\pi R^2) \frac{dB}{dt}$$

از حل این معادله برای E و محاسبه اندازه آن داریم

$$E = \frac{1}{2} \left| \frac{dB}{dt} \right| \frac{R^2}{r} \quad (۱۷-۳۴)$$



شکل ۱۸-۳۴ (الف) سطح مقطع یک بتاترون، که مدار الکترونیهای در حال شتابگیری و “تصویری” از میدان مغناطیسی متغیر برحسب زمان را در یک لحظه مشخص در خلال یک چرخه، نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی را پیچ‌های C تولید کرده‌اند و قطب‌های مغناطیسی M شکل داده‌اند. الکترون‌ها در داخل فضای تخلیه‌شده لولهٔ سرامیکی چنبره‌ای شکل “D” می‌چرخند. آنها در صفحه‌ای عمود بر صفحهٔ شکل چرخش دارند، از طرف راست وارد D و از طرف چپ خارج می‌شوند. (ب) تغییرات زمانی میدان مغناطیسی B بتاترون در خلال یک چرخه.

حل. (الف) شار مرکزی در خلال بازهٔ شتابگیری از صفر تا مقدار بیشینهٔ زیر افزایش می‌یابد

$$\Phi_B = (B_{av,m})(\pi R^2) = (0.8 \text{ T})(\pi)(0.84 \text{ m})^2 = 1.8 \text{ Wb}$$

مقدار میانگین $d\Phi_B/dt$ در خلال بازهٔ شتابدهی برابر است با

$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{av} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{1.8 \text{ Wb}}{4.2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 430 \text{ Wb/s}$$

از قانون فاراده (معادلهٔ ۳-۳۴) می‌دانیم که این نیروی محرکهٔ الکتریکی میانگین برحسب ولت است. به این ترتیب، انرژی الکترون در هر بار چرخش در این شار متغیر به‌طور میانگین 430 eV افزایش می‌یابد. برای رسیدن به انرژی نهایی 100 MeV ، الکترون باید در حدود 230000 دور در مدار بچرخد، که طول کل مسیر پیموده‌شده در حدود 1200 km می‌شود.

(ب) مدت زمان شتابدهی را 4.2 ms در نظر گرفته‌ایم و طول مسیر را در حدود 1200 km محاسبه کردیم. در نتیجه سرعت متوسط عبارت است از

$$v_{av} = \frac{1200 \times 10^3 \text{ m}}{4.2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 2.86 \times 10^8 \text{ m/s}$$

که 95% سرعت سیر نور است. سرعت واقعی الکترونی که کاملاً شتاب گرفته است تا به انرژی نهایی 100 MeV برسد، 99.99987% سرعت سیر نور است.

مادهٔ مغناطیسی معین می‌شود، می‌توان با تغییر جریان پیچ‌ها تغییر داد. الکترون‌ها در فضای تخلیه‌شدهٔ لولهٔ سرامیکی چنبره‌ای شکل می‌چرخند.

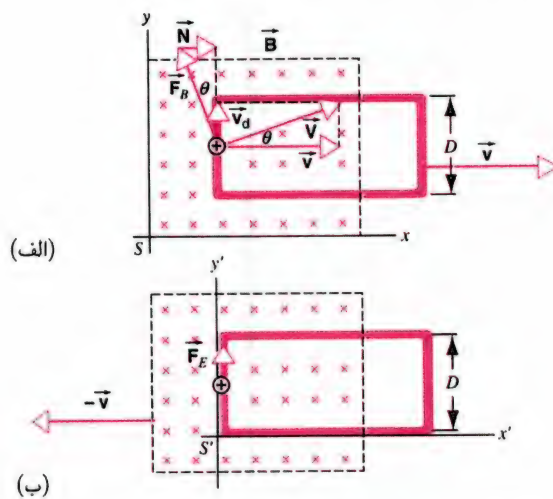
پیچ‌ها حامل جریان متناوبی هستند و یک میدان مغناطیسی مطابق شکل ۱۸-۳۴ (ب) به‌وجود می‌آورند. برای اینکه الکترون‌ها در جهت نشان داده‌شده در شکل بچرخند (اگر از بالا نگاه کنیم پادساعتگرد) میدان مغناطیسی باید به طرف بالا باشد (که آن را مثبت اختیار کرده‌ایم). اگر بخواهیم الکترون‌ها در خلال چرخه شتاب بگیرند (و نه اینکه از شتاب بازداشته شوند) باید شیب میدان مغناطیسی متغیر مثبت باشد، یعنی باید $dB/dt > 0$ باشد، به‌طوری که $d\Phi_B/dt > 0$. به این ترتیب، فقط اولین ربع چرخهٔ شکل ۱۸-۳۴ (ب) در کارکرد بتاترون مفید است. الکترون‌ها در لحظهٔ $t = 0$ به داخل بتاترون تزریق و در $t = T/4$ از آن بیرون کشیده می‌شوند؛ در سه ربع چرخهٔ باقی‌مانده بتاترون هیچ باریکه‌ای تولید نمی‌کند. بتاترون تپ باریکه تولید می‌کند، نه باریکهٔ پیوسته و تنها نوعاً هر 10^{-8} s پدید می‌آیند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۷-۳۴ در یک بتاترون 100 MeV ، شعاع مدار R برابر 84 cm است. میدان مغناطیسی که مدار را دربرگرفته است به تناوب $(60 \text{ بار در ثانیه})$ از صفر تا مقدار میانگین بیشینهٔ $B_{av,m} = 0.8 \text{ T}$ در بازهٔ شتابدهی ربع دورهٔ تناوب، یعنی 4.2 ms افزایش می‌یابد. (الف) الکترون به‌طور میانگین در هر بار چرخش به دور این مدار در این شار متغیر چه مقدار انرژی به‌دست می‌آورد؟ (ب) سرعت متوسط الکترون در طول چرخهٔ شتابگیری چقدر است؟

۷-۳۴ القایش و حرکت نسبی (اختیاری)

در بخش ۶-۳۳، دیدیم که طبقه‌بندی آثار الکترومغناطیسی به الکتریکی محض یا به مغناطیسی محض به چارچوب مرجع ناظر بستگی دارد. یعنی، آنچه در یک چارچوب مرجع به صورت میدان مغناطیسی جلوه می‌کند ممکن است در چارچوب دیگر به صورت مخلوطی از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نمایان شود. چون نیروی محرکه الکتریکی حرکتی را سرعت جسم متحرک در میدان مغناطیسی مشخص می‌کند، بدیهی است که این نیروی محرکه به چارچوب مرجع ناظر بستگی دارد. ناظران دیگر در چارچوبهای لخت دیگر سرعتهای متفاوت و شدتهای میدان مغناطیسی گوناگونی را اندازه خواهند گرفت. بنابراین، ضرورت دارد که در محاسبه نیروهای محرکه الکتریکی و جریانهای القایی چارچوب مرجع ناظر مشخص باشد.

در شکل ۱۹-۳۴ (الف) حلقه‌ی بسته‌ای را نشان داده‌ایم که یک عامل خارجی (که در شکل مشخص نشده است) آن را با سرعت \vec{v} نسبت به آهنربایی، که میدان یکنواخت \vec{B} را در ناحیه‌ای تولید می‌کند، به حرکت در آورده است. ناظر S ، که نسبت به آهنربا ساکن است، میدان \vec{B} را اندازه‌گیری می‌کند. در این حالت نیروی محرکه الکتریکی القایی همان نیروی محرکه الکتریکی حرکتی است، زیرا حلقه‌ی رسانا نسبت به ناظر حرکت می‌کند.



شکل ۱۹-۳۴ حلقه‌ی رسانای بسته‌ای نسبت به آهنربایی که میدان \vec{B} را ایجاد می‌کند در حرکت است. (الف) ناظر S ، که نسبت به آهنربا ساکن است می‌بیند که حلقه به طرف راست در حرکت است و نیروی مغناطیسی $F_B \cos \theta$ به طرف بالا بر حاملهای بار مثبت اثر می‌کند. (ب) ناظر S' که نسبت به حلقه ساکن است، مشاهده می‌کند که آهنربا به طرف چپ در حرکت است و یک نیروی الکتریکی روی حاملهای بار مثبت به طرف بالا وارد می‌آید. در هر دوی این شکلها نیروهای داخلی برخورد وجود دارد (که نشان داده نشده‌اند) و مانع از شتابگرفتن حاملهای بار می‌شوند.

یک حامل بار مثبت را در مرکز لبه سمت چپ حلقه در نظر بگیرید. برای ناظر S ، این بار الکتریکی q مقید است که با سرعت \vec{v} در میدان \vec{B} همراه با حلقه به طرف راست حرکت کند و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ (که در شکل ۱۹-۳۴ (الف) نشان داده نشده است) قرار گیرد. این نیرو باعث می‌شود که حاملهای بار در رسانا به طرف بالا (در امتداد محور y) حرکت کنند؛ سرانجام، این حاملهای بار، مطابق شکل ۱۹-۳۴ (الف)، به سرعت سوق \vec{v}_d می‌رسند.

اکنون سرعت برابند تعادلی حاملهای بار برابر با \vec{V} ، یعنی جمع برداری سرعتهای \vec{v} و \vec{v}_d است. در این شرایط نیروی مغناطیسی \vec{F}_B به صورت زیر است

$$\vec{F}_B = q\vec{V} \times \vec{B} \quad (۱۸-۳۴)$$

این نیرو (طبق معمول)، همان‌طور که در شکل ۱۹-۳۴ (الف) نشان داده‌ایم، عمود بر سرعت برابند \vec{V} اثر می‌کند.

نیروی \vec{F}_B به تنهایی، می‌خواهد حاملهای بار را از دیواره طرف چپ رسانا به خارج براند. چون این واقعه رخ نمی‌دهد دیواره رسانا باید نیروی قائم \vec{N} را بر حاملهای بار (شکل ۱۹-۳۴ (الف)) وارد کند. اندازه نیروی \vec{N} باید چنان باشد که \vec{v}_d درست به موازات محور سیم قرار بگیرد؛ به عبارت دیگر، \vec{N} دقیقاً مؤلفه افقی \vec{F}_B را خنثی می‌کند و فقط مؤلفه $F_B \cos \theta$ را به جای می‌گذارد که در امتداد رسانا قرار دارد. مؤلفه اخیر نیروی وارد بر حامل بار نیز با نیروی ضربه‌ای متوسط F_i ، که به برخوردهای داخلی حامل بار بستگی دارد، خنثی می‌شود. این برخوردهای داخلی هنگامی صورت می‌گیرند که حاملهای بار با سرعت سوق (ثابت) v_d در رسانا حرکت کنند.

انرژی جنبشی حامل بار در سیم ثابت می‌ماند. نتیجه‌ای که با واقعیت صفری بودن برابند نیروهای وارد بر ذره حامل بار (مساوی $\vec{F}_B + \vec{F}_i + \vec{N}$) سازگاری دارد. کار نیروی \vec{F}_B صفر است زیرا نیروهای مغناطیسی، که عمود بر جهت سرعت بار متحرک اثر می‌کنند، نمی‌توانند کاری روی بار انجام دهند. به این ترتیب کار (منفی) که متوسط نیروی برخورد داخلی یعنی \vec{F}_i روی حامل بار الکتریکی انجام می‌دهد باید دقیقاً با کار (مثبت) نیروی \vec{N} روی حامل بار خنثی شود. سرانجام، \vec{N} را عاملی که حلقه را در داخل میدان مغناطیسی می‌کشد فراهم می‌آورد و انرژی مکانیکی که این عامل مصرف می‌کند، چنانکه در بخش ۴-۳۴ دیدیم، به صورت انرژی داخلی در حلقه ظاهر می‌شود.

اکنون می‌خواهیم کار dW را که نیروی \vec{N} در زمان dt روی حامل بار انجام می‌دهد محاسبه کنیم؛ این کار برابر است با

$$dW = N(vdt) \quad (۱۹-۳۴)$$

که در آن vdt مسافتی است که حلقه (و حامل بار) در شکل ۱۹-۳۴ (الف) در مدت زمان dt به سمت راست پیموده است. برای نیروی N می‌توان نوشت (نگاه کنید به معادله ۱۸-۳۴) و شکل ۱۹-۳۴ (الف))

$$N = F_B \sin \theta = (qVB)(v_d/V) = qBv_d \quad (۲۰-۳۴)$$

از جانشانی معادله (۲۰-۳۴) در معادله (۱۹-۳۴) می‌رسیم به

$$\begin{aligned} dW &= (qBv_d)(v dt) \\ &= (qBv)(v_d dt) = qBv ds \end{aligned} \quad (۲۱-۳۴)$$

که در آن ds (مساوی $v_d dt$) مسافتی است که حامل بار در زمان dt در رسانا می‌پیماید.

کار انجام‌شده روی حامل بار، در خلال پیمودن یک دور کامل حلقه، را با انتگرال‌گیری از معادله (۲۱-۳۴) گرد حلقه به‌دست می‌آوریم که برابر است با

$$W = \oint dW = qBvD \quad (۲۲-۳۴)$$

این نتیجه به این ترتیب به‌دست می‌آید که کار انجام‌شده روی شاخه‌های بالایی و پایینی حلقه در جهت مخالف یکدیگرند و همدیگر را خنثی می‌کنند و روی قسمتهایی از حلقه که خارج از میدان مغناطیسی قرار دارند کاری صورت نمی‌گیرد.

عاملی که روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد جریانی را در حلقه رسانای بسته برقرار می‌کند، که می‌توان آن را به عنوان نیروی محرکه الکتریکی در نظر گرفت. با استفاده از معادله (۲۲-۳۴)، درمی‌یابیم که

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \frac{qBvD}{q} = BDv \quad (۲۳-۳۴)$$

که همان نتیجه‌ای است که از قانون القای فاراده به‌دست آوردیم؛ معادله (۶-۳۴) را ببینید. به این ترتیب نیروی محرکه الکتریکی حرکتی ارتباط نزدیکی با انحراف جانبی یک ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی دارد.

اکنون ببینیم ناظر S' که نسبت به حلقه ساکن است وضعیت شکل ۱۹-۳۴ (الف) را چگونه مشاهده می‌کند. از دیدگاه این ناظر آهنربا با سرعت $-\vec{v}$ در شکل ۱۹-۳۴ (ب) به طرف چپ در حرکت است و بار q همراه با حلقه در امتداد x' حرکت نمی‌کند، بلکه در جهت ساعتگرد در امتداد حلقه رانده می‌شود. ناظر S' نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E}' را اندازه می‌گیرد، که می‌توان آن را در سطح میکروسکوپی، با توجه به اینکه آهنربای متحرک در حلقه رسانا میدان الکتریکی \vec{E}' القا می‌کند، توجیه کرد. نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E}' و میدان \vec{E}' با معادله (۱۲-۳۴) به یکدیگر مربوط می‌شوند،

$$\mathcal{E}' = \oint \vec{E}' \cdot d\vec{s} \quad (۲۴-۳۴)$$

میدان القایی \vec{E}' ، که همان منشأ میدانهای القاشده مورد بحث در بخش ۶-۳۴ را دارد، نیروی $q\vec{E}'$ را بر حامل بار الکتریکی وارد می‌کند. میدان القایی \vec{E}' که جریان را تولید می‌کند فقط در لبه چپ حلقه وجود دارد. (وقتی از معادله (۱۲-۳۴) گرد حلقه انتگرال می‌گیریم، سهم مؤلفه‌های x' میدان \vec{E}' روی شاخه‌های بالا و پایین حلقه یکدیگر را خنثی می‌کنند، در حالی که قسمتهایی از حلقه که در میدان مغناطیسی قرار ندارند سهمی در نیروی محرکه ندارند.) در نتیجه با استفاده از معادله (۱۲-۳۴) می‌رسیم به

$$\mathcal{E}' = E'D \quad (۲۵-۳۴)$$

برای حرکت با سرعتهایی که در مقایسه با سرعت نور کوچک‌اند، نیروی محرکه الکتریکی در معادله‌های (۲۳-۳۴) و (۲۵-۳۴) باید یکسان باشند، زیرا حرکت نسبی حلقه و آهنربا در هر دو مورد نشان داده‌شده در شکل ۱۹-۳۴ یکسان‌اند. از برابر قرار دادن این روابط نتیجه می‌گیریم

$$E'D = BDv$$

یا

$$E' = vB \quad (۲۶-۳۴)$$

در شکل ۱۹-۳۴ (ب)، جهت بردار \vec{E}' در امتداد محور لبه طرف چپ حلقه رسانا به طرف بالاست زیرا این جهتی است که بارهای مثبت در امتداد آن رانده می‌شوند. جهت بردارهای \vec{v} و \vec{B} به روشنی در این شکل مشخص شده است. می‌بینیم که معادله (۲۶-۳۴) با رابطه برداری کلی‌تر زیر سازگار است:

$$\vec{E}' = \vec{v} \times \vec{B} \quad (۲۷-۳۴)$$

به چارچوب مرجع لخت ناظر بستگی دارند؛ که در بخش ۳۳-۶ نیز به همین نتیجه رسیدیم.

در تمام نتیجه‌های به‌دست‌آمده در این بخش فرض کردیم که سرعت نسبی S و S' در مقایسه با سرعت سیر نور c کوچک‌اند. اگر سرعت v قابل مقایسه با c باشد، باید از مجموعه‌ای مناسبی از تبدیلهای نسبیتی استفاده کنیم. در این مورد، در خواهیم یافت که نیروی محرکه الکتریکی القایی که ناظران S و S' اندازه می‌گیرند دیگر با هم برابر نیستند و همچنین میدان الکتریکی القایی دیگر با معادله (۲۷-۳۴) مشخص نمی‌شود. با این همه، اگر تمام کمیتها را به‌صورت نسبیتی مناسب تعریف کنیم، باز هم درمی‌یابیم که قانونهای بنیادی الکترومغناطیس از جمله قانون فاراده، در تمام چارچوب مرجعهای لخت معتبرند.* در واقع، همین ملاحظه‌ها راهنمای اینشتین به نظریه نسبیت خاص بود؛ به زبان نسبیت خاص، می‌گوییم که معادله‌های ماکسول نسبت به تبدیل لورنتس ناوردا هستند.

چندگزینه‌ای

۳۴-۱ آزمایشهای فاراده

۳۴-۲ قانون القای فاراده

۱. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} عمود بر صفحه یک حلقه سیم، برحسب زمان، مطابق شکل ۳۴-۲۰ (الف) تغییر می‌کند. کدام یک از نمودارهای شکل ۳۴-۲۰ (ب) به بهترین وجه جریان القاشده در حلقه را به‌صورت تابعی از زمان نمایش می‌دهد؟

۲. یک حلقه رسانای انعطاف‌پذیر به شکل دایره و با شعاع متغیر است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که عمود بر صفحه آن است. برای برقراری نیروی محرکه الکتریکی ثابت \mathcal{E} در حلقه، شعاع r حلقه برحسب زمان باید به‌صورت زیر تغییر کند:

(الف) $r(t) \propto \sqrt{t}$ (ب) $r(t) \propto t$ (ج) $r(t) \propto t^2$ (د) r باید ثابت باشد.

* برای بررسی دقیق نیروی محرکه الکتریکی حرکتی در مواردی که سرعتها الزاماً نسبت به c کوچک نیستند، رجوع کنید به:

“Application of Special Relativity to a Simple System in which a Motional emf Exists,” by Murray D. Sirkis, *American Journal of Physics*, June 1986, p. 538.

مطالب گسترده‌تری درباره تبدیل نسبیتی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را می‌توان در مرجع زیر مشاهده کرد:

Introduction to Special Relativity, by Robert Resnick (Wiley, 1968), Chapter 4.

البته معادله (۲۷-۳۴) را بجز در حالت خاص شکل ۳۴-۱۹ اثبات نکرده‌ایم؛ با وجود این، این معادله بدون توجه به زاویه بین \vec{v} و \vec{B} به‌طور کلی صادق است.

معادله (۲۷-۳۴) را به‌صورت زیر تفسیر می‌کنیم. ناظر S که نسبت به آهنربا ساکن است تنها از وجود میدان مغناطیسی آگاه است. از دیدگاه این ناظر، نیرو از حرکت بارها در میدان مغناطیسی \vec{B} سرچشمه می‌گیرد. ناظر S' که بر حامل بار الکتریکی قرار دارد نیز از وجود میدان الکتریکی \vec{E}' آگاه است و نیروی وارد بر بار را (که در آغاز نسبت به S' در حال سکون بود) به این میدان الکتریکی نسبت می‌دهد. S می‌گوید که نیرو صرفاً منشأ مغناطیسی دارد، درحالی که S' گویای آن است که این نیرو صرفاً منشأ الکتریکی دارد. از دیدگاه ناظر S ، نیروی محرکه الکتریکی القایی از معادله $\oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$ به‌دست می‌آید. از دیدگاه ناظر S' ، همین نیروی محرکه الکتریکی القایی از رابطه $\oint \vec{E}' \cdot d\vec{s}$ به‌دست می‌آید، که در آن \vec{E}' بردار میدان الکتریکی (القایی) است که ناظر S' در تمام نقطه‌های مدار مشاهده می‌کند.

برای ناظر سوم S'' که هم آهنربا و هم حلقه نسبت به او در حرکت‌اند، نیرویی که می‌خواهد بارها را در حلقه رسانا به حرکت در آورد نه صرفاً الکتریکی است و نه صرفاً مغناطیسی، بلکه ترکیبی از هر دو است. به‌طور خلاصه، در معادله

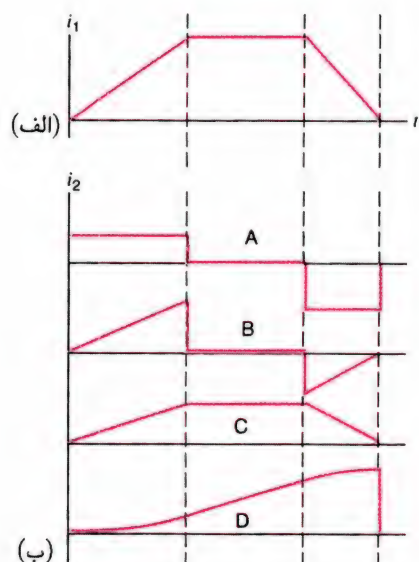
$$\vec{F}/q = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

ناظران مختلف ارزیابیهای متفاوتی از \vec{E} ، \vec{B} ، و \vec{v} دارند ولی وقتی آنها را با هم ترکیب می‌کنند، تمام ناظران ارزیابی واحدی از \vec{F}/q دارند و همه ناظران مقدار یکسانی برای نیروی محرکه الکتریکی القایی در حلقه به‌دست می‌آورند (که فقط به حرکت نسبی بستگی دارد). یعنی، نیروی کل (و در نتیجه، شتاب کل) برای تمام ناظران یکسان است، ولی هر ناظری برآورد متفاوتی از نیروهای الکتریکی و مغناطیسی سهم در نیروی کل یکسان را به‌دست می‌دهد.

نکته اساسی آن است که آنچه از نظر ناظر میدان مغناطیسی به نظر می‌آید، ممکن است برای ناظری در چارچوب مرجع لخت دیگر مخلوطی از میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی ظاهر شود. با این همه، هر دو ناظر در مورد نتیجه قابل اندازه‌گیری کلی، در مورد شکل ۳۴-۱۹ جریان جاری‌شده در حلقه، توافق دارند. در حقیقت وادار به این نتیجه‌گیری می‌شویم که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی مستقل از یکدیگر نیستند و موجودیت یکتای جداگانه‌ای ندارند؛ این میدانها

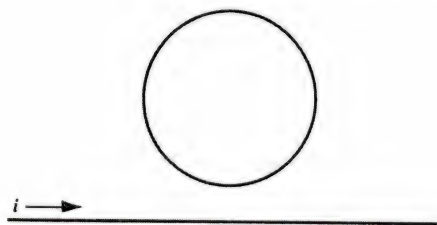
برحسب زمان نشان می‌دهد؟ فرض کنید که جریان منفی، جریان در جهت مخالف را نشان می‌دهد.

۶. جریان جاری در حلقه سمت راست شکل ۲۳-۳۴، مطابق شکل ۲۲-۳۴ (الف) تغییر می‌کند. کدام یک از نمودارهای شکل ۲۲-۳۴ (ب) به بهترین وجه تغییرات عقربه آمپرسنج را برحسب زمان نشان می‌دهد؟



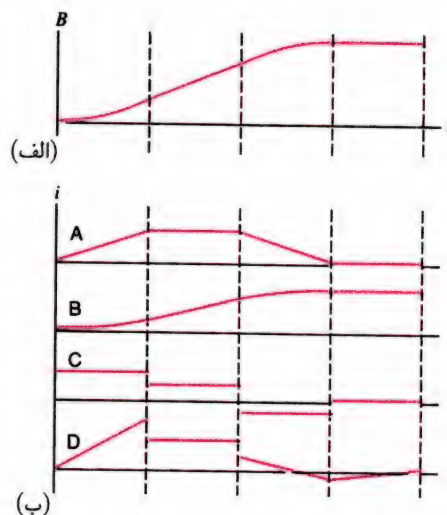
شکل ۲۲-۳۴ پرسش چندگزینه‌ای ۶.

۷. سیم بلند و مستقیم شکل ۲۳-۳۴ حامل جریان ثابت i به سمت راست است. جهت جریان القایی در داخل حلقه سیم کدام است؟
(الف) ساعتگرد (ب) پادساعتگرد
(ج) هیچ جریان القایی وجود ندارد.



شکل ۲۳-۳۴ پرسشهای چندگزینه‌ای ۷، ۸، ۹، و ۱۱.

۸. سیم بلند و مستقیم شکل ۲۳-۳۴ حامل جریان i به سمت راست است که بر حسب زمان افزایش می‌یابد. جهت جریان القایی در داخل حلقه سیم کدام است؟
(الف) ساعتگرد (ب) پادساعتگرد
(ج) هیچ جریان القایی وجود ندارد.



شکل ۲۰-۳۴ پرسش چندگزینه‌ای ۱.

۳. یک حلقه رسانای انعطاف‌پذیر به شکل دایره با شعاعی است که برحسب زمان به صورت خطی تغییر می‌کند. میدان مغناطیسی عمود بر صفحه حلقه وجود دارد که اندازه آن متناسب معکوس با فاصله آن از مرکز حلقه است، یعنی: $B(r) \propto 1/r$. نیروی محرکه الکتریکی چگونه برحسب زمان تغییر می‌کند؟

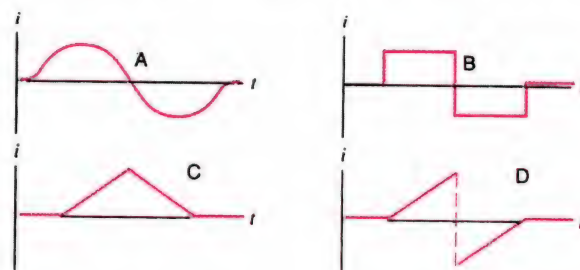
(الف) $\mathcal{E} \propto t^2$ (ب) $\mathcal{E} \propto t$ (ج) $\mathcal{E} \propto \sqrt{t}$

(د) \mathcal{E} ثابت است.

۴. شارگذرنده از یک حلقه سیم در مدت Δt به اندازه $\Delta \Phi_B$ تغییر می‌کند. تغییر در شار $\Delta \Phi_B$ متناسب است با
(الف) جریان جاری در سیم. (ب) مقاومت سیم.
(ج) مقدار بار خالصی که از هر مقطع سیم می‌گذرد.
(د) اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطه ثابتی در حلقه.

۳-۳۴ قانون لنز

۵. یک آهنربای میله‌ای از داخل یک حلقه سیم می‌گذرد. کدام یک از نمودارهای شکل ۲۱-۳۴ به بهترین وجه تغییر جریان در حلقه را



شکل ۲۱-۳۴ پرسش چندگزینه‌ای ۵.

بکشد، جهت جریان القایی در حلقه (اگر چنین جریانی

وجود دارد) کدام است؟

(الف) ساعتگرد (ب) پادساعتگرد

(ج) هیچ جریان القایی وجود ندارد.

۳۴-۵ مولدها و موتورها

۱۲. شخصی برای روشن کردن یک لامپ با مقاومت ثابت از یک مولد با هندل دستی استفاده می‌کند. وقتی که آهنگ هندل زدن شخص کم

می‌شود، کدام یک از کمیت‌های زیر کاهش می‌یابد؟

(الف) نیروی محرکه الکتریکی (ب) جریان (ج) بسامد

(د) دو مورد از موارد بالا (ه) هر سه مورد بالا

۱۳. دینام دوچرخه‌ای را در نظر بگیرید که به یک چرخ چسبیده و به یک لامپ با مقاومت ثابت متصل شده است. اگر سرعت رکاب زدن

دو برابر شود، توان خروجی لامپ به صورت زیر تغییر می‌کند.

(الف) ثابت می‌ماند. (ب) دو برابر می‌شود.

(ج) با مضرب چهار افزایش پیدا می‌کند.

(د) با مضرب هشت افزایش می‌یابد.

۱۴. موتور الکتریکی، هنگامی که متوقف می‌شود مقاومت مؤثر بیشتری دارد یا زمانی که می‌چرخد؟

(الف) وقتی می‌چرخد. (ب) وقتی متوقف می‌شود.

(ج) مقاومت مؤثر در هر دو حالت یکسان است.

۱۵. اگر همه عامل‌های دیگر یکسان باشند، احتمال سوختن استارت

اتومبیل شما به هنگامی که باتری زیادتر از حد باردار شده بیشتر است

یا وقتی که باتری بار کمتری دارد؟

(الف) باتری بیش از حد باردار شده باشد.

(ب) باتری به اندازه کافی باردار نشده باشد.

(ج) بار باتری در اینجا تفاوتی به وجود نمی‌آورد.

۳۴-۶ میدان‌های الکتریکی القایی

۱۶. میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای از فضا با عبارت

$$\vec{B} = (0.01 \text{ T/s}^2) t^2 \hat{i}$$

در بازه زمانی $-2 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$ مشخص شده است. در زمان $t = 0 \text{ s}$ جهت میدان الکتریکی

القایی کدام است؟

(الف) موازی با محور x (ب) موازی با محور y

(ج) میدان الکتریکی به صورت دایره‌هایی است که مرکز آنها روی

محور x است.

(د) در زمان $t = 0$ هیچ میدان الکتریکی وجود ندارد.

۹. سیم بلند و مستقیم شکل ۳۴-۲۳ حامل جریان i به سمت راست

است که بر حسب زمان به صورت خطی کاهش پیدا می‌کند. در زمان

t_r جریان صفر می‌شود، و سپس در جهت دیگر به صورت خطی

افزایش می‌یابد. جهت جریان القایی در حلقه سیم کدام است؟

(الف) ساعتگرد (ب) پادساعتگرد

(ج) جریان القایی در یک جهت برقرار می‌شود، ولی در زمان t_r

متوقف می‌شود و سپس در جهت مخالف جریان پیدا می‌کند.

(د) هیچ جریان القایی وجود ندارد.

۱۰. سیم بلند و مستقیم شکل ۳۴-۲۴ حامل جریان i به سمت راست

است که بر حسب زمان افزایش پیدا می‌کند. جهت جریان القایی در

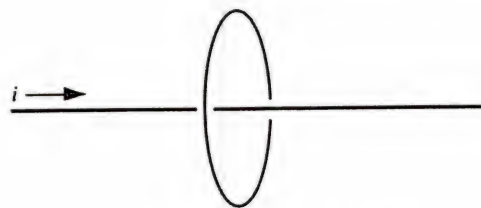
حلقه سیم دایره‌ای کدام است؟ این حلقه سیم در صفحه‌ای عمود بر

سیم قرار دارد.

(الف) اگر از طرف راست نگاه کنیم، جریان القایی ساعتگرد است.

(ب) اگر از طرف راست نگاه کنیم، جریان القایی پادساعتگرد است.

(ج) هیچ جریان القایی وجود ندارد.



شکل ۳۴-۲۴ پرسش چندگزینه ای ۱۰.

۳۴-۴ نیروی محرکه الکتریکی حرکتی

۱۱. باز هم سیم بلند و مستقیم و حلقه‌ای شکل ۳۴-۲۳ را در نظر

بگیرید. سیم حامل جریان ثابت i به سمت راست است.

(۱) حلقه مستقیماً به وسیله یک عامل خارجی به سمت بالا

کشیده می‌شود. جهت جریان القایی در حلقه (اگر جریانی

وجود دارد) کدام است؟

(الف) ساعتگرد (ب) پادساعتگرد

(ج) هیچ جریان القایی وجود ندارد.

(۲) وقتی که حلقه توسط عامل خارجی به سمت بالا کشیده

می‌شود، جهت نیروی مغناطیسی (اگر چنین نیرویی وجود

دارد) وارد بر حلقه کدام است؟

(الف) بالا (ب) پایین (ج) چپ

(د) هیچ نیروی مغناطیسی وجود ندارد.

(۳) اگر عامل خارجی حلقه را به موازات سیم به سمت چپ

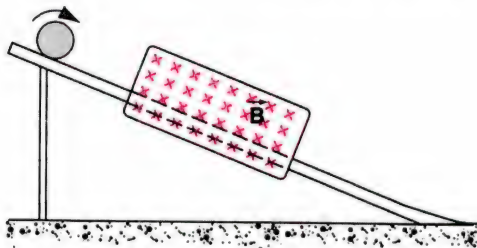
۵. آیا با اعمال میدان مغناطیسی می‌توان یک ذره باردار ساکن را به حرکت درآورد؟ اگر پاسخ منفی است، توضیح دهید که چرا نه؟ اگر پاسخ مثبت است، توضیح دهید چگونه؟ در این خصوص هم میدانهای پایا و هم میدانهای متغیر برحسب زمان را بررسی کنید.

۶. در قانون القای فاراده، آیا نیروی محرکه الکتریکی القایی به مقاومت مدار بستگی دارد؟ اگر پاسخ مثبت است، توضیح دهید چگونه؟

۷. یک آهنربای میله‌ای را در امتداد محور یک لوله مسی دراز رها می‌کنید. حرکت آهنربا و تبادل انرژی بین این دو را توصیف کنید. مقاومت هوا را نادیده بگیرید.

۸. با یک حلقه فلزی بازی می‌کنید و آن را، مطابق شکل ۳۴-۹، در یک میدان مغناطیسی جلو و عقب می‌برید. چگونه بدون بازرسی دقیق می‌توان گفت که این حلقه کامل است یا یک بریدگی ریز دارد، که سبب نارسایی آن می‌شود؟

۹. در شکل ۳۴-۲۵ سطح شیب‌داری را نشان داده‌ایم که در بخشی از طول آن یک میدان مغناطیسی قوی وجود دارد. یک قرص مسی را در این مسیر می‌غلطانیم. حرکت این قرص را وقتی از بالای سطح به پایین آن می‌غلطد توصیف کنید.



شکل ۳۴-۲۵ پرسش ۹.

۱۰. در شکل ۳۴-۲۶ یک حلقه مسی را نشان داده‌ایم که به وسیله دو رشته نخ از سقف آویخته شده است. به دقت بگویید که چگونه می‌توان به‌طور مؤثر از یک آهنربای میله‌ای برای به حرکت درآوردن این حلقه و تاب‌خوردن آن استفاده کرد.



شکل ۳۴-۲۶ پرسش ۱۰.

۱۷. جریان در یک سیم‌لوله بینهایت بلند، برحسب زمان، به‌صورت خطی افزایش می‌یابد.

- (۱) میدان الکتریکی در داخل سیم‌لوله به‌صورت زیر است:
- (الف) دایره‌هایی که مرکز آنها روی محور سیم‌لوله است.
- (ب) موازی با محور سیم‌لوله.
- (ج) به‌صورت شعاعی برونسو از محور استوانه.
- (د) صفر.

- (۲) اندازه میدان الکتریکی در خارج از سیم‌لوله چنین است.
- (الف) یکنواخت و غیرصفر.
- (ب) متقارن شعاعی، که با دور شدن از سیم‌لوله کاهش می‌یابد.
- (ج) متقارن شعاعی، که با دور شدن از سیم‌لوله افزایش می‌یابد.
- (د) صفر.

۱۸. یک سیم بلند و مستقیم حامل جریانی است که برحسب زمان به‌صورت خطی کاهش پیدا می‌کند. جهت میدان الکتریکی القایی در خارج سیم کدام است؟

- (الف) موازی با جریان
- (ب) در جهت مخالف جریان
- (ج) شعاعی و برونسو از سیم
- (د) شعاعی و درونسو به سیم
- (ه) در خارج از سیم هیچ‌گونه میدان الکتریکی القایی وجود ندارد.

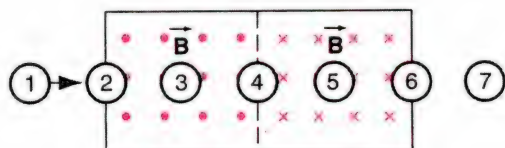
۳۴-۷ القایش و حرکت نسبی

پرسشها

۱. نشان دهید که: ثانیه / ویر ۱ = ولت ۱.
۲. آیا نیروهای محرکه الکتریکی القایی و جریانهای القایی در حلقه رسانا با نیروهای محرکه الکتریکی و جریانهایی که توسط باتری در آن حلقه به‌وجود می‌آید هیچ‌گونه تفاوتی دارند؟
۳. آیا اندازه ولتاژ القاشده در پیچیده‌ای که در آن آهنربایی حرکت می‌کند تحت تأثیر شدت میدان آهنربا قرار می‌گیرد؟ اگر پاسخ شما مثبت است، در این باره توضیح دهید.
۴. به زبان ساده تفاوت بین میدان مغناطیسی \vec{B} و شار میدان مغناطیسی، یعنی Φ_B ، را تشریح کنید. آیا این کمیتها برداری‌اند یا نرده‌ای؟ هر یک از این کمیتها را برحسب چه یکاهایی می‌توان بیان کرد؟ این یکاها چه ارتباطی با هم دارند؟ آیا یکی از این دو (یا هیچ‌کدام) این کمیتها ویژگی نقطه معینی از فضا هستند؟

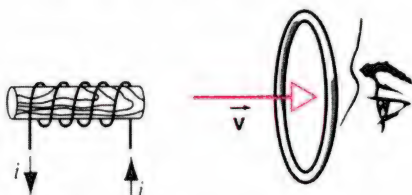
مسی دور می‌شود. در بخشی از حلقه که نسبت به خواننده در دورترین فاصله قرار دارد، جهت جریان کدام است؟

۱۵. یک حلقه دایره‌ای با سرعتی ثابت از دو ناحیه عبور می‌کند که در آنها، مطابق شکل ۳۴-۳۰، میدانهای مغناطیسی یکنواخت با اندازه یکسان ولی در جهتهای مخالف یکدیگر برقرار است. در کدام یک از هفت موقعیت نشان داده شده در شکل ۳۴-۳۰، جریان القایی (الف) ساعتگرد، (ب) پادساعتگرد، و (ج) صفر خواهد بود؟



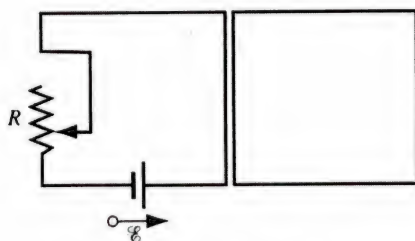
شکل ۳۴-۳۰ پرسش ۱۵.

۱۶. سیمولوه کوتاهی که حامل جریانی پایاست را، مطابق شکل ۳۴-۳۱، به حلقه رسانی نزدیک می‌کنیم. اگر شخصی، مطابق شکل، به حلقه نگاه کند جهت جریان القایی را چگونه می‌بیند؟



شکل ۳۴-۳۱ پرسش ۱۶.

۱۷. در مدار سمت چپ شکل ۳۴-۳۲ مقاومت R را با آهنک ثابتی افزایش می‌دهیم. جهت جریان القایی در مدار سمت راست کدام است؟

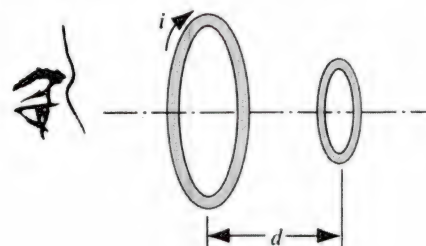


شکل ۳۴-۳۲ پرسش ۱۷.

۱۸. جهت جریان القایی در مقاومت R شکل ۳۴-۳۳ در حالت‌های (الف) بلافاصله پس از بسته شدن کلید S ، (ب) مدتی پس از آنکه کلید S بسته شد، و (ج) بلافاصله پس از آنکه کلید S باز شد، کدام است؟ (د) وقتی کلید S برای مدتی بسته باقی ماند، خط‌های میدان

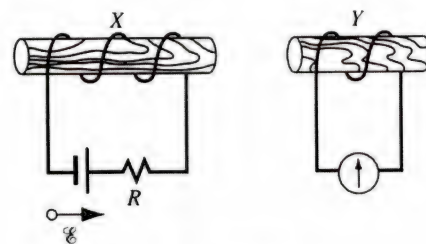
۱۱. آیا وقتی یک آهنربای میله‌ای در داخل یک سیمولوه بلند در امتداد محور آن حرکت می‌کند نیروی محرکه الکتریکی القایی در آن به وجود می‌آورد؟ درباره پاسخ خود توضیح دهید.

۱۲. دو حلقه رسانا را که در برابر هم و به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته در شکل ۳۴-۲۷ نشان داده‌ایم. ناظری در امتداد محور مشترک آنها از چپ به راست نگاه می‌کند. ناگهان جریان ساعتگرد i به وسیله باتری که در شکل نشان نداده‌ایم در حلقه بزرگتر برقرار می‌شود. (الف) جهت جریان القایی در حلقه کوچکتر کدام است؟ (ب) جهت نیرویی که (اگر چنین نیرویی وجود داشته باشد) به حلقه کوچکتر وارد می‌شود کدام است؟



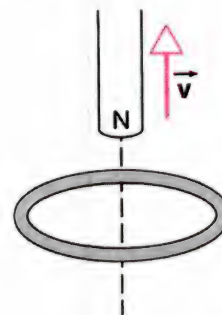
شکل ۳۴-۲۷ پرسش ۱۲.

۱۳. جهت جریان القایی در پیچه y شکل ۳۴-۲۸ وقتی (الف) پیچه Y به پیچه X نزدیک می‌شود و (ب) جریان در پیچه X کاهش می‌یابد، ولی موقعیت نسبی پیچه‌ها تغییر نمی‌کند، کدام است؟



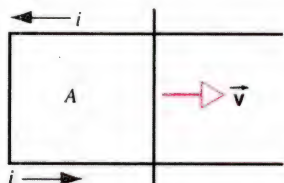
شکل ۳۴-۲۸ پرسش ۱۳.

۱۴. قطب شمال یک آهنربا، مطابق شکل ۳۴-۲۹، از یک حلقه



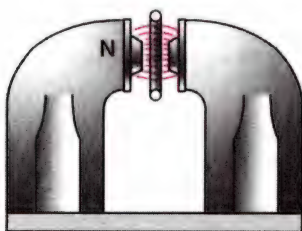
شکل ۳۴-۲۹ پرسش ۱۴.

(که فرض می‌شود ثابت و عمود بر صفحه شکل باشد) در ناحیه A کدام است؟



شکل ۳۴-۳۵ پرسش ۲۲.

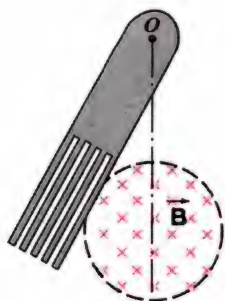
۲۳. حلقهٔ رسانای شکل ۳۴-۳۶ را با بالا کشیدن از یک آهنربای دائمی خارج می‌کنیم. (الف) جهت جریان القایی کدام است؟ (ب) آیا برای بالا کشیدن حلقه، نیرویی مورد نیاز است؟ (وزن حلقه را نادیده بگیرید.) (ج) آیا کل انرژی داخلی تولیدشده به مدت زمانی که طول می‌کشد تا حلقه را از آهنربا خارج کنیم بستگی دارد؟



شکل ۳۶-۳۷ پرسش ۲۳.

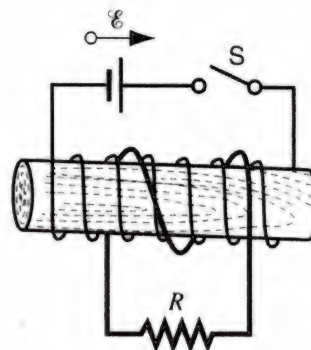
۲۴. یک حلقهٔ بسته تخت در میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته است. به چه طریق می‌توان حلقه را بدون القا کردن نیروی محرکه الکتریکی حرکت داد؟ هر دو نوع حرکت انتقالی و دورانی را در نظر بگیرید.

۲۵. در شکل ۳۷-۳۷ یک نوار مسی را به صورت یک آونگ، از نقطهٔ O آویخته‌ایم. این آونگ می‌تواند آزادانه در داخل یک میدان مغناطیسی که عمود بر صفحه شکل است تاب بخورد. اگر این نوار،



شکل ۳۷-۳۷ پرسش ۲۵.

از کدام سر پیچه بلندتر خارج می‌شوند؟ در واقع این سر عملاً قطب شمال پیچه است. (ه) چگونه الکترونهاى رسانش موجود در پیچه‌ای که شامل مقاومت R است از وجود شار در داخل پیچه بلندتر با خبر می‌شوند؟ چه چیزی واقعاً باعث حرکت آنها می‌شود؟

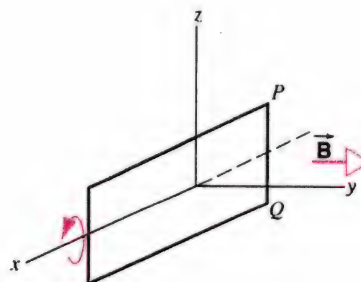


شکل ۳۴-۳۳ پرسش ۱۸.

۱۹. آیا جریان القایی هرگز می‌تواند یک میدان مغناطیسی \vec{B} ایجاد کند که هم جهت با میدانی باشد که جریان را القا کرده است؟ پاسخ خود را توجیه کنید.

۲۰. چگونه می‌شود تمام روشهای تعیین جهت نیروی محرکه الکتریکی القایی را در یک گزاره خلاصه کرد؟

۲۱. حلقهٔ سیم شکل ۳۴-۳۴ با سرعت زاویه‌ای ثابت حول محور x می‌چرخد. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} در جهت y مثبت برقرار است. برای چه بخشهایی از چرخش، جریان القایی در حلقه (الف) در جهت از P به Q ، (ب) در جهت از Q به P ، و (ج) صفر است؟ این محورها را برای وقتی که جهت چرخش برخلاف جهتی است که در شکل نشان داده شده، تکرار کنید.

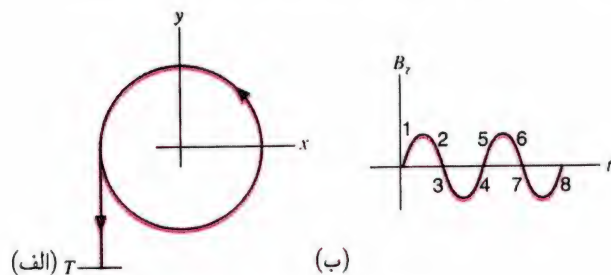


شکل ۳۴-۳۴ پرسش ۲۱.

۲۲. در شکل ۳۴-۳۵، قطعه سیم مستقیم متحرک با سرعت ثابت \vec{v} به طرف راست در حرکت است. یک جریان القایی در جهت نشان داده شده در شکل پدیدار می‌شود. جهت میدان مغناطیسی یکنواخت

مسیرهای ۱ و ۲ می‌تواند یکسان باشد؟ میدانهای الکتریکی القایی در حوالی مسیر ۱ بسیار ضعیف‌تر از این میدانها در نزدیکی مسیر ۲ هستند؛ که این مطلب را فاصله بین خطهای میدان نشان می‌دهد. به شکل ۳۴-۱۷ نیز نگاه کنید.

۳۱. نشان دهید که در بتاترون شکل ۳۴-۱۸، جهت خطوط \vec{B} به درستی ترسیم شده است تا با جهت چرخش الکترونها سازگار باشد. ۳۲. در شکل ۳۴-۳۹ (الف)، نمای از بالای مدار یک الکترون را در بتاترونی نشان داده‌ایم. الکترونها در یک مدار دایره‌ای در صفحه xy شتاب داده می‌شوند و سپس از بتاترون بیرون کشیده می‌شوند تا با هدف T برخورد کنند. میدان مغناطیسی \vec{B} در امتداد محور z قرار دارد (جهت مثبت محور z به سمت بیرون از صفحه شکل است). میدان مغناطیسی B_z ، مطابق شکل ۳۴-۳۹ (ب)، برحسب زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کند. به خاطر داشته باشید که میدان مغناطیسی باید (۱) الکترونها را در مسیر دایره‌ای آنها هدایت کند و (۲) میدان الکتریکی به وجود آورد که الکترونها را شتاب دهد. کدام ربع چرخه (ها) در شکل ۳۴-۳۹ (ب)، (الف) برای حالت (۱)، (ب) برای حالت (۲)، و (ج) برای عملکرد بتاترون مناسب است؟

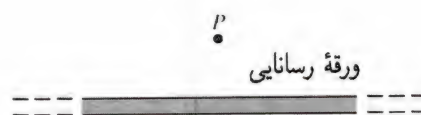


شکل ۳۴-۳۹ پرسش ۳۲.

۳۳. در بتاترون شکل ۳۴-۱۸، چرا هسته آهنی آهنربا ورقه‌ورقه ساخته می‌شود و نه به صورت یک قطعه فلز یکپارچه، مانند آنچه برای سیکلوترون بخش ۳۲-۳ مورد استفاده قرار گرفت؟ ۳۴. در شکل ۳۴-۱۹ (الف) می‌بینیم که نیروی $(F_B \cos \theta)$ بر حاملهای بار موجود در شاخه سمت چپ حلقه وارد می‌شود. ولی، اگر قرار است که جریان پیوسته‌ای در حلقه برقرار باشد، که هست، باید نوعی نیرو در سه شاخه دیگر حلقه بر حاملهای بار اثر کند تا همان سرعت سوق v_d را در این شاخه‌ها حفظ کند. منشأ این نیرو کدام است؟ (راهنمایی: فرض کنید که تنها شاخه سمت چپ حلقه رسانا باشد و سه شاخه دیگر نارسا باشند. آیا در این صورت بار مثبت در نیمه بالایی شاخه چپ و بار منفی در نیمه پایینی آن انباشته خواهد شد؟)

مطابق شکل، شیارهایی داشته باشد، می‌تواند در میدان مغناطیسی تاب بخورد. اگر یک نوار بدون شیار را جایگزین کنیم، حرکت به سرعت میرا می‌شود (میرایی مغناطیسی). مشاهدات خودتان را تشریح کنید. (راهنمایی: از قانون لنز استفاده کنید؛ مسیرهایی را که حاملهای بار در نوار برای مقابله با حرکت باید ببینند، در نظر بگیرید.)

۲۶. ورقه رسانایی در نظر بگیرید که، مطابق شکل ۳۴-۳۸، عمود بر میدان مغناطیسی \vec{B} قرار گرفته است. (الف) اگر \vec{B} ناگهان تغییر کند، تغییرات کامل \vec{B} فوراً در نقطه‌های نزدیک به نقطه P آشکار نمی‌شود (حفاظ یا سپر الکترومغناطیسی). در این باره توضیح دهید. (ب) اگر مقاومت ویژه این صفحه صفر باشد، هرگز در نقطه P به تغییر میدان پی نمی‌بریم. در این باره توضیح دهید. (ج) اگر میدان \vec{B} به صورت دوره‌ای با بسامد زیاد تغییر کند و رسانا از ماده‌ای با مقاومت ویژه کم ساخته شده باشد، ناحیه مجاور P تقریباً به طور کامل در برابر تغییرهای شار محافظت شده است. در این باره توضیح دهید. (د) چرا این رسانا برای میدانهای مغناطیسی استاتیکی حفاظ مؤثری نیست؟



شکل ۳۴-۳۸ پرسش ۲۶.

۲۷. (الف) آیا در شکل ۳۴-۱۵ (ب)، لازم است که دایره به شعاع r یک حلقه رسانا باشد تا \vec{E} و \mathcal{E} وجود داشته باشند؟ (ب) اگر دایره به شعاع r هم مرکز نبود (مثلاً، اندکی به طرف چپ جابه‌جا شده بود) آیا \mathcal{E} تغییر می‌کرد؟ آیا شکل \vec{E} در گرداگرد دایره تغییر می‌کرد؟ (ج) آیا برای یک دایره هم مرکز با شعاع r و شرط $r > R$ ، نیروی محرکه الکتریکی وجود دارد؟ آیا میدانهای الکتریکی وجود دارند؟

۲۸. یک حلقه مسی و یک حلقه چوبی با ابعاد یکسان را چنان قرار داده‌ایم که شار مغناطیسی متغیر یکسانی از داخل آنها می‌گذرد. میدانهای الکتریکی القا شده در دو حلقه را با هم مقایسه کنید.

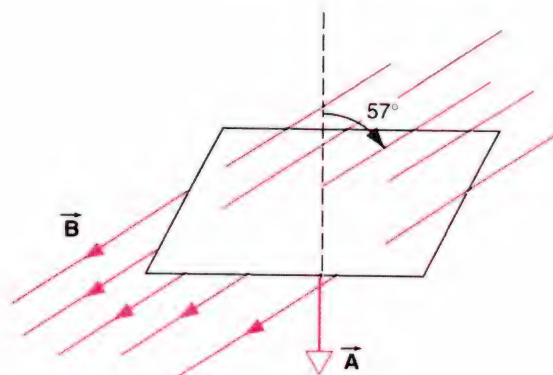
۲۹. یک هواپیما بر فراز آلاسکا، جایی که میدان مغناطیسی زمین یک مؤلفه بزرگ روبه پایین دارد، هم‌تراز با زمین در پرواز است. نوک کدامیک از بالهای این هواپیما (راست یا چپ) الکترون بیشتری دارد؟ ۳۰. در شکل ۳۴-۱۵ (د)، چگونه نیروی محرکه الکتریکی القایی در

تمرینها

۱-۳۴ آزمایشهای فاراده

۲-۳۴ قانون القای فاراده

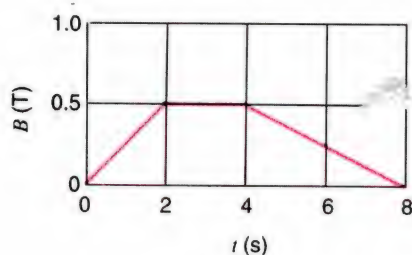
۱. در نقطه‌ای واقع در نیمکره شمالی، شدت میدان مغناطیسی زمینی $42 \mu T$ و جهت آن به طرف پایین با زاویه 57° نسبت به امتداد قائم است. شاری که از یک سطح افقی به مساحت 2.5 m^2 می‌گذرد محاسبه کنید؛ نگاه کنید به شکل ۳۴-۴۰.



شکل ۳۴-۴۰ تمرین ۱

(الف) در لحظه $t = 2.0 \text{ s}$ قدر مطلق نیروی محرکه الکتریکی القا شده در حلقه چقدر است؟ (ب) جهت جریان در مقاومت کدام است؟

۴. میدان مغناطیسی در یک تک‌حلقه سیم به شعاع 16 cm و مقاومت 8.5Ω برحسب زمان مطابق شکل ۳۴-۴۲ تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی حلقه را برحسب زمان محاسبه کنید. بازه‌های زمانی (الف) $t = 0$ تا $t = 2 \text{ s}$; (ب) $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$; (ج) $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ را در نظر بگیرید. جهت میدان مغناطیسی (یکنواخت) عمود بر صفحه حلقه است.



شکل ۳۴-۴۲ تمرین ۴

۵. میدان مغناطیسی یکنواختی بر صفحه حلقه‌ای دایره‌ای به قطر 1.04 cm از سیم مسی (قطر سیم $= 2.5 \text{ mm}$ میلی‌متر) عمود است. (الف) مقاومت سیم را محاسبه کنید. (جدول ۲۹-۱ را ببینید). (ب) اگر بخواهیم جریان القایی 966 A را در حلقه برقرار کنیم، میدان مغناطیسی را باید با چه آهنگی برحسب زمان تغییر دهیم؟

۶. آنتنی حلقه‌ای، به مساحت A و مقاومت R ، بر میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} عمود است. این میدان در بازه زمانی Δt به‌طور خطی به صفرافت می‌کند. رابطه‌ای بیابید که ناپدید شدن انرژی داخلی کل حلقه را نشان دهد.

۷. فرض کنید جریان در سیم‌لوله مسئله نمونه ۳۴-۱ تغییر کند، البته نه به‌صورتی که در مثال تغییر می‌کرد بلکه به‌صورت $i = (3.0 \text{ A/s})t + (1.0 \text{ A/s}^2)t^2$. (الف) نیروی محرکه الکتریکی القایی در پیچه را از $t = 0$ تا $t = 4 \text{ s}$ رسم کنید. (ب) مقاومت پیچه 15Ω است. جریان در پیچه در $t = 2.0 \text{ s}$ چقدر است؟

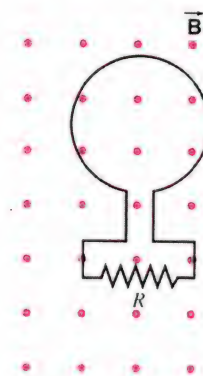
۸. در شکل ۳۴-۴۳، یک پیچه 12° دور به شعاع 1.8 cm و مقاومت 5.3Ω را بیرون سیم‌لوله‌ای مشابه سیم‌لوله مسئله نمونه ۱ قرار داده‌ایم. اگر جریان در سیم‌لوله را مطابق مثال ۱ تغییر دهیم، (الف) به هنگام تغییر جریان در سیم‌لوله، چه جریانی در پیچه پدید می‌آید؟ (ب) چگونه

۲. قطر یک آنتن دایره‌ای UHF تلویزیون برابر 11.2 cm است. میدان مغناطیسی یک سیگنال TV بر سطح حلقه عمود است و در لحظه‌ای از زمان اندازه آن با آهنگ 157 mT/s تغییر می‌کند. میدان مغناطیسی یکنواخت است. نیروی محرکه الکتریکی القا شده در آنتن را بیابید.

۳-۳۴ قانون لنز

۳. در شکل ۳۴-۴۱، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه شکل، به‌صورت زیر افزایش می‌یابد:

$$\Phi_B = (6 \text{ mWb/s}^2)t^2 + (7 \text{ mWb/s})t$$



شکل ۳۴-۴۱ تمرین ۳ و ۱۱

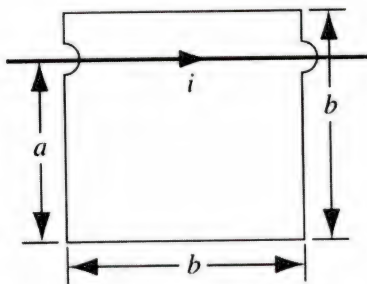
R می‌گذرد برابر است با

$$q(t) = \frac{1}{R} [\Phi_B(0) - \Phi_B(t)]$$

که مستقل از چگونگی تغییر \vec{B} است. (ب) اگر در حالت خاصی داشته باشیم $\Phi_B(t) = \Phi_B(0)$ ، در آن صورت $q(t) = 0$ است. آیا در این مورد جریان القایی در تمام بازه زمانی از 0 تا t الزاماً صفر است؟

۱۲.۱۲۵ دور سیم عایق‌پوش مسی را روی یک هسته استوانه‌ای به سطح مقطع 12.2 cm^2 پیچیده‌ایم. دو سر این سیم را به مقاومتی متصل کرده‌ایم. مقاومت کل مدار 13.3Ω است. یک میدان مغناطیسی یکنواخت و طولی از خارج بر این هسته اعمال می‌شود که در مدت 2.88 ms از مقدار 1.57 T در یک جهت به 1.57 T در جهت مخالف تغییر می‌کند. در این مدت چقدر بار در مدار جریان می‌یابد؟ (راهنمایی: تمرین ۱۱ را ببینید.)

۱۳. برای وضعیت نشان داده‌شده در شکل ۳۴-۴۵، می‌دانیم $a = 12 \text{ cm}$ و $b = 16 \text{ cm}$ است. جریان در سیم دراز مستقیم از رابطه $i = (4.5 \text{ A/s}^2)t^2 - (1.0 \text{ A/s})t$ به دست می‌آید. نیروی محرکه الکتریکی در حلقه مربعی را در $t = 3.0 \text{ s}$ تعیین کنید.



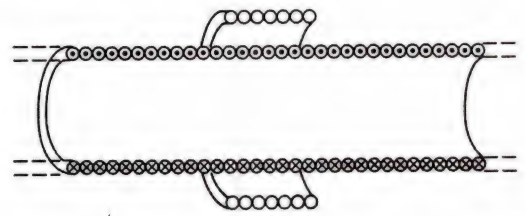
شکل ۳۴-۴۵ تمرین ۱۳.

۴-۳۴ نیروی محرکه الکتریکی حرکتی

۱۴. اتومبیلی که طول آنتن رادیوی آن 11.0 cm است با سرعت 90 km/h در ناحیه‌ای سفر می‌کند که در آن شدت میدان مغناطیسی زمین $55 \mu\text{T}$ است. بیشینه مقدار ممکن نیروی محرکه الکتریکی القایی را تعیین کنید.

۱۵. یک حلقه سیم دایره‌ای به قطر 1.0 cm را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت 5.0 T طوری قرار داده‌ایم که عمود بر سطح آن با جهت میدان زاویه 30° می‌سازد. این حلقه "طوری کج شده است" که عمود بر سطح آن روی مخروطی حول جهت میدان با بسامد

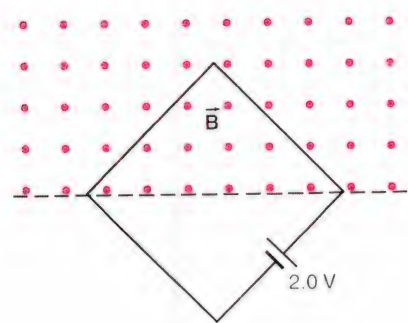
الکترونیهای رسانش موجود در پیچه از سیمولوله "این پیام را دریافت می‌کنند" که برای برقراری جریان باید به حرکت درآیند؟ به هر حال، شار مغناطیسی کاملاً در قسمت داخلی سیمولوله محصور شده است.



شکل ۳۴-۴۳ تمرین ۸.

۹. یک قطعه سیم مسی به طول 52.5 cm (قطر 1.0 mm) در اختیار دارید. آن را به صورت حلقه دایره‌ای در می‌آورید و عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت قرار می‌دهید. این میدان برحسب زمان با آهنگ ثابت 9.82 mT/s افزایش می‌یابد. انرژی داخلی با چه آهنگی در حلقه تولید می‌شود؟

۱۰. یک حلقه مربعی که طول هر ضلع آن 2.3 m است عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته است، به طوری که، مطابق شکل ۳۴-۴۴، نصف مساحت آن در داخل میدان است. این حلقه شامل یک باتری 2.0 V با مقاومت داخلی ناچیز است. اگر مقدار میدان برحسب زمان به صورت $B = (0.42 \text{ T}) - (0.87 \text{ T/s})t$ تغییر کند، نیروی محرکه الکتریکی کل این مدار چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۴ تمرین ۱۰.

۱۱. در شکل ۳۴-۴۱، فرض کنید شار عبوری از حلقه در لحظه $t = 0$ برابر $\Phi_B(0)$ باشد. سپس میدان مغناطیسی \vec{B} را به طور پیوسته ولی نامشخص، هم از نظر اندازه و هم از نظر جهت، تغییر دهید، به طوری که شار عبوری از حلقه در لحظه t برابر با $\Phi_B(t)$ شود. (الف) نشان دهید بار خالص $q(t)$ که در مدت زمان t از مقاومت

۱۸. در تمرین ۱۷ (شکل ۳۴-۴۷ را ببینید) به جای مولد G یک باتری می‌گذاریم که نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} را تأمین می‌کند. (الف) نشان دهید که اکنون سرعت میله به یک سرعت حدی ثابت \vec{v} میل می‌کند. اندازه و جهت این سرعت حدی را معین کنید. (ب) در هنگام رسیدن به این سرعت حدی، چه جریانی از میله می‌گذرد؟ (ج) این وضعیت و وضعیت مطرح شده در تمرین ۱۷ را از دیدگاه تبادل انرژی بررسی کنید.

۱۹. یک آهنربای میله‌ای کوچک را به سرعت از یک حلقه، در امتداد محور آن می‌گذاریم. مقدارهای زیر را به طور کیفی ترسیم کنید: (الف) جریان القایی و (ب) آهنگ تولید انرژی داخلی برحسب فاصله از مرکز آهنربا. فرض کنید ابتدا قطب شمال آهنربا وارد حلقه می‌شود و آهنربا با سرعت ثابتی حرکت می‌کند. در رسم نمودار مربوط به جریان القاشده توجه کنید که اگر در امتداد مسیر حرکت آهنربا به حلقه نگاه کنیم، چنانچه جریان ساعتگرد باشد، آن را مثبت در نظر می‌گیریم.

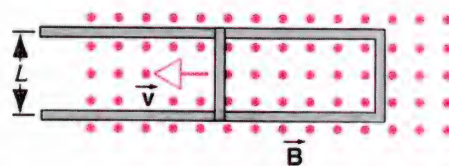
۲۰. در مسئله نمونه ۳۴-۴ فرض کنید $B = ۱.۲ \text{ T}$ و $R = ۵.۳ \text{ cm}$ است. اگر داشته باشیم $\mathcal{E} = ۱.۴ \text{ V}$ ، نقطه واقع در انتهای میله چرخان چه شتابی خواهد گرفت؟

۲۱. در محل معینی از زمین، شدت میدان مغناطیسی زمین $B = ۵۹ \mu\text{T}$ ، جهت آن به طرف پایین است و با افق زاویه ۷۰° می‌سازد. یک پیچه دایره‌ای تخت افقی به شعاع ۱۳ cm شامل ۹۵ دور سیم‌پیچ و مقاومت کل ۸۵Ω است. پیچه را حول یک قطرش نیم‌دور می‌چرخانیم به طوری که مجدداً در حالت افقی قرار بگیرد. در این چرخش چه مقدار بار در پیچه جاری می‌شود؟ (راهنمایی: تمرین ۱۱ را ببینید.)

۲۲. در شکل ۳۴-۴۸ میله‌ای به طول L را نشان داده‌ایم که با سرعت ثابت v روی ریل‌های رسانای افقی به حرکت درآمده است. در این مورد میدان مغناطیسی که میله در آن حرکت می‌کند یکنواخت نیست بلکه جریان i در یک سیم دراز موازی با ریل‌ها آن را تولید کرده است. فرض کنید $v = ۴.۸۶ \text{ m/s}$ ، $a = ۱.۰۲ \text{ mm}$ ، $L = ۹.۸۳ \text{ cm}$ ، و $i = ۱۱.۰ \text{ A}$ است. (الف) نیروی محرکه الکتریکی القایی در میله را محاسبه کنید. (ب) جریان در حلقه رسانا چقدر است؟ فرض کنید مقاومت میله $۴۱۵ \text{ m}\Omega$ و مقاومت ریل‌ها ناچیز است. (ج) انرژی داخلی با چه آهنگی در میله افزایش می‌یابد؟ (د) برای تداوم حرکت میله، عامل خارجی باید چه نیرویی به آن وارد کند؟ (ه) این عامل خارجی با چه آهنگی روی میله کار انجام می‌دهد؟ این پاسخ را با پاسخ قسمت (ج) مقایسه کنید.

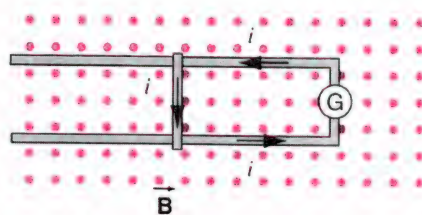
زاویه‌ای ثابت ۱۰° دور در دقیقه می‌چرخد؛ در این فرایند زاویه بین عمود بر سطح حلقه و جهت میدان (مساوی ۳۰°) تغییر نمی‌کند. چه نیروی محرکه الکتریکی در حلقه پدید می‌آید؟

۱۶. شکل ۳۴-۴۶ میله رسانایی به طول L را نشان می‌دهد که روی ریل‌های افقی، بدون اصطکاک یک رسانا با سرعت ثابت \vec{v} کشیده می‌شود. در ناحیه‌ای که میله در آن حرکت می‌کند میدان مغناطیسی قائم یکنواخت \vec{B} برقرار است. فرض کنید $L = ۱.۰۸ \text{ cm}$ ، $v = ۴.۸۶ \text{ m/s}$ ، و $B = ۱.۱۸ \text{ T}$ است. (الف) نیروی محرکه الکتریکی القایی در میله را معین کنید. (ب) جریان القایی در حلقه رسانا را محاسبه کنید. فرض کنید مقاومت میله برابر $۴۱۵ \text{ m}\Omega$ و مقاومت ریل‌ها ناچیز باشد. (ج) انرژی داخلی میله با چه آهنگی افزایش می‌یابد؟ (د) نیرویی را مشخص کنید که برای حفظ حرکت میله، باید یک عامل خارجی به آن وارد کند. (ه) این نیرو با چه آهنگی روی میله کار انجام می‌دهد؟ این پاسخ را با پاسخ قسمت (ج) مقایسه کنید.



شکل ۳۴-۴۶ تمرین ۱۶.

۱۷. در شکل ۳۴-۴۷، میله رسانایی به جرم m و طول L بدون اصطکاک روی دو ریل افقی می‌لغزد. در ناحیه‌ای که میله می‌تواند حرکت کند میدان مغناطیسی یکنواخت قائم B برقرار است. مولد G جریان i را در مدار برقرار می‌کند که از یک ریل، میله رسانا، و ریل دیگر می‌گذرد و به مولد باز می‌گردد. دانشجویی از این مولد مراقبت می‌کند و به طور پیوسته آن را تنظیم می‌کند به طوری که صرف‌نظر از اینکه بار مدار چقدر است، جریان همواره ثابت است. با فرض اینکه میله در $t = 0$ ساکن باشد، سرعت آن را برحسب زمان به دست آورید.



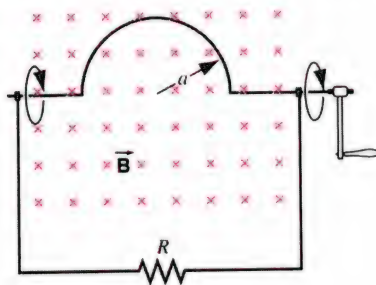
شکل ۳۴-۴۷ تمرین ۱۷ و ۱۸.

مغناطیسی \vec{B} به طرف خارج از صفحه شکل برقرار است. (الف) نیروی محرکه الکتریکی القایی را برحسب زمان مشخص کنید. (ب) اگر داشته باشیم $\theta = 11^\circ$ ، $B = 352 \text{ mT}$ ، و $v = 521 \text{ m/s}$ ، چه موقع نیروی محرکه الکتریکی القایی برابر 5687 V می شود؟

۵-۳۴ مولدها و موتورها

۲۵. آرمیچر یک موتور شامل ۹۷ دور سیم است. سطح مقطع این آرمیچر 190 cm^2 است و در میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 33 T می چرخد. به این موتور اختلاف پتانسیل 24 V اعمال شده است. اگر هیچ باری به آن متصل نباشد و اصطکاک را هم نادیده بگیریم، سرعت چرخش آن را در حالت تعادل معین کنید.

۲۶. قطعه سیم سفتی به صورت نیمدایره به شعاع a خم شده است و ما آن را با بسامد f در میدان مغناطیسی یکنواختی، مطابق شکل ۵۱-۳۴ می چرخانیم. (الف) بسامد و (ب) دامنه نیروی محرکه الکتریکی القایی در حلقه چقدر است؟



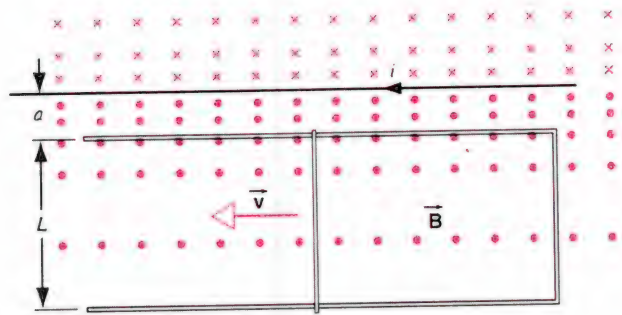
شکل ۵۱-۳۴ تمرین ۲۶

۲۷. مولدی از 10° دور سیم تشکیل شده است که به شکل مستطیل به ابعاد 50 cm در 30 cm درآمده و به طور کامل در میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت $B = 352 \text{ T}$ قرار گرفته است. اگر این قاب را با سرعت 1000° دور در دقیقه حول محوری عمود بر جهت \vec{B} بچرخانیم، بیشینه نیروی محرکه الکتریکی به دست آمده چقدر است؟

۲۸. طراحی مولدی به شما واگذار شده است، که وقتی با سرعت 60° دور بر ثانیه در میدان مغناطیسی به شدت 50 T می چرخد، نیروی محرکه الکتریکی القایی با دامنه 150 V تولید کند. (الف) اگر شما از یک حلقه تک دور استفاده کنید، به چه مساحتی نیاز خواهید داشت؟ (ب) اگر یک پیچ شامل 10° دور را مورد استفاده قرار دهید، به چه مساحتی نیاز دارید؟

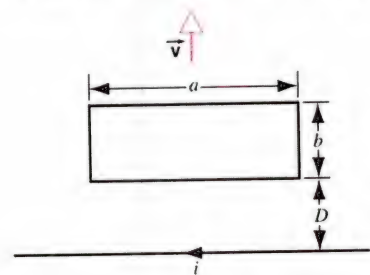
۶-۳۴ میدانهای الکتریکی القایی

۲۹. در شکل ۵۲-۳۴ دو ناحیه دایره ای R_1 و R_2 را به ترتیب با



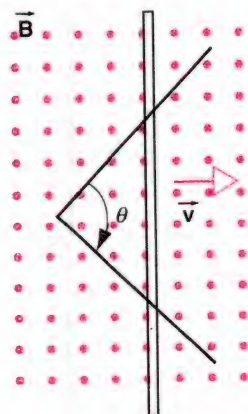
شکل ۴۸-۳۴ تمرین ۲۲

۲۲. یک حلقه سیم مستطیل شکل به طول a ، عرض b ، و مقاومت R ، مطابق شکل ۴۹-۳۴، در نزدیکی یک رشته سیم بینهایت بلند، حامل جریان i قرار دارد. فاصله رشته سیم از حلقه برابر D است. (الف) اندازه شار مغناطیسی که از حلقه می گذرد و (ب) جریان تولید شده در حلقه را وقتی که با سرعت v از حلقه دور می شود، معین کنید.



شکل ۴۹-۳۴ تمرین ۲۳

۲۴. دو ریل مستقیم رسانا را از یک انتها به هم وصل می کنیم، به طوری که با هم زاویه θ تشکیل دهند. یک میله رسانا با این دو ریل در تماس است و مثلث متساوی الساقینی را به وجود می آورد. این میله در لحظه $t = 0^\circ$ از رأس مثلث شروع به حرکت می کند و با سرعت ثابت \vec{v} ، مطابق شکل ۵۰-۳۴، به طرف راست حرکت می کند. میدان



شکل ۵۰-۳۴ تمرین ۲۴

موجود در فراسوی R تا زمانی که تقارن محوری، حول محور قائم بر سطحی که از b می‌گذرد برقرار باشد، تأثیری در پاسخ شما نخواهد داشت.

۳۲. در اوایل سال ۱۹۸۱ میلادی، آزمایشگاه ملی مغناطیس فرانسیس بیتر در M.I.T. کار با یک آهنربای استوانه‌ای به قطر 3.3 cm را آغاز کرد که میدانی به شدت 3 T تولید می‌کرد. این میدان در آن زمان قوی‌ترین میدان حالت پایای جهان بود. این میدان را می‌توان به‌طور سینوسی با بسامد 15 هرتز بین 29.6 T و 30 T تغییر داد. در این عمل، بیشینه مقدار میدان الکتریکی القایی در فاصله شعاعی 1.6 cm از محور چقدر است؟ این آهنربا در شماره اوت سال ۱۹۸۴ مجله فیزیکس تودی* توصیف شده است.

۷-۳۴ القایش و حرکت نسبی

۳۳. (الف) زاویه θ را در شکل ۱۹-۳۴ برآورد کنید. به خاطر داشته باشید که معمولاً $v_d = 4 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ است. فرض کنید $v = 15 \text{ cm/s}$ است. (ب) بدیهی است که θ زاویه کوچکی خواهد بود. با این وصف، آیا برای اعتبار استدلالی که در رابطه با این شکل ارائه شد، باید داشته باشیم $\theta \neq 0$ ؟

مسئله‌ها

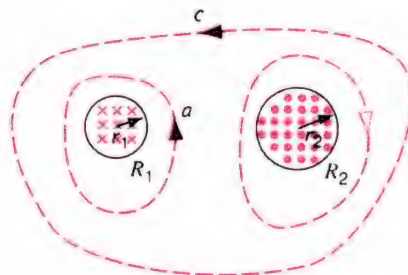
۱. اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} با آهنگ ثابت dB/dt تغییر می‌کند. مقداری مس به جرم m در اختیار دارید که آن را به صورت سیمی به شعاع r در می‌آورید و سپس با آن حلقه‌ای به شعاع R می‌سازید. نشان دهید که جریان القایی در حلقه به ابعاد سیم و حلقه بستگی ندارد و اگر فرض کنیم \vec{B} عمود بر سطح حلقه باشد، این جریان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$i = \frac{m}{4\pi\rho\delta} \frac{dB}{dt}$$

که در آن ρ مقاومت ویژه و σ چگالی مس است.

۲. یک حلقه بسته سیمی، متشکل از دو نیم‌دایره کاملاً یکسان به شعاع 3.7 cm است، که در دو صفحه عمود برهم قرار گرفته‌اند. این حلقه را با تا کردن یک حلقه دایره‌ای در امتداد یکی از قطرهاش طوری درست کرده‌ایم که دو نیمه آن برهم عمود شوند. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به شدت 76 mT عمود بر قطری است که تاشدگی در امتداد آن صورت گرفته است و، مطابق شکل ۵۴-۳۴، با صفحه‌های

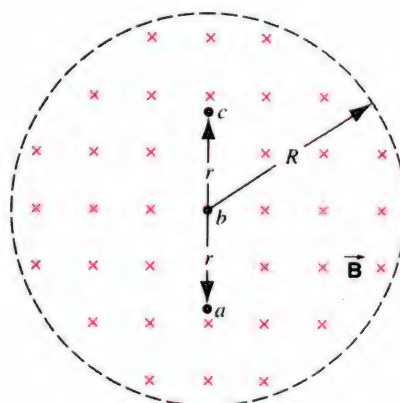
شعاعهای $r_1 = 21.2\text{ cm}$ و $r_2 = 32.3\text{ cm}$ نشان داده‌ایم. در ناحیه R_1 میدان مغناطیسی یکنواخت $B_1 = 48.6\text{ mT}$ به طرف داخل صفحه شکل و در ناحیه R_2 میدان مغناطیسی یکنواخت $B_2 = 77.2\text{ mT}$ به طرف خارج از صفحه شکل وجود دارد (کلیه آثار لبه‌ای این میدانها را نادیده می‌گیریم). هر دو میدان با آهنگ 8.5 mT/s کاهش می‌یابند. انتگرال $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ را برای هریک از سه مسیر نشان داده‌شده در شکل محاسبه کنید.



شکل ۵۲-۳۴ تمرین ۲۹.

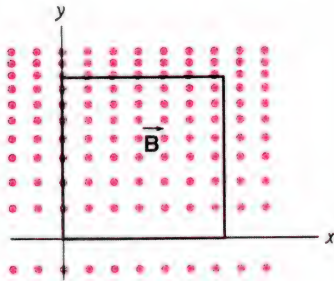
۳۰. قطریک سیمولوله بلند 12.6 cm است. اگر جریان i از سیم پیچهای آن بگذرد، میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 28.6\text{ mT}$ در داخل سیمولوله به وجود می‌آید. با کاهش i ، میدان را با آهنگ 6.51 mT/s کاهش می‌دهیم. اندازه میدان الکتریکی القایی را در (الف) 2.2 cm و (ب) 8.2 cm از محور سیمولوله محاسبه کنید.

۳۱. در شکل ۵۳-۳۴ میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} را نشان داده‌ایم که به فضای استوانه‌ای به شعاع R محدود است. اندازه \vec{B} با آهنگ ثابت 10.7 mT/s کاهش می‌یابد. شتاب لحظه‌ای (اندازه و جهت) الکترونی که در هریک از نقطه‌های a ، b و c قرار دارد چقدر است؟ در این محاسبه‌ها فرض کنید $r = 4.82\text{ cm}$ باشد. (آثار لبه‌ای میدان



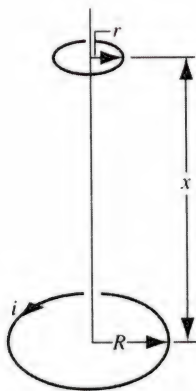
شکل ۵۳-۳۴ تمرین ۳۱.

به دست می‌آید. مقدار نیروی محرکه الکتریکی در مربع را در لحظه $t = ۲۵$ s معین کنید و جهت آن را بیابید.



شکل ۵۶-۳۴ مسئله ۵.

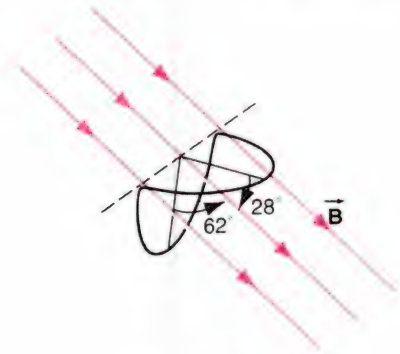
۶. در شکل ۵۷-۳۴ دو حلقه سیم موازی را که محور مشترک دارند نشان داده‌ایم. حلقه کوچکتر (به شعاع r) در بالای حلقه بزرگتر (به شعاع R)، در فاصله $x \gg R$ قرار گرفته است. در نتیجه میدان مغناطیسی ناشی از جریان i در حلقه بزرگتر، تقریباً در همه جای حلقه کوچکتر ثابت و مقدار آن با مقدار میدان روی محور برابر است. فرض کنید فاصله x با آهنگ ثابت $dx/dt = v$ افزایش پیدا می‌کند. (الف) شار مغناطیسی گذرنده از سطح محصور توسط حلقه کوچکتر را برحسب x تعیین کنید. (ب) نیروی محرکه الکتریکی ایجاد شده در حلقه کوچکتر را محاسبه کنید. (ج) جهت جریان القایی در حلقه کوچکتر را معین کنید.



شکل ۵۷-۳۴ مسئله ۶.

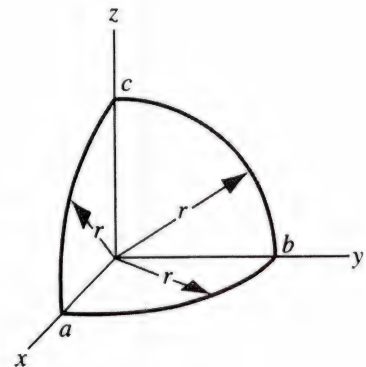
۷. شعاع حلقه دایره‌ای که از ماده کشسان رسانای کشیده شده‌ای ساخته شده ۱۲۳ m است. این حلقه را طوری قرار می‌دهیم که صفحه آن بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۷۸۵ mT عمود باشد. وقتی این حلقه رها می‌شود، شعاعش با آهنگ لحظه‌ای ۷۵۰ cm/s کاهش پیدا می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی القایی در حلقه را در آن لحظه محاسبه کنید.

نیمدایره‌ها زاویه‌های ۶۲° و ۲۸° می‌سازد. این میدان مغناطیسی را در بازه ۴۵ ms با آهنگ ثابت به صفر کاهش می‌دهیم. نیروی محرکه الکتریکی القایی را معین کنید.



شکل ۵۴-۳۴ مسئله ۲.

۳. قطعه سیمی را به سه بخش دایره‌ای به شعاع $r = ۱۰.۴$ cm مطابق شکل ۵۵-۳۴، خم کرده‌ایم. هر بخش از این سیم یک چهارم دایره است، که بخش ab در صفحه xy قرار می‌گیرد، بخش bc در صفحه yz ، و بخش ca در صفحه zx . (الف) اگر میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} در جهت مثبت x وجود داشته باشد و با آهنگ ثابت ۳۳۲ mT/s افزایش یابد، نیروی محرکه الکتریکی تولید شده در سیم را پیدا کنید. (ب) جهت جریان در شاخه bc کدام است؟



شکل ۵۵-۳۴ مسئله ۳.

۴. یک رشته سیم رسانا با طول ثابت L را می‌توان به صورت N حلقه دایره‌ای پیچید و به عنوان آرمیچر مولد مورد استفاده قرار داد. برای دستیابی به بیشترین مقدار نیروی محرکه الکتریکی، تعداد دور N را چقدر اختیار می‌کنید؟

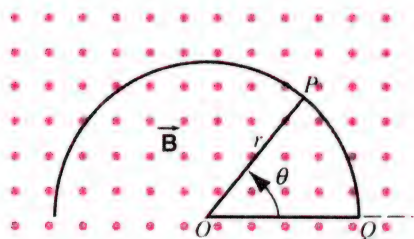
۵. طول هر ضلع مربع در شکل ۵۶-۳۴ برابر ۲۰ cm است. در این ناحیه یک میدان مغناطیسی وجود دارد که جهت آن به طرف خارج از صفحه شکل است و اندازه آن از رابطه $B = (۴ \text{ T/m} \cdot \text{s}^2)t^2 y$ را

نشان دهید که اندازه سرعت حد حالت پایای میله برابر است با

$$v = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 L^2 \cos^2 \theta}$$

(ب) نشان دهید که آهنگ افزایش انرژی داخلی میله برابر است با آهنگ کاهش انرژی پتانسیل گرانشی آن. (ج) وضعیتی را بررسی کنید که در آن جهت \vec{B} به طرف پایین است و نه بالا.

۱۰. رشته سیمی با سطح مقطع 1.2 mm^2 و مقاومت ویژه $10^{-8} \text{ m} \times 1.7$ را مطابق شکل ۳۴-۶۰ خم می‌کنیم و به صورت کمانی از دایره‌ای به شعاع $r = 24 \text{ cm}$ درمی‌آوریم. یک قطعه مستقیم دیگر از همین سیم، OP ، می‌تواند آزادانه حول نقطه O بچرخد و در نقطه P با کمان، یک اتصال لغزان برقرار کند. سرانجام قطعه مستقیم سومی از همین سیم، OQ ، مدار را کامل می‌کند. این مجموعه در یک میدان مغناطیسی به شدت $B = 15 \text{ T}$ قرار دارد که جهت آن به طرف خارج از صفحه شکل است. رشته سیم مستقیم OP از حال سکون از $B = 0$ با شتاب اولیه ثابت 12 rad/s^2 شروع به حرکت می‌کند. (الف) مقاومت حلقه $OPQO$ را برحسب θ تعیین کنید. (ب) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه را برحسب θ به دست آورید. (ج) به ازای چه زاویه θ جریان القایی در حلقه بیشینه است؟ (د) بیشینه جریان القایی در حلقه چقدر است؟



شکل ۳۴-۶۰ مسئله ۱۰.

۱۱. ترمز الکترومغناطیسی "جریان گردابی" از یک قرص با رسانش σ و ضخامت t تشکیل شده است که حول محوری که از مرکزش می‌گذرد می‌چرخد و میدان مغناطیسی \vec{B} عمود بر صفحه قرص بر ناحیه کوچکی به مساحت a^2 اعمال می‌شود (شکل ۳۴-۶۱ را

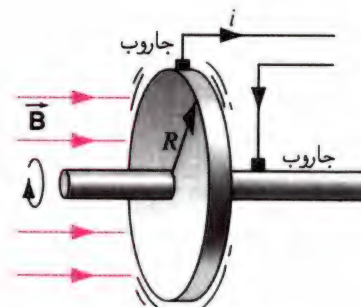


شکل ۳۴-۶۱ مسئله ۱۱.

۸. در شکل ۳۴-۵۸ یک "مولد هم قطب" را نشان داده‌ایم که چرخانه آن یک قرص توپر رساناست. این ماشین می‌تواند نیروی محرکه الکتریکی بیشتری را نسبت به چرخانه‌های متشکل از حلقه‌های سیمی تولید کند، زیرا می‌تواند، قبل از اینکه نیروهای مرکز گریز باعث گسیختگی آن بشوند، با سرعت زاویه‌ای خیلی زیادی بچرخد. (الف) نشان دهید که نیروی محرکه الکتریکی تولیدشده به وسیله این مولد از رابطه زیر به دست می‌آید

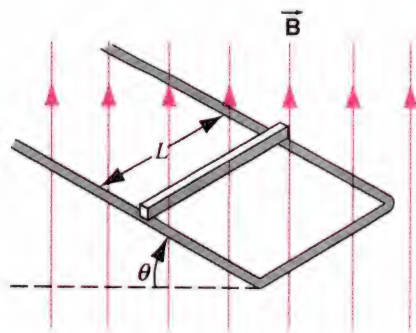
$$\mathcal{E} = \pi f B R^2$$

که در این رابطه، f بسامد چرخش، R شعاع چرخانه، و B میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر سطح چرخانه است. (ب) وقتی جریان خروجی برابر i است، گشتاور نیرویی را که باید موتور گرداننده چرخانه اعمال کند، به دست آورید.

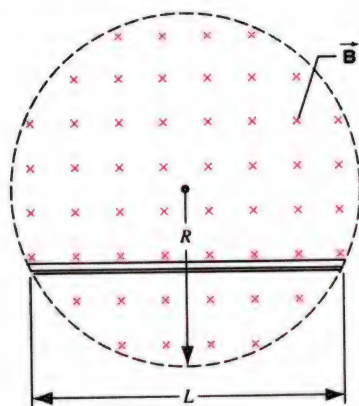


شکل ۳۴-۵۸ مسئله ۸.

۹. میله‌ای به طول L ، جرم m ، و مقاومت R بدون اصطکاک روی دو ریل موازی شیبدار رسانا با مقاومت ناچیز، مطابق شکل ۳۴-۵۹، به پایین می‌لغزد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد دو ریل در قسمت پایین به هم متصل شده‌اند و همراه با میله، به عنوان عضو بالایی، حلقه رسانایی را به وجود می‌آورند. صفحه ریلها با افق زاویه θ می‌سازد و در آن ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت قائم \vec{B} برقرار است. (الف)



شکل ۳۴-۵۹ مسئله ۹.



شکل ۶۳-۳۴ مسئله ۱۴.

۱۵. در بتاترونی شعاع مدار الکترون ۳۲ cm است و میدان مغناطیسی در محل مدار از رابطه $B_{\text{مدار}} = (۰.۲۸ \text{ T}) \sin(۱۲۰\pi \text{ s}^{-1})t$ به دست می آید. در بتاترون، مقدار میانگین میدانی که مدار الکترون در برمی گیرد، B ، دوبرابر مقدار میدان در محل مدار الکترون، یعنی مدار B است. (الف) میدان الکتریکی القایی را که در لحظه $t = ۰$ بر الکترونها اعمال می شود محاسبه کنید. (ب) شتاب الکترونها را در این لحظه تعیین کنید. آثار نسبیتی را نادیده بگیرید.

مسئله کامپیوتری

۱. نتیجه چندین اندازه گیری از بیشینه میدان مغناطیسی بر حسب شعاع در بتاترون به شرح زیر است:

$r(\text{cm})$	B (تسلا)	$r(\text{cm})$	B (تسلا)
۰	۰.۹۵۰	۸۱.۲	۰.۴۰۹
۱۰.۲	۰.۹۵۰	۸۳.۷	۰.۴۰۰
۶۸.۲	۰.۹۵۰	۸۸.۹	۰.۳۸۱
۷۳.۲	۰.۵۲۸	۹۱.۴	۰.۳۷۲
۷۵.۲	۰.۴۵۱	۹۳.۵	۰.۳۶۰
۷۷.۳	۰.۴۲۸	۹۵.۵	۰.۳۴۰

با تحلیل نموداری نشان دهید که شرط لازم برای کار بتاترون، که در مسئله ۱۵ به آن اشاره شد، یعنی مدار $B = ۲B_{\text{مدار}}$ ، در مداری به شعاع $R = ۸۴ \text{ cm}$ برقرار است. (راهنمایی: توجه کنید که

$$B_{\text{میانگین}} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R B(r) 2\pi r dr$$

و این انتگرال را به صورت عددی محاسبه کنید.)

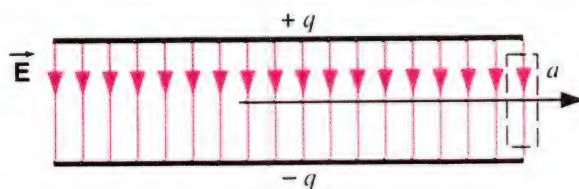
ببینید). اگر مساحت a^2 در فاصله r از محور قرار داشته باشد، یک رابطه تقریبی برای گشتاور نیرویی به دست آورید که حرکت قرص را در لحظه ای که سرعت زاویه ای آن برابر با ω است بخواهد کند سازد.

۱۲. یک قطعه سیم ابرسانا به صورت حلقه ای به شعاع R درآمده است که در آغاز حامل هیچ جریانی نیست. آهنربایی در امتداد محور این حلقه حرکت می کند، و شار گذرنده از حلقه به مقدار $\Delta\Phi_B$ تغییر می کند. نشان دهید که جریان در حلقه با عبارت زیر مشخص می شود:

$$i = \frac{ne^2 a^2}{2Rm_e} \Delta\Phi_B$$

که در اینجا $R \ll a$ شعاع سیم است، n چگالی الکتروهای رسانش، و e و m_e به ترتیب، بار الکتریکی و جرم الکترون اند.

۱۳. ثابت کنید که میدان الکتریکی \vec{E} در خازن باردار با صفحات موازی، وقتی در راستای عمود بر میدان و در امتداد مسیر نشان داده شده با پیکان شکل ۶۲-۳۴ حرکت کنیم، نمی تواند ناگهان به صفر فروافتد (نقطه a را ببینید). در خازنهای واقعی آثار لبه ای خطهای نیرو همواره وجود دارد، یعنی میدان \vec{E} به طور پیوسته و به تدریج به صفر نزدیک می شود؛ این نتیجه را با مسئله ۱۱ فصل ۳۳ مقایسه کنید. (راهنمایی: قانون فاراده را برای مسیر مستطیل شکل نشان داده شده با خط چین به کار بگیرید.)



شکل ۶۲-۳۴ مسئله ۱۳.

۱۴. میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} فضای داخل استوانه ای به شعاع R را پر می کند. میله ای فلزی به طول L را مطابق شکل ۶۳-۳۴ در داخل این میدان قرار داده ایم. اگر B با آهنگ dB/dt تغییر کند، نشان دهید که نیروی محرکه الکتریکی که به وسیله میدان مغناطیسی متغیر تولید می شود و بین دو سر میله اثر می کند از رابطه زیر به دست می آید:

$$\mathcal{E} = \frac{dB}{dt} \frac{L}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

خواص مغناطیسی ماده

مواد مغناطیسی در زندگی روزمره ما هر روز نقش مهم‌تری ایفا می‌کنند. موادی چون آهن، که ممکن است در دماهای معمولی آهنرباهای دائمی باشند، معمولاً در موتورهای الکتریکی و نیز برخی از انواع بلندگوها به‌کار می‌روند. برخی مواد دیگر را می‌توان به راحتی "مغناطیده" و "وامغناطیده" کرد؛ این مواد، کاربردهای بسیار گسترده‌ای در ذخیره اطلاعات در کاربردهایی نظیر نوارهای ضبط مغناطیسی (نوارهای ضبط صوت و ویدئو)، دیسکهای کامپیوتری و کارتهای اعتباری (بانکی و تلفنی) یافته‌اند. با این همه، مواد دیگری وجود دارند که شبیه مواد دی‌الکتریک‌اند، به این معنی که در پاسخ به میدان مغناطیسی خارجی، دارای میدان مغناطیسی القایی می‌شوند؛ با حذف میدان خارجی این میدان القایی از بین می‌رود.

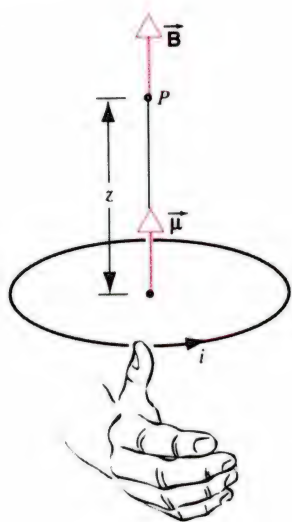
در این فصل ساختار داخلی مواد را بررسی می‌کنیم که پدیدآورنده خواص مغناطیسی ماده هستند. نشان خواهیم داد که می‌توان رفتار مواد مغناطیسی مختلف را برحسب گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتمهای منفرد درک کرد. شناخت دقیق خواص مغناطیسی به روشهای مکانیک کوانتومی نیاز دارد که فراتر از سطح این کتاب است، ولی بر پایه اصول مورد بحث در این فصل می‌توان شناختی کیفی از موضوع به‌دست آورد. سرانجام، صورت مغناطیسی قانون گاوس را بررسی می‌کنیم، که نبود ظاهری قطبهای مغناطیسی منزوی را توجیه می‌کند.

۱-۳۵ دوقطبی مغناطیسی

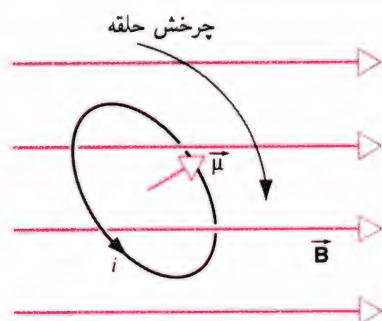
تک‌بار منزوی، کمیت بنیادی میدانهای الکتریکی ایستاست. بارهای منفرد میدان الکتریکی ایجاد می‌کنند، و میدان الکتریکی برقرارشده به‌وسیله یک دسته از بارها، به‌نوبه خود، می‌تواند در رفتار سایر بارها تأثیر بگذارد. بر پایه این برهم‌کنش بنیادی بین بارهای الکتریکی، می‌توانیم بسیاری از پدیده‌های متداول را توضیح دهیم: نیرویی که هسته بر الکترونها وارد می‌آورد، که اتم را به‌صورت یکپارچه نگه می‌دارد؛ نیرویی که به‌وسیله یک اتم در مولکولهای یونی یا جامدات بر اتم دیگر وارد می‌شود؛ نیروهای کشسانی یا اصطکاک؛ و الی آخر....

در برخی از مولکولهای خنثی از لحاظ الکتریکی، سودمند است که برهم‌کنش بنیادی را برهم‌کنش بین دوقطبیها (که آنها را می‌توان بعداً به برهم‌کنش بین دو بار نقطه‌ای تحلیل کرد) در نظر بگیریم. دیدیم که چگونه دوقطبی می‌تواند میدان الکتریکی به‌وجود آورد (بخش ۲۶-۳) و نیز دیدیم که چگونه دوقطبی تحت تأثیر میدانهای الکتریکی دیگر قرار می‌گیرد (بخش ۲۶-۷).

در مورد میدانهای مغناطیسی پایا، کمیت بنیادی بارهای الکتریکی متحرک در عنصر جریان هستند، که می‌توانند میدان مغناطیسی ایجاد کنند و نیز می‌توانند تحت تأثیر میدان مغناطیسی ناشی از سایر عنصرهای



شکل ۱-۳۵ گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه جریان و میدان مغناطیسی در نقطه P روی محور حلقه و در فاصله z از آن.



شکل ۲-۳۵ در میدان مغناطیسی خارجی، گشتاور دوقطبی مغناطیسی متحمل گشتاوری می‌شود، که $\vec{\mu}$ را می‌چرخاند تا آن را با \vec{B} همسوکند.

معادله (۲-۳۵) را به صورت معادله برداری بنویسیم:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{\mu}}{2\pi z^3} \quad (۴-۳۵)$$

توجه کنید که همان‌طور که در شکل ۱-۳۵ نشان می‌دهد، بردارهای \vec{B} و $\vec{\mu}$ هم‌جهت هستند. میدان مغناطیسی \vec{B} توسط گشتاور مغناطیسی $\vec{\mu}$ به وجود آمده است.

حالا می‌خواهیم اثر میدان مغناطیسی را روی دوقطبی مغناطیسی بررسی کنیم. در شکل ۲-۳۵، یک حلقه جریان را در میدان مغناطیسی \vec{B} نشان داده‌ایم. (میدانی است که توسط عاملی که در شکل نشان داده نشده، شاید سیملوله‌ای بزرگ، به وجود آمده است.) در بخش ۶-۳۲ مسئله مشابهی را مورد توجه قرار دادیم (شکل ۲۶-۳۲ را ببینید) و نتیجه گرفتیم که در میدان یکنواخت حلقه جریان تحت تأثیر هیچ نیروی خالصی قرار نمی‌گیرد، ولی گشتاور نیروی خالصی

جریان قرار گیرند. با این همه، در تلاش برای ارائه توضیح در مورد خواص مغناطیسی مواد، این ارائه توضیح برحسب عنصرهای جریان به اندازه تشریح برحسب دوقطبی مغناطیسی مناسب نیستند. سرانجام، دوقطبی مغناطیسی را می‌توان چنین تصور کرد که از بارهای متحرک به وجود آمده است، درست همان‌طور که دوقطبی الکتریکی را می‌توان چنین پنداشت که از بارهای ساکن ایجاد شده است. گرچه، وقتی خواص مغناطیسی مواد را مورد بحث قرار می‌دهیم، اگر مواد را به صورت مجموعه‌ای از اتمها با گشتاورهای دوقطبی منفرد در نظر بگیریم، بصیرت عمیق‌تری نسبت به موضوع پیدا می‌کنیم. برای شروع، میدان مغناطیسی ناشی از حلقه جریان دایره‌ای (بخش ۲-۳۳) را در نقطه‌ای روی محور z در نظر می‌گیریم:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (۱-۳۵)$$

اگر در فاصله خیلی زیادی از حلقه قرار داشته باشیم ($z \gg R$)، معادله بالا به صورت زیر در می‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3} = \frac{\mu_0 i \pi R^2}{2\pi z^3} \quad (۲-۳۵)$$

کمیت $i\pi R^2$ در معادله (۲-۳۵) را می‌توان به صورت iA نوشت، که در آن $A = \pi R^2$ مساحت حلقه دایره‌ای است. این کمیت را به صورت اندازه گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ حلقه تعریف می‌کنیم:

$$\mu = iA \quad (۳-۳۵)$$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه جریان عبارت است از حاصلضرب جریان در مساحت حلقه. گرچه، معادله (۳-۳۵) را برای حلقه دایره‌ای به دست آوردیم، این نتیجه برای هر حلقه‌ای با هر شکلی معتبر است. اگر حلقه شامل N دور باشد، در آن صورت $\mu = NiA$ است. معادله (۳-۳۵) حاکی از آن است که یکای μ برابر $A \cdot m^2$ (آمپر-مترمربع) است. بعداً در همین بخش خواهیم دید که یکای معادل آن J/T (ژول بر تسلا) است.

مانند گشتاور دوقطبی الکتریکی، گشتاور دوقطبی مغناطیسی کمیت برداری است. جهت بردار $\vec{\mu}$ عمود است بر صفحه حلقه جریان، که با استفاده از قاعده دست راست مشخص می‌شود، اگر انگشتان دست راست در جهت جریان قرار بگیرند، آنگاه شست دست راست نشان‌دهنده جهت $\vec{\mu}$ است (شکل ۱-۳۵). با این تعریف، می‌توانیم

جدول ۱-۳۵ مقادارهای برگزیده‌ای از گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی

سیستم	$\mu(J/T)$
هسته اتم نیتروژن	2.04×10^{-28}
پروتون	1.41×10^{-26}
نوترون	9.65×10^{-27}
الکترون	9.28×10^{-24}
اتم نیتروژن	2.8×10^{-23}
پیچه کوچک نوعی الف	5.4×10^{-6}
آهنربای میله‌ای کوچک	۵
پیچه ابررسانا	۴۰۰
زمین	8.0×10^{22}

(الف) به عنوان نمونه، پیچه مسئله نمونه ۱-۳۵.

دارند، در حالت کلی پاستار نیست و بنابراین در حالت کلی نمی‌توان آن را با انرژی پتانسیل نمایش داد. در این حالت خاص، که گشتاور نیروی وارد بر دوقطبی به موقعیت مکانی آن نسبت به میدان وابسته است، این امکان وجود دارد که برای سیستمی متشکل از دوقطبی در میدان انرژی پتانسیلی تعریف کنیم. توجه کنید که در اینجا انرژی پتانسیل ویژگی میدان به تنهایی نیست، بلکه ویژگی دوقطبی در میدان است. در حالت کلی، نمی‌توانیم کمیت اسکالر "انرژی پتانسیل مغناطیسی" بار نقطه‌ای یا "پتانسیل مغناطیسی" خود میدان بنویسیم، درست مانند کاری که در مورد میدانهای الکتریکی در فصل ۲۸ انجام دادیم.

تعداد زیادی از سیستمهای فیزیکی دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی هستند: مانند زمین، آهنربای میله‌ای، حلقه‌های جریان، اتمها، هسته‌ها، و ذرات بنیادی. در جدول ۱-۳۵ برخی از مقادارهای نوعی را ارائه داده‌ایم.

توجه کنید که معادله (۶-۳۵) حاکی از آن است که یکای μ عبارت است از انرژی تقسیم بر شدت میدان مغناطیسی یا J/T. معادله (۳-۳۵) حاکی از آن است که این یکا برابر است با جریان ضرب در مساحت، یا $A \cdot m^2$. می‌توانیم نشان دهیم که این دو یکا هم‌ارز و معادل هستند و انتخاب هر یک از آنها برحسب تناسب انجام می‌شود. همان‌طور که در مثالهای ارائه شده در جدول ۱-۳۵ در ارتباط با پروتون و اتم نیتروژن مشاهده می‌شود گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌ای نوعاً سه تا ۶ مرتبه بزرگتر از گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتمی است. از این مشاهدات بلافاصله چندین نتیجه‌گیری حاصل می‌شود: (۱) الکترون‌ها نمی‌توانند از اجزای تشکیل دهنده هسته

به آن وارد می‌شود که با عبارت $\vec{\tau} = iA\hat{n} \times \vec{B}$ (معادله ۳۲-۳۵) مشخص شده است، که در این عبارت \hat{n} بردار یکه عمود بر حلقه جریان است که جهت آن از قاعده دست راست مشخص می‌شود. چون جهت بردارهای $\vec{\mu}$ و \hat{n} را دقیقاً به روش یکسانی تعریف کردیم، می‌توانیم بنویسیم $\vec{\mu} = iA\hat{n}$ ، و در نتیجه معادله (۳۲-۳۵) به صورت زیر در می‌آید:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (۵-۳۵)$$

یعنی، گشتاور در جهت چرخاندن حلقه عمل می‌کند، به طوری که $\vec{\mu}$ همسوی با \vec{B} شود. شباهت میان معادله (۵-۳۵) را با نتیجه متناظر، برای گشتاوری که دوقطبی الکتریکی را در میدان الکتریکی می‌چرخاند، یعنی $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ (معادله ۲۶-۲۷) مورد توجه قرار دهید. معادله (۵-۳۵) بدون توجه به شکل حلقه جریان و یا سمتگیری آن نسبت به میدان مغناطیسی همواره معتبر است.

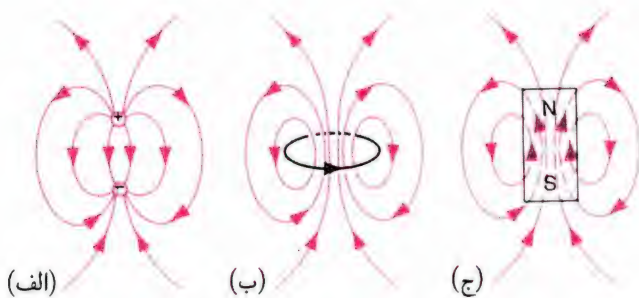
معادله‌های (۴-۳۵) و (۵-۳۵) دو منظور ما را برآورده می‌کنند: معادله (۴-۳۵) تشریح می‌کند که چگونه میدان مغناطیسی به وسیله دوقطبی مغناطیسی ایجاد می‌شود، و معادله (۵-۳۵) نشان می‌دهد که چگونه دوقطبی مغناطیسی تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرد. به یاد داشتن این دو مفهوم به ما کمک می‌کند که رفتار مغناطیسی مواد را درک کنیم.

می‌توانیم شباهت بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را با در نظر گرفتن کار انجام شده برای تغییر سمتگیری دوقطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی و برقراری ارتباط بین این کار با انرژی پتانسیل دوقطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی ادامه دهیم. انرژی پتانسیل یک دوقطبی مغناطیسی را، که گشتاور آن $\vec{\mu}$ است و با میدان \vec{B} زاویه θ می‌سازد، می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$U = -\mu B \cos \theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (۶-۳۵)$$

این معادله شبیه عبارت متناظر آن برای دوقطبی الکتریکی است، $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ (معادله ۲۶-۳۲). در معادله (۶-۳۵) وقتی $\theta = 90^\circ$ (یعنی $\vec{\mu}$ عمود بر \vec{B} است یا به صورت معادل و هم‌ارز \vec{B} موازی با صفحه حلقه است)، $U = 0$ است. U کمترین مقدارش (مساوی $-\mu B$) را وقتی اختیار می‌کند که $\vec{\mu}$ و \vec{B} موازی باشند، و بیشترین مقدارش (مساوی $+\mu B$) را وقتی اختیار می‌کند که $\vec{\mu}$ و \vec{B} پادموازی باشند.

نیروی مغناطیسی، مانند تمامی نیروهایی که به سرعت بستگی



شکل ۳-۳۵ (الف) میدان الکتریکی دوقطبی الکتریکی. (ب) میدان دوقطبی مغناطیسی حلقه جریان. (ج) میدان دوقطبی مغناطیسی آهنربای میله‌ای. خط‌چینها خطهای میدان را در داخل آهنربا نشان می‌دهند.

که در شکل ۳-۳۵ (ب) نشان داده شده است مقایسه کرد. می‌بینیم که در خارج از حلقه شباهت بسیار زیادی بین طرح خطهای میدان وجود دارد. شباهت دیگری که بین میدانهای مربوط به دوقطبیهای الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد آن است که در فاصله‌های دور از دوقطبی هر دو به صورت r^{-3} تغییر می‌کنند. اختلاف اساسی و چشمگیر بین خطهای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی آن است که میدانهای الکتریکی از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند، در حالی که خطهای میدان مغناطیسی همواره به صورت حلقه بسته در می‌آیند. در شکل ۳-۳۵ (ج) خطهای میدان یک آهنربای میله‌ای را نشان داده‌ایم. این شکل همان طرح خطهای میدان حلقه جریان را نشان می‌دهد، در نتیجه آهنربای میله‌ای را نیز می‌توانیم به عنوان دوقطبی مغناطیسی در نظر بگیریم. مناسب است که دوانتهای آهنربای میله‌ای را با قطبهای شمال (N) و جنوب (S) نشانه‌گذاری کنیم. خطهای میدان، قطب N را ترک می‌کنند و به قطب S باز می‌گردند. چنانچه سطحی به موضوع نگاه کنیم ممکن است چنین به نظر آید که قطبها مانند بارهای مثبت و منفی دوقطبی الکتریکی رفتار می‌کنند. ولی، بررسی دقیق و عمیق‌تر شکل ۳-۳۵ (ج) نشان می‌دهد که خطهای میدان از قطبها شروع و به آنها ختم نمی‌شوند، بلکه در داخل آهنربا ادامه پیدا می‌کنند، و باز هم حلقه‌های بسته‌ای تشکیل می‌دهند. قطبهای N و S مانند بارهای دوقطبی الکتریکی رفتار نمی‌کنند، و همان‌طور که در بخش ۷-۳۵ بحث خواهیم کرد، به نظر نمی‌رسد که قطبهای مغناطیسی منزوی در طبیعت وجود داشته باشند.

۲-۳۵ نیروی وارد بر دوقطبی در میدان نایکناخت

در میدان الکتریکی یکنواخت، نیروهای وارد بر دو بار الکتریکی

باشند؛ زیرا در غیر این صورت گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته‌ای باید نوعاً دارای مقداری از مرتبه بزرگی مربوط به الکترون باشد. (۲) آثار معمولی مغناطیسی مواد به وسیله خواص مغناطیسی اتمی مشخص می‌شود و نه با خواص مغناطیسی بسیار ضعیف‌تر هسته‌ای. (۳) به منظور وارد آوردن گشتاور نیروی خاص برای همسوکردن دوقطبیهای هسته‌ای، به میدانهای مغناطیسی نیاز داریم که سه تا شش مرتبه بزرگتر از میدانهای مورد نیاز برای همسویی دوقطبیهای اتمی هستند.

مسئله نمونه ۱-۳۵ (الف) یک پیچه 25° دوری مستطیل شکل به طول 2.1° cm و عرض 1.25 cm حامل جریانی به شدت $85 \mu\text{A}$ است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی این پیچه چقدر است؟ (ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی پیچه، همسو با یک میدان مغناطیسی خارجی به شدت 85 T قرار دارد. برای چرخاندن پیچه به اندازه 180° یک عامل خارجی چقدر کار باید انجام دهد؟

حل. (الف) اندازه گشتاور دوقطبی مغناطیسی پیچه، با مساحت A ،

$$\mu = N i A = (250)(85 \times 10^{-6} \text{ A})(2.52 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$$

$$= 5.36 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 5.36 \times 10^{-6} \text{ J/T}$$

(ب) کار نیروی خارجی برابر است با افزایش انرژی پتانسیل سیستم، که چنین است

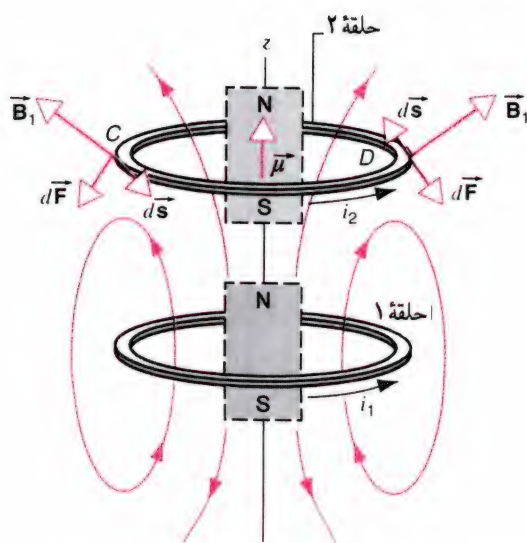
$$W = \Delta U = -\mu B \cos 180^\circ - (-\mu B \cos 0^\circ) = 2\mu B$$

$$= 2(5.36 \times 10^{-6} \text{ J/T})(85 \text{ T}) = 9.1 \times 10^{-6} \text{ J} = 9.1 \mu\text{J}$$

این کار تقریباً برابر است با کار مورد نیاز برای بالا بردن قرص آسپیرین در ارتفاع قائمی در حدود 3 mm .

میدان دوقطبی

تا اینجا میدان دوقطبی مغناطیسی (حلقه جریان) را فقط در نقطه‌های واقع بر محور آن مورد بحث و بررسی قرار دادیم. اکنون میدان کامل دوقطبی مغناطیسی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در مورد دوقطبی الکتریکی، طرح کامل خطهای میدان را در شکل ۲۶-۱۲ نشان دادیم. در شکل ۳-۳۵ (الف) چند خط میدان دوقطبی الکتریکی را نشان داده‌ایم که می‌توان آن را با خطهای میدان مربوط به یک حلقه جریان



شکل ۴-۳۵ میدان مغناطیسی \vec{B}_1 ناشی از حلقه ۱ سبب یک نیروی خالص پایین سو روی حلقه ۲ می شود.

شمال و جنوب نشان دهیم که به صورت شکل ۴-۳۵ آرایش یافته اند. ربایش حلقه ۲ به وسیله حلقه ۱ را می توان بر حسب نیروی بین قطبهای مغناطیسی توصیف کرد: قطب N آهنربایی که نشانگر حلقه جریان ۱ است قطب S آهنربای نشان دهنده حلقه ۲ را می رباید. در شکل ۴-۳۵ بین دو قطب N و دو قطب S رانشی نیز وجود دارد، ولی ربایش $N-S$ نیروی قوی تر است زیرا این قطبها به هم نزدیک ترند.

با استفاده از معادله (۶-۳۵) برای انرژی پتانسیل گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه ۲ در میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط حلقه ۱ $(U = -\vec{\mu}_2 \cdot \vec{B}_1)$ ، نتیجه می گیریم که $U = -\mu_{2z} B_{1z}$ ، زیرا گشتاور مغناطیسی حلقه ۲ فقط دارای مؤلفه z است. مؤلفه z نیروی \vec{F}_{21} که به وسیله حلقه ۱ روی حلقه ۲ اعمال می شود از طریق معادله $F_z = -dU/dz$ با انرژی پتانسیل ارتباط پیدا می کند، بنابراین

$$F_{21z} = -\frac{dU}{dz} = -\frac{d}{dz}(-\mu_{2z} B_{1z}) = \mu_{2z} \frac{dB_{1z}}{dz} \quad (۷-۳۵)$$

در شکل ۴-۳۵، چنانچه راستای z مثبت را به سمت بالا اختیار کنیم، داریم $\mu_{2z} > 0$ و $dB_{1z}/dz < 0$ (زیرا وقتی به سمت بالا می رویم مؤلفه z میدان کاهش می یابد)، و در نتیجه $F_{21z} < 0$ است. و همان طور که قبلاً مشخص کرده ایم، نیروی وارد به حلقه ۲ ناشی از حلقه ۱ پایین سو است.

ملاحظه های مشابهی نشان می دهد که نیروی وارد بر حلقه ۱ ناشی از حلقه ۲ بالاسو است، و در نتیجه دو حلقه همدیگر را می ربایند.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی القایی

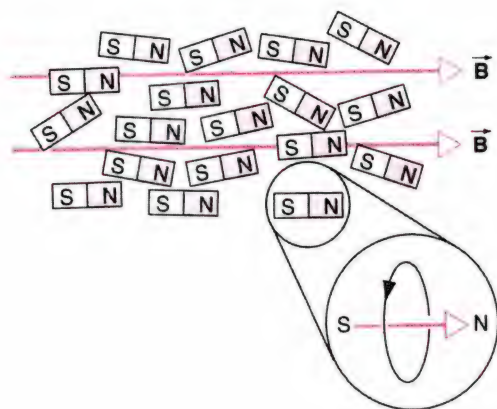
در برخی از مواد که مولکولهای آنها دارای گشتاور دوقطبی الکتریکی دائمی نیستند، همان گونه که در بخش ۶-۲۹ مطرح کردیم، اعمال میدان الکتریکی می تواند سبب القای گشتاور دوقطبی بشود، که این کار به دلیل ایجاد فاصله بین بارهای مثبت و منفی در مولکول صورت می پذیرد. پدیده مشابهی برای میدانهای مغناطیسی رخ می دهد: در موادی که گشتاور دوقطبی مغناطیسی دائمی وجود ندارد، میدان مغناطیسی خارجی می تواند در آنها گشتاور دوقطبی القا کند.

شکل ۵-۳۵ نشان می دهد که چگونه ممکن است چنین اتفاقی رخ دهد. یک حلقه دوتایی متشکل از دو تک حلقه را که حامل جریانهای یکسان در جهتهای مخالف هستند، در یک میدان نایکخواخت که ممکن است به وسیله یک آهنربای دائمی به وجود آمده باشد، در نظر بگیرید. گشتاور مغناطیسی خالص حلقه دوتایی صفر است، زیرا دو تک حلقه دارای گشتاور مغناطیسی مساوی از نظر مقدار، ولی مخالف

دوقطبی الکتریکی از نظر مقداری با هم برابر و از نظر جهت با هم مخالف اند (شکل ۱۹-۲۶). اگر میدان نایکخواخت باشد، نیروها دارای مقدارهای متفاوتی خواهند بود و در نتیجه ممکن است که یک نیروی خالص روی دوقطبی اثر کند. همین نتیجه گیری در مورد دوقطبیهای مغناطیسی صادق است: در میدان مغناطیسی یکخواخت، ممکن است که یک گشتاور نیروی خالص روی دوقطبی اثر کند، ولی هیچ نیروی خالصی بر آن وارد نمی شود. برای اینکه نیروی خالصی بر دوقطبی وارد شود، باید میدان مغناطیسی نایکخواخت باشد.

زوج حلقه جریان نشان داده شده در شکل ۴-۳۵ را در نظر بگیرید. حلقه ها بر امتداد محور مشترکی قرار می گیرند، و هر دو حلقه، اگر از بالا نگاه کنیم، حامل جریانی پادساعتگرد هستند. حلقه ۱ میدان مغناطیسی \vec{B}_1 را ایجاد می کند، که با حلقه ۲ برهم کنش می کند. (فرض می کنیم که حلقه ۲ بر اثر گشتاور نیروی ناشی از میدان حلقه ۱ چرخیده باشد تا گشتاور دوقطبی حلقه ۲ همسو با میدان حلقه ۱ شود.) در نقطه های C و D ، که نقطه های متقابل یک قطر حلقه ۲ هستند، نیروهای $d\vec{F} = i_2 d\vec{s} \times \vec{B}_1$ وارد بر عنصر $d\vec{s}$ دارای مؤلفه های شعاعی برون سو و به سمت پایین هستند. وقتی که نیروهای وارد بر تمام چنین زوج عنصرهایی را با هم جمع می کنیم، درمی یابیم که مؤلفه های شعاعی همدیگر را خنثی می کنند و مؤلفه های پایین سو با هم جمع می شوند تا یک نیروی خالص به سمت پایین را نتیجه دهند.

می توانیم این نیرو را بر حسب قطبهای مغناطیسی نیز تحلیل کنیم. هر کدام از حلقه های جریان را می توانیم با آهنربایی با قطبهای



شکل ۳۵-۶ ماده مغناطیسی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی در نظر گرفت که هر یک از آنها یک قطب شمال و یک قطب جنوب دارد. از دیدگاه میکروسکوپی، هر دوقطبی واقعاً یک حلقه جریان است که نمی‌توان آن را به قطبهای جداگانه تقسیم کرد.

رفتار می‌کند. اگر در مولکولها گسیختگی ایجاد کنیم می‌توانیم سمتهای مثبت و منفی آنها را از هم جدا کنیم.

خواص مغناطیسی مواد نیز به صورتی مشابه به گشتاور دوقطبیهای مغناطیسی اتمهای منفرد وابسته است، و می‌توانیم چنین تصور کنیم که مواد مغناطیسی از مجموعه‌ای از دوقطبیهای اتمی تشکیل یافته باشند، که ممکن است هرگاه یک میدان مغناطیسی خارجی بر آنها اثر کند با آن همسو شوند (شکل ۳۵-۶). با این همه، برعکس دوقطبی الکتریکی، نمی‌توانیم اتمها را به صورت قطبهای مغناطیسی جداگانه S و N بشکنیم. بلکه، گشتاورهای مغناطیسی را چنین در نظر می‌گیریم که حلقه جریانهای بسیار ریزی باشند، که مثلاً از چرخش الکترونها در مدارهای اتم به وجود آمده‌اند. در این بخش درباره گشتاور دوقطبی مغناطیسی مربوط به الکترون چرخان بحث می‌کنیم.

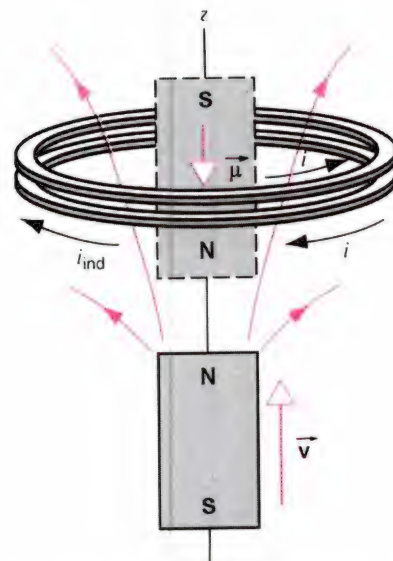
مدل ساده‌ای را برای اتم در نظر می‌گیریم که در آن الکترون در مداری دایره‌ای با شعاع r و با سرعت v گرد هسته می‌چرخد. این الکترون چرخان را می‌توانیم به صورت حلقه جریان در نظر بگیریم، که برای آن جریان عبارت است از بار الکترون تقسیم بر دوره تناوب T برای یک مدار:

$$i = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r} \quad (۸-۳۵)$$

با استفاده از معادله (۳-۳۵) می‌توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی این حلقه را به دست آورد:

$$\mu = iA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) (\pi r^2) = \frac{erv}{2} \quad (۹-۳۵)$$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی که در اینجا برای اتمها محاسبه کردیم



شکل ۳۵-۵ یک حلقه دوتایی هیچ گشتاور دوقطبی مغناطیسی دائمی ندارد، ولی وقتی یک آهنربا به حلقه دوتایی نزدیک می‌شود حلقه گشتاور دوقطبی القایی پیدا می‌کند. حلقه بر اثر نیروی وارد بر گشتاور القایی رانده می‌شود.

از نظر جهت هستند. وقتی آهنربا را به حلقه دوتایی نزدیک‌تر کنیم، شار گذرنده از حلقه‌ها افزایش می‌یابد، و سبب ایجاد جریان القایی می‌شود، که بنابر قانون لنز (وقتی از بالا به آنها نگاه کنیم) باید در جهت ساعتگرد باشد. این جریان القا شده، که به جریانهای جاری در حلقه‌ها افزوده می‌شود، در حلقه بالایی جریان خالص القایی $i - i$ و در حلقه پایینی جریان خالص القایی $i + i$ را به دست می‌دهد. حاصل نهایی این عمل، گشتاور مغناطیسی القایی پایین سو است. قطبهای N و S مغناطیس معادل را در شکل نشان داده‌ایم. از اینجا می‌توان مشاهده کرد که نیروی وارد بر حلقه دوتایی از طرف مغناطیس نیرویی رانشی (بالا سو) است. با بهره‌گیری از معادله (۷-۳۵) می‌بینیم که (باز هم جهت مثبت محور z را به سمت بالا اختیار می‌کنیم)، $\mu_z < 0$ و $dB_z/dz < 0$ به طوری که $F_z > 0$ است که متناظر با یک نیروی بالا سو و سازگار و همخوان با نتیجه‌ای است که قبلاً به آن دست یافته بودیم.

به طور خلاصه، در میدان مغناطیسی نایکخواخت، دوقطبیهای دائمی می‌چرخند تا هم‌راستا با میدان قرار گیرند و به سوی چشمه میدان جذب شوند، ولی دوقطبیهای القایی از چشمه میدان رانده می‌شوند.

۳-۳۵ مغناطیس اتمی و هسته‌ای

خواص الکتریکی کلی یک ماده دی‌الکتریک مانند آب به گشتاور دوقطبی الکتریکی مولکولهای منفرد آن وابسته است. هر مولکول دارای یک سمت مثبت و یک سمت منفی است و مانند دوقطبی الکتریکی

اتمها را در فصلهای ۴۷ و ۴۸ مطالعه خواهیم کرد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی الکترون در جدول ۱-۳۵ درج شده است. مقدار آن خیلی نزدیک به μ_B است.

گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی مداری و اسپینی الکترونها تقریباً مقدار یکسانی دارند (هر دو از مرتبه بزرگی μ_B) و از آن رو در تعیین خواص مغناطیسی اتمها هر دو حائز اهمیت اند. گشتاور مغناطیسی کل یک اتم از حاصل جمع برداری گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپینی کلیه الکترونهای آن اتم به دست می آید. در اتمی که تعداد زیادی الکترون دارد، این حاصل جمعهای برداری ممکن است بسیار پیچیده باشد. با این همه، معلوم می شود که در بعضی از اتمها گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپینی کل صفر است. موادی که از این نوع اتمها ساخته می شوند عملاً غیر مغناطیسی هستند و اثر القایی ضعیفی بروز می دهند که به آن دیامغناطیس گفته می شود (مشابه آنچه که در شکل ۵-۳۵ نشان داده ایم). در برخی دیگر از اتمها، گشتاور مغناطیسی کل مداری یا اسپینی (یا هر دو) ممکن است غیر صفر باشد، به طوری که در حضور میدان مغناطیسی خارجی اتمها همسو می شوند. به این مواد پارامغناطیس می گوئیم. آشکارترین نوع رفتار مغناطیسی ماده، فرومغناطیس است، که در این مواد، به علت برهم کنش بین اتمها، حتی پس از حذف میدان خارجی، همسویی اتمها باقی می ماند. بعداً در همین فصل، این سه نوع ماده مغناطیسی را به طور مفصل تر مطالعه خواهیم کرد.

مغناطیس هسته ای

هسته از پروتونها و نوترونها تشکیل شده است که تحت تأثیر نیروهای متقابل دارای حرکت مداری هستند. گشتاور مغناطیسی هسته شامل دو قسمت است: یک قسمت مداری، ناشی از حرکت مداری پروتونها (نوترونها، به علت خنثی بودن، گرچه ممکن است دارای تکانه زاویه ای مداری باشند، سهمی در گشتاور مغناطیسی مداری ندارند)، و یک قسمت ذاتی، ناشی از گشتاورهای مغناطیسی ذاتی پروتونها و نوترونها، که در جدول ۱-۳۵ درج شده است. (اینکه نوترون خنثی دارای گشتاور مغناطیسی ذاتی است، ممکن است شگفت آور به نظر برسد. اگر نوترون واقعاً یک ذره بنیادی بدون بار الکتریکی بود، حقیقتاً نباید گشتاور دوقطبی مغناطیسی داشته باشد. غیر صفر بودن گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوترون نشانه ای از ساختار داخلی آن است. اگر نوترون را متشکل از سه ذره باردار به نام "کوارک" در نظر بگیریم می توانیم گشتاور دوقطبی ذاتی آن را به دقت توجیه کنیم.)

هسته ها دارای گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی مداری و اسپینی

به نام گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری شناخته شده است، زیرا از حرکت مداری الکترونها حول هسته ناشی می شود.

در تحلیل خواص اتمها، مناسب است که معادله (۹-۳۵) را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\mu_l = \frac{erv}{2} = \frac{e}{2m} mvr = \frac{e}{2m} l \quad (۱۰-۳۵)$$

که در اینجا m جرم الکترون است. کمیت mvr تکانه زاویه ای l الکترونی است که در مداری دایره ای گرد هسته اتم می چرخد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری را با μ_l نشانه گذاری می کنیم که نشانگر آن است که از تکانه زاویه ای مداری l پدید آمده است. در نظریه کوانتومی اتمها، که در فصلهای ۴۷ و ۴۸ مورد بررسی قرار خواهد گرفت، تکانه زاویه ای برحسب یکاهای $h/2\pi$ اندازه گیری می شود، که در آن h ثابت پلانک است. از جانشانی این یکای بنیادی تکانه زاویه ای در معادله (۱۰-۳۵)، یک یکای اصلی برای گشتاور دوقطبی مغناطیسی که مگتون بور، μ_B نامیده می شود، به دست می آوریم:

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \frac{h}{2\pi} = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (۱۱-۳۵)$$

که مقدار عددی از جانشانی مقدارهای عددی مربوط به e ، h و m در معادله (۱۱-۳۵) به دست آمده است. گشتاورهای مغناطیسی اتمی معمولاً برحسب یکای μ_B اندازه گیری می شوند و نوعاً از نظر مقداری از مرتبه μ_B هستند، که می توانید آن را در جدول ۱-۳۵، در مورد مثال اتم نیتروژن، مشاهده کنید.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتمها را می توان با عبور دادن باریکه ای از اتمها از ناحیه ای که در آن میدان مغناطیسی نایکخواخت وجود دارد اندازه گیری کرد. همان طور که در بخش پیشین نشان دادیم، در میدان نایکخواخت، نیروی خالصی بر دوقطبی مغناطیسی وارد می آید، به طوری که اتمها از مسیر اولیه شان در عبور از ناحیه میدان منحرف می شوند. در دهه ۱۹۲۰، آزمایشهایی از این نوع نشان دادند که اتمهایی که گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری نداشتند باز هم به وسیله میدان مغناطیسی منحرف می شدند. این موضوع، حاکی از وجود سهم دیگری در گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتمها بود، که در این مورد از گشتاور دوقطبی مغناطیسی خود الکترونها حاصل می شد. این سهم را گشتاور مغناطیسی ذاتی یا "اسپین" می خوانیم. الکترونها در حالت های متفاوت حرکت، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی مداری متفاوتی دارند، ولی همه الکترونها دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی دقیقاً یکسانی هستند. اسپین ذاتی الکترون و تأثیر آن بر ساختار

میدان \vec{B} است. برای اینکه جهت گشتاور دوقطبی پروتون را برعکس کنیم، چه مقدار کار باید انجام دهیم؟

حل. انرژی برهم‌کنش دوقطبی مغناطیسی با میدان مغناطیسی از معادله (۳۵-۶)، $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ ، به دست می‌آید. وقتی $\vec{\mu}$ پادموازی با میدان باشد، مانند حالت آغازی این مسئله، انرژی اولیه U_i چنین است

$$U_i = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu B$$

زیرا زاویه بین $\vec{\mu}$ و \vec{B} برابر 180° است. وقتی که گشتاور دوقطبی مغناطیسی تغییر جهت می‌دهد (که به آن "سروته شدن اسپین" می‌گوییم)، گشتاور مغناطیسی موازی با \vec{B} می‌شود و انرژی نهایی چنین است

$$U_f = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B$$

کار خارجی انجام شده روی سیستم برابر است با تغییر انرژی سیستم، یا

$$\begin{aligned} W &= U_f - U_i = -\mu B - \mu B = -2\mu B \\ &= -2(1.41 \times 10^{-26} \text{ J/T})(1.5 \text{ T}) \\ &= -4.23 \times 10^{-26} \text{ J} = -0.26 \mu\text{eV} \end{aligned}$$

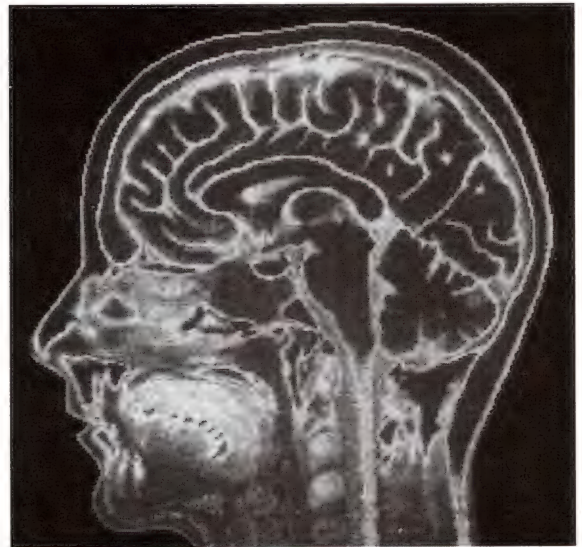
چون محیط روی سیستم کار منفی انجام می‌دهد، سیستم روی محیط کار مثبت انجام می‌دهد. ممکن است این انرژی به صورت تابش الکترومغناطیسی به محیط انتقال پیدا کند. این تابش در گستره بسامد رادیویی طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد و بسامد آن 64 MHz است که اندکی کمتر از گستره تنظیم امواج رادیویی FM است.

۳۵-۴ مغناطش

در فصل ۳ اثر پُرکردن فضای بین دو صفحه خازن را با ماده دی‌الکتریک مطالعه کردیم و دریافتیم که ورود دی‌الکتریک با ثابت نگه داشتن بار الکتریکی روی صفحات خازن، میدان الکتریکی بین صفحات را کاهش می‌دهد. یعنی، اگر \vec{E} میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن بدون دی‌الکتریک باشد، وقتی دی‌الکتریک فضای بین صفحه‌ها را پُر می‌کند، میدان الکتریکی \vec{E} از معادله (۲۹-۲۳) به دست می‌آید، که می‌توان آن را به صورت برداری زیر نوشت

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \kappa_e \quad (12-35)$$

که در آن تأثیر ماده دی‌الکتریک با ثابت دی‌الکتریک κ_e مشخص

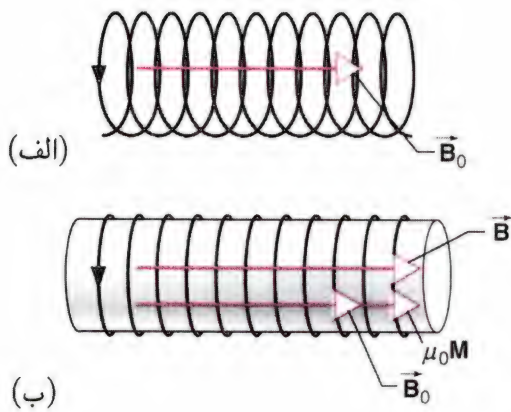


شکل ۳۵-۷ تصویر نیم‌رخ از سر انسان که با بهره‌گیری از روشهای تصویربرداری به کمک تشدید مغناطیسی (MRI) به دست آمده است. این تصویر جزئیاتی از مغز و پوست صورت را نشان می‌دهد که در تصویرهای پرتو x قابل رؤیت نیست و هیچ‌گونه مخاطره‌ای برای تندرستی بیمار ایجاد نمی‌کند.

هستند که می‌توان آنها را به صورت معادله (۳۵-۱۰) بیان کرد. ولی، باید به جای جرمی که در این معادله‌ها ظاهر می‌شود (جرم الکترون) جرم پروتون یا نوترون را گذاشت، که در حدود 180° برابر جرم الکترون است. گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی هسته‌ای نوعاً با ضریب 10^{-3} از گشتاورهای دوقطبی اتمی کوچکترند (جدول ۳۵-۱) و سهم آنها در خواص مغناطیسی ماده معمولاً قابل چشم‌پوشی است.

آثار مغناطیس هسته‌ای، در تشدید مغناطیسی هسته‌ای حائز اهمیت می‌شود، که در آن هسته در معرض تابش الکترومغناطیسی با بسامد کاملاً دقیقی قرار می‌گیرد که متناظر با بسامدی است که سبب تغییر جهت گشتاور مغناطیسی هسته‌ای می‌شود. می‌توان به وسیله میدان مغناطیسی ایستگاه‌های مغناطیسی هسته‌ای را در نمونه‌ای از ماده همسو کرد؛ جهت دوقطبیها با جذب تابش الکترومغناطیسی که برحسب زمان تغییر می‌کند، برعکس می‌شود. جذب این تابش الکترومغناطیسی را می‌توان به آسانی آشکارسازی کرد. این اثر اساس تصویربرداری به کمک تشدید مغناطیسی (MRI) را تشکیل می‌دهد، که روشی تشخیصی است و در آن می‌توان تصویر اعضای بدن را با تابشی که برای اعضای بدن بسیار کم‌خطرتر از پرتوهای x است به دست آورد (شکل ۳۵-۷).

مسئله نمونه ۳۵-۲ پروتونی در یک میدان مغناطیسی به شدت $B = 1.5 \text{ T}$ قرار دارد. گشتاور دوقطبی پروتون در آغاز پادموازی با



شکل ۸-۳۵ (الف) در سیمولۀ توخالی، جریان در سیمها میدان \vec{B}_0 را ایجاد می‌کند. (ب) وقتی سیمولۀ پر از ماده مغناطیسی می‌شود، میدان کل \vec{B} هم شامل سهم \vec{B}_0 ناشی از جریان و هم سهم $\mu_0 \vec{M}$ ناشی از ماده مغناطیسی می‌شود.

میدان اعمال‌شده در سراسر قسمت داخلی سیمولۀ یکنواخت است؛ هم \vec{B}_0 و هم \vec{M} موازی محور هستند و می‌توان نشان داد که در داخل سیمولۀ، داریم $\vec{B}_M = \mu_0 \vec{M}$. (باید این تساوی را از نظر ابعادی بررسی کنید و نشان دهید که $\mu_0 \vec{M}$ همان ابعاد \vec{B} را دارد.) بنابراین برای میدان کل می‌توان نوشت

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad (۱۵-۳۵)$$

که این موضوع در شکل ۸-۳۵ (ب) نشان داده شده است. در میدانهای ضعیف، مغناطیدگی \vec{M} با میدان اعمال‌شده \vec{B}_0 به‌صورت خطی افزایش می‌یابد و بنابراین \vec{B} باید متناسب با \vec{B}_0 باشد. در این حالت، می‌توان نوشت

$$\vec{B} = \kappa_m \vec{B}_0 \quad (۱۶-۳۵)$$

که در آن κ_m ثابت تراوایی ماده است، که آن را نسبت به تراوایی خلأ تعریف می‌کنیم، که برای آن $\kappa_m = ۱$ است. ثابت تراوایی اغلب مواد عادی (به استثنای فرومغناطیسها) خیلی نزدیک به یک است، که این موضوع را در بخش بعد بررسی خواهیم کرد. برای موادی غیر از فرومغناطیسها، ثابت تراوایی می‌تواند به خواصی مانند دما و چگالی ماده بستگی داشته باشد ولی تابع میدان \vec{B}_0 نباشد. در شرایط عادی، معادله (۱۶-۳۵) یک رابطه خطی برای میدان برآیند \vec{B} است که با افزایش میدان اعمال‌شده به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، برای مواد فرومغناطیس، می‌توان معادله (۱۶-۳۵) را معادله‌ای در نظر گرفت که κ_m را تعریف می‌کند که تابع میدان اعمال‌شده

شده است، که یک عدد محض است و مقدارش برای مواد بزرگتر از ۱ است (جدول ۲۹-۲ را ببینید).

اکنون فرض کنید که محیط مغناطیسی از اتمهایی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}_n$ تشکیل شده است. این دوقطبیها در حالت کلی در جهتهای متفاوتی در فضا قرار گرفته‌اند. فرض کنید می‌خواهیم گشتاور دوقطبی خالص $\vec{\mu}$ مربوط به حجم V از ماده را با انجام جمع برداری تمام گشتاورهای دوقطبیهای موجود در آن حجم محاسبه کنیم: $\vec{\mu} = \sum \vec{\mu}_n$. در نتیجه مغناطیدگی \vec{M} محیط را به‌صورت گشتاور دوقطبی خالص به‌ازای واحد حجم تعریف می‌کنیم، یا

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{V} = \frac{\sum \vec{\mu}_n}{V} \quad (۱۳-۳۵)$$

برای اینکه مغناطیدگی را به‌صورت یک کمیت میکروسکوپی در نظر بگیریم، باید معادله (۱۳-۳۵) را به‌صورت حدی که در آن حجم به صفر میل می‌کند، بنویسیم. این عمل امکان اینکه بتوان ماده را با مغناطیدگی یکنواخت در نظر گرفت فراهم می‌کند.

فرض کنید که چنین ماده‌ای را در میدان یکنواخت \vec{B}_0 قرار داده‌ایم. میدان اعمال‌شده، ماده را "مغناطیده" و دوقطبیها را هم‌خط می‌کند. دوقطبیهای هم‌خط‌شده میدان مغناطیسی خودشان را به‌وجود می‌آورند، که شبیه میدان الکتریکی ایجادشده توسط دوقطبیهای الکتریکی در ماده‌ی الکتریک است (بخش ۲۹-۶ را ببینید). در هر نقطه‌ای از فضا، میدان مغناطیسی برآیند \vec{B} برابر است با مجموع اعمال‌شده \vec{B}_0 و میدانی که دوقطبیها ایجاد می‌کنند، که آن را \vec{B}_M می‌نامیم، در نتیجه

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M \quad (۱۴-۳۵)$$

میدان \vec{B}_M می‌تواند هم شامل سهم ناشی از دوقطبیهای دائمی موجود در مواد پارامغناطیسی باشد (مانند دی‌الکتریکهای قطبی) و هم دوقطبیهای القایی در تمام مواد را در برگیرد (مانند دی‌الکتریکهای ناقطبی).

میدان مغناطش \vec{B}_M تابع مغناطیدگی \vec{M} است، که (همان‌طور که در معادله (۱۳-۳۵) تعریف شد) به‌وسیله دوقطبیهای موجود در ماده تعیین می‌شود. در میدانهای ضعیف، \vec{M} با میدان اعمال‌شده \vec{B}_0 متناسب است اما عموماً محاسبه \vec{B}_M دشوار است مگر اینکه مغناطیدگی، یکنواخت و شکل هندسی دارای تقارن بالایی باشد. به‌عنوان مثال، یک سیمولۀ بلند (ایده‌آل) با مقطع دایره‌ای را در نظر بگیرید که پر از ماده مغناطیسی باشد (شکل ۸-۳۵). در این مورد

تعداد اتمهای موجود در واحد حجم) نیاز داریم:

$$n = \frac{\text{اتمها}}{\text{حجم}} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \times \frac{\text{اتمها}}{\text{جرم}}$$

$$= \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \times \frac{\text{اتمهای هر مول}}{\text{جرم هر مول}} = \rho \frac{N_A}{m}$$

که در این رابطه ρ چگالی آهن، N_A ثابت آووگادرو و m جرم مولی آهن است. با قرار دادن مقادیر مناسب، داریم

$$n = \frac{7.87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{55.8 \text{ g/mol}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol}}{55.8 \text{ g/mol}} = 8.49 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$

میانگین گشتاور مغناطیسی به ازای هر اتم برابر است با

$$\mu = \frac{M}{n} = \frac{1.11 \times 10^6 \text{ A/m}}{8.49 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3}$$

$$= 1.31 \times 10^{-23} \text{ J/T} = 1.4 \mu_B$$

این نتیجه با آنچه برای گشتاور مغناطیسی اتمی انتظار داریم، سازگاری کامل دارد. این محاسبه‌ها نشان می‌دهد که هر یک از اتمهای موجود در نمونه آهن تمام گشتاور دوقطبی مغناطیسی خود را در اختیار مغناطیدگی ماده قرار می‌دهد، این رفتار ویژگی یا مشخصه فرومغناطیسهاست.

۳۵-۵ مواد مغناطیسی

اکنون در موقعیتی هستیم که می‌توانیم به برخی از ویژگیهای سه نوع ماده مغناطیسی پی ببریم، چنانکه خواهیم دید، بخشی از این طبقه‌بندی به گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتمهای ماده و بخشی از آن به برهم‌کنش بین اتمها مربوط می‌شود.

پارامغناطیس

خاصیت پارامغناطیسی مربوط به موادی است که اتمهای آنها دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی دائمی هستند؛ اینکه این گشتاورهای دوقطبی از نوع مداری یا اسپینی باشند در ماهیت مسئله تفاوتی ایجاد نمی‌کند.

در نمونه‌ای از ماده پارامغناطیسی که میدانی به آن اعمال نشده است، گشتاورهای دوقطبی اتمی در ابتدا به صورت کتره‌ای در فضا

\vec{B}_0 است، و در نتیجه معادله (۳۵-۱۶) دیگر خطی نیست.*

از ترکیب معادله‌های (۳۵-۱۵) و (۳۵-۱۶) می‌توان مغناطیدگی القایی توسط میدان خارجی را به صورت زیر نوشت

$$\mu_0 \vec{M} = (\kappa_m - 1) \vec{B}_0 \quad (۳۵-۱۷)$$

که برای اغلب مواد نافرومغناطیسی کمیت $\kappa_m - 1$ نوعاً در محدوده 10^{-6} تا 10^{-3} است و در نتیجه سهم مغناطیدگی $\mu_0 \vec{M}$ در میدان کل معمولاً بسیار کوچکتر از \vec{B}_0 است. این موضوع در تضاد بسیار شدید با مورد میدانهای الکتریکی است، که برای آنها κ_e مواد معمولاً در گستره 10^0 تا 10^3 است. محیط دی‌الکتریک میدان الکتریکی کل را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهد، در صورتی که مواد مغناطیسی نافرومغناطیس تأثیر بسیار ناچیزی بر میدان مغناطیسی دارند.

مسئله نمونه ۳۵-۳ شدت میدان مغناطیسی در یک سیمولۀ تهی برابر $1.4 \times 10^{-4} \text{ T}$ است. وقتی سیمولۀ با آهن پر شود شدت میدان مغناطیسی 1.4 T می‌شود. (الف) تراوایی نسبی را در این شرایط تعیین کنید. (ب) میانگین گشتاور مغناطیسی یک اتم آهن را در این شرایط به دست آورید.

حل. (الف) از معادله (۳۵-۱۶)، داریم (فقط اندازه‌ها را در نظر بگیرید):

$$\kappa_m = \frac{B}{B_0} = \frac{1.4 \text{ T}}{1.4 \times 10^{-4} \text{ T}} = 10^4$$

(ب) با استفاده از معادله (۳۵-۱۵)، نتیجه می‌گیریم

$$M = \frac{B - B_0}{\mu_0} = \frac{1.4 \text{ T} - 1.4 \times 10^{-4} \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}} = 1.1 \times 10^6 \text{ A/m}$$

توجه کنید که M را می‌توان بر حسب $\text{A} \cdot \text{m}^2/\text{m}^3$ نیز بیان کرد. این موضوع نمایانگر گشتاور مغناطیسی به ازای واحد حجم آهن است. برای یافتن گشتاور مغناطیسی به ازای هر اتم، به چگالی عددی n اتمها (یا

* همواره بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی شباهتی وجود دارد. مواد دی‌الکتریک وجود دارد، که آنها را فروالکتریک می‌خوانیم، و برای آنها رابطه بین \vec{E} و \vec{E}_0 غیرخطی است، یعنی κ_e تابع میدان اعمال شده \vec{E}_0 است. از این مواد می‌توان برای ساختن دوقطبیهای الکتریکی شبه دائمی، موسوم به الکترت استفاده کرد که مشابه الکتریکی آهنرباهای دائمی هستند. اغلب مواد دی‌الکتریک در کاربردهای عمومی خطی هستند، در صورتی که اغلب مواد مغناطیسی با کاربردهای مفید غیرخطی‌اند.

جدول ۲-۳۵ تراوایی نسبی برخی از مواد پارامغناطیسی در دمای اتاق

ماده	$\kappa_m - 1$
Gd ₂ O ₃	1.2×10^{-2}
CuCl ₂	3.5×10^{-4}
کرم	3.3×10^{-4}
تنگستن	6.8×10^{-5}
آلومینیم	2.2×10^{-5}
منیزیم	1.2×10^{-5}
اکسیژن (در فشار یک جو)	1.9×10^{-6}
هوا (در فشار یک جو)	3.6×10^{-7}

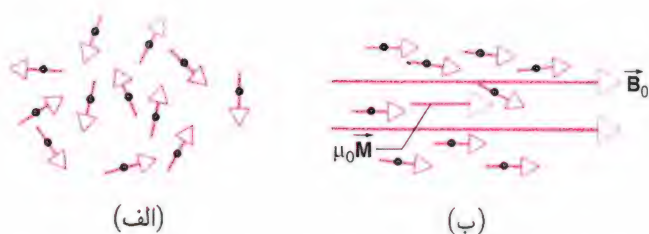
وقتی معتبر است که B_0/T کوچک باشد — یعنی، برای میدانهای با شدت کم یا دماهای بالا.

برای میدانهای اعمال شده با شدت زیاد، مغناطیدگی به سمت مقدار بیشینه‌اش میل می‌کند، این مقدار بیشینه وقتی حاصل می‌شود که تمام دوقطبیها موازی شوند. اگر در حجم V یک ماده تعداد N دوقطبی وجود داشته باشد، بیشینه مقدار $\sum \vec{\mu}_n$ برابر $N\mu_n$ است. این مقدار متناظر است با N بردار موازی $\vec{\mu}_n$. در این حالت معادله (۱۳-۳۵) نتیجه می‌دهد که

$$M_{\max} = \frac{N}{V} \mu_n \quad (۱۹-۳۵)$$

وقتی مغناطیدگی به این مقدار از اشباع برسد، دیگر افزایش شدت میدان خارجی \vec{B}_0 تأثیری در مغناطیدگی ماده ندارد. قانون کوری، که افزایش خطی مغناطیدگی M را با افزایش B_0 ایجاب می‌کند، فقط تا وقتی که مغناطیدگی بسیار دور از حالت اشباع باشد، یعنی تا هنگامی که B_0/T باشد، معتبر است. شکل ۱۰-۳۵ مغناطیدگی اندازه‌گیری شده M را به صورت کسری از مقدار بیشینه M_{\max} برحسب B_0/T در دماهای متفاوت برای نمک پارامغناطیسی کرم آلوم $\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot ۱۲\text{H}_2\text{O}$ نشان می‌دهد. (در این نمک یونهای کرم مسبب خاصیت پارامغناطیسی هستند.) به نحوه رسیدن به اشباع توجه داشته باشید و دقت کنید که قانون کوری فقط برای مقدارهای کوچک B_0/T (که متناظر است با میدانهای اعمال شده با شدت کم یا دماهای زیاد) معتبر است.

وقتی میدان مغناطیسی خارجی از ماده پارامغناطیسی حذف شود، حرکت گرمایی باعث می‌شود که جهتهای گشتاورهای دوقطبی



شکل ۹-۳۵ (الف) در یک نمونه نامغناطیده، سمتگیری گشتاورهای مغناطیسی اتمی کتره‌ای است. (ب) وقتی میدان خارجی \vec{B}_0 اعمال شود دوقطبیها می‌چرخند تا با آن همسو شوند و جمع برداری گشتاورهای دوقطبی اتمی سهم مغناطیدگی \vec{M}_0 را در میدان ماده به دست می‌دهد.

توزیع شده‌اند (شکل ۹-۳۵ الف)). مغناطیدگی که با استفاده از معادله (۱۳-۳۵) محاسبه می‌شود برابر صفر است، زیرا جهتهای کتره‌ای $\vec{\mu}$ ها سبب می‌شود که جمع برداری آنها صفر شود، درست همان‌طور که جمع برداری سرعتهای کتره‌ای مولکولهای نمونه‌ای از گاز، سرعت مرکز جرم کل نمونه را برابر با صفر به دست می‌دهد.

وقتی یک میدان مغناطیسی خارجی بر ماده اعمال شود (شاید با قرار دادن آن در داخل سیمولوله) گشتاور وارد بر دوقطبیها در جهت همخط کردن آنها با میدان عمل می‌کند (شکل ۹-۳۵ ب)). اکنون دیگر جمع برداری گشتاورهای دوقطبی منفرد صفر نیست. حالا، میدان در داخل ماده پارامغناطیسی دو مؤلفه دارد: میدان اعمال شده \vec{B}_0 و میدان القایی \vec{M}_0 ناشی از مغناطیدگی دوقطبیها. توجه کنید که این دو میدان موازی یکدیگرند؛ دوقطبیها، میدان اعمال شده را تقویت می‌کنند، این رفتار برخلاف مورد الکتریکی است که در آن میدان دوقطبی برخلاف میدان اعمال شده است و در نتیجه میدان الکتریکی کل را در داخل ماده کاهش می‌دهد (شکل ۱۱-۲۹ را ببینید). نسبت بین \vec{M}_0 و \vec{B}_0 بنابر معادله (۱۷-۳۵) برابر $\kappa_m - 1$ به دست می‌آید که برای مواد پارامغناطیسی مثبت و کوچک است. در جدول ۲-۳۵ چند مقدار نوعی را نشان داده‌ایم.

حرکت گرمایی اتمها همسویی دوقطبیها را مختل می‌کند و در نتیجه با افزایش دما خاصیت مغناطیدگی کاهش می‌یابد. رابطه بین M و T را در سال ۱۸۹۵ پیر کوری کشف کرد. او دریافت که این دو با یکدیگر رابطه‌ای معکوس به صورت زیر دارند

$$M = C \frac{B_0}{T} \quad (۱۸-۳۵)$$

که به قانون کوری معروف است، و ثابت C را ثابت کوری می‌نامند. دما در معادله (۱۸-۳۵) باید برحسب کلوین باشد. معادله (۱۸-۳۵) فقط

پارامغناطیسی ندارند می‌توان آن را به آسانی مشاهده کرد. این مواد ممکن است موادی باشند که گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتمی آنها صفر است و شاید از اتمهایی ناشی می‌شوند که دارای چندین الکترون هستند و جمع برداری گشتاورهای مغناطیسی مداری و اسپینی آنها صفر می‌شود.

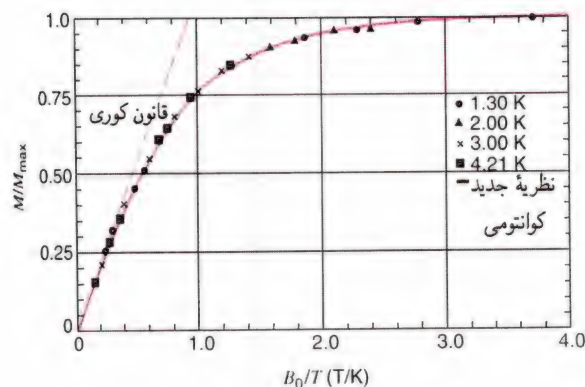
خاصیت دیامغناطیسی همانند اثر میدانهای الکتریکی القایی در الکتروستاتیک است. یک قطعه کوچک از ماده بدون بار مانند کاغذ را میله باردار با هر قطبیتی می‌رباید. مولکولهای کاغذ گشتاورهای دوقطبی الکتریکی دائمی ندارند بلکه به واسطه میدان الکتریکی دارای گشتاورهای دوقطبی القایی می‌شوند و این گشتاورهای القایی ممکن است به وسیله میدان ربوده شوند (شکل ۲۵-۵ را ببینید).

در مواد دیامغناطیسی، اتمهایی که هیچ گشتاور دوقطبی مغناطیسی دائمی ندارند، وقتی در میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند، گشتاورهای دوقطبی القایی به دست می‌آورند، که این موضوع را در بخش ۲۵-۳ مورد بررسی قرار دادیم. فرض کنید که الکترونهای چرخنده در مدارهای اتم مانند حلقه‌های جریان رفتار کنند. وقتی میدان خارجی \vec{B}_0 اعمال می‌شود، شار گذرنده از حلقه جریان تغییر می‌کند. با توجه به قانون لنز، حرکت باید چنان تغییر کند که میدان القایی با این افزایش شار مخالفت کند. محاسبه‌ای بر مبنای مدارهای دایره‌ای (مسئله ۷ را ببینید) نشان می‌دهد که تغییر حرکت با اندک افزایش یا کاهش سرعت حرکت مداری صورت می‌گیرد، به طوری که بسامد حرکت دایره‌ای مربوط به حرکت مداری به صورت زیر تغییر می‌کند

$$\Delta\omega = \pm \frac{eB_0}{2m} \quad (۲۵-۳۵)$$

که در این معادله B_0 اندازه میدان خارجی اعمال شده و m جرم الکترون است. این تغییر بسامد در حرکت مداری در واقع گشتاور مغناطیسی مداری الکترون را تغییر می‌دهد (معادله ۳۵-۸) و مسئله نمونه ۳۵-۵ را ببینید).

اگر یک اتم از ماده‌ای چون بیسموت را به قطب شمال آهنربا نزدیک کنیم، میدان (که جهتش به طرف خارج از قطب است) در جهت افزایش شار عبوری از حلقه جریانی که نمایشگر الکترون چرخان است افزایش عمل می‌کند. بنابر قانون لنز، باید یک میدان القایی به وجود آید که جهت آن مخالف جهت میدان اولیه (به طرف داخل قطب شمال) باشد. قطب شمال القایی در طرفی از حلقه جریان قرار می‌گیرد که به سمت آهنرباست، و همان‌طور که در شکل ۳۵-۵ نشان داده شده است، دو قطب شمال یکدیگر را می‌رانند.

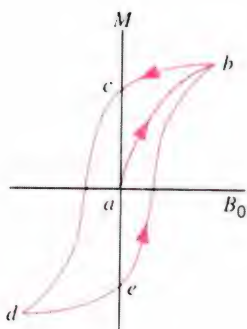


شکل ۳۵-۱۰ در مواد پارامغناطیسی، نسبت مغناطیدگی M به مقدار اشباع آن یعنی M_{\max} با B_0/T تغییر می‌کند.

مغناطیسی دوباره کتره‌ای شوند؛ نیروهای مغناطیسی بین اتمها بسیار ضعیف‌تر از آن‌اند که بتوانند همسویی را حفظ و از کتره‌ای شدن جلوگیری کنند. از این اثر می‌توان برای خنک‌سازی در فرایندی به نام وامغناطیدگی بی‌دررو استفاده کرد. نمونه‌ای از ماده را در دمای ثابت مغناطیده می‌کنیم. دوقطبیها به حالتی با کمترین انرژی منتقل می‌شوند که در آن به طور کامل یا تا اندازه‌ای با میدان اعمال شده خارجی همسو هستند، و در این کار به مواد اطرافشان انرژی منتقل می‌کنند. این انرژی به صورت گرما به مخزن گرمایی محیط جریان می‌یابد. اکنون نمونه را از نظر گرمایی از محیط اطرافش منزوی و آن را به صورت بی‌دررو وامغناطیده می‌کنیم. وقتی دوقطبیها کتره‌ای شوند، افزایش انرژی مغناطیسی آنها باید با کاهش متناظر در انرژی داخلی سیستم جبران شود (چون در فرایند بی‌دررو گرما نمی‌تواند به یک سیستم منزوی وارد یا از آن خارج شود). بنابراین، باید دمای نمونه کاهش یابد. کمترین دمای قابل حصول با این روش را میدان باقی‌مانده دوقطبیها معین می‌کند. برای دستیابی به دماهایی از مرتبه 10^{-6} K می‌توان از وامغناطش دوقطبیهای مغناطیسی اتمی استفاده کرد، در صورتی که وامغناطش دوقطبیهای مغناطیسی هسته‌ای بسیار کوچکتر، دستیابی به دماهایی در گستره 10^{-6} K را ممکن می‌سازد.

دیامغناطیس

در سال ۱۸۴۷ میلادی، مایکل فاراده کشف کرد که آهنربای قوی نمونه‌ای از بیسموت را می‌رانند. وی این مواد را دیامغناطیس نامید. (برعکس، آهنربا همواره مواد پارامغناطیس را می‌رباید.) خاصیت دیامغناطیسی در تمام مواد وجود دارد. ولی، معمولاً بسیار ضعیف‌تر از خاصیت پارامغناطیسی است و بنابراین فقط در موادی که خاصیت



شکل ۱۱-۳۵ تغییرات مغناطیدگی یک نمونه ماده فرومغناطیسی وقتی که میدان اعمال شده تغییر می‌کند. حلقه $bcdab$ را منحنی پسماند می‌خوانیم.

با آنکه هیچ‌کدام از عناصر کرم و اکسیژن در دمای اتاق فرومغناطیس نیستند.

می‌توان با افزایش دمای ماده، جفت‌شدگی بین اتمهای مجاور را باعث خاصیت فرومغناطیسی می‌شود کاهش داد. دمایی که در آن ماده فرومغناطیس به پارامغناطیس تبدیل می‌شود دمای کوری آن ماده می‌نامیم. به عنوان مثال، دمای کوری آهن 770°C است؛ در بالاتر از این دما آهن یک ماده پارامغناطیس است. دمای کوری فلز گادولینیم 16°C است؛ گادولینیم در دمای اتاق پارامغناطیس است، در حالی‌که در دماهای کمتر از 16°C گادولینیم فرومغناطیس می‌شود.

تقویت میدان اعمال‌شده خارجی در مواد فرومغناطیسی قابل ملاحظه و چشمگیر است. میدان مغناطیسی کل \vec{B} در ماده فرومغناطیس ممکن است 10^3 یا 10^4 برابر میدان اعمال‌شده خارجی \vec{B}_0 باشد. تراوایی κ_m ماده فرومغناطیس ثابت نیست؛ نه میدان \vec{B} و نه مغناطیدگی \vec{M} ، حتی برای مقادیر کوچک \vec{B}_0 ، به‌طور خطی با میدان \vec{B}_0 افزایش نمی‌یابند.

پسماند و حوزه‌های مغناطیسی. می‌خواهیم ماده فرومغناطیسی مانند آهن را در سیمولوه شکل ۸-۳۵ (ب) قرار دهیم. فرض می‌کنیم در ابتدا جریان در سیمولوه صفر و آهن نامغناطیده باشد، به‌طوری‌که در ابتدا B_0 و M هر دو صفر باشند. شدت میدان B_0 را با افزایش جریان در سیمولوه افزایش می‌دهیم، مغناطیدگی به‌سرعت به مقدار اشباع افزایش می‌یابد که با پاره خط ab در شکل ۱۱-۳۵ نشان داده شده است. اکنون جریان در سیمولوه را به صفر کاهش می‌دهیم. مغناطیدگی در مسیر اولیه به عقب بر نمی‌گردد، بلکه در عوض آهن حتی پس از آنکه میدان اعمال‌شده B_0 برابر صفر می‌شود مغناطیده باقی می‌ماند (نقطه c). اگر جهت جریان را در سیمولوه برعکس کنیم به اشباع مغناطیدگی در جهت مخالف می‌رسیم (نقطه d)، و

جدول ۳-۳۵ تراوایی نسبی برخی از مواد دیامغناطیس در دمای اتاق

ماده	$\kappa_m - 1$
جیوه	-3.2×10^{-5}
نقره	-2.6×10^{-5}
بیسموت	-1.7×10^{-5}
الکل اتیلیک	-1.3×10^{-5}
مس	-9.7×10^{-6}
کربن دی‌اکسید (در فشار ۱ جو)	-1.1×10^{-8}
نیتروژن (در فشار ۱ جو)	-5.4×10^{-9}

در هر حال، این اثر روی می‌دهد و ارتباطی به جهت چرخش در مدار اصلی ندارد و در نتیجه مغناطیدگی در ماده دیامغناطیس همواره با میدان اعمال‌شده مخالفت می‌کند. نسبت سهم مغناطیدگی در میدان، $\mu_0 M$ ، به میدان اعمال‌شده B_0 ، بنابر معادله (۱۷-۳۵) با عبارت $\kappa_m - 1$ مشخص می‌شود که برای مواد دیامغناطیس نوعی در محدوده 10^{-6} تا 10^{-5} است. جدول ۳-۳۵ برخی از مواد دیامغناطیسی و ثابت تراوایی آنها را نشان می‌دهد.

فرومغناطیس

فرومغناطیس، مانند پارامغناطیس در موادی رخ می‌دهد که اتمهای آن مواد دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی دائمی باشند. آنچه مواد فرومغناطیس را از مواد پارامغناطیس متمایز می‌کند آن است که در این مواد بین گشتاور دوقطبیهای اتمهای مجاور هم برهم‌کنشی قوی وجود دارد که آنها را حتی پس از حذف میدان مغناطیسی خارجی همسو نگه می‌دارد. وقوع این پدیده تابع قدرت دوقطبیهای اتمی است و چون میدان دوقطبی با فاصله تغییر می‌کند، به فاصله بین اتمهای ماده نیز بستگی دارد. بعضی از اتمها ممکن است در یک نوع ماده فرومغناطیس باشند و در ماده دیگر فرومغناطیس نباشند، زیرا فاصله بین اتمها در مواد مختلف، متفاوت است. مواد فرومغناطیسی شناخته‌شده در دمای اتاق شامل عنصرهای آهن، کبالت، و نیکل است. عنصرهای فرومغناطیسی کمتر شناخته‌شده، که برخی از آنها خاصیت فرومغناطیسی خود را در دمایی بسیار پایین‌تر از دمای اتاق بروز می‌دهند، عبارت‌اند از عنصرهای خاکهای کمیاب، مانند گادولینیم یا دیسپروسیم. ترکیبهای شیمیایی و آلیاژها نیز ممکن است فرومغناطیس باشند؛ مثلاً CrO_2 ، ترکیب اصلی نوارهای ثبت مغناطیسی، یک ماده فرومغناطیس است

می‌توانند با کم شدن حوزه‌های مجاور رشد کنند و (۲) دوقطبیهای موجود در حوزه‌های ناهمسو می‌توانند بچرخند و کاملاً با میدان اعمال شده همسو شوند. در هر صورت، پس از اعمال میدان خارجی دوقطبیهای بیشتری با میدان همسو می‌شوند و ماده دارای مغناطیدگی زیادی می‌شود. پس از حذف میدان خارجی، دیوارهای حوزه‌ها کاملاً به جای اولیه‌شان باز نمی‌گردند و ماده مغناطیدگی در جهت میدان اعمال شده را حفظ می‌کند.

مسئله نمونه ۳۵-۴ یک ماده پارامغناطیسی از اتمهایی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی $3.3 \mu_B$ تشکیل شده است. این ماده را در یک میدان مغناطیسی به شدت 5.3 T قرار می‌دهیم. تا چه دمایی باید آن را سرد کنیم تا انرژی مغناطیسی هر اتم به اندازه میانگین انرژی جنبشی انتقالی به‌ازای هر اتم بشود؟

حل. انرژی مغناطیسی هر دوقطبی در میدان خارجی برابر است با $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ و میانگین انرژی جنبشی انتقالی به‌ازای هر اتم برابر است با $(3/2)kT$ (بخش ۲۲-۴ را ببینید). اندازه این دو کمیت وقتی برابر می‌شود که دما برابر مقدار زیر باشد

$$T = \frac{\mu_B}{(3/2)k} = \frac{(3.3)(9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(5.3 \text{ T})}{(1.5)(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} = 7.7 \text{ K}$$

مسئله نمونه ۳۵-۵ تغییر گشتاور مغناطیسی الکترون چرخان را در میدان اعمال شده B_0 با شدت 2.0 T که عمود بر صفحه مدار اثر می‌کند، محاسبه کنید. شعاع مدار را $r = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ در نظر بگیرید که متناظر با حالت عادی یک اتم هیدروژن است.

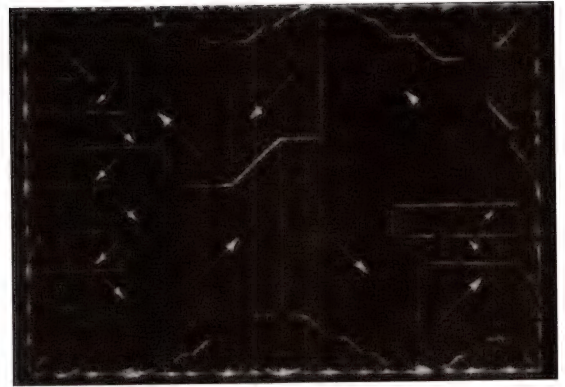
حل. معادله (۳۵-۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mu = \frac{1}{\gamma} e r v = \frac{1}{\gamma} e r^2 \omega$$

که در آن از $v = r\omega$ استفاده کرده‌ایم. بنابراین تغییر گشتاور مغناطیسی $\Delta\mu$ متناظر با تغییر بسامد زاویه‌ای چنین است

$$\begin{aligned} \Delta\mu &= \frac{1}{\gamma} e r^2 \Delta\omega = \frac{1}{\gamma} e r^2 \left(\pm \frac{e B_0}{2m} \right) = \pm \frac{e^2 B_0 r^2}{4m} \\ &= \pm \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 (2.0 \text{ T}) (5.29 \times 10^{-11} \text{ m})^2}{4(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})} \\ &= \pm 3.9 \times 10^{-29} \text{ J/T} \end{aligned}$$

که در اینجا از معادله (۳۵-۲) برای $\Delta\omega$ استفاده کردیم.

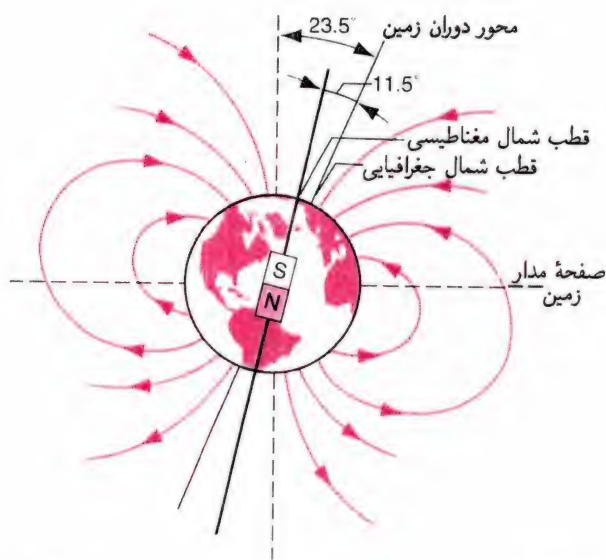


شکل ۳۵-۱۲ طرح حوزه‌های تک‌بلور نیکل. خطهای سفیدی که مرزهای حوزه‌ها را مشخص می‌کنند، با پاشیدن پودر اکسید آهن بر روی سطح نیکل ایجاد شده‌اند. پیکانها سمتگیری دوقطبیهای مغناطیسی را در حوزه‌ها نشان می‌دهند.

اگر دوباره جریان را به صفر برسانیم درمی‌یابیم که نمونه در نقطه e مغناطیدگی دائمی را حفظ می‌کند. سپس می‌توانیم دوباره جریان را زیاد کنیم تا به مغناطیدگی اشباع در جهت اولیه (نقطه b) برسیم. مسیر $bcdeb$ را می‌توان به طور مکرر پیمود.

رفتار نشان داده شده در شکل ۳۵-۱۱ را پسماند می‌خوانیم. آهن در نقاط c و e ، با آنکه هیچ جریانی در سیملوله وجود ندارد، مغناطیده است. علاوه بر این، چگونگی مغناطیسی شدن آهن در آن "محفوظ می‌ماند"، مغناطیدگی حاصل از جریان منفی با مغناطیدگی ناشی از جریان مثبت تفاوت دارد. این "حافظه" برای ضبط مغناطیسی اطلاعات، روی نوارهای کاست یا دیسکهای کامپیوتری ضروری است. رسیدن ماده فرومغناطیس به اشباع با سازوکاری متفاوت از سازوکار مربوط به ماده پارامغناطیس (که آن را با چرخش تک‌تک دوقطبیهای مغناطیسی و همسوسدن آنها با میدان اعمال شده توصیف کرده‌ایم) صورت می‌گیرد. ماده‌ای مانند آهن از شمار بسیار زیادی بلورهای میکروسکوپی تشکیل شده است. در هر بلور حوزه‌های مغناطیسی قرار دارد که ناحیه‌هایی با ابعاد تقریبی 1 mm هستند که در آنها جفت‌شدگی دوقطبیهای مغناطیسی اتمی باعث همسویی کامل تمام اتمها می‌شود. در شکل ۳۵-۱۲ طرح حوزه‌های موجود در تک‌بلور نیکل فرومغناطیس را نشان داده‌ایم. در این بلور تعداد زیادی حوزه وجود دارد، که در هریک از آنها دوقطبیها در جهت خاصی قرار گرفته‌اند و حاصل جمع تمام این گشتاورهای دوقطبی در ماده فرومغناطیس نامغناطیده به مغناطیدگی صفر می‌انجامد.

وقتی ماده فرومغناطیس در میدان خارجی قرار می‌گیرد، دو رویداد ممکن است رخ دهد: (۱) دوقطبیهای خارج از دیواره حوزه‌های همسو با میدان می‌توانند بچرخند تا خود را همسو کنند، در واقع حوزه‌های همسو



شکل ۳۵-۱۳ نمایش ساده‌شده‌ای از میدان مغناطیسی زمین در نزدیکی سطح آن. توجه کنید که قطب شمال مغناطیسی در واقع قطب جنوب دوقطبی نشانگر میدان زمین است. محور مغناطیسی تقریباً در وسط محور دوران زمین و خط عمود بر صفحه مدار زمین (خط چین قائم در شکل) قرار دارد.

متممادی به صورت گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است، بر روی سطح زمین این کار با اندازه‌گیری مقدار و جهت میدان و بر فراز سطح زمین با بهره‌گیری از ماهواره‌های مداری انجام می‌شود. در بین آثار بی‌شمار میدان مغناطیسی زمین می‌توان به کمربندهای تابشی وان آلن که زمین را در برمی‌گیرند (شکل ۳۲-۱۵ را ببینید) و آنچه به «نورهای شمالی» یا شفق درخشان قطبی شمالی* موسوم است (شکل ۳۵-۱۴) اشاره کرد.



شکل ۳۵-۱۴ شفق شگفت‌آور قطبی شمالی، که به «نورهای شمالی» نیز معروف است.

* مقاله زیر را ببینید:

“The Dynamic Aurora,” by Syun-Ichi Akasofu, *Scientific American*, May 1989, p. 90.

اگر این مقدار را با گشتاور مغناطیسی، $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ ، مقایسه کنیم، می‌بینیم که این اثر فقط در حدود 4×10^{-6} برابر گشتاور مغناطیسی است. این مقدار از نظر مرتبه بزرگی با آنچه برای مواد دیامغناطیس انتظار داریم سازگار است (جدول ۳۵-۳).

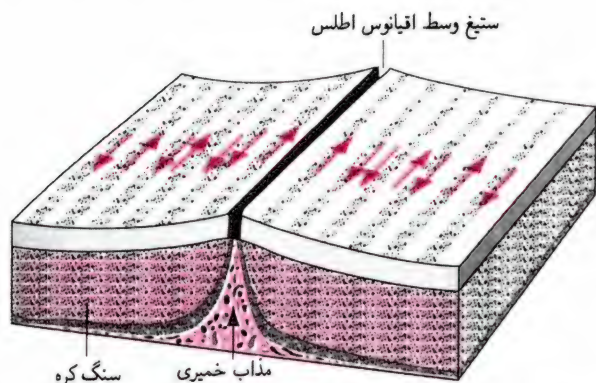
۳۵-۶ خواص مغناطیسی سیاره‌ها (اختیاری)

با آنکه از قطب‌نماهای مغناطیسی برای قرون متممادی به عنوان ابزار ناوبری استفاده می‌شد، اما توضیح رفتار آنها در حدود سال ۱۶۰۰ میلادی ارائه شد که سرویلیام گیلبرت، که بعدها پزشک ملکه الیزابت اول شد، اظهار کرد که زمین یک آهنربای بسیار بزرگ است، که قطبهای مغناطیسی آن نزدیک قطبهای جغرافیایی است. پژوهشگران بعدی نقشه میدان مغناطیسی زمین را به دقت ترسیم کردند و فضاییهای میان سیاره‌ای میدانهای مغناطیسی دیگر سیاره‌ها را بررسی کردند.

میدان زمین را می‌توان تقریباً میدان یک دوقطبی مغناطیسی، با گشتاور $\mu = 8.9 \times 10^{22} \text{ J/T}$ ، در نظر گرفت. شدت میدان در سطح زمین از حدود $30 \mu\text{T}$ در حوالی استوا تا حدود $60 \mu\text{T}$ در نزدیکی قطبها تغییر می‌کند. برای دوقطبی، انتظار داریم که میدان مغناطیسی روی محور دو برابر میدان روی عمود منصف و در فاصله یکسان باشد، درست به همان صورت که برای دوقطبی الکتریکی اتفاق می‌افتد (بخش ۲۶-۳ را ببینید). این مقادارها برای میدان مغناطیسی زمین با مقادارهای چشمداشتی سازگار است.

محور دوقطبی با محور دوران زمین (که خود با خط عمود بر صفحه مدار زمین به دور خورشید، مطابق شکل ۳۵-۱۳، زاویه 23.5° می‌سازد) زاویه‌ای در حدود 11.5° تشکیل می‌دهد. آنچه معمولاً قطب شمال مغناطیسی می‌خوانیم و در شمال کانادا قرار دارد، در واقع قطب جنوب دوقطبی زمین است، که آن را با همگرایی خطوط میدان مغناطیسی تعریف کرده‌ایم. قطب جنوب مغناطیسی را، که در اقیانوس منجمد جنوبی قرار گرفته است، به وسیله قطب شمال دوقطبی نشان داده‌ایم، زیرا خطهای B از آن خارج می‌شوند. به عبارت دیگر، وقتی از قطب‌نمای مغناطیسی برای جهت‌یابی استفاده می‌کنید، آن سر عقربه که به سمت شمال قرار می‌گیرد در واقع قطب شمال عقربه قطب‌نمای شماست؛ این قطب را قطب جنوب واقعی، که در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی زمین قرار دارد، می‌ریاید.

میدان مغناطیسی زمین نه تنها در ناوبری که در کانیابی و مخابرات نیز دارای اهمیت کاربردی است. بنابراین در طی سالیان



شکل ۱۵-۳۵ وقتی مواد مذاب از پشته‌ای در کف اقیانوس خارج و سرد می‌شود، سابقه‌ای از جهت میدان مغناطیسی زمین در آن زمان را نگه می‌دارد (پیکانها). هر قسست ممکن است نشان‌دهنده زمان ۱۰۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰ سال باشد.

نتیجه گرفت که قطبهای مغناطیسی زمین به‌طور نسبتاً منظم در طول تاریخ زمین‌شناختی تعویض شده‌اند. این سروته شدن یا شمال و جنوب شدن هر ۱۰۰۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰ سال رخ می‌دهد و اخیراً زیادتر شده است. علت این جابه‌جایی قطبها و نیز آهنگ شتاب گرفتن آن مشخص نشده است ولی از قرار معلوم به نحوی به اثر دینامو مربوط می‌شود.*

در سالهای اخیر، کاوه‌های فضایی میان سیاره‌ای توانسته‌اند جهت و اندازه میدانهای مغناطیسی سیاره‌ها را اندازه بگیرند. این مشاهدات، این فرض را که سازوکار دینامو سرچشمه این میدانهاست تأیید می‌کند. جدول ۴-۳۵ مقدارهای مربوط به گشتاور دوقطبی مغناطیسی و شدت میدان مغناطیسی روی سطح سیاره‌ها را نشان می‌دهد.

زهره، که هسته آن شبیه به هسته زمین است، هیچ‌گونه میدان مغناطیسی ندارد، زیرا دوران آن به گرد خود خیلی کندتر از آن است (هر ۲۴۴ روز زمینی یک دور) که بتواند اثر دینامو را حفظ کند. مریخ، که دوره حرکت دورانی آن تقریباً مانند زمین است، میدان مغناطیسی بسیار کوچکی دارد زیرا از قرار معلوم هسته این سیاره بیش از اندازه کوچک است. این نتیجه‌گیری از اندازه‌گیری چگالی میانگین آن به دست آمده است. سیاره‌های بیرونی (مشتری و فرا تر از آن) عمدتاً از هیدروژن و هلیوم تشکیل شده‌اند، که معمولاً انتظار نداریم مغناطیسی باشند؛ ولی

* برای کسب اطلاعات بیشتر مقاله‌های زیر را ببینید:

"The Evolution of the Earth's Magnetic Field," by Jeremy Bloxham and David Gubbins, *Scientific American*, December 1989, p. 68; and "The Source of the Earth's Magnetic Field," by Charles R. Carrigan and David Gubbins, *Scientific American*, February 1979, p. 118.

به‌واسطه وجود سنگهای مغناطیده در زمین، شاید وسوسه شویم که سرچشمه میدان مغناطیسی زمین را هسته‌ای متشکل از صخره‌های همواره مغناطیده در نظر بگیریم. ولی، این پیشنهاد نمی‌تواند درست باشد، زیرا دما در هسته زمین چندین هزار درجه است که بسیار بیشتر از دمای کوری برای آهن است. بنابراین آهن موجود در هسته زمین به هیچ‌وجه نمی‌تواند فرومغناطیس باشد.

علاوه بر آن، براساس اندازه‌گیریهایی که در چند صد سال گذشته انجام شده است می‌دانیم که قطب شمال مغناطیسی نسبت به قطب شمال جغرافیایی تغییر مکان می‌دهد و با توجه به نشانه‌های زمین‌شناسی می‌دانیم که در هر چند صد هزار سال قطبها جابه‌جا می‌شوند. (به‌علاوه، همان‌طور که خواهیم دید، بعضی از سیاره‌های منظومه شمسی با ترکیباتی شبیه زمین دارای هیچ‌گونه میدان مغناطیسی نیستند، در حالی که سیاره‌های دیگری که قطعاً حاوی هیچ‌گونه ماده مغناطیسی نیستند میدانهای بسیار بزرگی دارند.) تشریح این مشاهدات بر مبنای وجود هسته دائماً مغناطیده دشوار است.

سرچشمه واقعی و دقیق خاصیت مغناطیسی زمین به درستی شناخته نشده است، ولی احتمالاً نوعی اثر دینامو در آن دخیل است. هسته بیرونی حاوی مواد معدنی به صورت مایع است، که به آسانی می‌تواند رسانای الکتریسیته باشد. یک میدان مغناطیسی اولیه کوچک، بنابر قانون القای فاراده، جریانهایی را در این رسانای متحرک به وجود می‌آورد. این جریانها می‌توانند میدان مغناطیسی را تقویت کنند و این میدان تقویت شده همان چیزی است که به صورت میدان مغناطیسی زمین مشاهده می‌کنیم. ولی، از مطالعه مبحث القا می‌دانیم که بر رسانای متحرک در میدان مغناطیسی نیروی ترمزی وارد می‌شود. چشمه و انرژی مورد نیاز برای غلبه بر نیروی ترمزی و حفظ وضعیت حرکتی هسته زمین هنوز شناخته نشده است.

زمین حاوی سابقه‌ای است که حکایت از تغییر جهت و اندازه میدان مغناطیسی دارد. به عنوان مثال سفالهای قدیمی، حاوی ذرات کوچک آهن هستند، که به هنگام سرد شدن پس از پخت در میدان مغناطیسی زمین مغناطیده شده‌اند. از شدت مغناطیدگی این ذرات، می‌توان به شدت میدان مغناطیسی زمین در زمان و مکانی که پخت صورت گرفته است پی برد. یک سابقه زمین‌شناختی با منشأ مشابه در کف اقیانوس باقی مانده است (شکل ۱۵-۳۵). وقتی مواد مذاب درون زمین از پشته‌ای در کف اقیانوس تراوش می‌کند و منجمد می‌شود، ذرات آهن موجود در آن مغناطیده می‌شوند. جهت مغناطیدگی ذرات جهت میدان زمین را مشخص می‌کند. از طرحهای مغناطیدگی، می‌توان

جدول ۳۵-۴ میدانهای مغناطیسی در منظومه شمسی

سیاره	$\mu(A \cdot m^2)$	$B(\mu T)$ روی سطح سیاره
عطارد (تیر)	5×10^{19}	۰٫۳۵
زهره (ناهید)	$< 10^{19}$	< 0.1
زمین	8.0×10^{22}	۳۰
مریخ (بهرام)	1.5×10^{19}	۰٫۴
مشتری (برجیس)	1.6×10^{27}	۴۳۰
زحل (کیوان)	4.7×10^{25}	۲۰
اورانوس	4.0×10^{24}	۳۰
نپتون	2.2×10^{24}	۲۰

در حوالی سیاره‌ها در مدت حدود یکی دو روز گردآوری شده است. اگر بتوانیم سایر خواص فیزیکی و سوابق زمین‌شناختی آنها را بررسی کنیم، آگاهی بیشتری دربارهٔ سرچشمهٔ خاصیت مغناطیسی سیاره‌ای به‌دست خواهیم آورد.*

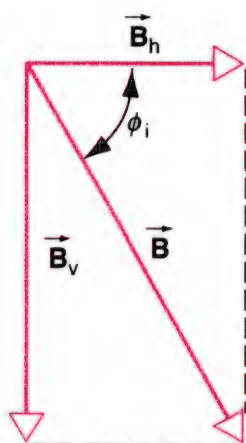
مسئلهٔ نمونهٔ ۳۵-۶ نتیجهٔ اندازه‌گیری مؤلفهٔ افقی B_h میدان مغناطیسی زمین در توسان آریزونا $26 \mu T$ بوده است. با آویزان کردن یک آهنربای کوچک مانند عقربهٔ قطب‌نما که می‌تواند آزادانه در صفحهٔ قائم تاب بخورد، می‌توان زاویهٔ بین جهت میدان مغناطیسی و صفحهٔ افق را که زاویهٔ میل مغناطیسی ϕ_i نامیده می‌شود، اندازه‌گیری کرد. زاویهٔ میل مغناطیسی اندازه‌گیری شده در توسان 59° است. شدت میدان مغناطیسی و مؤلفهٔ قائم این میدان را در آن محل مشخص کنید.

حل. همان‌طور که در شکل ۳۵-۱۷ نشان می‌دهد، شدت میدان را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد

$$B = \frac{B_h}{\cos \phi_i} = \frac{26 \mu T}{\cos 59^\circ} = 50 \mu T$$

مؤلفهٔ قائم این میدان چنین است

$$B_v = B_h \tan \phi_i = (26 \mu T)(\tan 59^\circ) = 43 \mu T$$



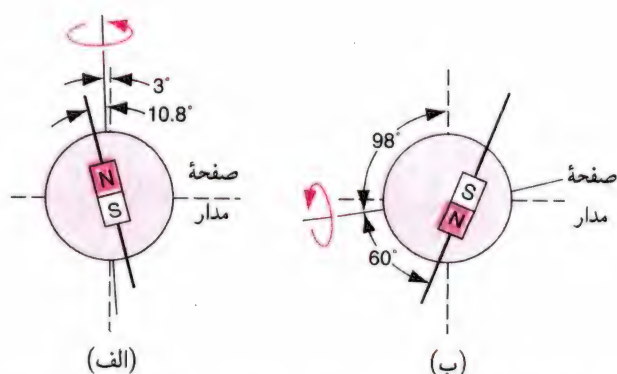
شکل ۳۵-۱۷ مسئلهٔ نمونهٔ ۳۵-۶. مؤلفه‌های افقی و قائم میدان مغناطیسی زمین در حوالی شهر توسان در ایالت آریزونا. زاویهٔ ϕ_i زاویهٔ میل مغناطیسی است.

* برای کسب اطلاعات بیشتر مقاله‌های زیر را ببینید:

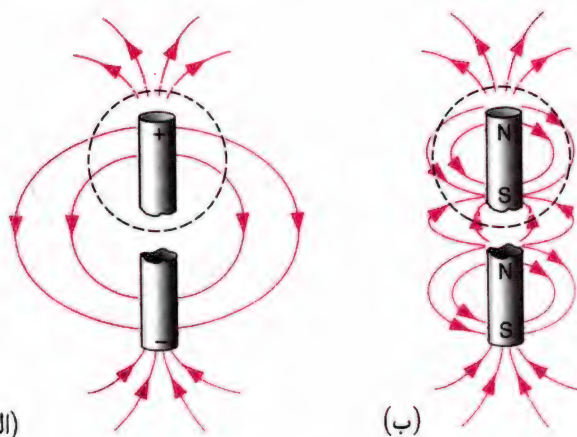
“Magnetic Fields in the Cosmos,” by E. N. Parker, *Scientific American*, August 1983, p. 44; and “Uranus,” by Andrew P. Ingersoll, *Scientific American*, January 1987, p. 38.

در فشارها و دماهای زیاد در نزدیکی مرکز این سیاره‌ها، هیدروژن و هلیوم ممکن است مانند فلزات عمل کنند، به‌ویژه رسانندگی الکتریکی بسیار زیاد که اثر دینامو را امکان‌پذیر می‌سازد.

در شکل ۳۵-۱۶ سمت‌گیری محورهای دوران و میدان مغناطیسی مشتری و اورانوس را نشان داده‌ایم؛ آنها را با محورهای زمین در شکل ۳۵-۱۳ مقایسه کنید. توجه کنید که محور دوران اورانوس، برخلاف سایر سیاره‌ها، با صفحهٔ مدار آن تقریباً موازی است. همچنین توجه کنید که محور مغناطیسی اورانوس نسبت به محور دوران آن به‌صورت بدی ناهمسو است و دوقطبی از مرکز سیاره جابه‌جا شده است. همین وضعیت برای سیارهٔ نپتون نیز وجود دارد. متأسفانه، اطلاعات رصدی ما دربارهٔ سیاره‌ها محدود به اطلاعاتی است که در پروازهای فضایی



شکل ۳۵-۱۶ (الف) سمت‌گیری دوقطبی مغناطیسی مشتری نسبت به محور دوران آن و نسبت به صفحهٔ مدارش. توجه کنید که، برعکس زمین، قطب شمال این سیاره واقعاً قطب شمال دوقطبی مغناطیسی آن است. (ب) سمت‌گیری محور دوقطبی مغناطیسی اورانوس.



شکل ۱۹-۳۵ (الف) وقتی دوقطبی الکتریکی شکل ۱۸-۳۵ (الف) را دو نیم کنیم، بار مثبت روی یک نیمه و بار منفی روی نیمه دیگر قرار می‌گیرد. (ب) وقتی دوقطبی مغناطیسی شکل ۱۸-۳۵ (ب) را دو نیم کنیم، یک زوج قطب شمال و جنوب جدید پدید می‌آید. به اختلاف بین طرح‌های میدان در دو حالت توجه کنید.

دو جسم داریم که، اگر به قدر کافی از هم دور شوند، می‌توان آنها را با بارهای نقطه‌ای با قطبشهای مخالف در نظر گرفت، که هر کدام میدان مشخصه بار نقطه‌ای را به وجود می‌آورند. ولی، در مورد دوقطبی مغناطیسی، قطبهای شمال و جنوب منفرد و منزوی به دست نمی‌آوریم بلکه یک زوج آهنربا داریم که هریک قطبهای شمال و جنوب خودشان را دارند.

به نظر می‌رسد که این، یک اختلاف مهم بین دوقطبیهای الکتریکی و مغناطیسی است: دوقطبی الکتریکی را می‌توان به بارها (یا «قطبها») تشکیل‌دهنده آن تقسیم کرد، ولی این کار برای دوقطبی مغناطیسی امکان‌پذیر نیست. هر بار که بگوئیم یک دوقطبی مغناطیسی را به قطبهای شمال و جنوب جداگانه تقسیم کنیم، یک زوج دوقطبی جدید به وجود می‌آوریم. این فرایند به صورت میکروسکوپی، تا سطح تک‌تک اتمهای منفرد ادامه می‌یابد. هر اتم مانند دوقطبی مغناطیسی عمل می‌کند و یک قطب شمال و یک قطب جنوب دارد، و تا آنجا که امروزه می‌دانیم، به نظر می‌رسد که دوقطبی کوچکترین یکای بنیادی ساختار مغناطیسی است، و نه تک‌قطبی منزوی.

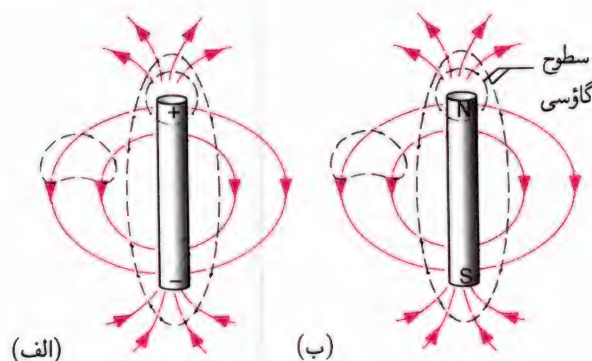
این اختلاف بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک بیان ریاضی به صورت قانون گاوس دارد. در شکل ۱۸-۳۵ (الف)، شار الکتریکی از هر یک از سطحهای گاوسی به مقدار بار خالصی بستگی دارد که آن سطح در برمی‌گیرد. اگر سطح هیچ باری را در برنگیرد، یا حاوی بار خالصی نباشد (یعنی، شامل مقدار مساوی بارهای مثبت و منفی، مانند دوقطبیهای الکتریکی کامل باشد)، شار بردار میدان الکتریکی از آن سطح صفر است. اگر سطح، دوقطبی را به گونه‌ای قطع کند که

همان‌طور که انتظار می‌رود (شکل ۱۳-۳۵ را ببینید) برای میدان دوقطبی مقدارهای اندازه‌گیری‌شده برای زاویه میل مغناطیسی از 0° در نزدیکی استوا (در واقع، استوای مغناطیسی) تا 90° در نزدیکی قطبهای مغناطیسی تغییر می‌کند.

۷-۳۵ قانون گاوس برای مغناطیس

شکل ۱۸-۳۵ (الف) میدان الکتریکی یک میله عایق را نشان می‌دهد که در دو سر آن مقدار مساوی بارهای مثبت و منفی قرار گرفته است. این نمونه‌ای از دوقطبی الکتریکی است. شکل ۱۸-۳۵ (ب) مورد مشابه مربوط به دوقطبی مغناطیسی، مانند آهنربای تیغه‌ای، را نشان می‌دهد، که یک سر آن قطب شمال و سر دیگر آن قطب جنوب است. در این سطح موارد الکتریکی و مغناطیسی کاملاً یکسان به نظر می‌رسند. (شکل ۱۴-۲۶ (ب) را با شکل ۶-۳۲ مقایسه کنید تا نمود دیگری از این همانندی را ببینید). در واقع، ممکن است به این نتیجه برسیم که وجود تک‌قطبیهای مغناطیسی منفرد شبیه بارهای الکتریکی را به عنوان یک اصل موضوع بپذیریم؛ این قطبها، اگر وجود داشته باشند، میدانهای مغناطیسی را به وجود می‌آورند که (مانند میدانهای الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی) با شدت میدان قطب متناسب‌اند و با مجذور فاصله از قطب نسبت عکس دارند. بعداً خواهیم دید که، این فرض با آزمایش سازگار نیست.

فرض کنید اجسام شکل ۱۸-۳۵ را نصف و دو قسمت را از هم جدا کنیم. شکل ۱۹-۳۵ نشان می‌دهد که موارد الکتریکی و مغناطیسی دیگر شبیه یکدیگر نیستند: در مورد دوقطبی الکتریکی،



شکل ۱۸-۳۵ (الف) یک دوقطبی الکتریکی، متشکل از یک میله عایق که بار مثبت در یک سر و بار منفی در سر دیگر آن قرار گرفته است. در این شکل چند سطح گاوسی نشان داده شده است. (ب) دوقطبی مغناطیسی، یک آهنربای تیغه‌ای است که قطب شمال در یک سر و قطب جنوب در سر دیگر آن قرار دارد.

که خطهای \vec{B} از آن آغاز یا به آن ختم شده باشند؛ یعنی، هیچ بار مغناطیسی منفرد منزوی وجود ندارد.

تک قطبهای مغناطیسی

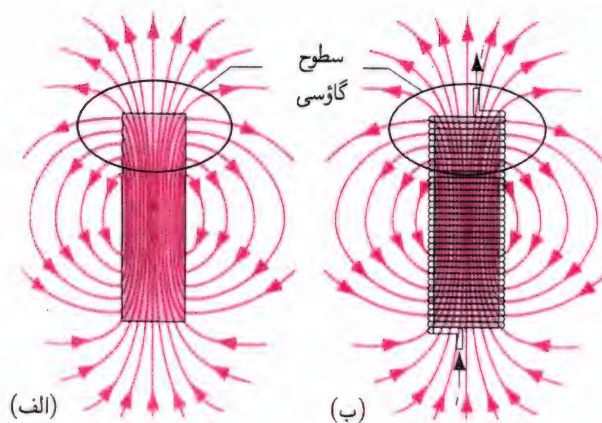
در فصل ۲۷ دیدیم که قانون گاوس برای میدانهای الکتریکی هم از قانون کولن است، که مبتنی بر مشاهدههای تجربی نیروی بین بارهای نقطه‌ای است. قانون گاوس برای مغناطیس نیز مبتنی بر یک مشاهده تجربی است: ناکامی در مشاهده قطبهای مغناطیسی منزوی، مانند یک تک قطب شمال یا تک قطب جنوب.

وجود بارهای مغناطیسی منزوی را در سال ۱۹۳۱ پل دیراک فیزیکدان نظری براساس استدلالهای مکانیک کوانتومی و تقارن پیشنهاد کرد. از این بارهای مغناطیسی منزوی را تک قطبهای مغناطیسی نامید و برخی از خواص اصلی که از آنها انتظار می‌رفت، از جمله اندازه "بار مغناطیسی" (مشابه بار الکترونی e)، را به دست آورد. پس از این پیش‌بینی دیراک، جستجوی تک قطبهای مغناطیسی با بهره‌گیری از شتابدهندههای بزرگ ذرات و بررسی نمونه‌هایی از مواد زمینی و فرازمینی صورت گرفت. هیچ‌یک از این جستجوهای اولیه به دلیلی فرارزمینی وجود تک قطبی مغناطیسی نینجامیده است.

تلاشهای جدید برای وحدت بخشیدن قانونهای فیزیک و گرد آوردن نیروهای قوی، ضعیف و الکترومغناطیس در یک چارچوب واحد، سبب تجدید توجه به تک قطبهای مغناطیسی شده است. این نظریه‌ها وجود تک قطبهای مغناطیسی بسیار پرجرمی، در حدود 10^{16} برابر جرم پروتون، را پیش‌بینی می‌کنند. مسلماً، این تک قطبی بسیار پرجرمتر از آن است که بتوان آن را در شتابدهندهای در زمین تولید کرد؛ در واقع، تنها شرایط شناخته‌شده‌ای که ممکن است در آن این تک قطبها به وجود آمده باشند به ماده چگال و بسیار داغ مرحله‌های آغازین عالم مربوط می‌شود. جستجو برای یافتن تک قطبهای مغناطیسی همچنان ادامه دارد، ولی تاکنون هیچ دلیل قانع‌کننده‌ای در مورد وجود آنها به دست نیامده است.* در حال حاضر، فرض می‌کنیم یا تک قطبهای مغناطیسی وجود ندارند، به طوری که معادله (۲۲-۳۵) دقیقاً و عموماً معتبر است، یا اگر هم وجود داشته باشند، آنچنان نادر و نایاب اند.

* برای کسب اطلاعات بیشتر مقاله‌های زیر را ببینید:

"Searches for Magnetic Monopoles and Fractional Electric Charges," by Susan B. Felch, *The Physics Teacher*, March 1984, p. 142. and "Superheavy Magnetic Monopoles," by Richard A. Carrigan, Jr. and W. Peter Trower, *Scientific American*, April 1982, p. 106.



شکل ۳۵-۲۰ خطهای میدان \vec{B} برای (الف) یک آهنربای میله‌ای و (ب) یک سیملوله کوتاه. در هر یک از این دو مورد قطب شمال در بالای شکل قرار دارد. خط‌چینها سطوح گاوسی را مشخص می‌کنند.

حاوی بار خالص q شود، شار Φ_E میدان الکتریکی از قانون گاوس به دست می‌آید:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0. \quad (21-35)$$

می‌توانیم، مانند شکل ۳۵-۱۸ (ب)، برای میدان مغناطیسی هم سطوح گاوسی ترسیم کنیم. اگر سطح گاوسی حاوی هیچ "بار مغناطیسی" خالصی نباشد، شار Φ_B میدان مغناطیسی که از آن می‌گذرد صفر است. ولی، دیدیم که، حتی آن سطوح گاوسی که آهنربای میله‌ای را دو نیم می‌کنند حاوی هیچ بار مغناطیسی خالصی نیستند، زیرا هر بار که مغناطیس را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، قطعه‌ای به دست می‌آید که هم قطب شمال دارد و هم قطب جنوب. صورت مغناطیسی قانون گاوس را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (22-35)$$

شار خالص میدان مغناطیسی گذرنده از هر سطح بسته‌ای صفر است. شکل ۳۵-۲۰، جزییات بیشتری از میدانهای مغناطیسی مربوط به آهنربای میله‌ای و سیملوله را نشان می‌دهد، که هر دوی آنها را می‌توان دو قطبی مغناطیسی در نظر گرفت. توجه کنید که در شکل ۳۵-۲۰ (الف) خطوط \vec{B} در داخل آهنربا وارد سطح گاوسی می‌شوند و در خارج از محدوده آهنربا آن را ترک می‌کنند. کل شار ورودی با کل شار خروجی برابر است و شار خالص گذرنده از سطح یعنی Φ_B برابر صفر است. همین قضیه برای سطح گاوسی مربوط به سیملوله شکل ۳۵-۲۰ (ب) نیز صادق است. در هیچ‌یک از این موارد نمی‌توان نقطه‌ای را یافت

از ابعاد دوقطبیهاست.

(الف) d^{-6} (ب) d^{-4} (ج) d^{-3} (د) d^{-2}

۳-۳۵ مغناطیس اتمی و هسته‌ای

۵. کدام یک از کمیت‌های زیر در خواص مغناطیسی ماده سهم قابل ملاحظه‌ای ندارد؟

(الف) گشتاور مغناطیسی مداری الکترون‌ها

(ب) گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون‌ها

(ج) گشتاورهای مغناطیسی پروتون‌ها و نوترون‌ها

(د) همه به یک اندازه مشارکت دارند

۴-۳۵ مغناطش

۶. یکای مغناطش \vec{M} کدام است؟

(الف) T (ب) T/m^3 (ج) $C/m \cdot s$ (د) $C \cdot m/s$

۵-۳۵ مواد مغناطیسی

۷. چه نوع ماده‌ای دارای بیشترین گشتاور دوقطبی اتمی است؟

(الف) پارامغناطیس (ب) دیامغناطیس (ج) فرومغناطیس

(د) مواد پارامغناطیسی و فرومغناطیسی تقریباً سهم یکسانی دارند، در صورتی که مواد دیامغناطیسی هیچ گشتاور مغناطیسی دائمی ندارند.

(ه) هر سه نوع ماده تقریباً یکسان‌اند.

۸. وقتی ماده پارامغناطیس در میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرد، چه اتفاقی می‌افتد؟

(الف) گشتاورهای دوقطبی اتمی اندکی ضعیف می‌شوند، ولی در جهت همسو شدن با میدان خارجی عمل می‌کنند.

(ب) گشتاورهای دوقطبی اتمی اندکی قوی‌تر می‌شوند و در جهت همسو شدن با میدان خارجی عمل می‌کنند.

(ج) گشتاورهای دوقطبی اتمی اندکی ضعیف می‌شوند و طوری عمل می‌کنند که برخلاف میدان خارجی قرار گیرند.

(د) گشتاورهای دوقطبی اتمی اندکی قوی‌تر می‌شوند، ولی طوری عمل می‌کنند که برخلاف میدان خارجی قرار گیرند.

۹. یک آهنربای میله‌ای کوچک به شکل استوانه، به قطر ۱ cm، با طول ۲ cm و گشتاور دوقطبی ۵ J/T در اختیار داریم. با فرض اینکه میدان مغناطیسی به وسیله یک تک حلقه جریان به گرد آهنربا ایجاد شده باشد، شدت این جریان باید چقدر باشد؟

(الف) ۷ mA (ب) ۷ A (ج) ۷۰ A (د) ۷۰۰۰۰ A

که معادله (۲۲-۳۵) تقریبی بسیار دقیق است. در آن صورت معادله (۲۲-۳۵) نقشی بنیادی در توصیف رفتار میدانهای مغناطیسی در طبیعت دارد، و یکی از چهار معادله ماکسول در زمینه الکترومغناطیس را تشکیل می‌دهد.

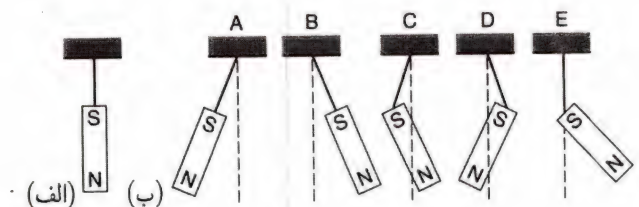
چندگزینه‌ای

۱-۳۵ دوقطبی مغناطیسی

۱. یک دوقطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت در چنان راستایی قرار گرفته است که انرژی پتانسیل آن بیشینه است. اندازه گشتاور نیروی وارد بر این دوقطبی به شرح زیر است:

(الف) یک بیشینه (ب) یک کمینه (ج) به چشمه دوقطبی مغناطیسی وابسته است.

۲. یک آهنربای تیغه‌ای ساده، مطابق شکل ۲۱-۳۵ (الف)، از یک بند آویزان شده است. میدان افقی یکنواخت \vec{B} به سمت راست برقرار شده است. کدام یک از شکلهای ۲۱-۳۵ (ب) سمبتری وضعیت تعادل آهنربای تیغه‌ای را نشان می‌دهد؟



شکل ۲۱-۳۵ پرسش چندگزینه‌ای ۲.

۲-۳۵ نیروی وارد بر دوقطبی در میدان نایک‌نواخت

۳. یک دوقطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی نایک‌نواخت قرار دارد. دوقطبی به صورت زیر عمل می‌کند:

(الف) همواره به سمت ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی، قوی‌تر است جذب می‌شود.

(ب) همواره از ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی، قوی‌تر است رانده می‌شود.

(ج) ممکن است که در آغاز رانده شود، ولی سرانجام سروته شده جذب ناحیه با میدان مغناطیسی قوی‌تر می‌شود.

(د) ممکن است که در آغاز جذب شود، ولی سرانجام سروته شده از ناحیه با میدان مغناطیسی قوی‌تر رانده می‌شود.

۴. نیروی بین دو دوقطبی مغناطیسی که در فاصله d از هم قرار دارند، با کدام یک از کمیت‌های زیر متناسب است؟ فرض کنید d خیلی بزرگتر

۳۵-۶ خواص مغناطیسی سیاره‌ها

۱۰. فرض کنید گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین به وسیله یک حلقه بار روی استوا و چرخش زمین روی محور آن به وجود آمده باشد.

(۱) علامت این بار چه خواهد بود؟

(الف) مثبت (ب) منفی

(ج) هر یک از دو جواب گشتاور دوقطبی یکسانی به وجود می‌آورند.

(۲) کدام یک از برآوردهای زیر به مقدار بار مورد نیاز نزدیک‌تر

است؟

(الف) $10^{15}C$ (ب) 10^5C (ج) $10^{-5}C$ (د) $10^{-15}C$

۳۵-۷ قانون گاوس برای مغناطیس

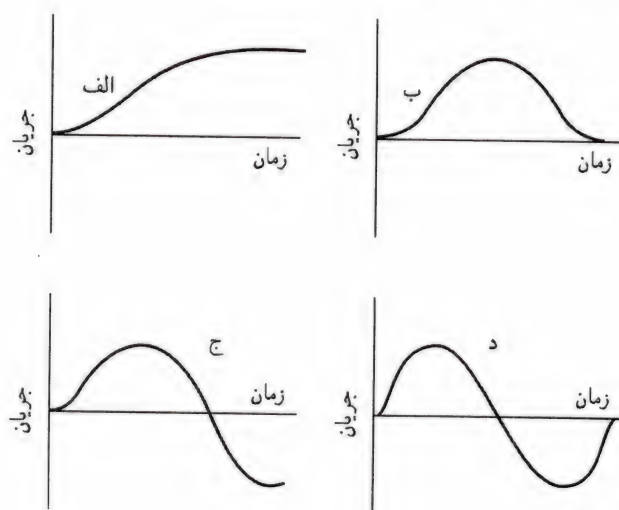
۱۱. اگر قرار بود که تک‌قطبی مغناطیسی وجود داشته باشد، یکای مناسب برای آن چه بود؟

(الف) Wb/T (ب) T/m^3 (ج) $C \cdot m/s$ (د) C/T

(ه) بار تک‌قطبی، نیاز به معرفی یک یکای جدید دارد.

۱۲. یک تک‌قطبی مغناطیسی (فرضی؟) از یک حلقه سیم می‌گذرد.

کدام یک از نمودارهای شکل ۳۵-۲۲ جریان در این حلقه را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد؟



شکل ۳۵-۲۲ پرسش چندگزینیه‌ای ۱۲.

پرسشها

۱. در مسئله نمونه ۳۵-۱ نشان دادیم که کار مورد نیاز برای اینکه یک حلقه جریان را در میدان مغناطیسی خارجی بچرخانیم و سروته کنیم برابر $2\mu B$ است. آیا این نتیجه، صرف‌نظر از اینکه سمتگیری اولیه حلقه کدام است، درست است؟

۲. از گشتاور نیروی وارد بر دوقطبی مغناطیسی به وسیله میدان مغناطیسی می‌توان در اندازه‌گیری شدت میدان مغناطیسی استفاده کرد. برای یک اندازه‌گیری دقیق، آیا کوچک بودن گشتاور دوقطبی اهمیتی دارد یا خیر؟ به خاطر بیاورید، که در مورد اندازه‌گیری میدان الکتریکی، بار آزمون باید تا سرحد امکان کوچک باشد تا اختلالی در چشمه میدان ایجاد نکند.

۳. کره بدون اصطکاکی به اندازه یک توپ پینگ‌پنگ در اختیار شما قرار داده شده است و به شما گفته می‌شود که این کره حاوی دوقطبی مغناطیسی است. برای یافتن اندازه و جهت گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن چه آزمایشهایی انجام خواهید داد؟

۴. چگونه می‌توانید گشتاور دوقطبی مغناطیسی عقربه قطب‌نما را اندازه‌گیری کنید؟

۵. یک حلقه سیم دایره‌ای روی کف اتاقی قرار گرفته است که شما در آن نشسته‌اید. اگر از بالا نگاه کنیم این حلقه حامل جریان ساعتگرد ثابت است. جهت گشتاور دوقطبی مغناطیسی این حلقه جریان کدام است؟

۶. دو قطعه آهن دارای ظاهری یکسان‌اند. یکی از این دو قطعه آهن‌ریاست و دیگری نیست. چگونه می‌توان آنها را از هم تمیز داد؟ مجاز نیستید که هیچ‌کدام از آنها را به عنوان عقربه قطب‌نما بیاورید و یا هیچ وسیله دیگری جز دو قطعه آهن، به کار برید.

۷. دو میله آهنی، بدون توجه به اینکه دو سر آنها به چه ترتیبی به هم نزدیک شوند، همواره یکدیگر را می‌ربایند. آیا می‌توانید نتیجه بگیرید که یکی از این دو قطعه باید نامغناطیده باشد؟

۸. پدیده‌های زیر چه شباهتها و تفاوتهایی با یکدیگر دارند؟ (الف) یک میله باردار الکتریکی قطعات کوچک عایق بدون بار را جذب می‌کند. (ب) یک آهنربای دائمی می‌تواند هر نمونه نامغناطیده از مواد فرومغناطیسی را جذب کند.

۹. چگونه می‌توانید قطبهای آهنربای بدون نشانه‌گذاری را مشخص کنید؟

۱۰. نشان دهید که از نظر کلاسیکی، بار چرخان مثبت دارای گشتاور مغناطیسی اسپینی است که در همان جهت تکانه زاویه‌ای اسپینی آن قرار می‌گیرد.

۱۱. نوترون که بار الکتریکی ندارد، دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی است. آیا با توجه به نظریه الکترومغناطیس کلاسیک چنین چیزی امکان‌پذیر است، یا اینکه این گواه به تنهایی نشان می‌دهد که نظریه الکترومغناطیس کلاسیک ناموفق است؟

۱۲. آیا تمام آهنرباهای دائمی دارای قطبهای شمال و جنوب قابل

۱۸. آیا می‌توانید دلیلی ارائه دهید که چرا در اعماق بیش از ۲۰ km از سطح زمین مواد فرومغناطیسی کاملاً پارامغناطیسی می‌شوند؟
۱۹. می‌خواهیم نمونه‌ای از ماده فرومغناطیسی را، که با قرارگرفتن در میدان خارجی مغناطیده شده و این خاصیت را حفظ کرده است، وامغناطیده کنیم. آیا برای رسیدن به این هدف باید دمای نمونه را تا دمای ذوب افزایش دهیم؟
۲۰. مغناطیدگی القایی در یک کره دیامغناطیسی مشخص توسط میدان مغناطیسی خارجی، برخلاف مواد پارامغناطیسی، با دما تغییر نمی‌کند. این رفتار را، با توجه به توصیفی که درباره سرچشمه ایجاد خاصیت دیامغناطیس کردیم، تشریح کنید.
۲۱. توضیح دهید که چرا آهنربا یک جسم نامغناطیده آهنی مانند میخ را جذب می‌کند.
۲۲. آیا هیچ نیرو یا گشتاور نیروی خالصی بر (الف) یک تیغه آهنی نامغناطیده یا (ب) یک آهنربای دائمی میله‌ای وقتی در میدان مغناطیسی یکنواخت قرار می‌گیرد، اثر می‌کند؟
۲۳. میخی روی یک میز بدون اصطکاک در نزدیکی یک آهنربای قوی قرار دارد. میخ را رها می‌کنیم که حرکت کرده جذب آهنربا شود. سرچشمه انرژی جنبشی میخ قبل از برخورد با آهنربا چیست؟
۲۴. گفته می‌شود که ابررساناها کاملاً دیامغناطیس‌اند. در این باره توضیح دهید.
۲۵. توضیح دهید که چرا یک آهنربای میله‌ای کوچک که به‌طور قائم روی جامی از سرب ابررسانا قرار گرفته است نیازی به نیروهای تماسی جهت نگه‌داشتن آن وجود ندارد.
۲۶. منحنیهای مغناطیدگی مربوط به ماده پارامغناطیس (شکل ۳۵-۱۰) و ماده فرومغناطیس (شکل ۳۵-۱۱) را با هم مقایسه کنید. منحنی مربوط به ماده دیامغناطیس چگونه خواهد بود؟
۲۷. چرا براده‌های آهن در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند؟ به هر حال، آنها به‌طور ذاتی مغناطیده نیستند.
۲۸. میدان مغناطیسی زمین را می‌توان با تقریب خوبی با یک دوقطبی مغناطیسی مستقر در مرکز زمین یا در حوالی آن نشان داد. قطبهای مغناطیسی زمین را می‌توان به‌عنوان (الف) نقطه‌هایی در نظر گرفت که محور این دوقطبی از سطح زمین می‌گذرد یا (ب) نقطه‌هایی در سطح زمین در نظر گرفت که در آنجا عقربه مغناطیسی آویخته به‌صورت عمودی قرار می‌گیرد. آیا این نقطه‌ها الزاماً یکسان خواهند بود؟
۲۹. آیا در ایالات متحده هیچ مکانی وجود دارد که در آن، عقربه قطب‌نما به سمت قطب شمال جغرافیایی قرار گیرد؟

شناسایی هستند؟ اشکال هندسی دیگری بجز آهنربای میله‌ای یا نعل‌اسبی را در نظر بگیرید.

۱۳. دو وضعیت زیر را در نظر بگیرید: (الف) یک تک‌قطبی مغناطیسی (فرضی) را از یک حلقه رسانای تک‌دور در امتداد محورش، با سرعت ثابت می‌گذرانیم؛ (ب) یک آهنربای میله‌ای کوتاه (یک دوقطبی مغناطیسی) را به همان ترتیب از همان حلقه می‌گذرانیم. مقدار بار منتقل‌شده از هر مقطع این حلقه را در این دو فرایند به‌صورت کیفی مقایسه کنید. آزمایشهایی که برای آشکارسازی تک‌قطبیهای مغناطیسی احتمالی طراحی شده‌اند از این اختلافها بهره می‌گیرند.

۱۴. با آزمایش مشخص شده است که هر دو سر یک میله آهنی کوتاه قطب شمال مغناطیسی است. مقداری براده آهن روی این میله می‌پاشیم. (در ساده‌ترین حالت) این براده‌ها کجا به هم می‌چسبند؟ طرحی تقریبی از خطوط \vec{B} در داخل و خارج میله رسم کنید.

۱۵. با شروع از بردارهای \vec{X} و \vec{Y} در مکانها و جهت‌های نشان داده‌شده در شکل ۳۵-۲۳، \vec{X} ثابت است و \vec{Y} می‌تواند آزادانه بچرخد. در هر یک از حالت‌های زیر چه اتفاقی خواهد افتاد؟ (الف) \vec{X} دوقطبی الکتریکی و \vec{Y} دوقطبی مغناطیسی است؛ (ب) \vec{X} و \vec{Y} هر دو دوقطبی مغناطیسی‌اند؛ (ج) \vec{X} و \vec{Y} هر دو دوقطبی الکتریکی‌اند. همین پرسشها را وقتی که \vec{Y} ثابت است و \vec{X} می‌تواند آزادانه بچرخد پاسخ دهید.



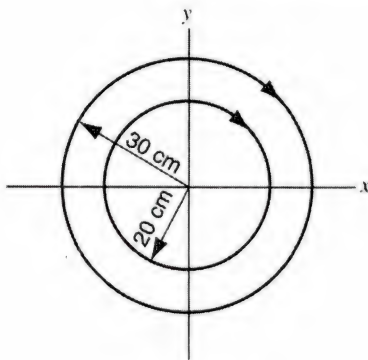
شکل ۳۵-۲۳ پرسش ۱۵.

۱۶. فرض کنید تولیدکننده قطب‌نما هستید. (الف) روشهایی که می‌توانید برای مغناطیده کردن عقربه‌ها به‌کار ببرید تشریح کنید. (ب) معمولاً یک سر عقربه را که به سوی شمال قرار می‌گیرد یک رنگ مشخص می‌زنند. بدون آویختن عقربه در میدان مغناطیسی زمین، چگونه می‌توان دریافت که کدام سر عقربه را باید رنگ کرد؟ (ج) آیا سر رنگ‌شده قطب شمال است یا قطب جنوب؟

۱۷. آیا انتظار دارید که مغناطیدگی ماده پارامغناطیسی در حالت اشباع با مغناطیدگی ماده فرومغناطیسی اشباع‌شده با اندازه‌های کم‌وبیش یکسان تفاوت زیادی داشته باشد؟ چرا یا، اگر پاسخ شما منفی است، چرا نه؟

۲. شعاع یک پیچه دایره‌ای ۱۶° دوری ۹۳ cm است. (الف) جریان مورد نیاز برای ایجاد یک گشتاور مغناطیسی به اندازه $۲.۳۳\text{ A} \cdot \text{m}^2$ را محاسبه کنید. (ب) بیشینه گشتاور نیروی وارد بر پیچه حامل این جریان در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۳۴۶ mT را معین کنید.

۳. دو حلقه دایره‌ای هم‌مرکز به شعاعهای ۲° و ۳° سانتی‌متر در صفحه xy قرار دارند و در هر کدام جریان ساعتگرد ۷° A جاری است (شکل ۳۵-۲۴). (الف) گشتاور مغناطیسی این سیستم را مشخص کنید. (ب) در صورتی که جهت جریان در حلقه بیرونی برعکس شود، محاسبه‌ها را تکرار کنید.



شکل ۲۴-۳۵ تمرین ۳.

۴. حلقه سیم دایره‌ای به شعاع ۱۶° cm حامل جریان ۲۵۸ A است. این حلقه چنان قرار گرفته است که عمود بر سطح آن با میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۱.۲° T زاویه ۴۱° می‌سازد. (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه را محاسبه کنید. (ب) گشتاور نیروی وارد بر حلقه را معین کنید.

۵. میدان مغناطیسی B برای نقطه‌های مختلف واقع بر محور یک حلقه جریان مربع‌شکل به ضلع a در مسئله ۴ فصل ۳۳ داده شده است. (الف) نشان دهید که میدان محوری برای این حلقه برای $a \gg z$ همان میدان مربوط به دوقطبی مغناطیسی است. (ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی این حلقه را معین کنید.

۶. یک حلقه سیم دایره‌ای به شعاع ۸° cm حامل جریان ۲° A است. یک بردار یکه موازی با گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ حلقه با عبارت $\vec{J} = ۸^\circ\hat{i} - ۶^\circ\hat{j}$ مشخص شده است. اگر این حلقه جریان در میدان مغناطیسی $\vec{B} = (۲۵^\circ\hat{i} + ۳^\circ\hat{k})\text{ T}$ قرار گرفته باشد (الف) گشتاور نیروی وارد بر حلقه و (ب) انرژی پتانسیل مغناطیسی حلقه جریان را معین کنید.

۳۰. ”دوستی“ قطب‌نمای مورد علاقه شما را قرض می‌کند و همه عقربه را با رنگ سرخ رنگ‌آمیزی می‌کند. وقتی متوجه این موضوع می‌شوید که در غاری گم شده‌اید و تنها چیزهایی را که همراه دارید عبارت‌اند از دو چراغ‌قوه، چند متر سیم و (البته) این کتاب. چگونه می‌توانید بفهمید که کدام سر عقربه قطب شمال آن است؟

۳۱. اگر زمین تنها آهنربای موجود باشد، چگونه می‌توانید میله آهنی را مغناطیده کنید؟

۳۲. برای محافظت حجم معینی از فضا از میدانهای مغناطیسی خارجی ثابت چه کار می‌کنید؟ اگر فکر می‌کنید که این کار عملی نیست علت آن را بیان کنید.

۳۳. پرتوهای کیهانی ذرات بارداری هستند که از برخی چشمه‌های خارجی به جو زمین برخورد می‌کنند. متوجه می‌شویم که پرتوهای کیهانی کم‌انرژی که به نزدیکی قطبهای مغناطیسی شمال و جنوب زمین می‌رسند بیشتر از ناحیه استوای (مغناطیسی) است. چرا چنین است؟

۳۴. مواد دیامغناطیسی به وسیله میدانهای مغناطیسی رانده می‌شوند. چرا ماده دیامغناطیسی ”سروته“ نمی‌شود که مانند سایر دوقطبیهای مغناطیسی جذب شود؟

۳۵. چگونه می‌توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین را اندازه گرفت؟

۳۶. سه دلیل برای اینکه شار Φ_B میدان مغناطیسی زمین در محدوده آلاسکا بیشتر از محدوده تگزاس است ارائه دهید.

۳۷. شفقهای قطبی اغلب نه در قطبهای شمال و جنوب مغناطیسی که در عرض مغناطیسی ۲۳° نسبت به این قطبها (که مثلاً در نیمکره شمالی ژئومغناطیسی مداری که از خلیج هودسن می‌گذرد) دیده می‌شوند. آیا می‌توانید دلیلی، هر چند کیفی، ارائه دهید که چرا شدت فعالیت شفق نباید در خود قطبها از همه جا بیشتر باشد؟

۳۸. آیا سازوکاری به نظرتان می‌رسد که به وسیله آن یک توفان مغناطیسی، یعنی، یک اختلال شدید در میدان مغناطیسی زمین، بتواند در ارتباطهای رادیویی تداخل کند؟

تمرینها

۱-۳۵ دوقطبی مغناطیسی

۱. گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $۱۰^{۲۲}\text{ J/T} \times ۸^\circ$ است. فرض کنید این گشتاور به وسیله بارهای الکتریکی جاری در ماده مذاب بیرون از هسته مرکزی پدید آمده باشد. اگر شعاع مسیر دایره‌ای بارهای الکتریکی ۳۵° km باشد، جریان مورد نیاز را محاسبه کنید.

می‌شود، محاسبه کنید. برای گشتاور مغناطیسی پروتون جدول ۱-۳۵ را ببینید.

۱۰. فرض کنید تمام هسته‌های هیدروژن (پروتونهای) موجود در 1.5°g آب را بتوان همسو کرد. میدان مغناطیسی حاصل را در فاصله 5.33 m از نمونه در امتداد محور همسویی محاسبه کنید.

۱۱. بار الکتریکی q به‌طور یکنواخت روی حلقه نازکی به شعاع r توزیع شده است. این حلقه حول محوری که از مرکز می‌گذرد و بر صفحه آن عمود است با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. (الف) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی ناشی از این بار چرخان برابر است با

$$\mu = \frac{1}{4} q \omega r^2$$

(ب) نشان دهید که اگر تکانه زاویه‌ای حلقه برابر L باشد، داریم

$$\mu/L = q/2m$$

۴-۳۵ مغناطیس

۱۲. گشتاور دوقطبی یک اتم آهن در یک میله آهنی $2.2 \mu\text{B}$ است. فرض کنید گشتاور دوقطبی تمام اتمهای موجود در این میله که طولش 4.86 cm و سطح مقطع آن 1.31 cm^2 است، همسو شوند. (الف) گشتاور دوقطبی این میله چقدر است؟ (ب) چه گشتاور نیرویی باید به این آهنربا وارد شود تا آن را عمود بر یک میدان خارجی به شدت 1.53 T نگه دارد؟

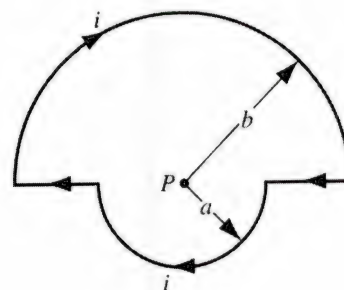
۱۳. طول آهنربایی به شکل میله استوانه‌ای 4.8 cm و قطر آن 1.1 cm است. این آهنربا دارای مغناطیدگی یکنواخت 5.3 kA/m است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن را محاسبه کنید.

۱۴. از سیم‌لوله‌ای با 16 دور سیم‌پیچ در سانی-متر جریانی به شدت 1.3 A می‌گذرد. (الف) اگر یک میله گرمی که فضای داخل سیم‌لوله را کاملاً پر می‌کند در آن قرار دهیم شدت میدان مغناطیسی در آن چقدر افزایش می‌یابد؟ (ب) مغناطیدگی میله را مشخص کنید. (جدول ۲-۳۵ را ببینید.)

۵-۳۵ مواد مغناطیسی

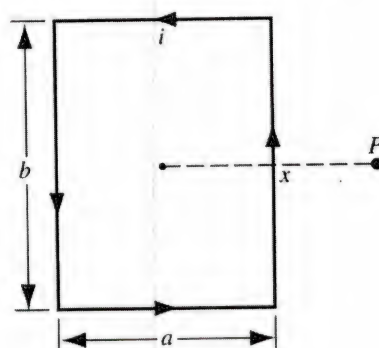
۱۵. یک میدان مغناطیسی به شدت 5° T به یک گاز پارامغناطیسی اعمال شده که گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی اتمهای آن $2.3 \times 10^{-23} \text{ J/T}$ است. در چه دمایی میانگین انرژی جنبشی انتقالی اتمهای این گاز برابر با انرژی لازم برای عوض کردن جای قطبهای دوقطبی در این میدان مغناطیسی خواهد شد؟

۷. مدار بسته‌ای با شعاعهای a و b ، مطابق شکل ۲۵-۳۵، که حامل جریان i است، در اختیار دارید. گشتاور دوقطبی مغناطیسی این مدار را معین کنید.



شکل ۲۵-۳۵ تمرین ۷.

۸. حلقه مستطیلی شکل ۲۶-۳۵ را که حامل جریان i است در نظر بگیرید. نقطه P به فاصله x از مرکز حلقه واقع شده است. با فرض اینکه نقطه P در فاصله بسیار دوری از حلقه قرار گرفته باشد، عبارتی را برای میدان مغناطیسی ناشی از حلقه جریان در نقطه P به‌دست آورید. با در نظر گرفتن اینکه $\mu = iA = iab$ است، عبارتی شبیه معادله (۴-۳۵) برای میدان ناشی از یک دوقطبی دوردست در نقطه‌هایی در صفحه حلقه جریان (عمود بر محور حلقه جریان) به‌دست آورید. (راهنمایی: اضلاع متقابل مستطیل را می‌توان با هم در نظر گرفت، ولی جهت میدان \vec{B} ناشی از هر طرف را باید به‌دقت بررسی کرد.)



شکل ۲۶-۳۵ تمرین ۸.

۲-۳۵ نیروی وارد بر دوقطبی در میدان نایک‌نواخت

۳-۳۵ مغناطیس اتمی و هسته‌ای

۹. در پایین‌ترین حالت انرژی در اتم هیدروژن محتمل‌ترین فاصله بین تک‌الکترون چرخان در مدار و پروتون مرکزی برابر $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ است. (الف) میدان الکتریکی و (ب) میدان مغناطیسی ناشی از پروتون در این فاصله را که در امتداد محور اسپین پروتون اندازه‌گیری

۱۶. اندازه‌گیریهایی انجام شده در معدنها و درگمانه‌های اکتشاف نشان می‌دهند که دمای زمین با عمق آن با آهنگ متوسط $3^{\circ}\text{C}/\text{km}$ افزایش می‌یابد. اگر دما در سطح زمین 20°C باشد، در چه عمقی آهن دیگر فرومغناطیس نیست؟ (دمای کوری آهن با فشار بسیار کم تغییر می‌کند).

۲۳. اندازه گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $10^{22}\text{J/T} \times 8^{\circ}$ است. (الف) اگر سرچشمه این مغناطیس یک کره آهنی مغناطیده در مرکز زمین بوده، شعاع این کره باید چقدر باشد؟ (ب) این کره باید چه کسری از کل حجم زمین را در برمی‌گرفت؟ چگالی هسته داخلی زمین 14g/cm^3 است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر اتم آهن $10^{-23}\text{J/T} \times 21^{\circ}$ است.

۲۴. از نتیجه‌های نشان داده شده در مسئله ۹ استفاده کنید و میدان مغناطیسی زمین را (اندازه و میل) در (الف) استوای مغناطیسی، (ب) نقطه‌ای با عرض مغناطیسی 60° ، و (ج) قطب شمال مغناطیسی پیش‌بینی کنید.

۲۵. ارتفاعی از سطح زمین را به دست آورید که در آن میدان مغناطیسی از نظر اندازه نصف شدت در سطح زمین در همان عرض مغناطیسی باشد. (از تقریب با میدان دوقطبی در مسئله ۹ استفاده کنید).

۲۶. با استفاده از تقریب میدان دوقطبی برای میدان مغناطیسی زمین (مسئله ۹)، بیشینه شدت میدان مغناطیسی را روی مرز هسته-جبهه، که در 2900 کیلومتری زیر سطح زمین قرار دارد، محاسبه کنید.

۲۷. با استفاده از میدان دوقطبی نمایش داده شده در مسئله ۹ اندازه و زاویه میل میدان مغناطیسی زمین در قطب شمال جغرافیایی را محاسبه کنید. (راهنمایی: زاویه بین محور مغناطیسی و محور چرخش زمین $11^{\circ}5'$ است.) چرا مقادارهای محاسبه شده احتمالاً با مقادارهای اندازه‌گیری شده سازگار نیستند؟

۷-۳۵ قانون گاوس برای مغناطیس

۲۸. یک سطح گاوسی به شکل استوانه قائم با مقطع دایره‌ای به شعاع 13cm و به طول 8cm را در نظر بگیرید. در یک قاعده استوانه شار مغناطیسی $25\mu\text{Wb}$ به طرف داخل وجود دارد. در قاعده دیگر این استوانه میدان مغناطیسی یکنواخت 16mT وجود دارد که عمود بر سطح و به طرف خارج است. شار گذرنده خالص از سطح جانبی خمیده این استوانه را محاسبه کنید.

۲۹. شار مغناطیسی از هر یک از پنج وجه یکی از دو عضو یک جفت تاس بازی از رابطه $\Phi_B = \pm N\text{Wb}$ به دست می‌آید، که در

۱۷. نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند در دمای اتاق (300K) قرار دارد. چه میدان مغناطیسی باید اعمال کنیم تا میزان اشباع مغناطیسی این نمونه (الف) 50% (ب) 90% شود؟ (ج) آیا در آزمایشگاه می‌توان به این میدانها دست یافت؟

۱۸. نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند در یک میدان مغناطیسی به شدت 18T قرار داده‌ایم. در چه دمایی میزان اشباع مغناطیسی این نمونه (الف) 50% و (ب) 90% خواهد بود؟

۱۹. می‌خواهیم یک نمک پارامغناطیسی را که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند بررسی کنیم تا ببینیم از قانون کوری پیروی می‌کند یا خیر. نمونه را در یک میدان مغناطیسی به شدت 50T قرار می‌دهیم که در خلال مدت آزمایش ثابت باقی می‌ماند. سپس مغناطیدگی M این نمونه را از دمای 10K تا 300K اندازه می‌گیریم. آیا در این شرایط شاهد برقراری قانون کوری خواهیم بود؟

۲۰. مغناطیدگی اشباع برای فلز فرومغناطیسی نیکل برابر 511kA/m است. گشتاور مغناطیسی یک تک‌اتم نیکل را محاسبه کنید. (داده‌های مورد نیاز را از پیوست د بردارید).

۲۱. جفت‌شدگی یادشده در بخش ۳۵-۵ که به عنوان عامل به وجودآورنده خاصیت فرومغناطیسی ذکر شد، انرژی برهم‌کنش مغناطیسی متقابل بین دو دوقطبی مغناطیسی بنیادی نیست. برای نشان دادن این موضوع، (الف) میدان مغناطیسی را در فاصله 10nm از یک اتم و روی محور دوقطبی آن با گشتاور دوقطبی مغناطیسی $10^{-23}\text{J/T} \times 185^{\circ}$ (گالت) و (ب) کمینه انرژی لازم برای اینکه یک دوقطبی همانند دوقطبی اول را، در این میدان سروته کنیم، محاسبه کنید. این نتیجه‌ها را با نتیجه‌های مسئله نمونه ۳۵-۴ مقایسه کنید. از این قیاس چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۶-۳۵ خواص مغناطیسی سیاره‌ها

۲۲. در مسئله نمونه ۳۵-۶ دیدیم که مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین در توسان آریزونا $43\mu\text{T}$ است. فرض کنید که این مقدار، میانگین

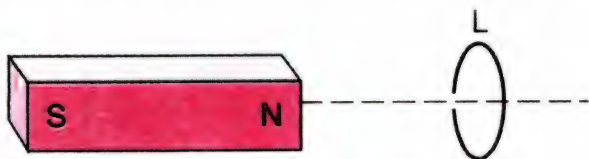
زاویه‌ای ω حول محورش بچرخد، نشان دهید که گشتاور دوقطبی مغناطیسی این قرص برابر است با:

$$\mu = \frac{\omega q R^2}{4}$$

(راهنمایی: قرص چرخان هم‌ارز آرایه‌ای از حلقه‌های جریان است).
۲. (الف) گشتاور مغناطیسی کرهٔ یکنواخت باردارشدهٔ چرخان را محاسبه کنید. (ب) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی آن را می‌توان به صورت $\mu = qL/2m$ نوشت که در آن L تکانهٔ زاویه‌ای و m جرم کره است. (ج) نشان دهید که این آرایه مثال خوبی برای ساختار الکترون نیست. (راهنمایی: کرهٔ یکنواخت باردارشده را باید به حلقهٔ جریانهای بینهایت کوچکی تقسیم کرد و عبارتی برای گشتاور مغناطیسی آن، از طریق انتگرال‌گیری، به دست آورد).

۳. الکترونی با انرژی جنبشی K_e در یک مدار دایره‌ای عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت، و فقط تحت تأثیر نیروی وارد از طرف میدان حرکت می‌کند. (الف) نشان دهید که مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی ناشی از حرکت مداری برابر $\mu = K_e/B$ است و جهت این گشتاور برخلاف جهت میدان \vec{B} است. (ب) اندازه و جهت گشتاور دوقطبی مغناطیسی یون مثبتی با انرژی جنبشی K_i در این شرایط چقدر است؟ (ج) گاز یونیده‌ای دارای $10^{21} \times 5.28$ الکترون در هر مترمکعب و همان تعداد یون در مترمکعب است. فرض کنید میانگین انرژی جنبشی الکترونها $10^{-20} \times 6.21$ و میانگین انرژی جنبشی یونها $10^{-21} \times 7.58$ باشد. مغناطیدگی گاز را برای یک میدان مغناطیسی به شدت 18 T محاسبه کنید.

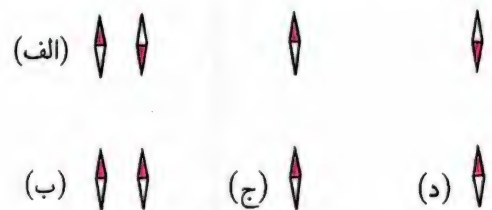
۴. یک مادهٔ پارامغناطیسی (به‌طور ضعیفی) جذب یک قطب آهنربا می‌شود. در شکل ۲۹-۳۵ مدل این پدیده را نشان داده‌ایم. "مادهٔ پارامغناطیسی" یک حلقهٔ جریان L است، که روی محور یک آهنربای میله‌ای قرار گرفته و به قطب شمال آن نزدیک‌تر از قطب جنوب است. چون میدان \vec{B} ناشی از آهنربای میله‌ای گشتاور نیروی $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ را بر حلقهٔ جریان وارد می‌کند، گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در جهت موازی با \vec{B} قرار می‌گیرد. (الف) خطوط میدان \vec{B} ناشی از آهنربای میله‌ای را رسم کنید. (ب) جهت جریان i را در حلقه نشان دهید. (ج)



شکل ۲۹-۳۵ مسئله‌های ۴ و ۵.

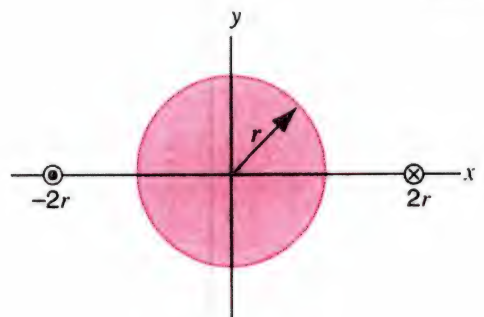
آن N (از ۱ تا ۵) تعداد خالهای روی هر وجه است. برای N های زوج شار مثبت (به طرف خارج) و برای N های فرد شار منفی (به طرف داخل) است. شار گذرنده از وجه ششم این تاس چقدر است؟

۳۰. شکل ۲۷-۳۵ چهار آرایش مختلف برای زوج عقربه‌های کوچک قطب‌نما را در فضایی نشان می‌دهد که در آنجا هیچ میدان مغناطیسی خارجی وجود ندارد. تعیین کنید که در هر یک از این چهار مورد تعادل پایدار است یا ناپایدار. برای هر زوج فقط گشتاور نیرویی را در نظر بگیرید که به‌واسطهٔ میدان مغناطیسی یک عقربه به عقربهٔ دیگر وارد می‌شود. دربارهٔ پاسخ خود توضیح دهید.



شکل ۲۷-۳۵ تمرین ۳۰.

۳۱. همان‌طور که در شکل ۲۸-۳۵ نشان داده‌ایم، دو رشته سیم موازی با محور z که در فاصلهٔ $4r$ از هم قرار دارند حامل جریانهای مساوی i در جهتهای مخالف‌اند. محور یک استوانهٔ دوار به شعاع r و طول L منطبق بر محور z در وسط دو رشته سیم قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس برای مغناطیس، شار مغناطیسی خالص خروجی از نیم‌استوانهٔ بالای محور x را محاسبه کنید. (راهنمایی: شاری که از قسمتی از صفحهٔ xz می‌گذرد که در محدودهٔ استوانه قرار گرفته مشخص کنید).



شکل ۲۸-۳۵ تمرین ۳۱.

مسئله‌ها

۱. یک قرص نازک پلاستیکی به شعاع R حامل بار q است که به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. اگر این قرص با بسامد

شکل ۳۵-۱۰ سازگارند.

۷. اتمی را در نظر بگیرید که در آن الکترون در مداری دایره‌ای به شعاع r و با بسامد زاویه‌ای ω می‌چرخد. یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه مدار وجود دارد. بر اثر نیروی مغناطیسی، الکترون در مداری با همان شعاع r ولی با بسامد زاویه‌ای جدید $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ می‌چرخد. (الف) نشان دهید که، وقتی میدان مغناطیسی اعمال می‌شود، تغییر در شتاب مرکزگرای الکترون برابر $\Delta\omega = 2r\omega_0$ است. (ب) با فرض اینکه این تغییر در شتاب مرکزگرا به‌طور کامل ناشی از نیروی مغناطیسی باشد، معادله (۳۵-۲) را به‌دست آورید.

۸. گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $10^{22} \text{ J/T} \times 80^\circ$ است. (الف) اگر می‌خواستیم این دوقطبی را با برقراری جریان در یک تک‌حلقه در محل استوای مغناطیسی زمین ایجاد کنیم، چه جریانی باید از این تک‌حلقه می‌گذرانندیم؟ (ب) آیا می‌توان از این آرایش برای حذف مغناطیس زمین در فضا و در فاصله‌های خیلی دور از سطح زمین استفاده کرد؟ (ج) در سطح زمین چگونه؟

۹. میدان مغناطیسی زمین را می‌توان با میدان مغناطیسی یک دوقطبی تقریب زد که مؤلفه‌های افقی و قائم آن در نقطه‌ای به فاصله r از مرکز زمین از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$B_{\text{افقی}} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos L_m, \quad B_{\text{قائم}} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin L_m$$

که در اینجا L_m عرض مغناطیسی است (عرضی که از استوای مغناطیسی به طرف شمال یا جنوب مغناطیسی اندازه‌گیری شده است). گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \times 80^\circ$ است. (الف) نشان دهید که شدت میدان در عرض مغناطیسی L_m از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 L_m}$$

(ب) نشان دهید که زاویه میل ϕ_i میدان مغناطیسی با رابطه زیر به عرض مغناطیسی L_m مربوط می‌شود

$$\tan \phi_i = 2 \tan L_m$$

با استفاده از قسمتهای (الف) و (ب) و فرمول $d\vec{F}_B = i d\vec{s} \times \vec{B}$ نشان دهید که جهت نیروی برآیند وارد بر حلقه L به سمت قطب شمال آهنربای میله‌ای است.

۵. قطب آهنربایی، یک ماده دیامغناطیسی را (به‌طور ضعیف) دفع می‌کند. در شکل ۳۵-۲۹ مدل این پدیده را نشان داده‌ایم. "ماده دیامغناطیسی" یک حلقه جریان L است، که روی محور یک آهنربای میله‌ای قرار گرفته و به قطب شمال آن نزدیک‌تر از قطب جنوب است. چون این ماده، دیامغناطیس است گشتاور مغناطیسی حلقه، $\vec{\mu}$ ، به‌صورت پادموازی با میدان \vec{B} آهنربای میله‌ای قرار می‌گیرد. (الف) طرحی را ترسیم کنید که خطهای میدان \vec{B} مربوط به آهنربای میله‌ای را نشان دهد. (ب) جهت جریان i را در حلقه نشان دهید. (ج) با استفاده از فرمول $d\vec{F}_B = i d\vec{s} \times \vec{B}$ و قسمتهای (الف) و (ب) نشان دهید که نیروی برآیند وارد بر L به طرف خارج از قطب شمال آهنربای میله‌ای است.

۶. جسم جامدی را در نظر بگیرید که حاوی N اتم در واحد حجم است، و گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر کدام از این اتمها $\vec{\mu}$ است. فرض کنید که جهت $\vec{\mu}$ فقط می‌تواند موازی یا پادموازی با میدان مغناطیسی خارجی \vec{B} باشد (این عبارت در صورتی درست است که $\vec{\mu}$ فقط ناشی از اسپین یک تک‌الکترون باشد). بنابر قانونهای مکانیک آماری، می‌توان نشان داد که احتمال حضور یک اتم در حالتی با انرژی U با $e^{-U/kT}$ متناسب است که در آن T دما و k ثابت بولتزمن است. به این ترتیب، چون $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ است، کسری از اتمها که گشتاور دوقطبی آنها موازی با \vec{B} است با $e^{\mu B/kT}$ و کسری از اتمها که گشتاور دوقطبی آنها با میدان \vec{B} پادموازی است با $e^{-\mu B/kT}$ متناسب است. (الف) نشان دهید که مغناطیدگی این جامد برابر است با $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$. در اینجا $\tanh x = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$. (ب) نشان دهید که برای $\mu B \ll kT$ مغناطیدگی قسمت (الف) به‌صورت زیر در می‌آید $M = N\mu^2 B/kT$. (ج) نشان دهید که به‌ازای $\mu B \gg kT$ مغناطیدگی قسمت (الف) به‌صورت $M = N\mu$ در می‌آید. (د) نشان دهید که قسمتهای (ب) و (ج) از نظر کیفی با

القاوری

در فصل ۳۰، رفتار خازن را مطالعه کردیم، که بار الکتریکی را انباشته می‌کند و از آن‌رو میدانی الکتریکی پدید می‌آورد که در آن انرژی ذخیره می‌شود. در این فصل قطعه‌ای به نام القاگر را مورد بررسی قرار می‌دهیم که در آن انرژی در میدان مغناطیسی احاطه‌کننده سیمهای حامل جریان ذخیره می‌شود. القاوری القاگر را از طریق کاربرد قانون فاراده، که در آن جریان متغیر یک نیروی محرکه الکتریکی به وجود می‌آورد، معین می‌کنیم. القاوری معیاری است از توانایی ذخیره انرژی القاگر در میدان مغناطیسی جریان. در مدار، القاگر "اینرسی" یا "لختی" را فراهم می‌آورد که با تغییر جریان مخالفت می‌کند. در اینجا، همچنین مدارهایی را تحلیل می‌کنیم که فقط شامل خازن و القاگرند. در این مدارها انرژی ذخیره شده می‌تواند بین دو جزء مدار به صورت نوسانی جابه‌جا شود.

۱-۳۶ القاوری

القاگر عنصری از مدار است که انرژی را در میدان مغناطیسی احاطه‌کننده سیمهای حامل جریانش ذخیره می‌کند، درست به همان صورت که خازن انرژی را در میدان الکتریکی بین صفحه‌های باردارش ذخیره می‌کند. هر القاگر به وسیله ضریب القای خودش مشخص می‌شود، که به خواص هندسی آن بستگی دارد؛ مانند آنچه در فصل ۳۰ در مورد خازنها مشاهده کردیم؛ در آنجا نیز ظرفیت خازن به خواص هندسی آن بستگی داشت.

در شکل ۱-۳۶ یک القاگر را، مانند سیملوله ایده‌آل، نشان داده‌ایم که حامل جریان i است و در داخل خود میدان مغناطیسی \vec{B} را به وجود می‌آورد. اگر جریان را تغییر دهیم، و از آن طریق میدان \vec{B} و شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله را نیز تغییر دهیم، قانون فاراده نشان می‌دهد که یک نیروی محرکه الکتریکی در القاگر به وجود می‌آید.

ضریب القای L را به صورت ضریب تناسبی تعریف می‌کنیم* که آهنگ تغییر جریان را به نیروی محرکه الکتریکی القایی ارتباط می‌دهد:

$$\mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt} \quad (1-36)$$

این معادله شبیه معادله‌ای است که از آن برای تعریف ظرفیت استفاده کردیم ($\Delta V_C = q/C$). همانند ظرفیت، ضریب القا را همواره یک کمیت مثبت در نظر می‌گیریم.

معادله (۱-۳۶) نشان می‌دهد که یکای SI برای ضریب القا عبارت است از ولت-ثانیه بر آمپر. به این صورت ترکیبی یکاها، نام * اگر بخواهیم دقیق باشیم، L را "خودالقاوری" می‌گوییم، به این معنی که تغییر جریان در یک قطعه، خود سبب ایجاد نیروی محرکه الکتریکی در دو سر آن قطعه می‌شود. کمیت مشابهی را که به دو عنصر حامل جریان نزدیک به هم وابسته است "القاوری متقابل" می‌گوییم. در این حالت تغییر در جریان یک عنصر سبب ایجاد نیروی محرکه الکتریکی در عنصر دیگر می‌شود.

اختلاف پتانسیل‌های القایی چنان‌اند که V_b بیشتر از V_a است، به‌طوری که $V_b - V_a = |L di/dt|$ چون i کاهش می‌یابد، di/dt منفی است، و بنابراین رابطه بالا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد

$$V_b - V_a = -L di/dt \quad (۲-۳۶)$$

در شکل ۲-۳۶ (ب)، di/dt مثبت و V_a بیشتر از V_b است، به‌طوری که معادله (۲-۳۶) در این مورد نیز به همان صورت درست است. معادله (۲-۳۶) به‌ویژه در هنگام استفاده از قضیه حلقه برای تحلیل مدارهایی که شامل القاگرند، مفید است.

۲-۳۶ محاسبه ضریب القا

می‌خواهیم از معادله (۱-۳۶) برای یافتن ضریب القای القاگر با شکل و اندازه مشخص استفاده کنیم. روش ما در این مورد، استفاده از میدان مغناطیسی القاگر حامل جریان برای یافتن شار گذرنده از قطعه است، و پس از آن استفاده از قانون فاراده برای یافتن نیروی محرکه الکتریکی متناظر با تغییر جریان. در این صورت معادله (۱-۳۶) ضریب القا را به‌دست می‌دهد. در بخش ۳-۳۰ از روش مشابهی برای یافتن ظرفیت استفاده کردیم. در آنجا اختلاف پتانسیل بین دو صفحه باردار را محاسبه کردیم و سپس از تناسب بین ΔV_C و q بهره گرفتیم تا ظرفیت C را معین کنیم.

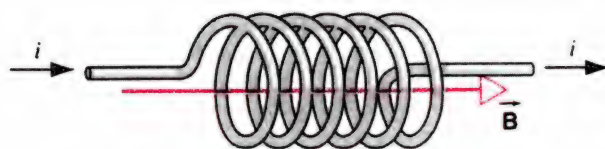
فرض کنید جریان در القاگر، میدان مغناطیسی \vec{B} را ایجاد کند. این میدان را می‌توان از اندازه و شکل هندسی القاگر و از چگونگی توزیع جریان محاسبه کرد. با دانستن \vec{B} می‌توانیم شار مغناطیسی F_B را که از هر دور سیم‌پیچ پیچه می‌گذرد معین کنیم. برای مواردی که در اینجا بررسی می‌کنیم، شار گذرنده از تمامی N دور سیم‌پیچ پیچه دارای مقدار یکسانی است، به‌طوری که شار کل برابر با $N\Phi_B$ است. این کمیت را با عنوان عدد پیوند شار القاگر می‌شناسیم.

نیروی محرکه الکتریکی را می‌توانیم از قانون فاراده به‌دست آوریم،

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (۳-۳۶)$$

معادله‌های (۱-۳۶) و (۳-۳۶) نیروی محرکه الکتریکی در یک القاگر را به مشتق جریان (معادله ۱-۳۶) یا مشتق خاصیتی که متناسب با جریان است (Φ_B در معادله ۳-۳۶) ارتباط می‌دهد. از مقایسه این دو معادله (و در نظر گرفتن مقادارهای مربوط به همه کمیتها) در می‌یابیم که

$$L \frac{di}{dt} = \frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$



شکل ۱-۳۶ یک القاگر دلخواه، که به‌صورت یک سیم‌لوله نمایش داده شده است. جریان i میدان مغناطیسی \vec{B} را به‌وجود می‌آورد.

خاص هانری (با علامت اختصاری H) داده شده است، به‌طوری که

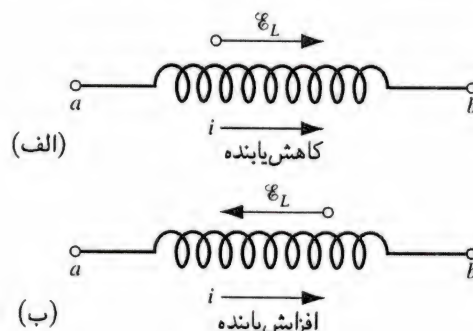
$$\text{ولت-ثانیه} = \frac{1}{\text{آمپر}} \text{ هانری}$$

این یکا به افتخار ژوزف هانری (۱۷۹۷ تا ۱۸۷۸) فیزیکدان آمریکایی و معاصر فاراده چنین نامیده شده است. در نمودار مدار الکتریکی، القاگر را با نماد $\text{---}\text{---}\text{---}$ نمایش می‌دهیم، که شبیه شکل سیم‌لوله است.

برای یافتن ارتباط بین علامت \mathcal{E}_L و علامت di/dt ، از قانون لنز استفاده می‌کنیم. فرض کنید در سیم‌لوله شکل ۱-۳۶ جریان i را کاهش دهیم. این کاهش جریان همان تغییری است که، بنابر قانون لنز، القاوری باید با آن مقابله کند. برای مقابله با افت جریان، نیروی محرکه الکتریکی القایی باید یک جریان اضافی را در همان جهت i فراهم سازد.

حال اگر، برعکس، جریان را افزایش دهیم، قانون لنز نشان می‌دهد که القاوری با این افزایش مقابله می‌کند، به این ترتیب که یک جریان اضافی در جهت مخالف با i فراهم می‌کند.

در هر یک از موارد بالا، نیروی محرکه الکتریکی القایی با تغییر در جریان مخالفت می‌کند. شکل ۲-۳۶ رابطه بین علامت di/dt و علامت \mathcal{E}_L را به‌صورت خلاصه نشان می‌دهد. در شکل ۲-۳۶ (الف)،



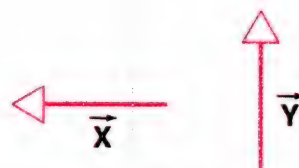
شکل ۲-۳۶ (الف) یک جریان کاهش‌یابنده در القاگر یک نیروی محرکه الکتریکی القا می‌کند که با کاهش جریان مقابله کند. (ب) یک جریان افزایش‌یابنده در القاگر یک نیروی محرکه الکتریکی القا می‌کند که با افزایش جریان مقابله کند.

شناسایی هستند؟ اشکال هندسی دیگری بجز آهنربای میله‌ای یا نعل‌اسبی را در نظر بگیرید.

۱۳. دو وضعیت زیر را در نظر بگیرید: (الف) یک تک‌قطبی مغناطیسی (فرضی) را از یک حلقهٔ رسانای تک‌دور در امتداد محورش، با سرعت ثابت می‌گذرانیم؛ (ب) یک آهنربای میله‌ای کوتاه (یک دوقطبی مغناطیسی) را به همان ترتیب از همان حلقه می‌گذرانیم. مقدار بار منتقل‌شده از هر مقطع این حلقه را در این دو فرایند به‌صورت کیفی مقایسه کنید. آزمایشهایی که برای آشکارسازی تک‌قطبهای مغناطیسی احتمالی طراحی شده‌اند از این اختلافها بهره می‌گیرند.

۱۴. با آزمایش مشخص شده است که هر دو سر یک میله آهنی کوتاه قطب شمال مغناطیسی است. مقداری براده آهن روی این میله می‌پاشیم. (در ساده‌ترین حالت) این براده‌ها کجا به هم می‌چسبند؟ طرحی تقریبی از خطوط \vec{B} در داخل و خارج میله رسم کنید.

۱۵. با شروع از بردارهای \vec{X} و \vec{Y} در مکانها و جهت‌های نشان داده‌شده در شکل ۳۵-۲۳، \vec{X} ثابت است و \vec{Y} می‌تواند آزادانه بچرخد. در هر یک از حالت‌های زیر چه اتفاقی خواهد افتاد؟ (الف) \vec{X} دوقطبی الکتریکی و \vec{Y} دوقطبی مغناطیسی است؛ (ب) \vec{X} و \vec{Y} هر دو دوقطبی مغناطیسی‌اند؛ (ج) \vec{X} و \vec{Y} هر دو دوقطبی الکتریکی‌اند. همین پرسشها را وقتی که \vec{Y} ثابت است و \vec{X} می‌تواند آزادانه بچرخد پاسخ دهید.



شکل ۳۵-۲۳ پرسش ۱۵.

۱۶. فرض کنید تولیدکنندهٔ قطب‌نما هستید. (الف) روشهایی که می‌توانید برای مغناطیده کردن عقربه‌ها به‌کار ببرید تشریح کنید. (ب) معمولاً یک سر عقربه را که به سوی شمال قرار می‌گیرد یک رنگ مشخص می‌زنند. بدون آویختن عقربه در میدان مغناطیسی زمین، چگونه می‌توان دریافت که کدام سر عقربه را باید رنگ کرد؟ (ج) آیا سر رنگ‌شده قطب شمال است یا قطب جنوب؟

۱۷. آیا انتظار دارید که مغناطیدگی مادهٔ پارامغناطیسی در حالت اشباع با مغناطیدگی مادهٔ فرومغناطیسی اشباع‌شده با اندازه‌های کم‌وبیش یکسان تفاوت زیادی داشته باشد؟ چرا یا، اگر پاسخ شما منفی است، چرا نه؟

۱۸. آیا می‌توانید دلیلی ارائه دهید که چرا در اعماق بیش از ۲۰ km از سطح زمین مواد فرومغناطیسی کاملاً پارامغناطیسی می‌شوند؟

۱۹. می‌خواهیم نمونه‌ای از مادهٔ فرومغناطیسی را، که با قرارگرفتن در میدان خارجی مغناطیده شده و این خاصیت را حفظ کرده است، وامغناطیده کنیم. آیا برای رسیدن به این هدف باید دمای نمونه را تا دمای ذوب افزایش دهیم؟

۲۰. مغناطیدگی القایی در یک کرهٔ دیامغناطیسی مشخص توسط میدان مغناطیسی خارجی، برخلاف مواد پارامغناطیسی، با دما تغییر نمی‌کند. این رفتار را، با توجه به توصیفی که دربارهٔ سرچشمهٔ ایجاد خاصیت دیامغناطیس کردیم، تشریح کنید.

۲۱. توضیح دهید که چرا آهنربا یک جسم نامغناطیده آهنی مانند میخ را جذب می‌کند.

۲۲. آیا هیچ نیرو یا گشتاور نیروی خالصی بر (الف) یک تیغهٔ آهنی نامغناطیده یا (ب) یک آهنربای دائمی میله‌ای وقتی در میدان مغناطیسی یکنواخت قرار می‌گیرد، اثر می‌کند؟

۲۳. میخی روی یک میز بدون اصطکاک در نزدیکی یک آهنربای قوی قرار دارد. میخ را رها می‌کنیم که حرکت‌کرده جذب آهنربا شود.

سرچشمهٔ انرژی جنبشی میخ قبل از برخورد با آهنربا چیست؟ ۲۴. گفته می‌شود که ابررساناها کاملاً دیامغناطیس‌اند. در این باره توضیح دهید.

۲۵. توضیح دهید که چرا یک آهنربای میله‌ای کوچک که به‌طور قائم روی جامی از سرب ابررسانا قرار گرفته است نیازی به نیروهای تماسی جهت نگه‌داشتن آن وجود ندارد.

۲۶. منحنیهای مغناطیدگی مربوط به مادهٔ پارامغناطیس (شکل ۳۵-۱۰) و مادهٔ فرومغناطیس (شکل ۳۵-۱۱) را با هم مقایسه کنید. منحنی مربوط به مادهٔ دیامغناطیس چگونه خواهد بود؟

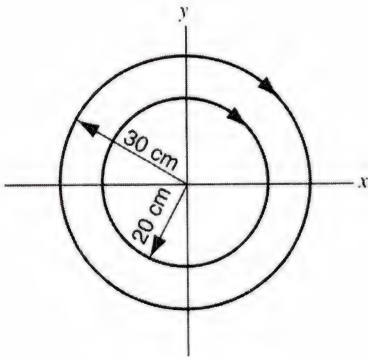
۲۷. چرا براده‌های آهن در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند؟ به هر حال، آنها به‌طور ذاتی مغناطیده نیستند.

۲۸. میدان مغناطیسی زمین را می‌توان با تقریب خوبی با یک دوقطبی مغناطیسی مستقر در مرکز زمین یا در حوالی آن نشان داد. قطبهای مغناطیسی زمین را می‌توان به‌عنوان (الف) نقطه‌هایی در نظر گرفت که محور این دوقطبی از سطح زمین می‌گذرد یا (ب) نقطه‌هایی در سطح زمین در نظر گرفت که در آنجا عقربه مغناطیسی آویخته به‌صورت عمودی قرار می‌گیرد. آیا این نقطه‌ها الزاماً یکسان خواهند بود؟

۲۹. آیا در ایالات متحده هیچ مکانی وجود دارد که در آن، عقربهٔ قطب‌نما به سمت قطب شمال جغرافیایی قرار گیرد؟

۲. شعاع یک پیچه دایره‌ای ۱۶° دوری ۱۹۳ cm است. (الف) جریان مورد نیاز برای ایجاد یک گشتاور مغناطیسی به اندازه $۲۳۳\text{ A}\cdot\text{m}^2$ را محاسبه کنید. (ب) بیشینه گشتاور نیروی وارد بر پیچه حامل این جریان در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت ۳۴۶ mT را معین کنید.

۳. دو حلقه دایره‌ای هم‌مرکز به شعاعهای ۲° و ۳° سانتی‌متر در صفحه xy قرار دارند و در هر کدام جریان ساعتگرد ۷° A جاری است (شکل ۲۴-۳۵). (الف) گشتاور مغناطیسی این سیستم را مشخص کنید. (ب) در صورتی که جهت جریان در حلقه بیرونی برعکس شود، محاسبه‌ها را تکرار کنید.



شکل ۲۴-۳۵ تمرین ۳.

۴. حلقه سیم دایره‌ای به شعاع ۱۶° cm حامل جریان ۲۵۸ A است. این حلقه چنان قرار گرفته است که عمود بر سطح آن با میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۱۲° T زاویه ۴۱° می‌سازد. (الف) گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه را محاسبه کنید. (ب) گشتاور نیروی وارد بر حلقه را معین کنید.

۵. میدان مغناطیسی B برای نقطه‌های مختلف واقع بر محور یک حلقه جریان مربع‌شکل به ضلع a در مسئله ۴ فصل ۳۳ داده شده است. (الف) نشان دهید که میدان محوری برای این حلقه برای $a \gg z$ همان میدان مربوط به دوقطبی مغناطیسی است. (ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی این حلقه را معین کنید.

۶. یک حلقه سیم دایره‌ای به شعاع ۸° cm حامل جریان ۲° A است. یک بردار یکه موازی با گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ حلقه با عبارت $\vec{j} = ۸^\circ\hat{i} - ۶^\circ\hat{j}$ مشخص شده است. اگر این حلقه جریان در میدان مغناطیسی $\vec{B} = (۲۵^\circ\hat{i} + ۳^\circ\hat{k})\text{ T}$ قرار گرفته باشد (الف) گشتاور نیروی وارد بر حلقه و (ب) انرژی پتانسیل مغناطیسی حلقه جریان را معین کنید.

۳۵. ”دوستی“ قطب‌نمای مورد علاقه شما را قرض می‌کند و همه عقربه را با رنگ سرخ رنگ‌آمیزی می‌کند. وقتی متوجه این موضوع می‌شوید که در غاری گم شده‌اید و تنها چیزهایی را که همراه دارید عبارت‌اند از دو چراغ‌قوه، چند متر سیم و (البته) این کتاب. چگونه می‌توانید بفهمید که کدام سر عقربه قطب شمال آن است؟

۳۱. اگر زمین تنها آهنربای موجود باشد، چگونه می‌توانید میله آهنی را مغناطیده کنید؟

۳۲. برای محافظت حجم معینی از فضا از میدانهای مغناطیسی خارجی ثابت چه‌کار می‌کنید؟ اگر فکر می‌کنید که این کار عملی نیست علت آن را بیان کنید.

۳۳. پروتهای کیهانی ذرات بارداری هستند که از برخی چشمه‌های خارجی به جو زمین برخورد می‌کنند. متوجه می‌شویم که پروتهای کیهانی کم‌انرژی که به نزدیکی قطبهای مغناطیسی شمال و جنوب زمین می‌رسند بیشتر از ناحیه استوای (مغناطیسی) است. چرا چنین است؟

۳۴. مواد دیامغناطیسی به وسیله میدانهای مغناطیسی رانده می‌شوند. چرا ماده دیامغناطیسی ”سروته“ نمی‌شود که مانند سایر دوقطبیهای مغناطیسی جذب شود؟

۳۵. چگونه می‌توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین را اندازه گرفت؟

۳۶. سه دلیل برای اینکه شار Φ_B میدان مغناطیسی زمین در محدوده آلاسکا بیشتر از محدوده تگزاس است ارائه دهید.

۳۷. شفقهای قطبی اغلب نه در قطبهای شمال و جنوب مغناطیسی که در عرض مغناطیسی ۲۳° نسبت به این قطبها (که مثلاً در نیمکره شمالی ژئومغناطیسی مداری که از خلیج هودسن می‌گذرد) دیده می‌شوند. آیا می‌توانید دلیلی، هر چند کیفی، ارائه دهید که چرا شدت فعالیت شفق نباید در خود قطبها از همه جا بیشتر باشد؟

۳۸. آیا سازوکاری به نظرتان می‌رسد که به وسیله آن یک توفان مغناطیسی، یعنی، یک اختلال شدید در میدان مغناطیسی زمین، بتواند در ارتباطهای رادیویی تداخل کند؟

تمرینها

۱-۳۵ دوقطبی مغناطیسی

۱. گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $۱۰^{۲۲}\text{ J/T}$ است. فرض کنید این گشتاور به وسیله بارهای الکتریکی جاری در ماده مذاب بیرون از هسته مرکزی پدید آمده باشد. اگر شعاع مسیر دایره‌ای بارهای الکتریکی ۳۵° km باشد، جریان مورد نیاز را محاسبه کنید.

می‌شود، محاسبه کنید. برای گشتاور مغناطیسی پروتون جدول ۱-۳۵ را ببینید.

۱۰. فرض کنید تمام هسته‌های هیدروژن (پروتونهای) موجود در 1.5°g آب را بتوان همسو کرد. میدان مغناطیسی حاصل را در فاصله 5.33 m از نمونه در امتداد محور همسویی محاسبه کنید.

۱۱. بار الکتریکی q به‌طور یکنواخت روی حلقه نازکی به شعاع r توزیع شده است. این حلقه حول محوری که از مرکز می‌گذرد و بر صفحه آن عمود است با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. (الف) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی ناشی از این بار چرخان برابر است با

$$\mu = \frac{1}{2} q \omega r^2$$

(ب) نشان دهید که اگر تکانه زاویه‌ای حلقه برابر L باشد، داریم

$$\mu/L = q/2m$$

۴-۳۵ مغناطش

۱۲. گشتاور دوقطبی یک اتم آهن در یک میله آهنی $2.2 \mu_B$ است، فرض کنید گشتاور دوقطبی تمام اتمهای موجود در این میله که طولش 4.86 cm و سطح مقطع آن 1.31 cm^2 است، همسو شوند. (الف) گشتاور دوقطبی این میله چقدر است؟ (ب) چه گشتاور نیرویی باید به این آهنربا وارد شود تا آن را عمود بر یک میدان خارجی به شدت 1.53 T نگه دارد؟

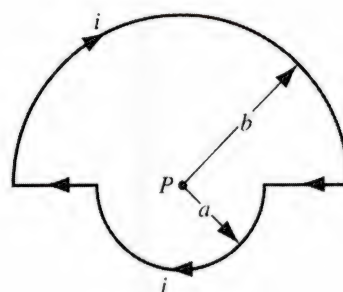
۱۳. طول آهنربایی به شکل میله استوانه‌ای 4.8 cm و قطر آن 1.1 cm است. این آهنربا دارای مغناطیدگی یکنواخت 5.3 kA/m است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن را محاسبه کنید.

۱۴. از سیمولوله‌ای با 16 دور سیم‌پیچ در سانی‌متر جریانی به شدت 13 A می‌گذرد. (الف) اگر یک میله گرمی که فضای داخل سیمولوله را کاملاً پر می‌کند در آن قرار دهیم شدت میدان مغناطیسی در آن چقدر افزایش می‌یابد؟ (ب) مغناطیدگی میله را مشخص کنید. (جدول ۲-۳۵ را ببینید.)

۵-۳۵ مواد مغناطیسی

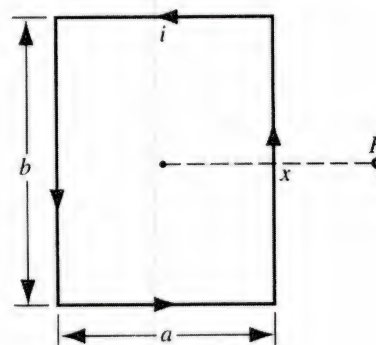
۱۵. یک میدان مغناطیسی به شدت 5° T به یک گاز پارامغناطیسی اعمال شده که گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی اتمهای آن $2.3 \times 10^{-23} \text{ J/T}$ است. در چه دمایی میانگین انرژی جنبشی انتقالی اتمهای این گاز برابر با انرژی لازم برای عوض کردن جای قطبهای دوقطبی در این میدان مغناطیسی خواهد شد؟

۷. مدار بسته‌ای با شعاعهای a و b ، مطابق شکل ۲۵-۳۵، که حامل جریان i است، در اختیار دارید. گشتاور دوقطبی مغناطیسی این مدار را معین کنید.



شکل ۲۵-۳۵ تمرین ۷.

۸. حلقه مستطیلی شکل ۲۶-۳۵ را که حامل جریان i است در نظر بگیرید. نقطه P به فاصله x از مرکز حلقه واقع شده است. با فرض اینکه نقطه P در فاصله بسیار دوری از حلقه قرار گرفته باشد، عبارتی را برای میدان مغناطیسی ناشی از حلقه جریان در نقطه P به دست آورید. با در نظر گرفتن اینکه $\mu = iA = iab$ است، عبارتی شبیه معادله (۴-۳۵) برای میدان ناشی از یک دوقطبی دوردست در نقطه‌هایی در صفحه حلقه جریان (عمود بر محور حلقه جریان) به دست آورید. (راهنمایی: اضلاع متقابل مستطیل را می‌توان با هم در نظر گرفت، ولی جهت میدان \vec{B} ناشی از هر طرف را باید به دقت بررسی کرد.)



شکل ۲۶-۳۵ تمرین ۸.

۲-۳۵ نیروی وارد بر دوقطبی در میدان نایکنواخت

۳-۳۵ مغناطیس اتمی و هسته‌ای

۹. در پایین‌ترین حالت انرژی در اتم هیدروژن محتمل‌ترین فاصله بین تک‌الکترون چرخان در مدار و پروتون مرکزی برابر $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ است. (الف) میدان الکتریکی و (ب) میدان مغناطیسی ناشی از پروتون در این فاصله را که در امتداد محور اسپین پروتون اندازه‌گیری

مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین در سراسر ایالت آریزونا به وسعت ۲۹۵۰۰۰ کیلومتر مربع باشد، و با استفاده از این داده‌ها شار مغناطیسی خالصی که از بقیه سطح زمین می‌گذرد (تمام سطح زمین بجز ایالت آریزونا) محاسبه کنید. آیا این شار به طرف خارج از زمین است یا به سمت داخل آن؟

۲۳. اندازه گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $۱۰^{۲۲} \text{ J/T} \times ۸۰$ است. (الف) اگر سرچشمه این مغناطیس یک کره آهنی مغناطیده در مرکز زمین بوده، شعاع این کره باید چقدر باشد؟ (ب) این کره باید چه کسری از کل حجم زمین را در برمی‌گرفت؟ چگالی هسته داخلی زمین ۱۴ g/cm^3 است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر اتم آهن $۱۰^{-۲۳} \text{ J/T} \times ۲۱$ است.

۲۴. از نتیجه‌های نشان داده شده در مسئله ۹ استفاده کنید و میدان مغناطیسی زمین را (اندازه و میل) در (الف) استوای مغناطیسی، (ب) نقطه‌ای با عرض مغناطیسی ۶۰° ، و (ج) قطب شمال مغناطیسی پیش‌بینی کنید.

۲۵. ارتفاعی از سطح زمین را به دست آورید که در آن میدان مغناطیسی از نظر اندازه نصف شدت در سطح زمین در همان عرض مغناطیسی باشد. (از تقریب با میدان دوقطبی در مسئله ۹ استفاده کنید.)

۲۶. با استفاده از تقریب میدان دوقطبی برای میدان مغناطیسی زمین (مسئله ۹)، بیشینه شدت میدان مغناطیسی را روی مرز هسته-جبهه، که در ۲۹۰۰ کیلومتری زیر سطح زمین قرار دارد، محاسبه کنید.

۲۷. با استفاده از میدان دوقطبی نمایش داده شده در مسئله ۹ اندازه و زاویه میل میدان مغناطیسی زمین در قطب شمال جغرافیایی را محاسبه کنید. (راهنمایی: زاویه بین محور مغناطیسی و محور چرخش زمین ۱۱.۵° است.) چرا مقدارهای محاسبه شده احتمالاً با مقدارهای اندازه‌گیری شده سازگار نیستند؟

۷-۳۵ قانون گاوس برای مغناطیس

۲۸. یک سطح گاوسی به شکل استوانه قائم با مقطع دایره‌ای به شعاع ۱۳ cm و به طول ۸۰ cm را در نظر بگیرید. در یک قاعده استوانه شار مغناطیسی $۲۵ \mu\text{Wb}$ به طرف داخل وجود دارد. در قاعده دیگر این استوانه میدان مغناطیسی یکنواخت ۱.۶ mT وجود دارد که عمود بر سطح و به طرف خارج است. شارگذرنده خالص از سطح جانبی خمیده این استوانه را محاسبه کنید.

۲۹. شار مغناطیسی از هر یک از پنج وجه یکی از دو عضو یک جفت تاس بازی از رابطه $\Phi_B = \pm N \text{ Wb}$ به دست می‌آید، که در

۱۶. اندازه‌گیریهایی انجام شده در معدنها و در گمانه‌های اکتشاف نشان می‌دهند که دمای زمین با عمق آن با آهنگ متوسط 30° C/km افزایش می‌یابد. اگر دما در سطح زمین 20° C باشد، در چه عمقی آهن دیگر فرومغناطیس نیست؟ (دمای کوری آهن با فشار بسیار کم تغییر می‌کند).

۱۷. نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند در دمای اتاق (300° K) قرار دارد. چه میدان مغناطیسی باید اعمال کنیم تا میزان اشباع مغناطیسی این نمونه (الف) 50% (ب) 90% شود؟ (ج) آیا در آزمایشگاه می‌توان به این میدانها دست یافت؟

۱۸. نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند در یک میدان مغناطیسی به شدت 1.8 T قرار داده‌ایم. در چه دمایی میزان اشباع مغناطیسی این نمونه (الف) 50% و (ب) 90% خواهد بود؟

۱۹. می‌خواهیم یک نمک پارامغناطیسی را که از منحنی مغناطیدگی شکل ۳۵-۱۰ پیروی می‌کند بررسی کنیم تا ببینیم از قانون کوری پیروی می‌کند یا خیر. نمونه را در یک میدان مغناطیسی به شدت 50° T قرار می‌دهیم که در خلال مدت آزمایش ثابت باقی می‌ماند. سپس مغناطیدگی M این نمونه را از دمای 10° K تا 300° K اندازه می‌گیریم. آیا در این شرایط شاهد برقراری قانون کوری خواهیم بود؟

۲۰. مغناطیدگی اشباع برای فلز فرومغناطیسی نیکل برابر 511 kA/m است. گشتاور مغناطیسی یک تک‌اتم نیکل را محاسبه کنید. (داده‌های مورد نیاز را از پیوست د بردارید.)

۲۱. جفت‌شدگی یادشده در بخش ۳۵-۵ که به عنوان عامل به وجودآورنده خاصیت فرومغناطیسی ذکر شد، انرژی برهم‌کنش مغناطیسی متقابل بین دو دوقطبی مغناطیسی بنیادی نیست. برای نشان دادن این موضوع، (الف) میدان مغناطیسی را در فاصله 10 nm از یک اتم و روی محور دوقطبی آن با گشتاور دوقطبی مغناطیسی $10^{-23} \text{ J/T} \times 1.5$ (کبالت) و (ب) کمینه انرژی لازم برای اینکه یک دوقطبی همانند دوقطبی اول را، در این میدان سروته کنیم، محاسبه کنید. این نتیجه‌ها را با نتیجه‌های مسئله نمونه ۳۵-۴ مقایسه کنید. از این قیاس چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۶-۳۵ خواص مغناطیسی سیاره‌ها

۲۲. در مسئله نمونه ۳۵-۶ دیدیم که مؤلفه قائم میدان مغناطیسی زمین در توسان آریزونا $43 \mu\text{T}$ است. فرض کنید که این مقدار، میانگین

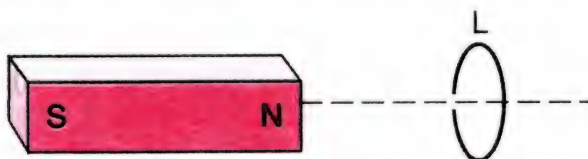
زاویه‌ای ω حول محورش بچرخد، نشان دهید که گشتاور دوقطبی مغناطیسی این قرص برابر است با:

$$\mu = \frac{\omega q R^2}{4}$$

(راهنمایی: قرص چرخان هم‌ارز آرایه‌ای از حلقه‌های جریان است.)
۲. (الف) گشتاور مغناطیسی کرهٔ یکنواخت باردارشدهٔ چرخان را محاسبه کنید. (ب) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی آن را می‌توان به صورت $\mu = qL/2m$ نوشت که در آن L تکانهٔ زاویه‌ای و m جرم کره است. (ج) نشان دهید که این آرایه مثال خوبی برای ساختار الکترون نیست. (راهنمایی: کرهٔ یکنواخت باردارشده را باید به حلقهٔ جریانهای بینهایت کوچکی تقسیم کرد و عبارتی برای گشتاور مغناطیسی آن، از طریق انتگرال‌گیری، به دست آورد.)

۳. الکترونی با انرژی جنبشی K_e در یک مدار دایره‌ای عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت، و فقط تحت تأثیر نیروی وارد از طرف میدان حرکت می‌کند. (الف) نشان دهید که مقدار گشتاور دوقطبی مغناطیسی ناشی از حرکت مداری برابر $\mu = K_e/B$ است و جهت این گشتاور برخلاف جهت میدان \vec{B} است. (ب) اندازه و جهت گشتاور دوقطبی مغناطیسی یون مثبتی با انرژی جنبشی K_i در این شرایط چقدر است؟ (ج) گاز یونیده‌ای دارای $10^{21} \times 5.28$ الکترون در هر مترمکعب و همان تعداد یون در مترمکعب است. فرض کنید میانگین انرژی جنبشی الکترونها $10^{-3} \times 6.21$ eV و میانگین انرژی جنبشی یونها $10^{-21} \times 7.58$ eV باشد. مغناطیدگی گاز را برای یک میدان مغناطیسی به شدت 1.18 T محاسبه کنید.

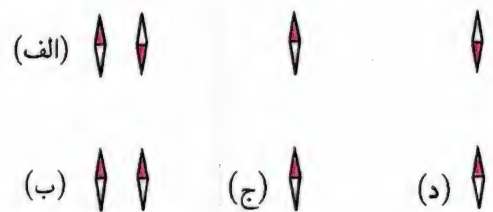
۴. یک مادهٔ پارامغناطیسی (به‌طور ضعیفی) جذب یک قطب آهنربا می‌شود. در شکل ۲۹-۳۵ مدل این پدیده را نشان داده‌ایم. "مادهٔ پارامغناطیسی" یک حلقهٔ جریان L است، که روی محور یک آهنربای میله‌ای قرار گرفته و به قطب شمال آن نزدیک‌تر از قطب جنوب است. چون میدان \vec{B} ناشی از آهنربای میله‌ای گشتاور نیروی $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ را بر حلقهٔ جریان وارد می‌کند، گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در جهت موازی با \vec{B} قرار می‌گیرد. (الف) خطوط میدان \vec{B} ناشی از آهنربای میله‌ای را رسم کنید. (ب) جهت جریان i را در حلقه نشان دهید. (ج)



شکل ۲۹-۳۵ مسئله‌های ۴ و ۵.

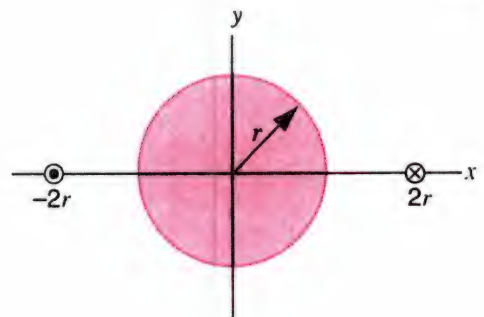
آن N (از ۱ تا ۵) تعداد خالهای روی هر وجه است. برای N های زوج شار مثبت (به طرف خارج) و برای N های فرد شار منفی (به طرف داخل) است. شار گذرنده از وجه ششم این تاس چقدر است؟

۳۰. شکل ۲۷-۳۵ چهار آرایش مختلف برای زوج عقربه‌های کوچک قطب‌نما را در فضایی نشان می‌دهد که در آنجا هیچ میدان مغناطیسی خارجی وجود ندارد. تعیین کنید که در هر یک از این چهار مورد تعادل پایدار است یا ناپایدار. برای هر زوج فقط گشتاور نیرویی را در نظر بگیرید که به واسطهٔ میدان مغناطیسی یک عقربه به عقربهٔ دیگر وارد می‌شود. دربارهٔ پاسخ خود توضیح دهید.



شکل ۲۷-۳۵ تمرین ۳۰.

۳۱. همان‌طور که در شکل ۲۸-۳۵ نشان داده‌ایم، دو رشته سیم موازی با محور z که در فاصلهٔ $4r$ از هم قرار دارند حامل جریانهای مساوی i در جهتهای مخالف‌اند. محور یک استوانهٔ دوار به شعاع r و طول L منطبق بر محور z در وسط دو رشته سیم قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس برای مغناطیس، شار مغناطیسی خالص خروجی از نیم‌استوانهٔ بالای محور x را محاسبه کنید. (راهنمایی: شاری که از قسمتی از صفحهٔ xz می‌گذرد که در محدودهٔ استوانه قرار گرفته مشخص کنید.)



شکل ۲۸-۳۵ تمرین ۳۱.

مسئله‌ها

۱. یک قرص نازک پلاستیکی به شعاع R حامل بار q است که به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. اگر این قرص با بسامد

شکل ۳۵-۱۰ سازگارند.

۷. اتمی را در نظر بگیرید که در آن الکترون در مداری دایره‌ای به شعاع r و با بسامد زاویه‌ای ω می‌چرخد. یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه مدار وجود دارد. بر اثر نیروی مغناطیسی، الکترون در مداری با همان شعاع r ولی با بسامد زاویه‌ای جدید $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ می‌چرخد. (الف) نشان دهید که، وقتی میدان مغناطیسی اعمال می‌شود، تغییر در شتاب مرکزگرای الکترون برابر $\Delta\omega = 2r\omega_0$ است. (ب) با فرض اینکه این تغییر در شتاب مرکزگرا به‌طور کامل ناشی از نیروی مغناطیسی باشد، معادله (۳۵-۲۰) را به‌دست آورید.

۸. گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $10^{22} \text{ J/T} \times 89^\circ$ است. (الف) اگر می‌خواستیم این دوقطبی را با برقراری جریان در یک تک‌حلقه در محل استوای مغناطیسی زمین ایجاد کنیم، چه جریانی باید از این تک‌حلقه می‌گذرانیم؟ (ب) آیا می‌توان از این آرایش برای حذف مغناطیس زمین در فضا و در فاصله‌های خیلی دور از سطح زمین استفاده کرد؟ (ج) در سطح زمین چطور؟

۹. میدان مغناطیسی زمین را می‌توان با میدان مغناطیسی یک دوقطبی تقریب زد که مؤلفه‌های افقی و قائم آن در نقطه‌ای به فاصله r از مرکز زمین از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:

$$B_{\text{افقی}} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \cos L_m, \quad B_{\text{قائم}} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi r^3} \sin L_m$$

که در اینجا L_m عرض مغناطیسی است (عرضی که از استوای مغناطیسی به طرف شمال یا جنوب مغناطیسی اندازه‌گیری شده است). گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \times 89^\circ$ است. (الف) نشان دهید که شدت میدان در عرض مغناطیسی L_m از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 L_m}$$

(ب) نشان دهید که زاویه میل ϕ_i میدان مغناطیسی با رابطه زیر به عرض مغناطیسی L_m مربوط می‌شود

$$\tan \phi_i = 2 \tan L_m$$

با استفاده از قسمتهای (الف) و (ب) و فرمول $d\vec{F}_B = id\vec{s} \times \vec{B}$ نشان دهید که جهت نیروی برآیند وارد بر حلقه L به سمت قطب شمال آهنربای میله‌ای است.

۵. قطب آهنربایی، یک ماده دیامغناطیسی را (به‌طور ضعیف) دفع می‌کند. در شکل ۳۵-۲۹ مدل این پدیده را نشان داده‌ایم. "ماده دیامغناطیسی" یک حلقه جریان L است، که روی محور یک آهنربای میله‌ای قرار گرفته و به قطب شمال آن نزدیکتر از قطب جنوب است. چون این ماده، دیامغناطیس است گشتاور مغناطیسی حلقه، $\vec{\mu}$ ، به‌صورت پادموازی با میدان \vec{B} آهنربای میله‌ای قرار می‌گیرد. (الف) طرحی را ترسیم کنید که خطهای میدان \vec{B} مربوط به آهنربای میله‌ای را نشان دهد. (ب) جهت جریان i را در حلقه نشان دهید. (ج) با استفاده از فرمول $d\vec{F}_B = id\vec{s} \times \vec{B}$ و قسمتهای (الف) و (ب) نشان دهید که نیروی برآیند وارد بر L به طرف خارج از قطب شمال آهنربای میله‌ای است.

۶. جسم جامدی را در نظر بگیرید که حاوی N اتم در واحد حجم است، و گشتاور دوقطبی مغناطیسی هر کدام از این اتمها $\vec{\mu}$ است. فرض کنید که جهت $\vec{\mu}$ فقط می‌تواند موازی یا پادموازی با میدان مغناطیسی خارجی \vec{B} باشد (این عبارت در صورتی درست است که $\vec{\mu}$ فقط ناشی از اسپین یک تک‌الکترون باشد). بنابر قانونهای مکانیک آماری، می‌توان نشان داد که احتمال حضور یک اتم در حالتی با انرژی U با $e^{-U/kT}$ متناسب است که در آن T دما و k ثابت بولتزمن است. به این ترتیب، چون $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ است، کسری از اتمها که گشتاور دوقطبی آنها موازی با \vec{B} است با $e^{\mu B/kT}$ و کسری از اتمها که گشتاور دوقطبی آنها با میدان \vec{B} پادموازی است با $e^{-\mu B/kT}$ متناسب است. (الف) نشان دهید که مغناطیدگی این جامد برابر است با $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$. در اینجا $\tanh x = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$. (ب) نشان دهید که برای $\mu B \ll kT$ مغناطیدگی قسمت (الف) به‌صورت زیر در می‌آید $M = N\mu^2 B/kT$. (ج) نشان دهید که به‌ازای $\mu B \gg kT$ مغناطیدگی قسمت (الف) به‌صورت $M = N\mu$ در می‌آید. (د) نشان دهید که قسمتهای (ب) و (ج) از نظر کیفی با

القآوری

در فصل ۳۰، رفتار خازن را مطالعه کردیم، که بار الکتریکی را انباشته می‌کند و از آن‌رو میدانی الکتریکی پدید می‌آورد که در آن انرژی ذخیره می‌شود. در این فصل قطعه‌ای به نام القاگر را مورد بررسی قرار می‌دهیم که در آن انرژی در میدان مغناطیسی احاطه‌کننده سیمهای حامل جریان ذخیره می‌شود.

القآوری القاگر را از طریق کاربرد قانون فاراده، که در آن جریان متغیر یک نیروی محرکه الکتریکی به وجود می‌آورد، معین می‌کنیم. القآوری معیاری است از توانایی ذخیره انرژی القاگر در میدان مغناطیسی جریان. در مدار، القاگر "اینرسی" یا "لختی" را فراهم می‌آورد که با تغییر جریان مخالفت می‌کند. در اینجا، همچنین مدارهایی را تحلیل می‌کنیم که فقط شامل خازن و القاگرند. در این مدارها انرژی ذخیره شده می‌تواند بین دو جزء مدار به صورت نوسانی جابه‌جا شود.

۱-۳۶ القآوری

القاگر عنصری از مدار است که انرژی را در میدان مغناطیسی احاطه‌کننده سیمهای حامل جریانش ذخیره می‌کند، درست به همان صورت که خازن انرژی را در میدان الکتریکی بین صفحه‌های باردارش ذخیره می‌کند. هر القاگر به وسیله ضریب القای خودش مشخص می‌شود، که به خواص هندسی آن بستگی دارد؛ مانند آنچه در فصل ۳۰ در مورد خازنها مشاهده کردیم؛ در آنجا نیز ظرفیت خازن به خواص هندسی آن بستگی داشت.

در شکل ۱-۳۶ یک القاگر را، مانند سیملوله ایده‌آل، نشان داده‌ایم که حامل جریان i است و در داخل خود میدان مغناطیسی \vec{B} را به وجود می‌آورد. اگر جریان را تغییر دهیم، و از آن طریق میدان \vec{B} و شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله را نیز تغییر دهیم، قانون فاراده نشان می‌دهد که یک نیروی محرکه الکتریکی در القاگر به وجود می‌آید.

ضریب القای L را به صورت ضریب تناسبی تعریف می‌کنیم* که آهنگ تغییر جریان را به نیروی محرکه الکتریکی القایی ارتباط می‌دهد:

$$\mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt} \quad (۱-۳۶)$$

این معادله شبیه معادله‌ای است که از آن برای تعریف ظرفیت استفاده کردیم ($\Delta V_C = q/C$). همانند ظرفیت، ضریب القا را همواره یک کمیت مثبت در نظر می‌گیریم.

معادله (۱-۳۶) نشان می‌دهد که یکای SI برای ضریب القا عبارت است از ولت-ثانیه بر آمپر. به این صورت ترکیبی یکاها، نام * اگر بخواهیم دقیق باشیم، L را "خودالقآوری" می‌گوییم، به این معنی که تغییر جریان در یک قطعه، خود سبب ایجاد نیروی محرکه الکتریکی در دو سر آن قطعه می‌شود. کمیت مشابهی را که به دو عنصر حامل جریان نزدیک به هم وابسته است "القآوری متقابل" می‌گوییم. در این حالت تغییر در جریان یک عنصر سبب ایجاد نیروی محرکه الکتریکی در عنصر دیگر می‌شود.

اختلاف پتانسیل‌های القایی چنان‌اند که V_b بیشتر از V_a است، به‌طوری که $V_b - V_a = |L di/dt|$ چون i کاهش می‌یابد، di/dt منفی است، و بنابراین رابطه بالا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد

$$V_b - V_a = -L di/dt \quad (۲-۳۶)$$

در شکل ۲-۳۶ (ب)، di/dt مثبت و V_a بیشتر از V_b است، به‌طوری که معادله (۲-۳۶) در این مورد نیز به همان صورت درست است. معادله (۲-۳۶) به‌ویژه در هنگام استفاده از قضیه حلقه برای تحلیل مدارهایی که شامل القاگرند، مفید است.

۲-۳۶ محاسبه ضریب القا

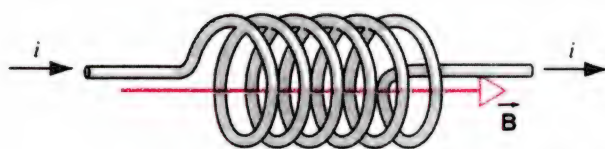
می‌خواهیم از معادله (۱-۳۶) برای یافتن ضریب القای القاگر با شکل و اندازه مشخص استفاده کنیم. روش ما در این مورد، استفاده از میدان مغناطیسی القاگر حامل جریان برای یافتن شار گذرنده از قطعه است، و پس از آن استفاده از قانون فاراده برای یافتن نیروی محرکه الکتریکی متناظر با تغییر جریان. در این صورت معادله (۱-۳۶) ضریب القا را به‌دست می‌دهد. در بخش ۳-۳۰ از روش مشابهی برای یافتن ظرفیت استفاده کردیم. در آنجا اختلاف پتانسیل بین دو صفحه باردار را محاسبه کردیم و سپس از تناسب بین ΔV_C و q بهره گرفتیم تا ظرفیت C را معین کنیم.

فرض کنید جریان در القاگر، میدان مغناطیسی \vec{B} را ایجاد کند. این میدان را می‌توان از اندازه و شکل هندسی القاگر و از چگونگی توزیع جریان محاسبه کرد. با دانستن \vec{B} می‌توانیم شار مغناطیسی F_B را که از هر دور سیم‌پیچ پیچ می‌گذرد معین کنیم. برای مواردی که در اینجا بررسی می‌کنیم، شار گذرنده از تمامی N دور سیم‌پیچ پیچ دارای مقدار یکسانی است، به‌طوری که شار کل برابر با $N\Phi_B$ است. این کمیت را با عنوان عدد پیوند شار القاگر می‌شناسیم. نیروی محرکه الکتریکی را می‌توانیم از قانون فاراده به‌دست آوریم،

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (۳-۳۶)$$

معادله‌های (۱-۳۶) و (۳-۳۶) نیروی محرکه الکتریکی در یک القاگر را به مشتق جریان (معادله ۱-۳۶) یا مشتق خاصیتی که متناسب با جریان است (Φ_B در معادله ۳-۳۶) ارتباط می‌دهد. از مقایسه این دو معادله (و در نظر گرفتن مقادیرهای مربوط به همه کمیتها در می‌یابیم که


$$L \frac{di}{dt} = \frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$



شکل ۱-۳۶ یک القاگر دلخواه، که به‌صورت یک سیم‌لوله نمایش داده شده است. جریان i میدان مغناطیسی \vec{B} را به‌وجود می‌آورد.

خاص هانری (با علامت اختصاری H) داده شده است، به‌طوری که

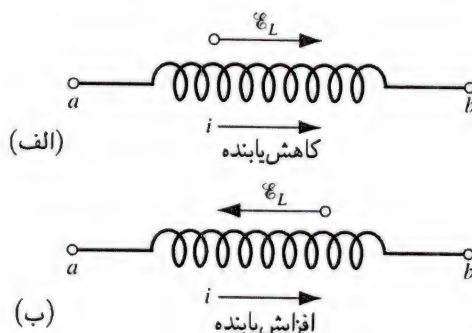
$$\text{ولت}\cdot\text{ثانیه} / \text{آمپر} = ۱ \text{ هانری}$$

این یکا به افتخار ژوزف هانری (۱۷۹۷ تا ۱۸۷۸) فیزیکدان آمریکایی و معاصر فاراده چنین نامیده شده است. در نمودار مدار الکتریکی، القاگر را با نماد  نمایش می‌دهیم، که شبیه شکل سیم‌لوله است.

برای یافتن ارتباط بین علامت \mathcal{E}_L و علامت di/dt ، از قانون لنز استفاده می‌کنیم. فرض کنید در سیم‌لوله شکل ۱-۳۶ جریان i را کاهش دهیم. این کاهش جریان همان تغییری است که، بنابر قانون لنز، القاوری باید با آن مقابله کند. برای مقابله با افت جریان، نیروی محرکه الکتریکی القایی باید یک جریان اضافی را در همان جهت i فراهم سازد.

حال اگر، برعکس، جریان را افزایش دهیم، قانون لنز نشان می‌دهد که القاوری با این افزایش مقابله می‌کند، به این ترتیب که یک جریان اضافی در جهت مخالف با i فراهم می‌کند.

در هر یک از موارد بالا، نیروی محرکه الکتریکی القایی با تغییر در جریان مخالفت می‌کند. شکل ۲-۳۶ رابطه بین علامت di/dt و علامت \mathcal{E}_L را به‌صورت خلاصه نشان می‌دهد. در شکل ۲-۳۶ (الف)،



شکل ۲-۳۶ (الف) یک جریان کاهش‌یابنده در القاگر یک نیروی محرکه الکتریکی القا می‌کند که با کاهش جریان مقابله کند. (ب) یک جریان افزایش‌یابنده در القاگر یک نیروی محرکه الکتریکی القا می‌کند که با افزایش جریان مقابله کند.

صفحه‌های آن به q_m برسد که در آن زمان از چشمه خارجی قطع و به القاگر L وصل می‌شود. مدار LC در شکل ۸-۳۶ (الف) نشان داده شده است. در آغاز، انرژی ذخیره شده در خازن، یعنی U_E ، چنین است:

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} \quad (۲۴-۳۶)$$

در حالی که انرژی ذخیره شده در القاگر، یعنی $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ (معادله ۲۱-۳۶)، در آغاز کار صفر است، زیرا در آغاز کار جریان در مدار برابر صفر است.

اکنون خازن از طریق القاگر شروع به خالی شدن می‌کند، حامل‌های بار مثبت، مطابق شکل ۸-۳۶ (ب)، در جهت پادساعتگرد حرکت می‌کنند. حالا جریان $i = dq/dt$ از القاگر می‌گذرد، و انرژی ذخیره شده در آن از صفر افزایش پیدا می‌کند. همزمان با آن تخلیه بار خازن سبب کاهش انرژی ذخیره شده در آن می‌شود. اگر مدار بدون مقاومت باشد، هیچ‌گونه انرژی تلف نمی‌شود و کاهش انرژی ذخیره شده در خازن درست با افزایش انرژی ذخیره شده در القاگر جبران می‌شود، به طوری که انرژی کل ثابت باقی می‌ماند. در عمل، میدان الکتریکی کاهش می‌یابد و میدان مغناطیسی افزوده می‌شود، انرژی از یک میدان به میدان دیگر منتقل می‌شود.

در زمان متناظر با شکل ۸-۳۶ (ج)، خازن کاملاً تخلیه شده و انرژی ذخیره شده در خازن برابر صفر است. در این حالت جریان در القاگر به بیشینه مقدارش رسیده و تمام انرژی موجود در مدار در انرژی میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده است. توجه کنید، به رغم آنکه $q = 0$ است، در این لحظه dq/dt مخالف صفر است زیرا بار جریان دارد. جریان در القاگر، مطابق شکل ۸-۳۶ (د)، به انتقال بار الکتریکی از صفحه بالایی خازن به صفحه پایینی ادامه می‌دهد؛ اکنون انرژی از القاگر به خازن باز می‌گردد و این کار با افزایش شدت میدان الکتریکی در داخل خازن صورت می‌گیرد. سرانجام (شکل ۸-۳۶ (ه)) را ببینید تمام انرژی دوباره به خازن که در جهت عکس شکل ۸-۳۶ (الف) باردار شده است منتقل می‌شود. این روند با تخلیه خازن ادامه می‌یابد تا وقتی که کل انرژی در القاگر و میدان مغناطیسی ذخیره شود و انرژی متناظر با آن به مقدار بیشینه‌اش برسد (شکل ۸-۳۶ (ز)). سرانجام، جریان در القاگر یک بار دیگر خازن را به طور کامل پر می‌کند و مدار به وضعیت اولیه‌اش باز می‌گردد (شکل ۸-۳۶ (الف)). این فرایند مجدداً از سر گرفته می‌شود، و چرخه به صورت نامحدود تکرار می‌شود. در نبود مقاومت، که عامل اتلاف انرژی است، بار و جریان در مدار در هر چرخه به بیشینه مقدار یکسانی باز می‌گردند.

(ب) در مورد میدان مغناطیسی، از معادله (۲۲-۳۶) داریم

$$U_B = u_B l^3 = \frac{B^2}{2\mu_0} l^3 = \frac{(10^{-7} \text{ T})^2 (0.1 \text{ m})^3}{(2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})} = 400 \text{ J}$$

برای میدان‌هایی که معمولاً در آزمایشگاه‌ها در دسترس‌اند، مقدار انرژی خیلی بیشتری را می‌توان در میدان مغناطیسی ذخیره کرد تا در میدان الکتریکی؛ در این مثال نسبت ذخیره انرژی در میدانها در حدود 10^7 است. برعکس، برای ایجاد یک میدان مغناطیسی قابل قبول در آزمایشگاه انرژی خیلی بیشتری مورد نیاز است تا برای برقراری یک میدان الکتریکی با شدتی معقول و مشابه.

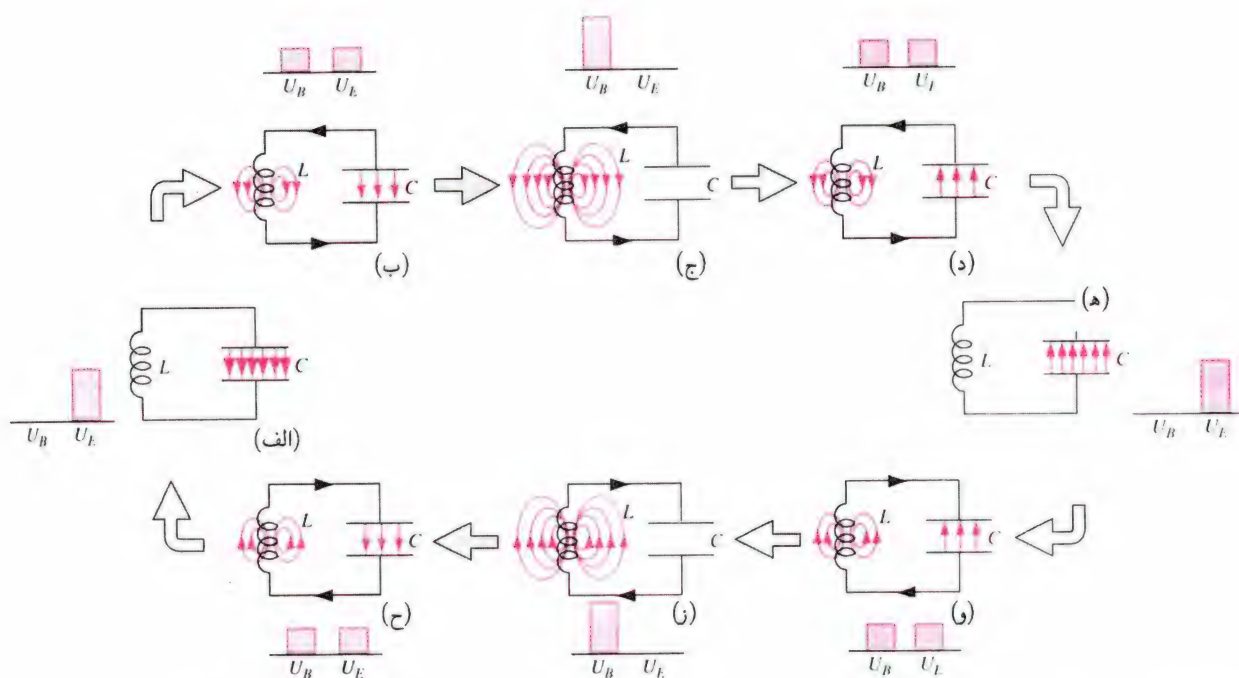
۵-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کیفی

کیفی

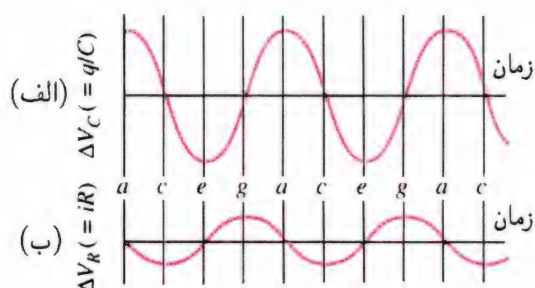
اکنون ویژگیهای مدارهایی را مطالعه می‌کنیم که هم دارای خازن C هستند و هم القاگر L . چنین مداری یک نوسانگر الکترومغناطیسی را تشکیل می‌دهد، که در آن جریان برحسب زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کند، درست همان‌طور که جابه‌جایی نوسانگر مکانیکی برحسب زمان تغییر می‌کند. در واقع، خواهیم دید که، بین نوسانگرهای الکترومغناطیسی و مکانیکی شباهتهایی وجود دارد. این شباهتها به ما کمک می‌کند تا براساس بررسیهای قبلی نوسانگرهای مکانیکی (فصل ۱۷) شناختی از نوسانگرهای الکترومغناطیسی به دست آوریم.

فعلاً، فرض می‌کنیم مدار شامل هیچ مقاومتی نیست. مدار دارای مقاومت را در بخش ۷-۳۶ مورد بررسی قرار می‌دهیم. این مدار مشابه نوسانگر میراست که آن را در بخش ۷-۱۷ بررسی کردیم. همچنین فرض می‌کنیم که هیچ چشمه نیروی محرکه الکتریکی در مدار وجود نداشته باشد؛ مدارهای نوسان‌کننده‌ای را که شامل نیروهای محرکه الکتریکی هستند نیز در بخش ۷-۳۶ بررسی می‌کنیم. این مدارها مشابه نوسانگرهای مکانیکی واداشته هستند که آنها را در بخش ۸-۱۷ مطالعه کردیم.

اگر هیچ چشمه نیروی محرکه الکتریکی در مدار وجود نداشته باشد، انرژی مدار ناشی از انرژی است که در ابتدا در یکی یا در هر دو جزء آن ذخیره شده است. فرض کنید خازن C (به وسیله یک چشمه خارجی که مورد توجه ما نیست) به صورتی پر شده باشد که بار روی



شکل ۸-۳۶ هشت مرحله‌ی مربوط به یک تک‌جرخه‌ی نوسان در مدار LC بدون مقاومت. نمودار ستونی انرژیهای ذخیره‌شده‌ی مغناطیسی و الکتریکی را نشان می‌دهند.



شکل ۹-۳۶ (الف) اختلاف پتانسیل دو سر خازن در مدار شکل ۸-۳۶ برحسب زمان. این کمیت با بار خازن متناسب است. (ب) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بسیار کوچکی که در مدار شکل ۸-۳۶ قرار داده شده است. این کمیت با جریان در مدار متناسب است. حروف روی شکل مراحل متناظر با نوسان شکل ۸-۳۶ را مشخص می‌کند.

مسئله نمونه ۸-۳۶ یک خازن $۱۵\text{-}\mu\text{F}$ را با اختلاف پتانسیل ۵۷ V پر کرده‌ایم. سپس باتری را از خازن جدا و یک پیچ ۱۲ mH را به دو سر خازن متصل می‌کنیم، تا نوسانهای LC صورت گیرند. بیشینه‌ی شدت جریان در پیچ چقدر است؟ فرض کنید این مدار شامل هیچ مقاومتی نیست.

حل. از اصل پایستگی انرژی می‌دانیم که بیشینه‌ی انرژی ذخیره‌شده در خازن باید با بیشینه‌ی انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر باشد (ولی به خاطر داشته باشید که دو بیشینه به‌طور همزمان به‌وقوع نمی‌پیوندند).

نوسان مدار LC با بسامد معین f (که برحسب هرتز اندازه‌گیری می‌شود) متناظر با بسامد زاویه‌ای ω (مساوی با $2\pi f$) که برحسب رادیان بر ثانیه اندازه‌گیری می‌شود) صورت می‌گیرد. چنانچه در بخش بعد خواهیم دید، ω به وسیله L و C معین می‌شود. با انتخاب مناسب L و C ، می‌توان مدارهای نوسانگری ساخت که بسامد آنها گستره‌ی پایین‌تر از بسامدهای صوتی (۱۰ Hz) تا فراتر از بسامدهای میکروموجی (۱۰ GHz) را در بر می‌گیرد.

برای تعیین بار q برحسب زمان، می‌توان اختلاف پتانسیل متغیر $\Delta V_C(t)$ بین دو سر خازن C را اندازه گرفت؛ رابطه‌ی بین این اختلاف پتانسیل با بار خازن q به‌صورت زیر است

$$\Delta V_C = \frac{1}{C}q$$

جریان در مدار را می‌توان با قرار دادن یک مقاومت بسیار کوچک R ، که تأثیر آن در مدار ناچیز است، تعیین کرد. اختلاف پتانسیل $\Delta V_R(t)$ بین دو سر مقاومت R ، بنابر رابطه‌ی زیر با جریان متناسب است

$$\Delta V_R = iR$$

اگر بخواهیم $\Delta V_C(t)$ و $\Delta V_R(t)$ را مثلاً روی صفحه‌ی نوسان‌نما نمایش دهیم، احتمالاً نتیجه شبیه نمودارهای شکل ۹-۳۶ است.

شکل مغناطیسی و الکتریکی برای سیستم LC و جنبشی و پتانسیل برای سیستم جرم-فنر جابه‌جا می‌شود.

در بخش ۱۷-۳ دیدیم که بسامد زاویه‌ای طبیعی نوسانگر هماهنگ ساده مکانیکی برابر است با

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

شباهت بین این دو سیستم ایجاب می‌کند که برای یافتن بسامد نوسان مدار LC (بدون مقاومت) k را با $1/C$ و m را با L جایگزین کنیم، که از اینجا نتیجه می‌گیریم

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (۲۶-۳۶)$$

این معادله را می‌توان از تحلیل دقیق نوسان الکترومغناطیسی که در بخش بعد نشان می‌دهیم، نیز به دست آورد.

۶-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کمی

اکنون با بهره‌گیری از اصل پایستگی انرژی در مورد مدار LC (بدون مقاومت) عبارتی را برای بسامد نوسان به دست می‌آوریم. انرژی کل موجود، U ، در مدار نوسان‌کننده LC در هر لحظه برابر است با

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (۲۷-۳۶)$$

که نشان می‌دهد در هر زمان دلخواه بخشی از انرژی در میدان مغناطیسی القاگر و بخشی در میدان الکتریکی خازن ذخیره می‌شود. اگر فرض کنیم که مقاومت مدار صفر باشد، هیچ‌گونه انرژی تلف نمی‌شود و U برحسب زمان ثابت می‌ماند، اگرچه i و q تغییر می‌کنند. به عبارت دقیق‌تر، dU/dt باید برابر صفر باشد. از اینجا نتیجه می‌شود که

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right) = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \quad (۲۸-۳۶)$$

فرض می‌کنیم که q بار موجود روی یک صفحه مشخص از خازن (مثلاً، صفحه بالایی شکل ۸-۳۶) باشد و در آن صورت i آهنگ جریان بار الکتریکی به صفحه موردنظر را نشان می‌دهد (به‌طوری که وقتی بار مثبت به صفحه وارد می‌شود $i > 0$ است). در این حالت داریم

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{و} \quad \frac{di}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$$

با استفاده از معادله‌های (۲۱-۳۶) و (۲۴-۳۶)، می‌رسیم به

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} Li_m^2$$

که در اینجا i_m بیشینه جریان و q_m بیشینه بار است. توجه داشته باشید که بیشینه جریان و بیشینه بار الکتریکی همزمان اتفاق نمی‌افتند بلکه با هم به اندازه یک‌چهارم چرخه فاصله دارند؛ شکل‌های ۸-۳۶ و ۹-۳۶ را ببینید. از حل این معادله برای i_m و جایگزین کردن q_m با CV ، در می‌یابیم

$$i_m = V \sqrt{\frac{C}{L}} = (57 \text{ V}) \sqrt{\frac{1.5 \times 10^{-6} \text{ F}}{12 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 0.64 \text{ A}$$

شباهت با حرکت هماهنگ ساده

شکل ۵-۱۲ نشان می‌دهد که سیستم نوسان‌کننده جرم-فنر، مانند مدار نوسان‌کننده LC ، دارای دو نوع انرژی است. یکی انرژی پتانسیل فنر متراکم یا کشیده شده است؛ دیگری انرژی جنبشی جرم متحرک. این انرژی‌ها با فرمولهای شناخته‌شده ستون سمت راست جدول ۱-۳۶ ارائه شده‌اند. این جدول نشان می‌دهد که خازن به گونه‌ای شبیه فنر است و القاگر به نوعی شبیه جسم دارای جرم (وزنه) و بعضی از کمیت‌های الکترومغناطیسی با برخی از کمیت‌های مکانیکی "متناظر"ند، یعنی

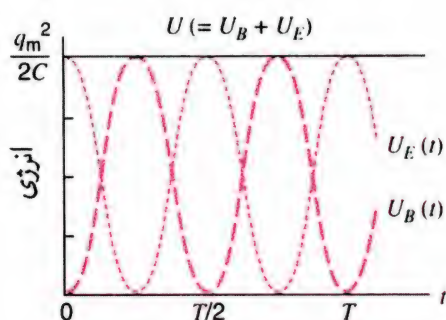
$$q \text{ متناظر با } x \text{ است،} \quad i \text{ متناظر با } v \text{ است،} \quad (۲۵-۳۶)$$

$$1/C \text{ متناظر با } k \text{ است،} \quad L \text{ متناظر با } m \text{ است.}$$

مقایسه شکل ۸-۳۶، که نوسانهای مدار LC بدون مقاومت را نشان می‌دهد، با شکل ۵-۱۲، که نمایشگر نوسانهای سیستم جرم-فنر بدون اصطکاک است، نشان می‌دهد که این تناظر تا چه حد نزدیک است. توجه کنید که در این شکل‌ها v و i با هم و نیز x و q با هم متناظرند. همچنین توجه کنید که چگونه در هر دو مورد انرژی بین دو

جدول ۱-۳۶ انرژی در سیستمهای نوسان‌کننده

مکانیکی	الکترومغناطیسی
فنر $U_s = \frac{1}{2} kx^2$	خازن $U_E = \frac{1}{2} C^{-1} q^2$
جرم $K = \frac{1}{2} mv^2$	القاگر $U_B = \frac{1}{2} Li^2$
$v = \frac{dx}{dt}$	$i = \frac{dq}{dt}$



شکل ۳۶-۱۰ انرژی مغناطیسی و انرژی الکتریکی ذخیره شده در مدار LC برحسب تابعی از زمان. T (مساوی $2\pi/\omega$) دوره تناوب این نوسان است.

به این ترتیب، اگر به جای ω مقدار $1/\sqrt{LC}$ را قرار دهیم معادله (۳۱-۳۶) واقعاً جوابی برای معادله (۲۹-۳۶) است. رابطه‌ای که به این ترتیب برای ω به دست آوردیم با معادله (۲۶-۳۶) که از تناظر بین نوسانهای مکانیکی و الکترومغناطیسی به آن رسیدیم، سازگار است.

ثابت فاز ϕ در معادله (۳۱-۳۶) را شرایط در لحظه $t = 0$ تعیین می‌کند. اگر شرایط اولیه به صورت شکل ۳۶-۸ (الف) باشد، در آن صورت ϕ را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا معادله (۳۱-۳۶) در لحظه $t = 0$ بار $q = q_m$ را به دست دهد. اگر ϕ را مساوی 90° ، 180° ، 270° اختیار کنیم، چه شرایط اولیه فیزیکی حاصل می‌شود؟ کدامیک از حالت‌های نشان داده شده در شکل ۳۶-۸ متناظر با فازهای ϕ منتخب در بالاست؟

انرژی الکتریکی ذخیره شده در مدار LC ، با استفاده از معادله (۳۱-۳۶)، برابر است با

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega t + \phi) \quad (۳۵-۳۶)$$

و انرژی مغناطیسی ذخیره شده، با استفاده از معادله (۳۲-۳۶)، برابر است با

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

با قرار دادن ω از معادله (۳۴-۳۶) در معادله اخیر، نتیجه می‌گیریم که

$$U_B = \frac{q_m^2}{2C} \sin^2(\omega t + \phi) \quad (۳۶-۳۶)$$

شکل ۳۶-۱۰ نمودارهای مربوط به $U_E(t)$ و $U_B(t)$ را برای حالت $\phi = 0$ نشان می‌دهد. توجه کنید که (۱) بیشینه مقادیرهای مربوط به U_E و U_B یکسان (مساوی $q_m^2/2C$) است؛ (۲) حاصل جمع

با جایگزین کردن این مقادیرها در معادله (۲۸-۳۶) می‌رسیم به

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (۲۹-۳۶)$$

معادله (۲۹-۳۶) نوسانهای مدار LC (بدون مقاومت) را توصیف می‌کند. برای حل این معادله، به شباهت آن با معادله (۴-۱۷) توجه کنید:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (۳۰-۳۶)$$

که نوسانهای مکانیکی ذره متصل به فنر را توصیف می‌کند. اساساً، از مقایسه این دو معادله است که تناظرهای معادله (۲۵-۳۶) حاصل می‌شود.

جواب معادله (۳۰-۳۶) که در فصل ۱۷ به دست آمده چنین است.

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

که در این عبارت x_m دامنه حرکت و ϕ یک ثابت فاز دلخواه است. چون q متناظر با x است، می‌توان جواب معادله (۲۹-۳۶) را به صورت زیر نوشت

$$q = q_m \cos(\omega t + \phi) \quad (۳۱-۳۶)$$

در اینجا ω هنوز بسامد زاویه‌ای مجهول نوسانهای الکترومغناطیسی است.

می‌توان با جایگزین کردن معادله (۳۱-۳۶) و مشتق دوم آن در معادله (۲۹-۳۶) بررسی کرد که آیا واقعاً معادله (۳۱-۳۶) جواب معادله (۲۹-۳۶) هست یا خیر. برای به دست آوردن مشتق دوم، می‌نویسیم

$$\frac{dq}{dt} = i = -\omega q_m \sin(\omega t + \phi) \quad (۳۲-۳۶)$$

یا

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega^2 q_m \cos(\omega t + \phi) \quad (۳۳-۳۶)$$

از قرار دادن q و $d^2 q/dt^2$ در معادله (۲۹-۳۶) نتیجه می‌گیریم که

$$-\omega^2 q_m \cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{LC} q_m \cos(\omega t + \phi) = 0$$

با حذف عامل مشترک $q_m \cos(\omega t + \phi)$ و بازآرایی جملات تساوی می‌رسیم به

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (۳۴-۳۶)$$

۷-۳۶ نوسانهای میرا و واداشته

در هر مدار LC واقعی همواره یک مقاومت R وجود دارد. وقتی این مقاومت را در نظر بگیریم، درمی یابیم که انرژی الکترومغناطیسی کل U ثابت نیست بلکه با گذشت زمان به واسطه اتلاف انرژی به صورت انرژی داخلی، مقاومت، کم می شود. چنانکه خواهیم دید، این نوسانگر کاملاً شبیه نوسانگر میرای جرم-فنا بخش ۷-۱۷ است. مانند قبل، می دانیم که

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{q^2}{2C} \quad (۳۷-۳۶)$$

ولی U دیگر ثابت نیست، بلکه داریم

$$\frac{dU}{dt} = -i^2 R \quad (۳۸-۳۶)$$

علامت منفی نشان می دهد که انرژی U ذخیره شده با گذشت زمان کاهش می یابد و با آهنگ $i^2 R$ به انرژی داخلی مقاومت تبدیل می شود. با مشتق گیری از معادله (۳۷-۳۶) و ترکیب نتیجه با معادله (۳۸-۳۶)، می رسم به

$$-i^2 R = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt}$$

با جایگزین کردن i با dq/dt و di/dt با d^2q/dt^2 و تقسیم طرفین معادله بر i ، نتیجه می گیریم

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (۳۹-۳۶)$$

که نوسانهای میرای LC را توصیف می کند. اگر در معادله (۳۹-۳۶)، قرار دهیم $R = 0$ ، این معادله همان طور که انتظار داریم به معادله (۲۹-۳۶) تبدیل می شود، که نوسانهای نامیرای LC را توصیف می کند. در اینجا، بدون اثبات، می گوییم که می توان جواب عمومی معادله (۳۹-۳۶) را به شکل زیر نوشت

$$q = q_m e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi) \quad (۴۰-۳۶)$$

که در آن

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2} \quad (۴۱-۳۶)$$

با استفاده از شباهتهای معادله (۲۵-۳۶)، می بینیم که معادله (۴۰-۳۶) دقیقاً هم ارز معادله (۳۹-۱۷)، یعنی معادله جابه جایی در حرکت هماهنگ ساده میرا برحسب زمان است. از مقایسه معادله (۴۱-۳۶)

U_E و U_B مقداری ثابت (مساوی $q_m^2/2C$) است؛ (۳) وقتی U_E بیشینه است U_B صفر است و برعکس؛ و (۴) U_E و U_B در هر چرخه دو بار به مقدار بیشینه می رسند. این بررسی، تحلیل کیفی ارائه شده در بخش ۵-۳۶ را تأیید می کند. این بحث را با مبحث ارائه شده در بخش ۴-۱۷ در ارتباط با تبادل انرژی در نوسانگر هماهنگ ساده مکانیکی مقایسه کنید.

مسئله نمونه ۹-۳۶ (الف) در مدار نوسان کننده LC ، وقتی انرژی به تساوی بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تقسیم شده باشد، چه مقدار بار، برحسب بار بیشینه، روی صفحه خازن قرار دارد؟ (ب) در چه زمان، t ، این شرط برقرار می شود؟ فرض کنید که در آغاز خازن کاملاً پر باشد و نیز فرض کنید که $L = ۱۲ \text{ mH}$ و $C = ۱.۷ \mu\text{F}$ است.

حل. (الف) انرژی الکتریکی ذخیره شده U_E و بیشینه انرژی ذخیره شده U_m در خازن به ترتیب عبارت اند

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad \text{و} \quad U_m = \frac{q_m^2}{2C}$$

با قرار دادن $U_E = \frac{1}{2} U_m$ ، نتیجه می گیریم

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{2C}$$

یا

$$q = \frac{q_m}{\sqrt{2}}$$

(ب) چون در معادله (۳۱-۳۶) می دانیم $\phi = 0$ است، زیرا در $t = 0$ داریم $q = q_m$ ، نتیجه می گیریم که

$$q = q_m \cos \omega t = \frac{q_m}{\sqrt{2}}$$

که از اینجا درمی یابیم

$$\omega t = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

یا، با استفاده از $\omega = 1/\sqrt{LC}$

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{4} = \frac{\pi\sqrt{(12 \times 10^{-3} \text{ H})(1.7 \times 10^{-6} \text{ F})}}{4} \\ = 1.1 \times 10^{-4} \text{ s} = 110 \mu\text{s}$$

(ب) تعداد نوسانها عبارت است از زمان سپری شده تقسیم بر دوره تناوب، اما، دوره تناوب و بسامد زاویه‌ای با عبارت $T = 2\pi/\omega$ به یکدیگر مربوط می‌شوند. بسامد زاویه‌ای این نوسانگر عبارت است از

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(12 \times 10^{-3} \text{H})(1.6 \times 10^{-6} \text{F})}} \\ = 7200 \text{ rad/s}$$

در نتیجه دوره تناوب این حرکت نوسانی برابر است با

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7200 \text{ rad/s}} = 8.7 \times 10^{-4} \text{ s}$$

سرانجام، زمان سپری شده تا رسیدن به نصف دامنه برحسب دوره تناوب عبارت است از

$$\frac{t}{T} = \frac{0.11 \text{ s}}{8.7 \times 10^{-4} \text{ s}} \approx 13$$

دامنه نوسان پس از گذشت حدود ۱۳ چرخه نوسان به نصف مقدارش فرو می‌افتد. میرایی در این مثال، بسیار خفیف‌تر از چیزی است که در شکل ۱۱-۳۶ رخ می‌دهد. در این شکل دامنه نوسان در حدود یک چرخه به نصف فرو می‌افتد.

در این مثال به جای ω' از ω استفاده کردیم. از معادله (۴۱-۳۶)، درمی‌یابیم که $\omega - \omega' = 27 \text{ rad/s}$ است و بنابراین در استفاده از ω خطای ناچیزی مرتکب می‌شویم.

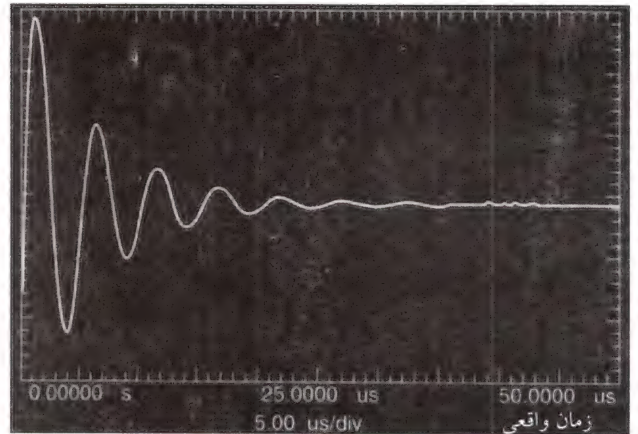
نوسانهای واداشته و تشدید

مدار LC میرایی را در نظر بگیرید که حاوی مقاومت R است. اگر میرایی کوچک باشد، مدار با بسامد $\omega = 1/\sqrt{LC}$ نوسان می‌کند، که آن را بسامد طبیعی سیستم می‌خوانیم.

اکنون، فرض کنید این مدار شامل نیروی محرکه الکتریکی متغیر برحسب زمان به صورت زیر نیز باشد

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega'' t \quad (42-36)$$

این نیروی محرکه الکتریکی توسط مولد خارجی تأمین می‌شود. در این معادله ω'' ، که می‌توان آن را به دلخواه تغییر داد، بسامد چشمه خارجی است. این گونه نوسانها را نوسانهای واداشته می‌نامیم. وقتی نیروی محرکه الکتریکی توصیف شده در معادله (۴۲-۳۶) را برای اولین بار اعمال می‌کنیم، جریانهای متغیرگذایی در مدار پدید می‌آید، اما، ما به جریانهای



شکل ۱۱-۳۶ تصویری از یک رد نوسان‌نما که نوسان یک مدار LC میرا را نشان می‌دهد. به علت اتلاف انرژی در مقاومت موجود در مدار دامنه نوسان کاهش می‌یابد.

با معادله (۱۷-۴۰) درمی‌یابیم که مقاومت R با ثابت میرایی b نوسانگر مکانیکی میرا متناظر است.

شکل ۱۱-۳۶ تغییرات جریان در مدار LC میرا را برحسب زمان نشان می‌دهد. (این شکل را با شکل ۱۶-۱۷ (ب) مقایسه کنید.) جریان به صورت سینوسی با بسامد ω' نوسان می‌کند و دامنه جریان با گذشت زمان به صورت نمایی کاهش می‌یابد. بسامد ω' مسلماً از بسامد ω (مساوی $1/\sqrt{LC}$) مربوط به نوسانهای نامیرا کوچکتر است، ولی در اغلب موارد می‌توان با خطای اندک ω' را برابر ω در نظر گرفت.

مسئله نمونه ۱۰-۳۶ در یک مدار داریم $L = 12 \text{ mH}$ ، $C = 1.6 \mu\text{F}$ و $R = 15 \Omega$. (الف) در چه مدت زمان، t ، دامنه نوسانهای بار به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش می‌یابد؟ (ب) این زمان متناظر با چند دوره تناوب نوسان مدار است؟

حل. (الف) این واقعه وقتی رخ می‌دهد که ضریب دامنه در معادله (۳۶-۴۰)، یعنی $e^{-Rt/2L}$ ، برابر با $1/2$ شود، یا

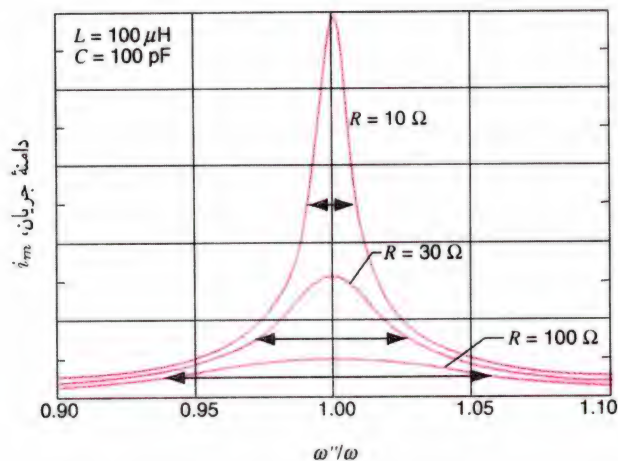
$$e^{-Rt/2L} = \frac{1}{2}$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی از طرفین این تساوی نتیجه می‌گیریم

$$-Rt/2L = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

یا، از حل این معادله برحسب t ، داریم

$$t = \frac{2L}{R} \ln 2 = \frac{(2)(12 \times 10^{-3} \text{H})}{15 \Omega} \ln 2 = 0.11 \text{ s}$$

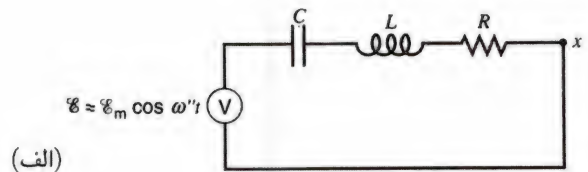


شکل ۱۳-۳۶ منحنیهای تشدید برای مدار نوسان‌کننده واداشته شکل ۱۲-۳۶ (الف). سه منحنی مربوط به سه مقدار متفاوت مقاومت موجود در مدار است. پیکانهای افقی عرض یا "تیزی" هریک از این تشدیدها را نشان می‌دهند.

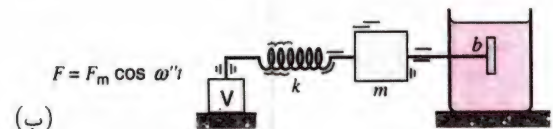
شکل ۱۳-۳۶ سه نمودار مربوط به i_m را برحسب نسبت ω''/ω نشان می‌دهد، که هریک از آنها مربوط به مقادیر متفاوت مقاومت R است. می‌بینیم که وقتی شرط تشدید معادله (۳۶-۴۴) برقرار باشد هریک از نمودارها واقعاً دارای یک مقدار بیشینه می‌شوند. توجه کنید که با کاهش R ، قله تشدید، چنانکه پیکانهای افقی در تراز نیم‌بیشینه نشان می‌دهند، تیزتر می‌شود.

شکل ۱۳-۳۶ تجربه متعارف تنظیم یک دستگاه گیرنده رادیویی را نشان می‌دهد. با چرخاندن پیچ تنظیم رادیو، بسامد طبیعی ω یک مدار LC داخلی را میزان می‌کنیم تا با بسامد ω'' مربوط به سیگنال گسیل‌شده از آنتن ایستگاه فرستنده برابر شود؛ در واقع در جستجوی یک حالت تشدید هستیم. در شهرهای بزرگ، که سیگنالهای متعدد با بسامد نزدیک به یکدیگر وجود دارند، تیزی فرایند تنظیم حائز اهمیت می‌شود.

شکل ۱۳-۳۶ مانند شکل ۱۷-۱۹ است، که قله‌های تشدیدي مربوط به نوسانهای واداشته یک نوسانگر مکانیکی مانند نوسانگر شکل ۱۲-۳۶ (ب) را نشان می‌دهد. در این مورد نیز، پاسخ بیشینه وقتی رخ می‌دهد که $\omega'' = \omega$ و قله‌های پاسخ با کاهش عامل میرایی (ضریب b) تیزتر می‌شوند. توجه کنید که شباهت منحنیهای شکل ۱۳-۳۶ و شکل ۱۷-۱۹ کامل نیست. شکل ۱۳-۳۶ دامنه جریان را نشان می‌دهد در صورتی که شکل ۱۷-۱۹ نشان‌دهنده منحنی جابه‌جایی است. متغیر مکانیکی متناظر با جریان جابه‌جایی نیست بلکه سرعت است. با این همه، هر دو مجموعه منحنی پدیده تشدید را نشان می‌دهند.



(الف)



(ب)

شکل ۱۲-۳۶ (الف) نوسانهای الکترومغناطیسی یک مدار که با بسامد زاویه‌ای ω'' وادار به نوسان می‌شود. (ب) نوسانهای مکانیکی یک سیستم فنر-جرم که با بسامد زاویه‌ای ω'' وادار به نوسان می‌شود. اجزای متناظر دو سیستم در برابر هم رسم شده‌اند.

سینوسی علاقه‌مندیم که به دنبال از بین رفتن این جریانهای گذرای اولیه در مدار باقی می‌مانند. بدون توجه به اینکه بسامد طبیعی مدار چقدر است، این نوسانهای بار الکتریکی، جریان، یا اختلاف پتانسیل در مدار باید با بسامد عامل وادارنده خارجی، یعنی ω'' ، رخ دهند.

در شکل ۱۲-۳۶ سیستم نوسان‌کننده الکترومغناطیسی را با سیستم مکانیکی متناظر مقایسه می‌کنیم. ارتعاشگر V ، که نیروی متناوب خارجی را اعمال می‌کند، متناظر مولد V است که نیروی محرکه الکتریکی متناوب خارجی را اعمال می‌کند. "همسانی" سایر کمیتها مانند قبل است (جدول ۱۳-۳۶ را ببینید): جابه‌جایی با بار الکتریکی و سرعت با جریان. ضریب القای L ، که با تغییر جریان مخالفت می‌کند متناظر با جرم (لختی) m است که مخالف تغییر سرعت است. ثابت فنر k و عکس ظرفیت خازن C^{-1} نمایشگر "سفتی" سیستمهای مربوطه‌اند، و به ترتیب پاسخ (جابه‌جایی) فنر را به نیرو و پاسخ (بار) خازن را به نیروی محرکه الکتریکی نشان می‌دهند.

در فصل ۳۷ جواب جریان در مدار شکل ۱۲-۳۶ (الف) را به‌دست خواهیم آورد، که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$i = i_m \sin(\omega'' t - \phi) \quad (43-36)$$

دامنه جریان i_m در معادله (۴۳-۳۶) معیاری از پاسخ مدار ۱۲-۳۶ (الف) به نیروی محرکه الکتریکی وادارنده است. منطقی است فرض کنیم (مثلاً، از تجربه هُل دادن تاب) که در صورت نزدیکی بسامد وادارنده ω'' به بسامد طبیعی سیستم، یعنی ω ، i_m زیاد باشد. به عبارت دیگر، انتظار داریم که نمودار i_m برحسب ω'' وقتی

$$\omega'' = \omega = 1/\sqrt{LC} \quad (44-36)$$

دارای یک بیشینه باشد که آن را شرط تشدید می‌خوانیم.

چندگزینه‌ای

۱-۳۶ القاوری

۲-۳۶ محاسبه ضریب القا

۱. دو القاگر همسان با ضریب القای L به صورت سری به هم متصل شده‌اند.

(۱) اگر این القاگرها خیلی از هم دور باشند، ضریب القای مؤثر

این مجموعه برابر خواهد شد با

(الف) $L/2$ (ب) $L/\sqrt{2}$ (ج) $\sqrt{2}L$ (د) $2L$

(۲) اگر این دو القاگر را به یکدیگر نزدیک کنیم، آنگاه ضریب

القای مؤثر آنها

(الف) افزایش خواهد یافت. (ب) کاهش خواهد یافت.

(ج) ثابت می‌ماند.

(د) تغییر خواهد کرد، ولی پاسخ به پرسش بالا به چگونگی آرایش نسبی القاگرها وابسته است.

۲. دو القاگر همسان با ضریب القای L به طور موازی به هم متصل شده‌اند.

(۱) اگر این القاگرها خیلی دور از هم باشند، ضریب القای مؤثر

این مجموعه برابر خواهد شد با

(الف) $L/2$ (ب) $L/\sqrt{2}$ (ج) $\sqrt{2}L$ (د) $2L$

(۲) اگر این دو القاگر را به یکدیگر نزدیک کنیم، آنگاه ضریب

القای مؤثر آنها

(الف) افزایش خواهد یافت. (ب) کاهش خواهد یافت.

(ج) ثابت می‌ماند.

(د) تغییر خواهد کرد، ولی پاسخ به پرسش بالا به چگونگی آرایش نسبی القاگرها وابسته است.

۳. ضریب القای یک سیم تک حلقه‌ای برابر L است. اگر یک حلقه سیم دیگر به بالای حلقه اول افزوده شود، ضریب القای جدید به صورت زیر است

(الف) $4L$ (ب) $2L$ (ج) $\sqrt{2}L$ (د) $L/2$

۴. چگونه ضریب القا به ازای واحد طول در سیمولوله واقعی در نزدیکی مرکزش را می‌توان با ضریب القا به ازای واحد طول در نزدیکی دو سر آن مقایسه کرد؟

(الف) ضریب القا به ازای واحد طول در نزدیکی مرکز بیشتر است.

(ب) ضریب القا به ازای واحد طول در نزدیکی دو سر بیشتر است.

(ج) ضریب القا به ازای واحد طول در همه جا یکسان است.

۵. القاگر را می‌توان از یک "لغزانک"^۱ فلزی که اساساً یک سیمولوله انعطاف‌پذیر است ساخت. اگر طول لغزانک به دو برابر طول اولیه افزایش پیدا کند، آنگاه ضریب القای آن

(الف) به $L/2$ تغییر خواهد کرد. (ب) به $L/4$ تغییر خواهد کرد.

(ج) به \sqrt{L} تغییر می‌کند. (د) ثابت باقی می‌ماند.

۶. ضریب القای القاگری برابر با L است. یک القاگر دیگر با این القاگر همسان است جز اینکه دو برابر بزرگتر است؛ القاگر دوم با ضریب $2L$ بزرگنمایی شده است. نسبت ضریب القای القاگر دوم به اول چقدر است؟

(الف) ۴ (ب) ۲ (ج) ۱ (د) $1/2$

(ه) پاسخ به این پرسش بستگی به شکل هندسی القاگر دارد.

۳-۳۶ مدارهای LR

۷. یک مقاومت، القاگر، کلید، و باتری به صورت سری به هم متصل شده‌اند. در آغاز کلید باز است. سپس کلید را می‌بندیم و اجازه می‌دهیم که جریان جاری شود.

(۱) قبل از اینکه سیستم به حالت پایا برسد، اختلاف پتانسیل دو

سر مقاومت

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت است.

(۲) قبل از اینکه سیستم به حالت پایا برسد، اختلاف پتانسیل دو

سر القاگر

(الف) افزایش می‌یابد. (ب) کاهش می‌یابد. (ج) ثابت است.

۸. یک القاگر ایده‌آل به طور سری به یک مقاومت و یک باتری ایده‌آل متصل شده است. باتری با آهنگ $P(t)$ برای مدار انرژی تأمین می‌کند، مقاومت با آهنگ $P_R(t)$ انرژی تلف می‌کند و القاگر با آهنگ $P_L(t)$ انرژی ذخیره می‌کند. در مورد ارتباط بین $P_L(t)$ و $P_R(t)$ می‌توان استنباط کرد

(الف) $P_R(t) > P_L(t)$ برای تمام زمانهای t که مدار در حال پرشدن است.

(ب) $P_R(t) = P_L(t)$ برای تمام زمانهای t که مدار در حال پرشدن است.

(ج) $P_R(t) < P_L(t)$ برای تمام زمانهای t که مدار در حال پرشدن است.

(د) $P_R(t) > P_L(t)$ فقط در نزدیکی آغاز فرایند پرشدن.

(ه) $P_R(t) < P_L(t)$ فقط در نزدیکی آغاز فرایند پرشدن.

۴-۳۶ ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی

۹. دوباره دو القاگر پرسش چندگزینه‌ای ۶ را در نظر بگیرید و فرض کنید حامل جریانهای یکسانی هستند.

(۱) نسبت چگالی انرژی مغناطیسی مربوط به القاگر

بزرگنمایی شده به القاگر اصلی چقدر است؟

(الف) $1/4$ (ب) $1/2$ (ج) 2 (د) 4

(۲) نسبت کل انرژی ذخیره شده در القاگر بزرگنمایی شده به القاگر

اصلی چقدر است؟

(الف) $1/4$ (ب) $1/2$ (ج) 2 (د) 4

۵-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کیفی

۱۰. یک مدار LC ساده تشکیل شده است از القاگر L و خازن C که به طور سری به هم بسته شده‌اند. این مدار با بسامد f_0 نوسان می‌کند.

یک القاگر یکسان دیگر و یک خازن یکسان دیگر را به صورت سری به این مدار اضافه می‌کنیم؛ فرض کنید القاگرها به قدر کافی از هم دورند که میدانهای مغناطیسی آنها در هم تداخل نمی‌کنند. بسامد نوسان این سیستم جدید چقدر است؟

(الف) $4f_0$ (ب) $2f_0$ (ج) f_0 (د) $f_0/2$ (ه) $f_0/4$

۱۱. بسامد یک نوسانگر LC برابر f_0 است. سپس فاصله بین صفحه‌های خازن را به دو برابر فاصله اولیه افزایش می‌دهیم. بسامد این نوسانگر جدید چقدر است؟

(الف) $2f_0$ (ب) $\sqrt{2}f_0$ (ج) $f_0/\sqrt{2}$ (د) $f_0/2$

۱۲. کدام یک از تغییرات زیر بسامد نوسانگر LC را افزایش می‌دهد؟ (ممکن است که بیش از یک پاسخ درست وجود داشته باشد!)

(الف) قرار دادن یک تیغه دی‌الکتریک در داخل خازن

(ب) قرار دادن یک ماده پارامغناطیس در داخل القاگر

(ج) قرار دادن یک ماده فرومغناطیس در داخل القاگر

(د) قرار دادن یک ماده دیامغناطیس در داخل القاگر

۶-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کمی

۱۳. یک مدار LC با بسامد f نوسان می‌کند. وقتی که جریان در القاگر $i = i_{\max}/2$ است، بار روی خازن چقدر است؟

(الف) $q = q_{\max}$ (ب) $q = \sqrt{3}q_{\max}/2$

(ج) $q = \sqrt{2}q_{\max}/2$ (د) $q = q_{\max}/2$

۱۴. یک مدار LC در آغاز با بسامد f و بیشینه جریان i_{\max} نوسان می‌کند. اگر کل انرژی موجود در مدار دو برابر شود، آنگاه

(۱) دوره تناوب نوسان با مضرب زیر افزایش خواهد یافت

(الف) ۴ (ب) $\sqrt{8}$ (ج) ۲ (د) $\sqrt{2}$

(ه) ۱ (تغییر نمی‌کند).

(۲) بیشینه مقدار بار روی خازن با مضرب زیر افزایش خواهد

یافت

(الف) ۴ (ب) $\sqrt{8}$ (ج) ۲ (د) $\sqrt{2}$

(ه) ۱ (تغییر نمی‌کند).

(۳) بیشینه جریان جاری در مدار با مضرب زیر افزایش خواهد

یافت

(الف) ۴ (ب) $\sqrt{8}$ (ج) ۲ (د) $\sqrt{2}$

(ه) ۱ (تغییر نمی‌کند).

۷-۳۶ نوسانهای میرا و واداشته

۱۵. در چه زمانی انرژی مدار LRC با سریع‌ترین آهنگ کاهش می‌یابد؟

(الف) وقتی که بار روی خازن بیشینه است.

(ب) وقتی که بار روی خازن کمینه است.

(ج) هنگامی که نیروی محرکه الکتریکی القایی در القاگر بیشینه است.

(د) وقتی که گرمای ژول در مقاومت کمینه است.

پرسشها

۱. نشان دهید که هر دو عبارت مربوط به L ، یعنی $N\phi_B/i$ (معادله ۴-۳۶) و $\mathcal{E}_L/(di/dt)$ (معادله ۱-۳۶) دارای ابعاد یکسان‌اند.

۲. اگر شار عبوری از هر یک از حلقه‌های یک پیچه یکسان باشد،

ضریب القای پیچه را می‌توان از عبارت $L = N\phi_B/i$ (معادله ۴-۳۶) محاسبه کرد. اگر این فرض معتبر نباشد، چگونه می‌توان

ضریب القای L پیچه را محاسبه کرد؟

۳. مثالهایی ارائه دهید که نشان دهند چگونه شار عبوری از پیچه را

می‌توان با کشیدن یا متراکم کردن آن تغییر داد.

۴. می‌خواهید پیچه‌ای را پیچید که مقاومت داشته باشد ولی اصولاً

هیچ‌گونه القاوری نداشته باشد. چگونه این کار را انجام می‌دهید؟

۵. روی یک استوانه بلند یک رشته سیم را به صورت یک لایه از سمت

چپ به سمت راست چنان پیچیده‌ایم که، مطابق شکل ۱۴-۳۶ (الف)،

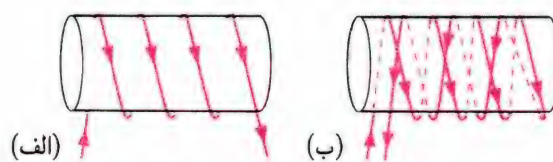
حاوی n دور در واحد طول باشد و ضریب القای آن برابر با L_1 شود.

حال اگر عمل پیچیدن سیم به دور استوانه را در همان جهت ادامه

دهیم ولی مطابق شکل ۱۴-۳۶ (ب)، از راست به چپ بازگردیم،

به طوری که لایه دومی به سیم پیچ اضافه شود که آن هم شامل n دور

سیم بر واحد طول باشد، مقدار ضریب القا چقدر می‌شود؟ در این باره توضیح دهید.



شکل ۳۶-۱۴ پرش ۵.

۶. بگویید چرا انتظار دارید که ضریب القای یک کابل هم‌محور با افزایش شعاع رسانای خارجی آن، وقتی شعاع رسانای مرکزی ثابت است، افزایش یابد.

۷. یک قطعه سیم مسی به طول l در اختیار دارید. چگونه می‌توانید ترتیبی بدهید که بیشترین ضریب القا را به‌دست آورید؟

۸. بگویید چگونه یک رشته سیم بلند و مستقیم می‌تواند آثار القاوری نشان بدهد. چگونه می‌توانید در پی این آثار بگردید؟

۹. جریان پایایی در یک پیچه با ثابت زمانی القایی بسیار طولانی برقرار شده است. وقتی با یک کلید جریان قطع می‌شود، قوس الکتریکی شدیدی بین تیغه‌های کلید پدید می‌آید. بگویید چرا این واقعه رخ می‌دهد. (توجه: قطع جریان در مدارهای شدیداً القایی ممکن است ویرانگر و خطرناک باشد.)

۱۰. فرض کنید یک پیچه ایده‌آل (یعنی، یک پیچه اساساً بی‌مقاومت) را به دو سربک باتری ایده‌آل (باز هم، اساساً بی‌مقاومت) وصل کرده‌اید. چون در این مدار هیچ‌گونه مقاومتی وجود ندارد ممکن است فکر کنید که جریان ناگهان بسیار زیاد می‌شود. از طرف دیگر، ممکن است فکر کنید که، چون ثابت زمانی القایی (مساوی L/R) خیلی بزرگ است، جریان خیلی کند افزایش می‌یابد، البته اگر اصلاً جریانی برقرار بشود. واقعاً چه اتفاقی می‌افتد؟

۱۱. در یک مدار LR مانند مدار شکل ۳۶-۴، آیا نیروی محرکه الکتریکی القایی هیچ‌گاه می‌تواند بیشتر از نیروی محرکه الکتریکی باتری بشود؟

۱۲. در یک مدار LR مانند مدار شکل ۳۶-۴، آیا جریان در مقاومت همواره برابر با جریان در القاگر است؟

۱۳. در مدار شکل ۳۶-۴، در لحظه‌ای که کلید روی نقطه a بسته می‌شود نیروی محرکه الکتریکی القایی بیشینه است. چگونه ممکن است چنین چیزی رخ دهد، زیرا در آن لحظه اصلاً جریانی در القاگر برقرار نیست؟

۱۴. آیا زمان لازم برای اینکه در یک مدار LR مشخص، جریان به کسر معینی از مقدار تعادلش برسد به مقدار نیروی محرکه الکتریکی ثابت اعمال‌شده بستگی دارد؟

۱۵. اگر جریان در چشمه نیروی محرکه الکتریکی در جهت نیروی محرکه الکتریکی باشد، انرژی چشمه کاهش می‌یابد؛ اگر جریان در جهت مخالف جهت نیروی محرکه الکتریکی باشد (مانند پُر کردن باتری)، انرژی چشمه افزایش می‌یابد. آیا این گزاره‌ها در مورد القاگر شکل ۳۶-۲ کاربرد دارند؟

۱۶. آیا نیروی محرکه الکتریکی در القاگر می‌تواند در همان جهت نیروی محرکه الکتریکی چشمه باشد، که به القاگر انرژی مغناطیسی تحویل می‌دهد؟

۱۷. در شکل ۳۶-۴، کلید را که برای مدتی “طولانی” در a بسته بود در b قرار می‌دهیم. برای انرژی ذخیره‌شده در القاگر چه اتفاقی خواهد افتاد؟

۱۸. پیچه‌ای دارای ضریب القای (اندازه‌گیری‌شده) L و مقاومت (اندازه‌گیری‌شده) R است. آیا ثابت زمانی القایی آن الزاماً با رابطه $\tau_L = L/R$ مشخص می‌شود؟ به خاطر داشته باشید که آن معادله را در وضعیتی به‌دست آوردیم که (شکل ۳۶-۴ را ببینید) در آن اجزای القاکننده و مقاوم از نظر فیزیکی از هم جدا بودند. در این مورد بحث کنید.

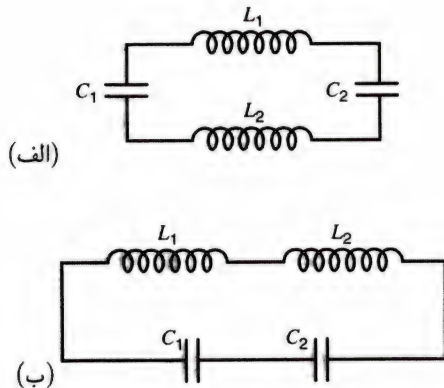
۱۹. شکل ۳۶-۵ (الف) و شکل ۳۱-۲۱ (ب) به ترتیب نمودارهای $\Delta V_R(t)$ مدار LR و مدار RC هستند. چرا این دو منحنی تا این اندازه با هم تفاوت دارند؟ هر یک از نمودارها را برحسب فرایندهای فیزیکی در مدار ذی‌ربط بررسی کنید.

۲۰. دو سیمولۀ A و B دارای قطر و طول یکسان بوده و هر کدام دارای یک لایه سیم‌پیچ از سیم مسی هستند که سیمهای مجاور با یکدیگر در تماس‌اند و ضخامت لایه عایق ناچیز است. سیمولۀ A حاوی تعداد زیادی دور از یک سیم نازک و سیمولۀ B دارای تعداد کمتری دور از یک سیم ضخیم‌تر است. (الف) ضریب القای کدام سیمولۀ بیشتر است؟ (ب) ثابت زمانی القایی کدام سیمولۀ بیشتر است؟ پاسخهای خود را ارزیابی کنید.

۲۱. آیا می‌توانید با بحثی مبتنی بر کاربرد دقیق و ماهرانه آهنرباهای میله‌ای نشان دهید که می‌توان انرژی را در میدان مغناطیسی ذخیره کرد؟

۲۲. تمام شباهتهایی را که می‌توانید بین یک خازن با صفحه‌های موازی (برای میدان الکتریکی) و یک سیمولۀ بلند (برای میدان مغناطیسی) تصور کنید، نام ببرید.

بررسی کنید: (الف) $C_1 = C_2$, $L_1 = L_2$ و (ب) $C_1 \neq C_2$, $L_1 \neq L_2$

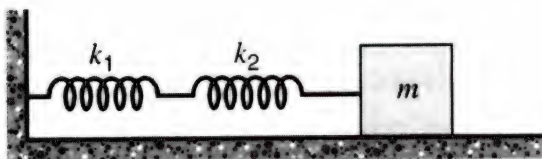


شکل ۳۶-۱۵ پرسش ۳۴.

۳۵. در تشابه مکانیکی مدار نوسان‌کننده LC ، کدام کمیت مکانیکی نظیر اختلاف پتانسیل است؟

۳۶. در مقایسه سیستم نوسان‌کننده الکترومغناطیسی با سیستم نوسان‌کننده مکانیکی، کدام خواص مکانیکی مشابه خواص الکترومغناطیسی زیرند: ظرفیت، مقاومت، بار، انرژی میدان الکتریکی، انرژی میدان مغناطیسی، ضریب القا و جریان؟

۳۷. دو فنر را به هم وصل کرده به جسمی به جرم m می‌بندیم، این مجموعه می‌تواند روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، همانند شکل ۳۶-۱۶، نوسان کند. مشابه الکترومغناطیسی این سیستم نوسانگر مکانیکی را ترسیم کنید.



شکل ۳۶-۱۶ پرسش ۳۷.

۳۸. بگویید چرا ممکن نیست (الف) مدار LC واقعی بدون مقاومت، (ب) القاگر واقعی بدون ظرفیت ذاتی، یا (ج) خازن واقعی بدون القاوری ذاتی داشته باشیم. اعتبار عملی مدار LC شکل ۳۶-۸ را که در آن هر سه واقعیت بالا نادیده گرفته شده است بررسی کنید.

۳۹. تمام مدارهای واقعی LC باید شامل مقداری مقاومت باشند. ولی، می‌توانید یک نوسانگر صوتی خاص خریداری کنید که در آن خروجی به‌طور نامحدود دامنه ثابتی داشته باشد و، مانند شکل ۳۶-۱۱، کاهش نیابد. این واقعه چگونه رخ می‌دهد؟

۲۳. در هر یک از عملیات زیر انرژی مصرف می‌شود. بخشی از این انرژی برگرداندنی (قابل تبدیل) به انرژی الکتریکی است که می‌توان از آن برای انجام کار مفید استفاده کرد و بخشی از آن را نمی‌توان، بلکه به‌صورت‌های مختلف تلف می‌شود. در کدام یک از موارد زیر انرژی الکتریکی برگرداندنی کوچکترین کسر را خواهد داشت: (الف) پُر کردن خازن؛ (ب) پُر کردن باتری انبارشی؛ (ج) برقراری جریان در مقاومت؛ (د) برقراری میدان مغناطیسی؛ و (ه) جابه‌جا کردن رسانا در میدان مغناطیسی؟

۲۴. جهت جریان را در یک سیم‌لوله برعکس می‌کنیم. این کار چه تغییری در میدان مغناطیسی \vec{B} و چگالی انرژی u_B در نقطه‌های مختلف محور سیم‌لوله به‌وجود آورد؟

۲۵. در ابزارهای تجاری مانند موتورها و مولدها که انرژی الکتریکی و مکانیکی را به هم تبدیل می‌کنند بیشتر از میدانهای مغناطیسی بهره می‌گیریم تا میدانهای الکتروستاتیکی. چرا باید چنین باشد؟

۲۶. چرا نوسان مدار شکل ۳۶-۸ وقتی که خازن کاملاً خالی شد متوقف نمی‌شود؟

۲۷. چگونه می‌توان یک مدار LC را با شرایط اولیه شکل ۳۶-۸ (ج) به نوسان درآورد؟ یک طرح کلیدزنی طراحی کنید که این کار را انجام دهد. ۲۸. منحنی شکل ۳۶-۹ (ب) با مشتق منحنی شکل ۳۶-۹ (الف) متناسب است. توضیح دهید چرا.

۲۹. در یک مدار نوسان‌کننده LC ، که بدون مقاومت فرض شده است، چه عاملی (الف) بسامد و (ب) دامنه نوسانها را مشخص می‌کند؟ ۳۰. در ارتباط با شکلهای ۳۶-۸ (ج) و ۳۶-۸ (ز)، بگویید چگونه امکان دارد، درحالی‌که هیچ باری روی خازن وجود ندارد، در القاگر جریان برقرار است.

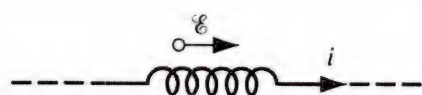
۳۱. اگر قرار باشد که در شکل ۳۶-۸ نوسانها در جهت پادساعتگرد صورت گیرند، چه تغییراتی الزامی است؟

۳۲. در شکل ۳۶-۸، کدام ثابت فازهای ϕ در معادله (۳۶-۳۱) این امکان را فراهم می‌آورند که هر کدام از هشت گام نشان داده‌شده در آن شکل را به‌عنوان شرایط اولیه انتخاب کنیم؟

۳۳. اگر بخواهید یک مدار LC از نوع نشان داده‌شده در شکل ۳۶-۸ بسازید که با بسامد (الف) 1 Hz یا (ب) 10 GHz نوسان کند، با چه مشکل ساختاری مواجه خواهید شد؟

۳۴. دو القاگر L_1 و L_2 و دو خازن C_1 و C_2 را می‌توان به‌صورت شکلهای ۳۶-۱۵ (الف) یا ۳۶-۱۵ (ب) به‌طور سری به هم متصل کرد. آیا بسامدهای این دو مدار نوسان‌کننده یکسان است؟ دو حالت زیر را

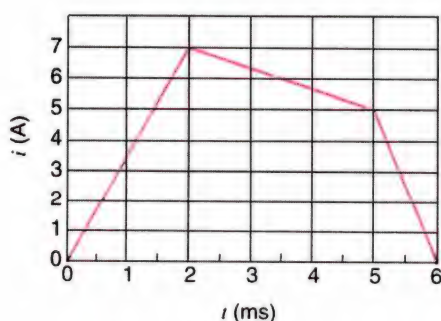
آیا جریان افزایش می‌یابد یا کاهش پیدا می‌کند؟ (ب) نیروی محرکه الکتریکی برابر ۱۷۷ و آهنگ تغییر جریان ۲۵ kA/s است؛ مقدار ضریب القای این قطعه چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۶ تمرین ۴.

۵. ضریب القای یک پیچه با N دور سیم که تنگ هم پیچیده شده، چنان است که هرگاه جریان با آهنگ 5 A/s در 5° تغییر کند، نیروی محرکه الکتریکی 3 mV در آن القا می‌شود. جریان پایای 8° A ، شار مغناطیسی $40 \mu\text{Wb}$ را از هر دور سیم پیچ عبور می‌دهد. (الف) ضریب القای پیچه را محاسبه کنید. (ب) پیچه شامل چند دور است؟
۶. چنبره‌ای با مقطع مربعی به ضلع 5.2° و شعاع داخلی 15.3 cm دارای 536 دور سیم پیچ است و جریانی به شدت 81° mA از آن می‌گذرد. شار مغناطیسی را که از مقطع این چنبره می‌گذرد محاسبه کنید.
۷. سیمولهای به طول 126 cm از 187° دور سیم پیچ تشکیل شده است که جریانی به شدت 436 A از آن می‌گذرد. هسته این سیمول به پر از آهن شده است که ثابت تراوایی مؤثر آن 968 است. با فرض اینکه بتوان این سیمول را یک سیمول ایده‌آل به قطر 5.45 cm در نظر گرفت، ضریب القای آن را محاسبه کنید.

۸. جریان i در یک القاگر 4 mH بر حسب زمان t طبق نمودار شکل ۱۸-۳۶ تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی القایی را در بازه‌های زمانی (الف) از $t = 0$ تا $t = 2 \text{ ms}$ ، (ب) از $t = 2 \text{ ms}$ تا $t = 5 \text{ ms}$ و (ج) از $t = 5 \text{ ms}$ تا $t = 6 \text{ ms}$ محاسبه کنید. (رفتار مربوط به انتهای بازه‌ها را نادیده بگیرید.)



شکل ۱۸-۳۶ تمرین ۸.

۹. دو القاگر L_1 و L_2 را به‌طور موازی به هم بسته‌ایم و در فاصله بسیار زیادی از یکدیگر قرار داده‌ایم. (الف) نشان دهید که ضریب

۴۰. اگر در شکل ۱۳-۳۶ منحنی تشدید به‌ازای $R = 0$ رسم شود، چه شکلی خواهد داشت؟

۴۱. آیا می‌توانید هیچ‌گونه دلیل فیزیکی برای پذیرش این فرض که در معادله‌های (۳۶-۴۰) و (۳۶-۴۱) R "کوچک" است ارائه دهید؟ (راهنمایی: بررسی کنید که اگر میرایی R آن قدر زیاد باشد که قبل از اینکه معادله (۳۶-۴۰) حتی یک چرخه نوسان را ببیماید، بار q اساساً به صفر برسد، چه واقعه‌ای پیش می‌آید. آیا چنین چیزی ممکن است؟ اگر چنین بشود، فکر می‌کنید که شکل ۱۱-۳۶ به چه صورت درخواهد آمد؟)

۴۲. اختلاف بین مدارهای نوسان‌کننده آزاد، میرا، و واداشته کدام است؟
۴۳. همه سیستمهای مکانیکی و الکتریکی را که فکر می‌کنید دارای یک بسامد طبیعی هستند در جدولی خلاصه کنید، و اگر فرمول آن در این کتاب آمده است آن را نیز در جدول وارد کنید.

۴۴. آیا در مدار یک گیرنده نوسانی رادیویی، داشتن عامل Q پایین موردنظر است یا بالا؟ درباره پاسخ خودتان توضیح دهید. (مسئله ۱۵ را ببینید.)

تمرینها

۱۳-۳۶ القاوری

۲-۳۶ محاسبه ضریب القا

۱. ضریب القای یک پیچه تنگ هم پیچیده شده با 40° دور با برابر 8° mH است. وقتی جریان در این پیچه برابر 5° mA است، شار مغناطیسی را که از آن می‌گذرد محاسبه کنید.

۲. یک پیچه دایره‌ای به شعاع 10.3 cm شامل 34 دور سیم پیچ، تنگ هم پیچیده شده است. شدت میدان مغناطیسی خارجی عمود بر صفحه پیچه 2.62 mT است. (الف) اگر در پیچه هیچ جریانی وجود نداشته باشد، عدد پیوند شار چقدر است؟ (ب) هرگاه جریانی به شدت 3.77 A در جهت خاصی در پیچه برقرار شود، شار خالص عبوری از پیچه صفر می‌شود. ضریب القای پیچه را محاسبه کنید.

۳. سیمولهای با یک لایه سیم عایق‌بندی‌شده مسی (به قطر 2.52 mm) پیچیده شده است. قطر سیمول 4.1° cm و طول آن 2° m است. ضریب القا به‌ازای هر متر از این سیمول در نزدیکی مرکز آن چقدر است؟ فرض کنید که سیمهای مجاور با هم در تماس‌اند و ضخامت لایه عایق‌بندی ناچیز است.

۴. در یک لحظه مشخص جریان و نیروی محرکه الکتریکی القایی در یک القاگر به‌صورت نشان داده‌شده در شکل ۱۷-۳۶ هستند. (الف)

الکتریکی باتری برحسب زمان به دست آورید. (راهنمایی: از قاعده حلقه استفاده کنید.)

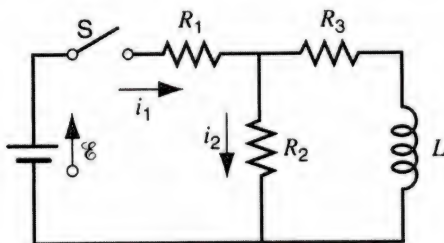
۱۶. در یک مدار LR جریان در مدت 5.22 s به یک سوم مقدار حالت پایا می‌رسد. ثابت زمانی القایی این مدار را محاسبه کنید.

۱۷. اختلاف پتانسیل 45 V ناگهان به پیچه‌ای با $L = 50\text{ mH}$ و $R = 180\text{ }\Omega$ اعمال می‌شود. پس از گذشت 1.2 ms ، جریان با چه آهنگی افزایش می‌یابد؟

۱۸. در لحظه $t = 0$ یک باتری به یک القاگر و یک مقاومت که به‌طور سری به هم بسته شده‌اند متصل می‌شود. جدول زیر اختلاف پتانسیلهای اندازه‌گیری‌شده دو سر القاگر، برحسب ولت، را به‌صورت تابعی از زمان، برحسب ms ، پس از اتصال باتری به دست می‌دهد. با استفاده از این جدول (الف) نیروی محرکه الکتریکی باتری و (ب) ثابت زمانی مدار را به دست آورید.

$t(\text{ms})$	$\Delta V_L(\text{V})$	$t(\text{ms})$	$\Delta V_L(\text{V})$
1.0°	18.24	5.0°	5.98
2.0°	13.8	6.0°	4.53
3.0°	10.4	7.0°	3.43
4.0°	7.90	8.0°	2.60

۱۹. در شکل ۱۹-۳۶ داریم، $\mathcal{E} = 100\text{ V}$ ، $R_1 = 10\text{ }\Omega$ ، $R_2 = 20\text{ }\Omega$ ، $R_3 = 30\text{ }\Omega$ و $L = 2.0\text{ H}$. مقدار جریانهای i_1 و i_2 را (الف) بلافاصله پس از بستن کلید S ؛ (ب) پس از گذشت زمانی طولانی از بستن کلید S ؛ (ج) بلافاصله پس از باز شدن کلید S ؛ و (د) پس از گذشت زمانی طولانی بعد از باز شدن کلید S ، معین کنید.



شکل ۱۹-۳۶ تمرین ۱۹.

۲۰. یک هسته چنبره‌ای چوبی با مقطع مربعی، دارای شعاع داخلی 10 cm و شعاع خارجی 12 cm است. روی این هسته یک لایه سیم (به قطر 0.96 mm ؛ با مقاومت بر واحد طول $21\text{ m}\Omega/\text{m}$) پیچیده‌ایم. (الف) ضریب القا و (ب) ثابت زمانی القایی این چنبره را محاسبه کنید. ضخامت لایه عایق سیم را نادیده بگیرید.

القای معادل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

(ب) چرا برای اینکه این رابطه معتبر باشد، اجزای مدار باید در فاصله زیادی از یکدیگر قرار گیرند؟

۱۰. دو القاگر L_1 و L_2 را به‌صورت سری به هم بسته‌ایم و در فاصله بسیار زیادی از یکدیگر قرار داده‌ایم. (الف) نشان دهید که ضریب القای معادل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2$$

(ب) چرا برای اینکه این رابطه معتبر باشد، اجزای مدار باید در فاصله زیادی از یکدیگر قرار گیرند؟

۳-۳۶ مدارهای LR

۱۱. در یک مدار LR ، بلافاصله پس از حذف باتری از مدار، جریان در مدت 1.5 s از 1.16 A به 10.2 mA کاهش می‌یابد. اگر L در این مدار 944 H باشد، مقاومت R را معین کنید.

۱۲. مدار LR شکل ۳۶-۴ را در نظر بگیرید. (الف) نیروی محرکه الکتریکی القایی \mathcal{E}_L درست در لحظه‌ای که کلید در وضعیت a بسته می‌شود، برحسب نیروی محرکه الکتریکی باتری \mathcal{E} چقدر است؟ (ب) مقدار \mathcal{E}_L پس از گذشت دو ثابت زمانی چقدر است؟ (ج) پس از گذشت چند ثابت زمانی \mathcal{E}_L درست برابر با نصف نیروی محرکه الکتریکی باتری \mathcal{E} خواهد شد؟

۱۳. عدد پیوند شار عبوری از یک پیچه معین با مقاومت $745\text{ m}\Omega$ برابر با 262 mWb است وقتی که جریان در پیچه 5.48 A باشد. (الف) ضریب القای پیچه را محاسبه کنید. (ب) اگر ناگهان یک باتری 6.0 V به دو سر پیچه متصل شود، چقدر طول می‌کشد تا جریان از صفر به 2.53 A افزایش پیدا کند؟

۱۴. (الف) نشان دهید که معادله (۱۲-۳۶) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{di}{i - \mathcal{E}/R} = -\frac{R}{L}dt$$

(ب) از این معادله انتگرال بگیرید تا معادله (۱۳-۳۶) را به دست آورید.

۱۵. فرض کنید در مدار ۳۶-۴ (وقتی کلید در وضعیت a بسته شده است) نیروی محرکه الکتریکی باتری چنان تغییر می‌کند که جریان از رابطه $i(t) = (3.0\text{ A}) + (5.0\text{ A/s})t$ به دست می‌آید. فرض کنید $R = 4.0\text{ }\Omega$ ، $L = 6.0\text{ H}$ است و عبارتی برای نیروی محرکه

نزدیکترین ستاره به ما، غیر از خورشید، در فاصله ۴۳ سال نوری قرار دارد و "شعاع" کهکشان ما در حدود ۸۰۰۰۰ سال نوری است.

۲۷. اگر بخواهیم چگالی انرژی ذخیره شده در یک میدان الکتریکی یکنواخت برابر با چگالی انرژی مربوط به یک میدان مغناطیسی به شدت 50°T باشد، میدان الکتریکی باید چقدر باشد؟

۲۸. فرض کنید ثابت زمانی القایی مدار شکل ۴-۳۶ برابر 37.5 ms و جریان در مدار در لحظه $t = 0^\circ$ ، وقتی که کلید در موقعیت a قرار داده می شود، برابر صفر باشد. در چه زمانی آهنگ افزایش انرژی داخلی مقاومت با آهنگ ذخیره انرژی در القاگر برابر می شود؟

۲۹. پیچهای را به طور سری به مقاومت $10^4 \text{ k}\Omega$ وصل می کنیم. وقتی باتری 55°V را به این مجموعه متصل کنیم، جریان پس از 52°ms به 196 mA می رسد. (الف) ضریب القای پیچه را معین کنید. (ب) چه مقدار انرژی تا همین لحظه در پیچه ذخیره شده است؟

۳۰. در مدار شکل ۴-۳۶ فرض کنید $\mathcal{E} = 12.2 \text{ V}$ ، $R = 734 \Omega$ و $L = 548 \text{ H}$ است. باتری در لحظه $t = 0^\circ$ به مدار متصل می شود. (الف) در دو ثانیه اول باتری چه مقدار انرژی تأمین می کند؟

(ب) چه مقدار از این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می شود؟ (ج) چه مقدار انرژی در مقاومت مصرف می شود؟

۳۱. شدت میدان مغناطیسی زمین در روی سطح آن در حدود $60 \mu\text{T}$ است. با فرض اینکه این مقدار، در فاصله های شعاعی که در مقایسه با شعاع زمین کوچک اند، ثابت باشد و با نادیده گرفتن تغییرات این میدان در نواحی نزدیک به قطبهای مغناطیسی، انرژی ذخیره شده در یک پوسته کروی بین سطح زمین و 16 km بالاتر از آن را محاسبه کنید.

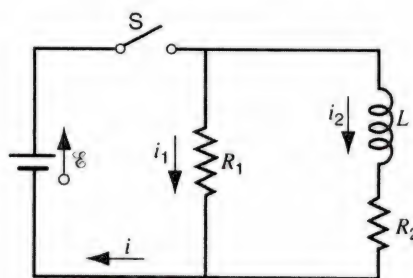
۳۲. یک رشته سیم مسی حامل جریانی به شدت 10 A است که به طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) چگالی انرژی مغناطیسی و (ب) چگالی انرژی الکتریکی را در سطح سیم محاسبه کنید. قطر این سیم 2.5 mm و مقاومت آن به ازای واحد طول $33 \Omega/\text{km}$ است.

۴-۳۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کیفی

۳۳. در یک مدار LC بیشینه انرژی که القاگری با ضریب القای 148 mH ذخیره می کند $112 \mu\text{J}$ است. قله جریان در این مدار چقدر است؟

۳۴. اگر بیشینه بار روی خازن $163 \mu\text{C}$ و کل انرژی ذخیره شده در مدار LC برابر $142 \mu\text{J}$ باشد، ظرفیت این مدار چقدر است؟

۲۱. در مدار شکل ۴-۳۶ داریم، $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ ، $R_1 = 50^\circ \Omega$ ، $R_2 = 10^\circ \Omega$ و $L = 50^\circ \text{ H}$. برای دو وضعیت متفاوت (۱) بلافاصله پس از بستن کلید S و (۲) پس از آنکه کلید S برای مدتی طولانی بسته ماند، کمیت های زیر را محاسبه کنید (الف) جریان i_1 که از مقاومت R_1 می گذرد، (ب) جریان i_2 که از مقاومت R_2 می گذرد، (ج) جریانی که از کلید عبور می کند، (د) اختلاف پتانسیل دو سر R_2 ، (ه) اختلاف پتانسیل دو سر L و (و) di_2/dt .



شکل ۴-۳۶ تمرین ۲۱.

۴-۳۶ ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی

۲۲. یک القاگر چنبره ای 92 mH فضایی به حجم 22°m^3 را دربر می گیرد. اگر میانگین چگالی انرژی در این چنبره برابر 71 J/m^3 باشد، جریان را محاسبه کنید.

۲۳. وقتی شدت جریان 62°mA است، انرژی مغناطیسی ذخیره شده در یک القاگر مشخص 253 mJ است. (الف) ضریب القای این القاگر را محاسبه کنید. (ب) برای اینکه انرژی ذخیره شده چهار برابر شود به چه شدت جریانی نیاز داریم؟

۲۴. مقطع سیمولوله به طول 853 cm برابر 17.2 cm^2 است. این سیمولوله دارای 95° دور سیم و حامل جریانی به شدت 657 A است. (الف) چگالی انرژی میدان مغناطیسی را در داخل این سیمولوله محاسبه کنید. (ب) کل انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی داخل سیمولوله را به دست آورید. (آثار لبه ای مربوط به دو سر سیمولوله را نادیده بگیرید.)

۲۵. چگالی انرژی مغناطیسی در مرکز مدار یک الکترون چرخان در اتم هیدروژن را معین کنید (مسئله نمونه ۲-۳۳ را ببینید).

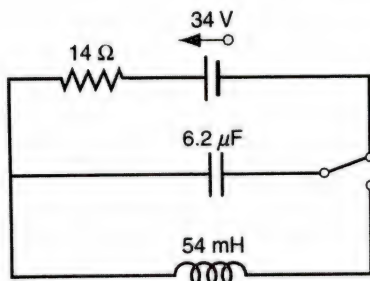
۲۶. شدت میدان مغناطیسی در فضای بین ستاره ای کهکشان راه شیری در حدود 100 pT است. (الف) چگالی انرژی متناظر با این میدان را بر حسب eV/cm^3 محاسبه کنید. (ب) در این میدان چه مقدار انرژی در مکعبی که هر ضلع آن 10° سال نوری است ذخیره شده است؟ (برای آشنایی با مقیاس اندازه گیری طول، توجه کنید که

الکتریکی در خازن به انرژی مغناطیسی در القاگر تبدیل می‌شود. (الف) دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (ب) بسامد نوسان چقدر است؟ (ج) چه مدت پس از آنکه انرژی مغناطیسی به بیشینه مقدارش رسید دوباره بیشینه خواهد شد؟

۴۲. یک مدار نوسان‌کننده LC متشکل از یک خازن با ظرفیت 1.13 nF و یک پیچه با ضریب القای 3.17 mH دارای آفت پتانسیل بیشینه 2.87 V است. (الف) بیشینه بار خازن، (ب) قله جریان مدار، و (ج) بیشینه انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی پیچه، را معین کنید.

۴۳. یک مدار نوسان‌کننده LC طوری طراحی شده است که در قله جریان 31 mA کار کند. ضریب القای این مدار در 42 mH ثابت است و بسامد آن با تغییر ظرفیت C تغییر می‌کند. (الف) اگر خازن این مدار دارای بیشینه قله ولتاژ 5° ولت باشد، آیا مدار می‌تواند به درستی و با رعایت نکات ایمنی در بسامد 1.0 MHz کار کند؟ (ب) بیشینه بسامد این مدار برای عملکرد ایمن چقدر است؟ (ج) کمینه ظرفیت خازن چقدر است؟

۴۴. در مدار شکل ۳۶-۲۲، کلید برای مدت زیادی در موقعیت a قرار داشته است. اکنون آن را در موقعیت b قرار می‌دهیم. (الف) بسامد جریان نوسانی حاصل را محاسبه کنید. (ب) دامنه نوسانهای جریان چقدر خواهد شد؟



شکل ۳۶-۲۲ تمرین ۴۴.

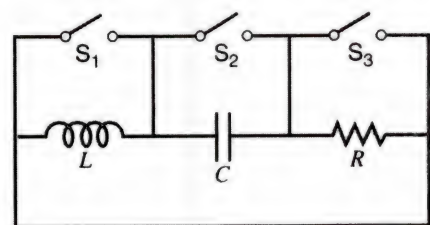
۴۵. ضریب القای یک مدار LC برابر 3° و ظرفیت آن $1^\circ \mu\text{F}$ است. کمیت‌های زیر را برای این مدار محاسبه کنید: (الف) بسامد زاویه‌ای و (ب) دوره تناوب نوسان. در لحظه $t = 0$ خازن با بار $20^\circ \mu\text{C}$ پر شده است و جریان در مدار صفر است. مقدار بار روی خازن را برحسب زمان به طور تقریبی رسم کنید.

۴۶. القاگری را به دوسر خازنی وصل کرده‌ایم که ظرفیت آن را می‌توان با چرخاندن یک دکمه تغییر داد. می‌خواهیم بسامد نوسانهای LC به طور خطی با زاویه چرخش دکمه تغییر کند و با چرخاندن دکمه به اندازه

۳۵. از نوسانگرهای LC در مدارهای متصل به بلندگوها استفاده می‌شود تا بخشی از صداهای "موسیقی الکترونیکی" را تولید کنند. برای اینکه بتوان بسامد 1° kHz را در نزدیکی حد بالایی گستره بسامدهای شنیداری تولید کرد، باید از چه القاگری همراه با یک خازن به ظرفیت $67 \mu\text{F}$ استفاده کرد.

۳۶. در یک مدار نوسان‌کننده LC می‌دانیم $L = 1.13 \text{ mH}$ و $C = 3.88 \mu\text{F}$ است. بیشینه بار روی خازن $2.94 \mu\text{C}$ است. بیشینه جریان را معین کنید.

۳۷. مدار نشان داده‌شده در شکل ۳۶-۲۱ را در نظر بگیرید. وقتی کلید S_1 بسته و دو کلید دیگر باز باشد، ثابت زمانی مدار برابر با τ_C است. وقتی کلید S_2 بسته ولی دو کلید دیگر باز باشد، ثابت زمانی مدار برابر با τ_L است، وقتی کلید S_3 بسته ولی دو کلید دیگر باز باشد، مدار با دوره تناوب T نوسان می‌کند. نشان دهید که $T = 2\pi\sqrt{\tau_C\tau_L}$.



شکل ۳۶-۲۱ تمرین ۳۷.

۳۸. یک القاگر با ضریب القای 1° mH و دو خازن با ظرفیتهای $5^\circ \mu\text{F}$ و $2^\circ \mu\text{F}$ در اختیار دارید. فهرستی از بسامدهای تشدید را تهیه کنید، که می‌توانید با بستن این اجزای مدار به صورت‌های مختلف به یکدیگر، به دست آورید.

۳۹. جسمی به جرم 485 g که به فزنی متصل است نوسان می‌کند. وقتی این فنر به اندازه 2.1° mm از حالت تعادل کشیده شود نیروی بازگرداننده 8.13 N را اعمال می‌کند. (الف) بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه کنید. (ب) دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (ج) در مدار LC مشابه با این سیستم مکانیکی اگر L را برابر با 5.2° H اختیار کنیم ظرفیت آن چقدر خواهد شد؟

۳۶-۶ نوسانهای الکترومغناطیسی: بررسی کمی

۴۰. در یک مدار LC داریم: $L = 52.2 \text{ mH}$ ، $C = 42.1 \mu\text{F}$ و جریان در آغاز بیشینه است. چه مدت طول می‌کشد تا خازن برای اولین بار پر شود؟

۴۱. در یک مدار LC ، تمام انرژی در مدت $1.52 \mu\text{s}$ از انرژی

۵۱. در یک مدار نوسان‌کننده LC داریم، $L = ۳۰ \text{ mH}$ و $C = ۲۷ \mu\text{F}$. در لحظه $t = ۰$ بار خازن صفر و جریان در مدار ۲۰ A است. (الف) بیشینه باری که روی خازن ظاهر می‌شود چقدر است؟ (ب) برحسب دوره تناوب T ، چه مدت باید از $t = ۰$ بگذرد، تا انرژی ذخیره‌شده در خازن، با بیشترین آهنگ افزایش پیدا کند؟ (ج) بالاترین آهنگ جاری شدن انرژی به داخل خازن چقدر است؟

۷-۳۶ نوسانهای میرا و واداشته

۵۲. یک مدار تک حلقه‌ای تشکیل شده است از یک مقاومت ۷۲۲Ω ، یک القاگر ۱۲۳ H و یک خازن $۱۸ \mu\text{F}$. در آغاز بار خازن $۶۳۱ \mu\text{C}$ و جریان برابر با صفر است. بار خازن را پس از N چرخه کامل نوسان محاسبه کنید. سپس N را برابر ۵، ۱۰، و ۱۰۰ اختیار کنید.

۵۳. در یک مدار LC میرا، زمان لازم را برای اینکه بیشینه انرژی موجود در خازن در یک نوسان به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش یابد تعیین کنید. فرض کنید که در $t = ۰$ داریم $q = q_m$.

۵۴. چه مقاومت R ی را باید به یک القاگر $L = ۲۲۰ \text{ mH}$ و یک خازن $C = ۱۲ \mu\text{F}$ به صورت سری متصل کنیم تا بیشینه بار روی خازن پس از ۵۰° چرخه به ۹۹٪ مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟

۵۵. در مداری داریم $L = ۱۲۶ \text{ mH}$ و $C = ۱۱۵ \mu\text{F}$. چه مقاومتی باید در این مدار قرار دهیم تا بسامد تشدید (نامیرا) به اندازه ۱° درصد کاهش پیدا کند؟

مسئله‌ها

۱. یک سیمولوله باریک و بلند را می‌توان خم کرد و به شکل چنبره درآورد. نشان دهید که اگر سیمولوله به قدر کافی باریک و بلند باشد، معادله مربوط به ضریب القای چنبره (معادله ۳۶-۱) با معادله مربوط به سیمولوله (معادله ۳۶-۷) که طولش متناسب اختیار شده باشد، هم‌ارز است.

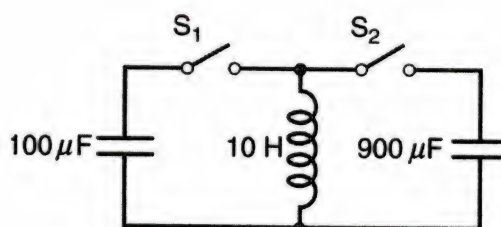
۲. یک نوار پهن مسی به پهنای W را خم کرده‌ایم و آن را به صورت یک استوانه باریک به شعاع R با دو زائده تخت، مطابق شکل ۳۶-۲۴، در آورده‌ایم. جریان i در گذر از نوار، به طور یکنواخت در سراسر پهنای آن توزیع می‌شود. به این ترتیب یک "سیمولوله تک‌دور" به وجود می‌آید. (الف) عبارتی برای اندازه میدان مغناطیسی \vec{B} در قسمت استوانه‌ای (در فاصله زیاد از لبه‌ها) به دست آورید. (راهنمایی: فرض کنید میدان در خارج از این سیمولوله تک‌دور بسیار کوچک باشد). (ب) با نادیده گرفتن دو زائده تخت این آرایش هندسی، ضریب القای این سیمولوله تک‌دور را نیز معین کنید.

۱۸۰° این بسامدها از ۲۰۰ به ۴۰۰ kHz برسد. اگر $L = ۱۰ \text{ mH}$ باشد، C را برحسب تابعی از زاویه چرخش $^\circ$ تا ۱۸۰° رسم کنید. ۴۷. (الف) در یک مدار نوسان‌کننده LC ، در زمانی که انرژی میدان الکتریکی نصف انرژی میدان مغناطیسی است، مقدار بار موجود روی صفحه‌های خازن چقدر است؟ این بار را برحسب بیشینه بار خازن بیان کنید. (ب) از زمانی که خازن کاملاً پر است، چه کسری از دوره تناوب باید سپری شود تا این وضعیت پیش آید؟

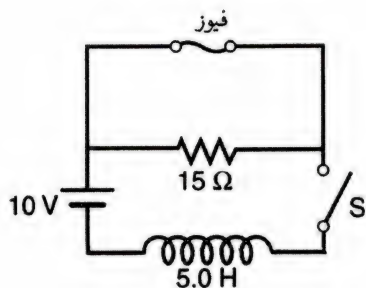
۴۸. در یک مدار LC داریم، $L = ۲۴۸ \text{ mH}$ و $C = ۷۷۳ \mu\text{F}$. در $t = ۰$ جریان برابر ۹۱۶ ، بار روی خازن برابر $۳۸۳ \mu\text{C}$ و خازن در حال پر شدن است. (الف) انرژی کل مدار چقدر است؟ (ب) بیشینه بار روی خازن چقدر است؟ (ج) بیشینه جریان چقدر است؟ (د) اگر بار روی خازن با عبارت $q = q_m \cos(\omega t + \phi)$ مشخص شود، زاویه فاز ϕ چقدر است؟ (ه) فرض کنید که همه داده‌ها مانند قبل است بجز اینکه در لحظه $t = ۰$ خازن در حال تخلیه شدن است. در این صورت زاویه فاز ϕ چقدر است؟

۴۹. از خازن متغیری که ظرفیت آن در گستره ۱۰ تا ۳۶۵ pF تغییر می‌کند همراه با یک پیچه به صورت مدار LC با بسامد متغیر برای تنظیم ورودی یک رادیو استفاده می‌شود. (الف) نسبت بسامد بیشینه به بسامد کمینه قابل تنظیم با این خازن چقدر است؟ (ب) اگر بخواهیم از این خازن برای تنظیم رادیو از ۵۴° تا ۱۶۰ MHz استفاده کنیم، نسبتی که در قسمت (الف) محاسبه کردیم بیش از حد بزرگ است. با افزودن یک خازن به صورت موازی با خازن متغیر می‌توان این گستره را تنظیم کرد. ظرفیت این خازن باید چقدر باشد تا این مجموعه برای گستره بسامدهای مورد نظر تنظیم شود و برای این منظور از چه ضریب القایی باید استفاده کرد؟

۵۰. در شکل ۳۶-۲۳، خازن $۹۰۰ \mu\text{F}$ در آغاز با اختلاف پتانسیل ۱۰۰ V پر شده است و خازن $۱۰۰ \mu\text{F}$ خالی است. به تفصیل بگویید که چگونه می‌توان با استفاده از کلیدهای S_1 و S_2 خازن ۱۰۰ میکروفارادی را با اختلاف پتانسیل ۳۰۰ V پر کرد.



شکل ۳۶-۲۳ تمرین ۵۰.



شکل ۲۵-۳۶ مسئله ۶.

۷. نشان دهید که ثابت زمانی القایی τ_L را می‌توان به صورت زمان لازم برای رسیدن جریان به مقدار تعادل در مدار LR نیز تعریف کرد؛ البته به شرطی که جریان با همان آهنگ اولیه افزایش یابد.

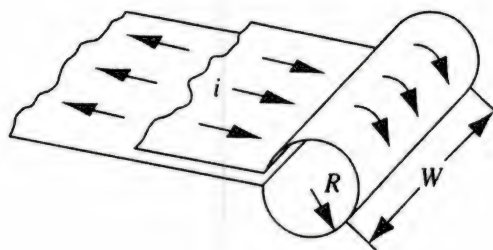
۸. ضریب القای پیچۀ یک آهنربای الکتریکی ابررسانا که برای انجام تحقیقات در زمینهٔ تشدید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) به کار می‌رود 152 H است و جریانی با شدت 32 A از آن می‌گذرد. این پیچه در هلیوم مایع با گرمای نهان تبخیر 85 J/mol غوطه‌ور است. (الف) انرژی در میدان مغناطیسی پیچه را محاسبه کنید. (ب) اگر خاصیت ابررسانایی به‌طور ناگهانی از بین برود و پیچه دارای مقاومت محدود و معینی بشود، چه مقدار هلیوم تبخیر می‌شود.

۹. (الف) برای یک چنبره با سطح مقطع مستطیل، عبارتی برای چگالی انرژی برحسب فاصلهٔ شعاعی r به‌دست آورید. (ب) از چگالی انرژی روی کل حجم چنبره انتگرال بگیرید و کل انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی چنبره را محاسبه کنید. (ج) از معادلهٔ (۳۶-۱۰) استفاده کنید، انرژی ذخیره‌شده در چنبره را مستقیماً از ضریب القا محاسبه، و آن را با جواب به‌دست‌آمده در قسمت (ب) مقایسه کنید.

۱۰. ثابت کنید، پس از آنکه کلید S در شکل ۳۶-۴ از a به b تغییر کرد تمام انرژی ذخیره‌شده در القاگر سرانجام به‌صورت انرژی داخلی در مقاومت ظاهر خواهد شد.

۱۱. سیم بلندی حامل جریان i است که به‌طور یکنواخت روی سطح مقطع آن توزیع شده است. (الف) نشان دهید انرژی مغناطیسی ذخیره‌شده در داخل سیم در قطعه‌ای به طول l برابر است با $\frac{1}{2} \mu_0 i^2 l / 8\pi$. (چرا این انرژی به قطر سیم بستگی ندارد؟) (ب) نشان دهید که ضریب القای مربوط به شار مغناطیسی داخل سیم برای قطعه‌ای به طول l از این سیم برابر است با $\mu_0 l / 8\pi$.

۱۲. بسامد تشدید یک مدار سری شامل ضریب القای L_1 و ظرفیت C_1 برابر ω است. یک مدار سری دیگر شامل ضریب القای L_2 و ظرفیت C_2 نیز همان بسامد تشدید را دارد. بسامد تشدید یک مدار



شکل ۲۴-۳۶ مسئله ۲.

۳. دو رشتهٔ سیم بلند موازی، که شعاع هر یک از آنها a و فاصلهٔ بین مرکز آنها از یکدیگر d است، حامل جریانهای مساوی در جهت‌های مخالف‌اند. نشان دهید که، با چشم‌پوشی از شار موجود در خود سیم‌ها، ضریب القای یک قطعه به طول l این جفت سیم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}$$

مسئلهٔ نمونهٔ ۳۳-۴ را ببینید. (راهنمایی: شار عبوری از مستطیلی را محاسبه کنید که دو قطعه سیم دو ضلع مقابل آن را تشکیل می‌دهند.)

۴. دو رشته سیم بلند موازی مسی (2.6 mm قطر) حامل جریان 11.3 A در جهت‌های مخالف‌اند. (الف) اگر فاصلهٔ بین مرکزهای این دو رشته سیم 21.8 mm باشد، شار موجود در فضای بین محورهای دو سیم به‌ازای هر متر طول را محاسبه کنید. (ب) چه کسری از این شار در داخل سیم‌ها قرار می‌گیرد و در نتیجه خطای نسبی را که با چشم‌پوشی از این شار در محاسبهٔ ضریب القای مربوط به دو سیم موازی مرتکب می‌شویم چقدر است؟ مسئلهٔ ۳ را ببینید. (ج) محاسبه‌های قسمت (الف) را برای جریانهای موازی تکرار کنید.

۵. ضریب القای کابل هم محور شکل ۳۶-۷ را مستقیماً از معادلهٔ (۳۶-۴) به‌دست آورید. (راهنمایی: شار عبوری از سطح مستطیل شکلی به طول l و به عرض $a-b$ را که عمود بر میدان \vec{B} قرار دارد، محاسبه کنید.)

۶. در شکل ۳۶-۲۵ قطعهٔ موجود در شاخهٔ بالایی یک فیوز ایده‌آل 3.0 A است. مقاومت این قطعه مادامی که جریان در آن کمتر از 3.0 A باشد صفر است. اگر جریان به 3.0 A برسد، این فیوز می‌سوزد و از آن پس مقاومتش بینهایت می‌شود. در لحظهٔ $t = 0$ کلید S را می‌بندیم. (الف) چه موقع فیوز می‌سوزد؟ (ب) نمودار جریان i ، جاری در القاگر را برحسب زمان رسم کنید. زمانی را که فیوز می‌سوزد نشانه‌گذاری کنید.

نشان دهید که $\omega' = \sqrt{\omega^2 - (R/2L)^2}$. (ب) در مداری که $L = 4.4 \text{ H}$ و $C = 7.3 \mu\text{F}$ است، وقتی مقاومت از 0° تا $100^\circ \Omega$ افزایش می‌یابد، بسامد نوسان به چه نسبت تغییر می‌کند؟

۱۵. در یک مدار LC میرا، نشان دهید که نسبت انرژی اتلافی به انرژی اولیه در هر چرخه نوسان، $\Delta U/U$ ، با تقریب بسیار خوبی از رابطه $2\pi R/\omega L$ به دست می‌آید. کمیت $\omega L/R$ را اغلب Q (برای "کمیت") مدار می‌خوانیم. یک مدار با " θ بالایی" دارای مقاومت کمی است و اتلاف انرژی نسبی آن در هر چرخه (مساوی $2\pi/Q$) نیز کم است.

۱۶. فرض کنید در یک مدار LC میرا، دامنه نوسانهای مربوط به بار پس از n چرخه به نصف مقدار اولیه اش کاهش پیدا کند. نشان دهید که کاهش نسبی بسامد تشدید، که بر اثر مقاومت به وجود می‌آید، با تقریب بسیار خوبی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{\omega - \omega'}{\omega} = \frac{0.061}{n^2}$$

که مستقل از L ، C ، یا R است.

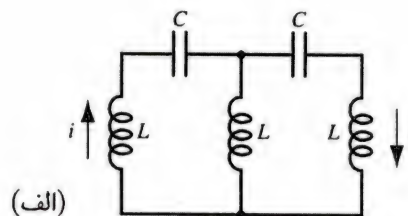
مسئله کامپیوتری

۱. یک سیمولوله استوانه‌ای واقعی به طول l ، قطر $d = 1.0 \text{ cm}$ و n دور سیم پیچ به ازای واحد طول در اختیار داریم. با فرض اینکه میدان مغناطیسی مربوط به نقطه‌های خارج از محور استوانه با عبارت دقیق روی محور توصیف شوند (معادله ۲۷-۳۳ را ببینید)، ضریب القای سیمولوله را به صورت عددی محاسبه کنید. پاسخ خود را با تقریب مربوط به سیمولوله ایده آل مقایسه کنید. در این پاسخ عددی از تغییرات میدان در نقطه‌های خارج از محور چشم‌پوشی کردیم. آیا این عمل به پاسخی منجر می‌شود که خیلی بزرگ یا خیلی کوچک است؟

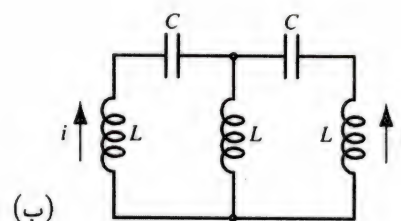
۲. ضریب القای یک حلقه سیم تخت به شعاع R را محاسبه کنید. فرض کنید شعاع سیم $R = 1.0 \text{ cm}$ ، و اینکه سهم میدان مغناطیسی در داخل سیم در ضریب القای حلقه چشم‌پوشیدنی است.

سری که شامل چهار جزء یادشده در بالا باشد، برحسب ω ، چقدر است؟ مقاومت را نادیده بگیرید. (راهنمایی: از فرمولهای مربوط به ظرفیتهای معادل و ضرایب القای معادل استفاده کنید.)

۱۳. سه القاگر کاملاً یکسان L و دو خازن کاملاً یکسان C به صورت مدار دوحلقه‌ای نشان داده شده در شکل ۲۶-۳۶ به هم متصل شده‌اند. (الف) فرض کنید جریانها به صورت شکل ۲۶-۳۶ (الف) باشند. جریان در القاگر میانی چقدر است؟ معادله‌های حلقه‌ها را بنویسید و نشان دهید که این معادله‌ها در صورتی صادق‌اند که جریان با بسامد زاویه‌ای $\omega = 1/\sqrt{LC}$ نوسان کند. (ب) اکنون تصور کنید که جریانها به صورت نشان داده شده در شکل ۲۶-۳۶ (ب) باشند. جریان در القاگر میانی چقدر است؟ معادله‌های مربوط به حلقه‌ها را بنویسید و نشان دهید که این معادله‌ها در صورتی صادق‌اند که جریان با بسامد زاویه‌ای $\omega = 1/\sqrt{3LC}$ نوسان کند. (ج) با توجه به اینکه این مدار می‌تواند با دو بسامد متفاوت نوسان کند، نشان دهید که نمی‌توان این مدار دوحلقه‌ای را با مدار LC تک‌حلقه‌ای هم‌ارز جایگزین کرد.



(الف)



(ب)

شکل ۲۶-۳۶ مسئله ۱۳.

۱۴. (الف) با قرار دادن مستقیم معادله (۳۶-۴۰) در معادله (۳۶-۳۹)

مدارهای جریان متناوب


مدارهای جریان متناوب (که معمولاً با نشانه اختصاری AC نشان داده می‌شوند) در سیستمهای توزیع برق، رادیو، تلویزیون، و دیگر وسایل مخابراتی، و نیز گستره وسیعی از موتورهای الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. عنوان "متناوب" به این معنی است که جریان به‌طور دوره‌ای از یک جهت به جهت دیگر تغییر می‌کند. به‌طور کلی با جریانهای کار می‌کنیم که برحسب زمان به‌صورت سینوسی تغییر می‌کنند؛ ولی، همان‌طور که قبلاً در حرکت موجی دیدیم، شکل موجهای پیچیده را می‌توان ترکیبهایی از موجهای سینوسی (از طریق تحلیل فوریه) در نظر گرفت. رفتار مدارهای جریان با وابستگی زمانی دلخواه را می‌توان نخست با شناخت رفتار مدارهایی که جریان در آنها برحسب زمان به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند، درک کرد.

در این فصل رفتار مدارهای ساده شامل مقاومت، القاگر، و خازن را بررسی و فرض می‌کنیم که نیروی محرکه الکتریکی موجود در مدار برحسب زمان به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند.

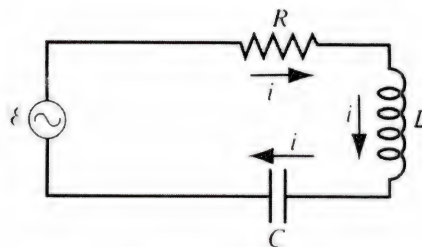
۱-۳۷ جریانهای متناوب

سرچشمه می‌گیرد. مولد، نیروی محرکه الکتریکی تولید می‌کند که به‌طور سینوسی برحسب زمان تغییر می‌کند (شکل ۳۴-۱۴)، و می‌توان آن را به‌صورت زیر نوشت

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (1-37)$$

در اینجا \mathcal{E}_m دامنه نیروی محرکه الکتریکی متغیر برحسب زمان است و ω بسامد زاویه‌ای آن (برحسب rad/s) که با رابطه $\omega = 2\pi f$ با بسامد f (برحسب هرتز) بستگی دارد. در مدار، چشمه نیروی محرکه الکتریکی متغیر برحسب زمان با نماد  نشان داده می‌شود. وقتی که نیروی محرکه الکتریکی در هر چرخه بین مقادیر مثبت و منفی تغییر می‌کند، جریان در مدار تغییر جهت می‌دهد. چنین مداری را مدار جریان متناوب (AC) می‌نامیم.

در بخش ۷-۳۶ مدار RLC سری را، با تمرکز بر رفتار آن در حالت تشدید، مورد بررسی قرار دادیم. در این حالت بسامد نیروی محرکه الکتریکی وادارنده برابر با بسامد طبیعی یک نوسانگر LC است. در اینجا همان مدار را در نظر می‌گیریم، که در آن بسامد وادارنده ممکن است بسیار دور از بسامد تشدید باشد. مدارهای LC ، نوعاً دارای بسامدهای تشدید در گستره kHz تا MHz هستند، در حالی که نیروی محرکه الکتریکی وادارنده، معمولاً توسط وزارت نیرو در بسامد ۵۰ Hz تأمین می‌شود. رهیافت کلی ما در این فصل برای هر بسامد وادارنده‌ای معتبر است و تشدید را هم به‌صورت یک حالت خاص در برمی‌گیرد. می‌توانیم چنین فرض کنیم که نیروی محرکه الکتریکی وادارنده از مولدی، از نوع مورد بحث در فصل ۳۴ (شکل ۳۴-۱۳ را ببینید)،



شکل ۱-۳۷ یک مدار تک حلقه‌ای متشکل از یک مقاومت، القاگر، و خازن. مولد، چشمه نیروی محرکه الکتریکی متناوب است که جریان متناوبی در مدار برقرار می‌کند.

جریان را کاملاً مشخص کند. در اینجا از یک روش کلی برای مدار سری RLC استفاده می‌کنیم؛ برای تحلیل مدارهای پیچیده‌تر (که شامل اجزایی در ترکیبهای گوناگون موازی و سری هستند) می‌توان از روش مشابهی استفاده کرد. این روش را می‌توان برای نیروهای محرکه الکتریکی غیر سینوسی نیز مورد استفاده قرار داد، زیرا نیروهای محرکه الکتریکی با رفتار زمانی پیچیده‌تر را می‌توان با بهره‌گیری از روش تحلیل فوریه (بخش ۷-۱۸ را ببینید) به صورت مجموعه‌ای از جملات سینوسی نوشت و جریان حاصل را نیز می‌توان به همین ترتیب به صورت برهم‌نهی تعداد زیادی از جملات سینوسی از نوع معادله (۲-۳۷) در نظر گرفت. بنابراین شناخت مدار سری RLC که با نیروی محرکه الکتریکی سینوسی کار می‌کند برای درک رفتار وابسته به زمان تمام مدارها ضروری است.

۲-۳۷ سه جزء جداگانه

قبل از اینکه به تحلیل مدار شکل ۱-۳۷ بپردازیم، بحث درباره پاسخ جداگانه هر یک از سه جزء مدار به یک جریان متناوب از نوع معادله (۲-۳۷) سودمند است. فرض می‌کنیم که با اجزای ایده‌آل سروکار داریم؛ یعنی به عنوان مثال، القاگر فقط دارای خاصیت القاوری است و هیچ مقاومت یا ظرفیتی ندارد.

جزء مقاومتی

در شکل ۲-۳۷ (الف) مقاومتی را در بخشی از یک مدار نشان داده‌ایم، که در آن جریان i (که با معادله (۲-۳۷) مشخص شده)، به روشی که در شکل معلوم نیست، برقرار شده است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را به صورت ΔV_R (مساوی با $V_a - V_b$) تعریف می‌کنیم و می‌توانیم بنویسیم

$$\Delta V_R = iR = i_m R \sin(\omega t - \phi) \quad (۳-۳۷)$$

مقایسه معادله‌های (۲-۳۷) و (۳-۳۷) نشان می‌دهد که کمیت‌های متغیر در زمان ΔV_R و i با یکدیگر هم‌فازند؛ یعنی همزمان به بیشینه مقدارشان می‌رسند. این ارتباط فازی را در شکل ۲-۳۷ (ب) نشان داده‌ایم.

شکل ۲-۳۷ (ج) روش دیگر نگاه کردن به این وضعیت را نشان می‌دهد. نمودار این شکل نمودار فازور خوانده می‌شود، که در آن فازورها به صورت پیکانهایی نشان داده شده‌اند که با بسامد زاویه‌ای ω در جهت پادساعتگرد حول مبدأ می‌چرخند. فازورها دارای این ویژگی‌ها

هدف ما در این فصل شناخت نتیجه اعمال یک نیروی محرکه الکتریکی متناوب، به شکل معادله (۱-۳۷)، به مداری متشکل از اجزای مقاومتی، القایی، و خازنی است. راههای زیادی برای اتصال این اجزا در مدار وجود دارد؛ به عنوان مثالی از تحلیل مدارهای AC ، مدار سری RLC شکل ۱-۳۷ را در این فصل بررسی می‌کنیم، که در آن مقاومت R ، القاگر L ، و خازن C را به صورت سری به دو سر یک نیروی محرکه الکتریکی متناوب، از نوع نشان داده شده به وسیله معادله (۱-۳۷)، متصل کرده‌ایم.

در مدت زمان کوتاهی پس از آنکه نیروی محرکه الکتریکی در آغاز به مدار اعمال شد، جریان به شکل نامنظم و عجیبی با زمان تغییر می‌کند. این تغییرات که حالت‌های گذار خوانده می‌شوند، به سرعت از بین می‌روند و پس از آن درمی‌یابیم که جریان به صورت سینوسی و با همان بسامد زاویه‌ای چشمه نیروی محرکه الکتریکی تغییر می‌کند. فرض می‌کنیم مدار را پس از آنکه در این شرایط به پایداری رسید مورد مطالعه قرار دهیم، که در این حالت می‌توان جریان را به صورت زیر نوشت:

$$i = i_m \sin(\omega t - \phi) \quad (۲-۳۷)$$

که در آن دامنه جریان (بیشینه مقدار جریان) است و ϕ ثابت فاز زاویه فاز است که ارتباط فاز بین i و \mathcal{E} را مشخص می‌کند. (توجه کنید که در معادله (۱-۳۷) برای نیروی محرکه الکتریکی ثابت فاز را برابر صفر فرض کردیم. همچنین توجه داشته باشید که در معادله (۲-۳۷) ثابت فاز را با علامت منفی نوشتیم؛ این گزینش ثابت فاز در بحث مربوط به ارتباط فاز بین جریان و نیروی محرکه الکتریکی متداول است.) بسامد زاویه‌ای، ω ، در معادله (۲-۳۷) همان بسامد زاویه‌ای معادله (۱-۳۷) است.

فرض می‌کنیم کمیت‌های \mathcal{E}_m ، ω ، R ، L ، و C معلوم باشند. هدف از این محاسبات یافتن i_m و ϕ است به طوری که معادله (۲-۳۷)

جزء القایی

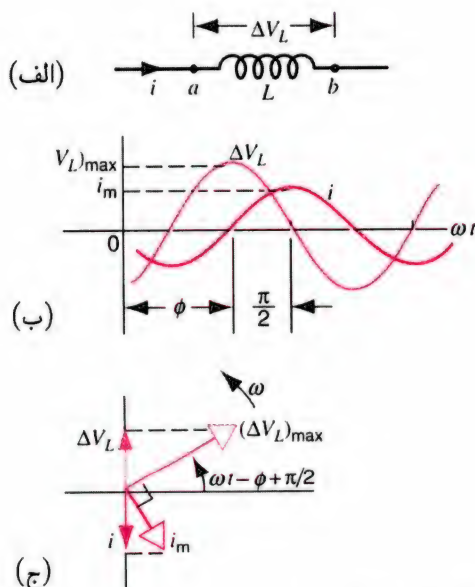
در شکل ۳-۳۷ (الف) بخشی از مدار را نشان داده‌ایم که فقط شامل یک جزء القایی است. اختلاف پتانسیل ΔV_L (مساوی $V_a - V_b$) دو سر القاگر با معادله (۲-۳۶) به جریان ارتباط پیدا می‌کند

$$\Delta V_L = L \frac{di}{dt} = Li_m \omega \cos(\omega t - \phi) \quad (۴-۳۷)$$

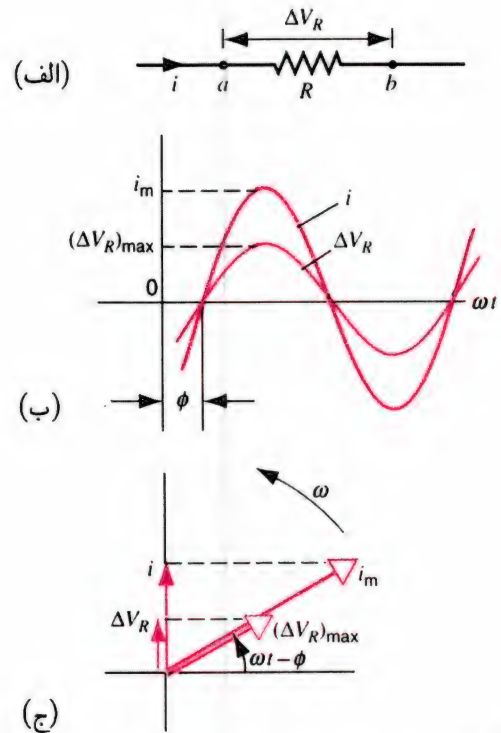
که آن را با مشتق گرفتن از معادله (۲-۳۷)، برای جریان به دست آوردیم. اتحاد مثلثاتی $\cos \theta = \sin(\theta + \pi/2)$ این امکان را فراهم می‌آورد که معادله (۴-۳۷) را به صورت زیر بنویسیم

$$\Delta V_L = Li_m \omega \sin(\omega t - \phi + \pi/2) \quad (۵-۳۷)$$

مقایسه معادله‌های (۲-۳۷) و (۵-۳۷) نشان می‌دهد که کمیت‌های متغیر در زمان، ΔV_L و i هم‌فاز نیستند؛ بلکه یک‌چهارم چرخه با هم اختلاف فاز دارند، ΔV_L از i جلوتر است (یا i از ΔV_L عقب افتاده است). معمولاً می‌گوییم که در القاگر جریان به اندازه 90° از اختلاف پتانسیل عقب می‌افتد. این موضوع را در شکل ۳-۳۷ (ب) نشان داده‌ایم، که در آن نمودار معادله‌های (۲-۳۷) و (۵-۳۷) را رسم کرده‌ایم. توجه داشته باشید که با گذشت زمان، شدت جریان i یک‌چهارم چرخه پس از آنکه ΔV_L به بیشینه مقدارش رسید، بیشینه می‌شود.

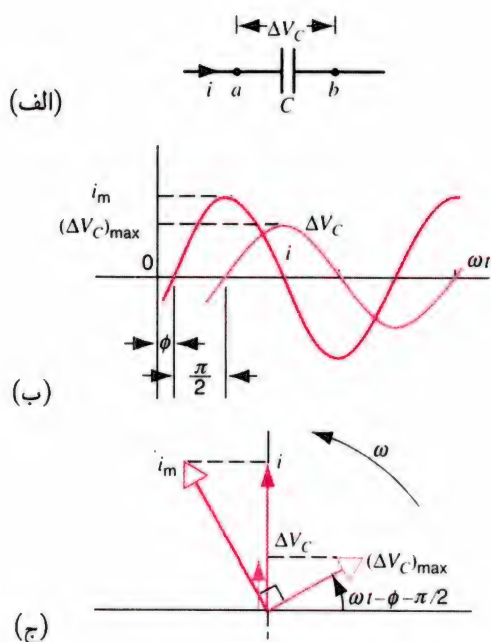


شکل ۳-۳۷ (الف) القاگری در یک مدار AC. (ب) جریان 90° از اختلاف پتانسیل دو سر القاگر عقب می‌افتد. (ج) یک نمودار فازور که جریان و اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۳۷ (الف) مقاومتی در یک مدار جریان متناوب AC. (ب) جریان و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت هم‌فازند. (ج) نمودار فازوری که جریان و اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد.

هستند. (۱) طول هر فازور با بیشینه مقدار کمیت متناوب مورد نظر متناسب است: برای اختلاف پتانسیل، از معادله (۳-۳۷) می‌دانیم که $(\Delta V_R)_{\max} = i_m R$ ، و در مورد جریان از معادله (۲-۳۷) می‌دانیم که طول فازور برابر با i_m است. (۲) تصویر فازور روی محور قائم مقدار لحظه‌ای کمیت متناوب مورد نظر را به دست می‌دهد. پیکانهای روی محور قائم، با توجه به معادله‌های (۲-۳۷) و (۳-۳۷) به ترتیب i و ΔV_R را نشان می‌دهند. هم‌فازی ΔV_R و i پیامد قرار گرفتن فازورهای آنها در شکل ۲-۳۷ (ج) بر روی یک خط است. نمودار فازور شباهت زیادی با شکل ۱۷-۱۴ دارد، که در آن ارتباطی بین حرکت دایره‌ای یکنواخت و حرکت هماهنگ ساده برقرار کردیم. شاید به خاطر داشته باشید که تصویر مکان ذره‌ای که دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است روی هر یک از محورهای یک جابه‌جایی است که، مانند حرکت هماهنگ ساده، به صورت سینوسی تغییر می‌کند. در اینجا با چرخش فازورها، تصاویر آنها بر روی محور قائم، جریان یا ولتاژ متغیر سینوسی را به دست می‌دهند. چرخش فازورها را در شکل ۲-۳۷ (ج) دنبال و خود را متقاعد کنید که این نمودار فازور معادله‌های (۲-۳۷) و (۳-۳۷) را به طور کامل و دقیق توصیف می‌کند.



شکل ۴-۳۷ (الف) خازنی در یک مدار AC. (ب) جریان به اندازه 90° از اختلاف پتانسیل دو سر خازن جلو می‌افتد. (ج) یک نمودار فازور که جریان و اختلاف پتانسیل را نمایش می‌دهد.

بین دو سر خازن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta V_C = \frac{q}{C} = \frac{\int i dt}{C} \quad (۹-۳۷)$$

با انتگرال‌گیری از جریان i ، معادله (۲-۳۷)، داریم

$$\begin{aligned} \Delta V_C &= -\frac{i_m}{\omega C} \cos(\omega t - \phi) \\ &= \frac{i_m}{\omega C} \sin(\omega t - \phi - \pi/2) \end{aligned} \quad (۱۰-۳۷)$$

که در اینجا از اتحاد مثلثاتی $\cos \theta = -\sin(\theta - \pi/2)$ استفاده کردیم.

از مقایسه معادله‌های (۲-۳۷) و (۱۰-۳۷)، می‌بینیم که i و ΔV_C به اندازه 90° با هم اختلاف فاز دارند، که در اینجا i جلوتر از ΔV_C است. شکل ۴-۳۷ (ب) نمودارهای i و ΔV_C را برحسب زمان نشان می‌دهد؛ توجه کنید که در این شکل منحنی جریان i یک چهارم چرخه یا 90° زودتر (یا قبل) از ΔV_C به بیشینه مقدارش می‌رسد. به عبارت دیگر، می‌توان گفت که در جریان خازن 90° جلوتر از اختلاف پتانسیل است.

ارتباط فاز دو نمودار فازور شکل ۴-۳۷ (ج) نشان داده شده است. وقتی که فازورها پادساعتگرد می‌چرخند، واضح است که فازور i یک چهارم چرخه جلوتر از فازور ΔV_C است.

این ارتباط فازی بین i و ΔV_L در نمودار فازور شکل ۳-۳۷ (ج) نشان داده شده است. وقتی فازورها به صورت پادساعتگرد می‌چرخند، بدیهی است که فازور i یک چهارم چرخه بعد از فازور ΔV_L می‌آید، یعنی نسبت به آن تأخیر دارد.

در تحلیل مدارهای AC، بهتر است که واکنشی القایی X_L را به صورت زیر تعریف کنیم

$$X_L = \omega L \quad (۶-۳۷)$$

برحسب این کمیت، معادله (۵-۳۷) را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\Delta V_L = i_m X_L \sin(\omega t - \phi + \pi/2) \quad (۷-۳۷)$$

از مقایسه معادله‌های (۳-۳۷) و (۷-۳۷)، می‌بینیم که یکای SI مربوط به X_L باید همان یکای R ، یعنی اهم، باشد. این ارتباط را می‌توان مستقیماً از مقایسه معادله (۶-۳۷) و عبارت مربوط به ثابت زمانی القایی، $\tau_L = L/R$ ، مشاهده کرد. گرچه هر دوی این کمیتها برحسب اهم اندازه‌گیری می‌شوند، ولی واکنشی با مقاومت یکسان نیست.

با استفاده از معادله (۷-۳۷)، بیشینه مقدار ΔV_L برابر است با

$$(\Delta V_L)_{\max} = i_m X_L \quad (۸-۳۷)$$

جزء خازنی

در شکل ۴-۳۷ (الف) بخشی از مدار را نشان داده‌ایم که فقط شامل یک جزء خازنی است. در اینجا هم جریان i را، که با معادله (۲-۳۷) مشخص شده است، عاملی برقرار می‌کند که در شکل نشان داده نشده است. * فرض می‌کنیم بار موجود روی صفحه طرف چپ برابر با q باشد، به طوری که یک جریان مثبت به داخل این صفحه بار q را افزایش می‌دهد؛ یعنی $dq/dt = i$ ایجاب می‌کند که به ازای $i > 0$ باید $dq > 0$ باشد. اختلاف پتانسیل ΔV_C (مساوی با $V_a - V_b$) در نظر گرفتن خازن به عنوان جزئی از مدار حامل جریان ممکن است در آغاز دشوار باشد؛ بدیهی است که بار الکتریکی در خازن جریان پیدا نمی‌کند. شاید در نظر گرفتن جریان بار به صورت زیر مفید باشد؛ جریان i بار q را وارد صفحه سمت چپ خازن می‌کند، بنابراین باید یک بار $-q$ از بخشی از مدار که فراتر از صفحه سمت راست خازن است به صفحه سمت راست خازن جاری شود. این جریان بار $-q$ از راست به چپ کاملاً معادل جریان بار q از چپ به راست است، که با جریان روی صفحه طرف چپ کاملاً یکسان است. به این ترتیب جریان در یک طرف خازن ممکن است در طرف دیگر آن ظاهر شود، با آنکه هیچ مسیر رسانایی بین دو صفحه خازن وجود ندارد!

جدول ۱-۳۷ رابطه‌های مربوط به فاز و دامنه جریانها و ولتاژهای متناوب

جزء مدار	نماد	پاگیری الف (امپدانس)	فاز جریان	رابطه مربوط به دامنه
مقاومت	R	R	همفاز با ΔV_R	$(\Delta V_R)_{\max} = i_m R$
القارگر	L	X_L	تأخر فاز 90° با ΔV_L	$(\Delta V_L)_{\max} = i_m X_L$
خازن	C	X_C	تقدم فاز 90° با ΔV_C	$(\Delta V_C)_{\max} = i_m X_C$

الف) پاگیری واژه‌ای کلی است که شامل مقاومت و واکنایی می‌شود.

مشاهده می‌کنیم که، گرچه واکنایی مقاومت نیست، اما واکنایی القایی برای القارگر همان نقش مقاومت الکتریکی را برای مقاومت دارد. توجه کنید که با دوبرابر شدن بسامد، واکنایی القایی دوبرابر می‌شود و دامنه جریان به نصف کاهش می‌یابد. می‌توان این موضوع را به صورت فیزیکی هم فهمید: برای رسیدن به مقدار یکسان برای ΔV_L ، باید جریان را با همان آهنگ تغییر دهید ($\Delta V_L = L di/dt$). اگر بسامد را دوبرابر کنید، زمان تغییر نصف می‌شود به طوری که بیشینه جریان نیز نصف می‌شود. در جمع‌بندی می‌توان گفت: در القارگرها، هر چه بسامد بیشتر باشد، واکنایی بیشتر است.

مسئله نمونه ۲-۳۷ در شکل ۴-۳۷ الف)، فرض کنید $C = 15 \mu\text{F}$ ، $f = 60 \text{ Hz}$ و $(\Delta V_C)_{\max} = 36 \text{ V}$ (الف) واکنایی خازنی X_C را معین کنید. (ب) دامنه جریان را در مدار به دست آورید. حل. الف) از معادله (۱۱-۳۷)، داریم

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(15 \times 10^{-6} \text{ F})} = 177 \Omega$$

(ب) از معادله (۱۳-۳۷)، برای دامنه جریان، داریم

$$i_m = \frac{(\Delta V_C)_{\max}}{X_C} = \frac{36 \text{ V}}{177 \Omega} = 0.20 \text{ A}$$

توجه کنید که اگر بسامد را دوبرابر کنیم، واکنایی خازنی به نصف کاهش می‌یابد و دامنه جریان دوبرابر خواهد شد. می‌توان این موضوع را به صورت فیزیکی نیز درک کرد: برای رسیدن به مقدار یکسان ΔV_C باید همان مقدار بار را به خازن تحویل داد ($\Delta V_C = q/C$). اگر بسامد دوبرابر شود، برای تحویل این مقدار بار زمان موجود نصف می‌شود و بنابراین بیشینه جریان باید دوبرابر شود. در جمع‌بندی می‌توان گفت: در خازنها هر چه بسامد بیشتر باشد، واکنایی کمتر است.

مانند واکنایی القایی، مناسب است که یک واکنایی خازنی، X_C ، را نیز به صورت زیر تعریف کنیم:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (11-37)$$

که برحسب آن می‌توان معادله (۳۷-۱۰) را به صورت زیر نوشت

$$\Delta V_C = i_m X_C \sin(\omega t - \phi - \pi/2) \quad (12-37)$$

از مقایسه معادله‌های (۳۷-۳) و (۱۲-۳۷)، می‌بینیم که یکای X_C نیز باید اهم باشد. این نتیجه را می‌توان از مقایسه معادله (۱۱-۳۷) با عبارت مربوط به ثابت زمانی خازنی، یعنی $\tau_C = RC$ نیز به دست آورد.

بیشینه مقدار ΔV_C از معادله (۱۲-۳۷) به دست می‌آید

$$(\Delta V_C)_{\max} = i_m X_C \quad (13-37)$$

نتیجه‌های به دست آمده برای هر یک از سه جزء منفرد مدار در جدول ۱-۳۷ خلاصه شده است.

مسئله نمونه ۱-۳۷ در شکل ۳-۳۷ الف) فرض کنید $L = 230 \text{ mH}$ ، $f = 60 \text{ Hz}$ و $(\Delta V_L)_{\max} = 36 \text{ V}$ (الف) واکنایی القایی X_L را تعیین کنید. (ب) دامنه جریان را در مدار به دست آورید.

حل. الف) از معادله (۶-۳۷) داریم

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = (2\pi)(60 \text{ Hz})(230 \times 10^{-3} \text{ H}) = 87 \Omega$$

(ب) از معادله (۸-۳۷)، دامنه جریان در مدار چنین است

$$i_m = \frac{(\Delta V_L)_{\max}}{X_L} = \frac{36 \text{ V}}{87 \Omega} = 0.41 \text{ A}$$

۳-۳۷ مدار RLC تک حلقه‌ای

با پایان یافتن تحلیل اجزای جداگانه مدار یعنی R ، L ، و C اکنون می‌توان به تحلیل مدار شکل ۱-۳۷ پرداخت، که در آن هر سه جزء وجود دارد. نیروی محرکه الکتریکی با معادله (۱-۳۷) مشخص شده است.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$

و جریان در این مدار به شکل معادله (۲-۳۷) است، یعنی

$$i = i_m \sin(\omega t - \phi)$$

هدف ما یافتن i_m و ϕ است.

این کار را با استفاده از قاعده حلقه (بخش ۳-۳۱) در مورد مدار شکل ۱-۳۷ آغاز می‌کنیم، که از اینجا می‌رسیم به

$$\mathcal{E} - \Delta V_R - \Delta V_L - \Delta V_C = 0$$

$$\mathcal{E} = \Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C \quad (۱۴-۳۷)$$

معادله (۱۴-۳۷) را می‌توان با استفاده از روشهای گوناگونی مانند تحلیل مثلثاتی، تحلیل نموداری با استفاده از فازورها، و تحلیل دیفرانسیلی برای یافتن دامنه جریان i_m و فاز ϕ حل کرد.

تحلیل مثلثاتی

تا اینجا رابطه‌هایی بین اختلاف پتانسیل دو سر هر جزء و جریانی که از آن جزء می‌گذرد به دست آوردیم. بنابراین معادله‌های (۳-۳۷)، (۷-۳۷)، و (۱۲-۳۷) را در معادله (۱۴-۳۷) قرار می‌دهیم و از آن نتیجه می‌گیریم

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m \sin \omega t &= i_m R \sin(\omega t - \phi) \\ &+ i_m X_L \sin(\omega t - \phi + \pi/2) \\ &+ i_m X_C \sin(\omega t - \phi - \pi/2) \end{aligned} \quad (۱۵-۳۷)$$

که در این معادله، از معادله (۱-۳۷) برای نیروی محرکه الکتریکی استفاده کردیم. با بهره‌گیری از اتحادهای مثلثاتی معادله (۱۵-۳۷) را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_m \sin \omega t &= i_m R \sin(\omega t - \phi) + i_m X_L \cos(\omega t - \phi) \\ &- i_m X_C \cos(\omega t - \phi) \\ &= i_m [R \sin(\omega t - \phi) \\ &+ (X_L - X_C) \cos(\omega t - \phi)] \end{aligned} \quad (۱۶-۳۷)$$

که می‌توان آن را با اندکی عملیات به صورت زیر نوشت (تمرین ۱۲ را ببینید)

$$\mathcal{E}_m \sin \omega t = i_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \sin \omega t \quad (۱۷-۳۷)$$

مشروط بر اینکه داشته باشیم

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad (۱۸-۳۷)$$

دامنه جریان مستقیماً از معادله (۱۷-۳۷) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} i_m &= \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \\ &= \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \end{aligned} \quad (۱۹-۳۷)$$

این کار، تحلیل مدار سری RLC را تکمیل می‌کند، زیرا به هدفمان که بیان دامنه جریان و فاز ϕ برحسب پارامترهای مدار (R ، ω ، \mathcal{E}_m)، L ، و C) باشد، رسیده‌ایم. توجه کنید که فاز ϕ به دامنه \mathcal{E}_m نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده بستگی ندارد. با تغییر \mathcal{E}_m جریان i_m تغییر می‌کند ولی ϕ تغییر نمی‌کند؛ مقیاس نتیجه تغییر می‌کند ولی سرشت آن تغییر نمی‌کند.

کمیتی که در مخرج کسر معادله (۱۹-۳۷) قرار دارد پاگیری Z مدار سری RLC نامیده می‌شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (۲۰-۳۷)$$

و بنابراین معادله (۱۹-۳۷) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} \quad (۲۱-۳۷)$$

که یادآور رابطه $i = \mathcal{E}/R$ ، برای مدار مقاومتی تک حلقه‌ای با نیروی محرکه الکتریکی پایاست. بدیهی است که یکای SI پاگیری اهم است. معادله (۱۹-۳۷) دامنه جریان معادله (۴۳-۳۶) را به دست می‌دهد و شکل ۱۳-۳۶ نمودار مربوط به معادله (۱۹-۳۷) است. جریان i_m وقتی به بیشینه مقدارش می‌رسد که پاگیری Z به کمینه مقدارش یعنی R برسد، که این حالت وقتی رخ می‌دهد که $X_L = X_C$ شود، یا

$$\begin{aligned} \omega L &= 1/\omega C \\ \text{به طوری که} \\ \omega &= 1/\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (۲۲-۳۷)$$

حاصل کنید که فازها با نتیجه‌گیریهای بخش ۳۷-۲ سازگارند. ΔV_R همفاز با جریان است، ΔV_L به اندازه 90° جلوتر از جریان و ΔV_C به اندازه 90° از جریان عقب است.

بنابر معادله (۳۷-۱۴)، جمع جبری تصویرهای (لحظه‌ای) ΔV_R ، ΔV_L و ΔV_C روی محور قائم مقدار (لحظه‌ای) \mathcal{E} را به دست می‌دهد. از طرف دیگر، گفتیم که جمع برداری دامنه‌های فازور $(\Delta V_R)_{\max}$ و $(\Delta V_L)_{\max}$ و $(\Delta V_C)_{\max}$ فازوری به دست می‌دهد که دامنه آن برابر \mathcal{E}_m در معادله (۳۷-۱) است. تصویر \mathcal{E}_m روی محور قائم \mathcal{E} متغیر با زمان معادله (۳۷-۱) را به دست می‌دهد؛ یعنی، همان‌طور که معادله (۳۷-۱۴) نشان می‌دهد برابر است با $\Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C$. در عملیات برداری، جمع (جبری) تصویرهای هر چند بردار روی یک خط مستقیم مشخص برابر است با تصویر جمع (برداری) آن بردارها روی همان خط.

در شکل ۳۷-۵ (ج)، نخست جمع برداری $(\Delta V_L)_{\max}$ و $(\Delta V_C)_{\max}$ را به دست آوردیم که حاصل آن فازور $(\Delta V_L)_{\max} - (\Delta V_C)_{\max}$ است. سپس جمع برداری این فازور را با $(\Delta V_R)_{\max}$ به دست آوردیم. چون این دو فازور عمود بر هم هستند، دامنه حاصل جمع آنها، که همان دامنه فازور \mathcal{E}_m باشد، برابر است با:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_m &= \sqrt{[(\Delta V_R)_{\max}]^2 + [(\Delta V_L)_{\max} - (\Delta V_C)_{\max}]^2} \\ &= \sqrt{(i_m R)^2 + (i_m X_L - i_m X_C)^2} \\ &= i_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (۳۷-۲۳)\end{aligned}$$

که در اینجا از معادله‌های (۳۷-۳)، (۳۷-۸) و (۳۷-۱۳) برای دامنه فازورها استفاده کردیم. معادله (۳۷-۲۳) همان معادله (۳۷-۱۹) است که آن را از تحلیل مثلثاتی به دست آوردیم.

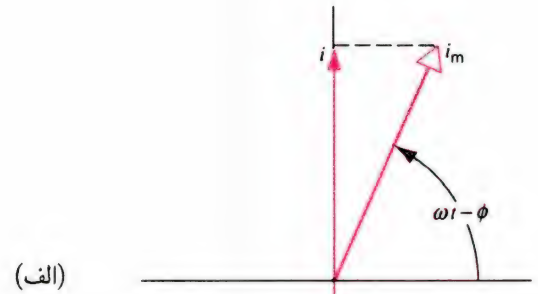
همان‌طور که در شکل ۳۷-۵ (ج) نشان داده شده است، ϕ زاویه

بین فازورهای i_m و \mathcal{E}_m است، و از آن شکل می‌بینیم که

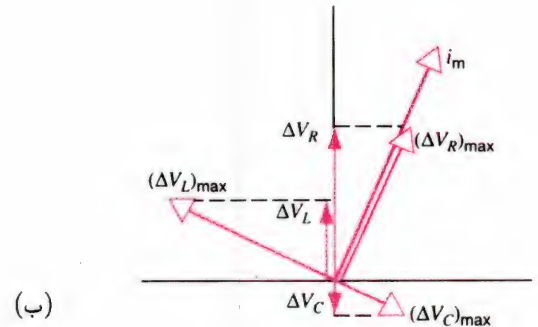
$$\begin{aligned}\tan \phi &= \frac{(\Delta V_L)_{\max} - (\Delta V_C)_{\max}}{(\Delta V_R)_{\max}} \\ &= \frac{i_m (X_L - X_C)}{i_m R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (۳۷-۲۴)\end{aligned}$$

که همان معادله (۳۷-۱۸) است.

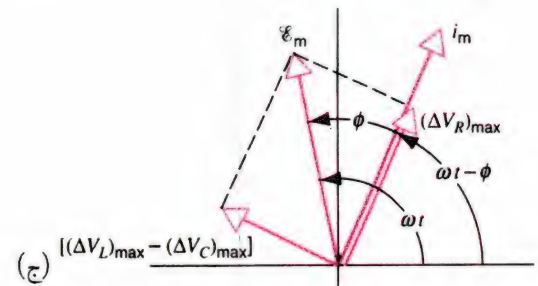
شکل ۳۷-۵ (ب) را به طور اختیاری با $X_L > X_C$ رسم کردیم؛ یعنی فرض کردیم که مدار شکل ۳۷-۱ بیشتر القاایی است تا خازنی.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳۷-۵ (الف) فازور نشانگر جریان متناوب در مدار RLC شکل ۳۷-۱. (ب) فازورهای نشانگر اختلاف پتانسیلهای دوسر مقاومت، خازن و القاگر. به اختلاف فاز آنها نسبت به جریان توجه کنید. (ج) فازور نشانگر نیروی محرکه الکتریکی متناوب را به نمودار افزوده‌ایم.

که همان شرط تشدید است که در معادله (۳۶-۴۴) ارائه شد. گرچه معادله (۳۷-۱۹) یک نتیجه کلی برای تمام بسامدهای وادارنده است، شرط تشدید را هم به صورت یک حالت خاص شامل می‌شود.

تحلیل نموداری

استفاده از نمودار فازور برای تحلیل مدار سری RLC ، آموخته شده است. در شکل ۳۷-۵ (الف) فازور جریان را نشان داده‌ایم. طول این فازور برابر با i_m است و تصویر آن بر روی محور قائم برابر $i_m \sin(\omega t - \phi)$ است، که همان جریان i وابسته به زمان است. در شکل ۳۸-۵ (ب) فازورهای نشانگر اختلاف پتانسیلهای دو سر هر کدام از اجزای مدار RLC ، یعنی، R ، L ، و C را رسم کرده‌ایم. به بیشینه مقادارها و تصویرهای متغیر با زمان آنها روی محور قائم توجه کنید. اطمینان

(ه) از معادله (۲۴-۳۷)، می‌دانیم که

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{177\Omega - 177\Omega}{160\Omega} = -0.563^\circ$$

و از اینجا

$$\phi = \tan^{-1}(-0.563) = -29.4^\circ$$

همان‌طور که جدول ۱-۳۷ و شکل ۵-۳۷ نشان می‌دهند، ثابت فاز منفی برای یک بار خازنی مناسب است.

مسئله نمونه ۴-۳۷ (الف) در مدار مسئله نمونه ۳-۳۷ بسامد تشدید برحسب هر تری چقدر است؟ (ب) دامنه جریان در حالت تشدید چقدر است؟

حل. (الف) از معادله (۲۲-۳۷)، می‌دانیم که

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.23H)(15 \times 10^{-6}F)}} = 538 \text{ rad/s}$$

آنگاه، از اینجا داریم

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 86 \text{ Hz}$$

(ب) در حالت تشدید $X_L = X_C$ ، و در نتیجه $Z = R$ است. از معادله (۲۱-۳۷) داریم

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{36V}{160\Omega} = 0.23A$$

بسامد ۸۶ هرتز مسئله نمونه ۳-۳۷ نسبتاً به بسامد تشدید نزدیک است.

تحلیل دیفرانسیلی (اختیاری)

با جایگزین کردن $\Delta V_C = q/C$ و $\Delta V_L = L di/dt$ ، معادله (۱۴-۳۷) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \quad (25-37)$$

یا، با بهره‌گیری از $i = dq/dt$ همراه با معادله (۱-۳۷) برای نیروی محرکه الکتریکی، می‌رسیم به

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = \mathcal{E}_m \sin \omega t \quad (26-37)$$

با این فرض، i_m عقبتر از \mathcal{E}_m است (گرچه این تأخیر فاز به اندازه یک چهارم چرخه برای جزء کاملاً القایی نشان داده شده در شکل ۳-۳۷ نیست). زاویه فاز ϕ در معادله (۲۳-۳۷) و از آن‌رو در معادله (۲-۳۷) مثبت ولی کمتر از 90° است.

از طرف دیگر، اگر داشتیم $X_C > X_L$ ، مدار بیشتر خازنی بود تا القایی و در این حالت i_m جلوتر از \mathcal{E}_m بود اگر چه این تقدم فاز به اندازه یک چهارم چرخه برای جزء کاملاً خازنی شکل ۴-۳۷ نیست). هماهنگ با این تغییر از تأخیر به تقدم، زاویه ϕ در معادله (۲۳-۳۷) (و از آن‌رو در معادله (۲-۳۷)) خودبه‌خود منفی می‌شود.

تعبیر دیگری از شرط تشدید با بهره‌گیری از نمودار فازور شکل ۵-۳۷ حاصل می‌شود. در حالت تشدید $X_L = X_C$ و بنابر معادله (۲۴-۳۷)، $\phi = 0$ است. در این حالت، فازورهای $(\Delta V_L)_{\max}$ و $(\Delta V_C)_{\max}$ در شکل ۵-۳۷ با هم برابر و در جهت مخالف هستند و بنابراین i_m هم‌فاز با \mathcal{E}_m است.

بار دیگر تأکید می‌کنیم، به خاطر داشته باشید که، گرچه روشهایی که در اینجا مطرح کردیم برای هر مدار AC معتبر است، این نتیجه‌ها فقط برای مدار RLC برقرار است. به علاوه، به خاطر داشته باشید که مدار را فقط در وضعیت حالت پایا، پس از آنکه تغییرات زودگذر حالت گذار از بین رفتند، بررسی می‌کنیم.

مسئله نمونه ۳-۳۷ در شکل ۱-۳۷، فرض کنید که $R = 160\Omega$ ، $\mathcal{E}_m = 36V$ و $f = 60 \text{ Hz}$ ، $L = 230 \text{ mH}$ ، $C = 15\mu F$ است. (الف) واکنایی القایی X_L ، (ب) واکنایی خازن X_C ، (ج) پاگیری Z مدار، (د) دامنه جریان i_m ، و (ه) ثابت فاز ϕ را معین کنید.

حل. (الف) مانند مسئله نمونه ۱-۳۷، $X_L = 177\Omega$. (ب) مانند مسئله نمونه ۲-۳۷، $X_C = 177\Omega$. توجه کنید که $X_C > X_L$ است، در نتیجه مدار بیشتر وضعیت خازنی دارد تا القایی. (ج) از معادله (۲۰-۳۷) داریم

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ = \sqrt{(160\Omega)^2 + (177\Omega - 177\Omega)^2} = 184\Omega$$

(د) از معادله (۲۱-۳۷) داریم

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{36V}{184\Omega} = 0.196A$$

۳۷-۴ توان در مدارهای AC

در مدار الکتریکی، انرژی را یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی فراهم کرده، اجزای خازنی و القایی آن را ذخیره و اجزای مقاومتی آن را مصرف می‌کنند. پایداری انرژی ایجاب می‌کند که، هر زمان معین، آهنگ تأمین انرژی توسط چشمه نیروی محرکه الکتریکی با آهنگ انباشت در اجزای خازنی و القایی به اضافه آهنگ مصرف در اجزای مقاومتی برابر باشد. (فرض می‌کنیم اجزای خازنی و القایی اجزایی ایده‌آل و بدون هیچ‌گونه مقاومت داخلی باشند.)

مقاومتی به صورت یک جزء منزوی (مانند شکل ۲-۳۷) در یک مدار AC در نظر بگیرید که جریان در آن از معادله (۲-۳۷) به دست می‌آید. (این مدار را در حالت پایا، یعنی مدتی به اندازه کافی طولانی پس از آنکه چشمه نیروی محرکه الکتریکی به مدار وصل شد، بررسی می‌کنیم.) درست مانند مدار DC، آهنگ اتلاف انرژی (گرمایش ژول) در مقاومت در مدار AC از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P = i^2 R = i_m^2 R \sin^2(\omega t - \phi) \quad (28-37)$$

انرژی تلف شده در مقاومت برحسب زمان افت و خیز دارد، همچنان که انرژی ذخیره شده در اجزای خازنی و القایی نیز دارای افت و خیز است. در بیشتر مواردی که با جریانهای متناوب سروکار داریم تغییرات توان در خلال هر چرخه مورد توجه نیست؛ بلکه به میانگین توان تلف شده در هر چرخه مشخص علاقه مندیم. میانگین انرژی ذخیره شده در اجزای القایی یا خازنی در هر چرخه کامل ثابت می‌ماند؛ در واقع، انرژی از چشمه نیروی محرکه الکتریکی به جزء مقاومتی انتقال می‌یابد و در آنجا تلف می‌شود. به عنوان مثال، شرکت برق یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی AC را برای خانه شما تأمین می‌کند که با بسامد $f = 50 \text{ Hz}$ تغییر می‌کند (در آمریکا 60 Hz). شما به میزان میانگین توانی که مصرف می‌کنید پول برق می‌پردازید؛ برای شرکت برق اهمیتی ندارد که آیا از وسایل مقاومتی محض استفاده می‌کنید، که در آن بیشینه توان همفاز با چشمه نیروی محرکه الکتریکی تلف می‌شود، یا از وسایلی استفاده می‌کنید که مانند موتور الکتریکی تا اندازه‌ای خازنی یا القایی است و در آن بیشینه جریان (و در نتیجه بیشینه توان) ممکن است با چشمه نیروی محرکه الکتریکی همفاز نباشند. اگر شرکت برق انرژی مصرفی شما را در زمانهایی کوتاهتر از $1/50$ ثانیه اندازه می‌گرفت، متوجه تغییراتی می‌شد که در آهنگ مصرف انرژی شما رخ می‌داد، ولی با اندازه‌گیری در زمانی طولانیتر از $1/50$ ثانیه تنها میانگین آهنگ مصرف انرژی اهمیت پیدا می‌کند.

این معادله همان صورت مربوط به معادله یک نوسانگر مکانیکی واداشته را دارد که در بخش ۸-۱۷ بررسی کردیم (معادله ۴۲-۱۷) را ببینید). با استفاده از شباهتهای معادله‌ها داریم

$$x \rightarrow q, \quad m \rightarrow L, \quad b \rightarrow R, \quad k \rightarrow 1/C$$

که از آنها در بخشهای ۵-۳۶ تا ۷-۳۶ نیز استفاده کردیم، بلافاصله می‌توانیم نتیجه داده شده در معادله (۴۳-۱۷) برای نوسانگر مکانیکی واداشته میرا را برای نوسانگر الکترومغناطیسی واداشته میرا (یعنی، دارای مقاومت) بپذیریم و به صورت مناسب به کار ببریم:

$$q = -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega Z} \cos(\omega t - \phi) \quad (29-37)$$

که، باید نشان دهیم ωZ معادل G است که با معادله (۴۴-۱۷) تعریف شده است. برای یافتن جریان از معادله (۲۷-۳۷) مشتق می‌گیریم، که از این عمل معادله (۱-۳۷) را به دست می‌آوریم، $i = i_m \sin(\omega t - \phi)$ ، که در اینجا $i_m = \mathcal{E}_m / Z$ است. همچنین، باید نشان دهیم که فاز β که با معادله (۴۵-۱۷) تعریف شده است، وقتی کمیت‌های مکانیکی را با کمیت‌های متناظر الکترومغناطیسی آنها جایگزین کنیم، به معادله (۱۸-۳۷) تبدیل می‌شود.

جستجوی شباهتها، مانند آنچه در اینجا بین تشدید مکانیکی و الکترومغناطیسی انجام شد، روش مؤثری است که نه تنها شناختی از پدیده‌های جدید به دست می‌دهد بلکه کار تحلیل آنها را آسان می‌کند. زیرا می‌توان از نتیجه‌های ریاضی به دست آمده برای یک سیستم در تحلیل سیستم دیگر استفاده کرد. در این مورد ویژگیهای مشترک دو سیستم را شناسایی می‌کنیم: یک جزء وادارنده سینوسی؛ یک جزء دارای لختی، که در برابر تغییرات حرکت مقاومت می‌کند (m ، که در برابر تغییر v و L که در برابر تغییر i مقاومت می‌کند)؛ یک جزء تلف‌کننده انرژی (b و R ، هر یک برحسب جمله‌ای که نسبت به آهنگ تغییر مختصه خطی است)؛ و یک جزء بازگرداننده (k و $1/C$ هر یک برحسب جمله‌ای که نسبت به خود مختصه خطی است). جلوه‌های مشترک هر دو جواب عبارت‌اند از یک نوسان سینوسی پایدار با بسامد وادارنده، البته پس از گذشت یک دوره آغازی مربوط به حالت‌های گذاری سریعاً میرا؛ یک اختلاف فاز بین جزء وادارنده و مختصه نوسان‌کننده که مستقل از دامنه نوسان جزء وادارنده است؛ یک حالت تشدید در یک بسامد خاص که مقدار آن را فقط اجزای لخت و بازگرداننده تعیین می‌کند.

توان در مدار سری RLC

تا اینجا توان تلف شده را در یک جزء مقاومتی منزوی مدار AC در نظر گرفتیم. اکنون می‌خواهیم مدار کامل AC را از دیدگاه انرژی اتلافی بررسی کنیم. برای این منظور باز هم یک مدار سری RLC را برای مثال انتخاب می‌کنیم.

کار dW که چشمه نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} روی بار dq انجام می‌دهد برابر است با $dW = \mathcal{E}dq$. پس توان P (مساوی با dW/dt) تأمین شده توسط چشمه نیروی محرکه الکتریکی عبارت است از $\mathcal{E}i = \mathcal{E}dq/dt$ ، یا با استفاده از معادله‌های (۱-۳۷) و (۲-۳۷)، داریم

$$P = \mathcal{E}i = \mathcal{E}_m i_m \sin \omega t \sin(\omega t - \phi) \quad (۳۳-۳۷)$$

به‌ندرت به این توان لحظه‌ای، که معمولاً تابعی با افت‌وخیزهای زمانی سریع است، علاقه‌مندیم. برای یافتن میانگین، ابتدا از یک اتحاد مثلثاتی برای بسط عامل $\sin(\omega t - \phi)$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} P &= \mathcal{E}_m i_m \sin \omega t (\sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi) \\ &= \mathcal{E}_m i_m (\sin^2 \omega t \cos \phi - \sin \omega t \cos \omega t \sin \phi) \end{aligned} \quad (۳۴-۳۷)$$

حال وقتی روی یک چرخه کامل میانگین‌گیری کنیم، جمله $\sin^2 \omega t$ مقدار $1/2$ را به‌دست می‌دهد، در حالی که جمله $\sin \omega t \cos \omega t$ چنانکه نشان خواهید داد (تمرین ۱۶ را ببینید) مقدار صفر را نتیجه می‌دهد. بنابراین توان میانگین برابر است با

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_m i_m \cos \phi \quad (۳۵-۳۷)$$

با جایگزین کردن \mathcal{E}_m و i_m با مقدارهای rms $\mathcal{E}_{rms} = \mathcal{E}_m/\sqrt{2}$ و $i_{rms} = i_m/\sqrt{2}$ می‌توانیم معادله (۳۵-۳۷) را به‌صورت زیر بازنویسی کنیم

$$P_{av} = \mathcal{E}_{rms} i_{rms} \cos \phi \quad (۳۶-۳۷)$$

کمیت $\cos \phi$ در معادله (۳۶-۳۷) را ضریب توان مدار AC می‌خوانیم. در اینجا ضریب توان را برای مدار سری RLC محاسبه می‌کنیم. با استفاده از معادله (۱۸-۳۷)، یعنی $\tan \phi = (X_L - X_C)/R$ می‌توانیم نشان دهیم که

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{Z} \quad (۳۷-۳۷)$$

توان میانگین را با P_{av} نمایش می‌دهیم با میانگین‌گیری از معادله (۲۸-۳۷) در زمانی که در مقایسه با دوره تناوب یک چرخه بسیار طولانی است به‌دست می‌آوریم. مقدار میانگین تابع \sin^2 به‌ازای هر چرخه کامل برابر با $1/2$ است. اگر تعداد چرخه‌های در نظر گرفته شده برای عمل میانگین‌گیری زیاد باشد، در آن صورت کسر چرخه‌ها بی‌اهمیت می‌شوند و می‌توانیم توان میانگین را با جایگزین کردن \sin^2 در معادله (۲۸-۳۷) با مقدار $1/2$ معین کنیم. در این صورت توان میانگین چنین است

$$P_{av} = \frac{1}{2} i_m^2 R \quad (۲۹-۳۷)$$

این رابطه را می‌توان به‌صورت زیر نیز نوشت

$$P_{av} = (i_m/\sqrt{2})^2 R \quad (۳۰-۳۷)$$

کمیت $i_m/\sqrt{2}$ برابر است با ریشه میانگین مربعی (rms) مقدار جریان

$$i_{rms} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} \quad (۳۱-۳۷)$$

این، نتیجه‌ای است که اگر ابتدا جریان را به توان ۲ می‌رسانید و سپس میانگین (یا معدل) آن را روی تعداد کاملی از چرخه حساب می‌کردید، و پس از آن جذر می‌گرفتید، به‌دست می‌آوردید. (در فصل ۲۲ سرعت rms مولکولی را به همین صورت تعریف کردیم.) بهتر است که توان را برحسب مقدارهای rms بنویسیم، زیرا سنج‌های جریان و ولتاژ AC چنان طراحی شده‌اند که مقدارهای rms را نشان بدهند. ولتاژ متداول ۲۳۰ V لوازم خانگی یک مقدار rms است؛ ولتاژ قله در این مورد عبارت است از

$$\mathcal{E}_m = \sqrt{2} \mathcal{E}_{rms} = \sqrt{2}(230) = 325 \text{ V}$$

معادله (۳۰-۳۷) را می‌توان برحسب i_{rms} به‌صورت زیر نوشت

$$P_{av} = i_{rms}^2 R \quad (۳۲-۳۷)$$

معادله (۳۲-۳۷) مانند عبارت $P = i^2 R$ است که توان تلف‌شده را در مقاومت مدار DC توصیف می‌کند. با جایگزینی جریان‌ها و ولتاژهای DC با مقدارهای rms مربوط به جریان‌ها و ولتاژهای AC، می‌توان از عبارتهای مربوط به اتلاف توان در مدارهای DC استفاده کرد و میانگین توان تلف‌شده AC را به‌دست آورد.

که با نتیجه قبلی کاملاً سازگار است. یعنی میانگین توان تلف شده در مقاومت برابر است با میانگین توانی که نیروی محرکه الکتریکی تأمین می‌کند. در واقع، انرژی از نیروی محرکه الکتریکی به بار مقاومتی منتقل و در آنجا تلف می‌شود. توجه کنید که برای رسیدن به سازگاری بین این نتیجه‌ها تا دو رقم بامعنی، برای مقدارهای مربوط به جریانها و ولتاژها از سه رقم بامعنی استفاده کردیم. به غیر از خطاهای گرد کردن ارقام، معادله‌های (۳۲-۳۷) و (۳۶-۳۷) نتیجه‌های دقیقاً یکسانی را به دست می‌دهند.

۳۷-۵ مبدل (اختیاری)

در مدارهای DC توان تلف شده در بار مقاومتی از معادله (۲۱-۳۱) $(P_R = i^2 \Delta V_R = i^2 R)$ به دست می‌آید. برای رسیدن به یک توان مشخص، می‌توانیم یک جریان نسبتاً زیاد i و یک اختلاف پتانسیل نسبتاً کم ΔV_R یا دقیقاً عکس این وضعیت را برگزینیم، مشروط بر آنکه حاصلضرب آنها ثابت بماند. به همین ترتیب، برای مدارهای AC صرفاً مقاومتی (که در آنها ضریب توان، $\cos \phi$ در معادله (۳۶-۳۷)، برابر با ۱ است)، توان میانگین تلف شده از معادله (۳۸-۳۷) (یعنی، $P_{av} = i_{rms} \mathcal{E}_{rms}$) به دست می‌آید و باز هم حق انتخاب مقدارهای نسبی i_{rms} و \mathcal{E}_{rms} را داریم.

در شبکه‌های توزیع برق، به دو دلیل ایمنی و طراحی کارآمد تجهیزات برقی، در هر دو سر مولد (نیروگاه) و مصرف‌کننده (خانه یا کارخانه) ولتاژهای نسبتاً کم مطلوب‌اند. مثلاً هیچ‌کس علاقه‌ای به یک اتو یا قطار اسباب‌بازی برقی ندارد که با ولتاژ ۱۰ kV کار کند.

از سوی دیگر، در انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاه به مصرف‌کننده، پایین‌ترین جریان عملی (و بنابراین بالاترین اختلاف پتانسیل عملی) موردنظر است، تا اتلاف انرژی $i^2 R$ را در خطهای انتقال کمینه کند. مقدارهایی مانند $\mathcal{E}_{rms} = 350 \text{ kV}$ متداول است. به این ترتیب یک ناهماهنگی اساسی بین نیازهای انتقال مؤثر برق از یک سو و تولید و مصرف ایمن و مؤثر آن از سوی دیگر وجود دارد.

برای غلبه بر این مشکل، به ابزار یا وسیله‌ای نیازمندیم که بتواند، با توجه به ملاحظه‌های طراحی، اختلاف پتانسیل مدار را بالا ببرد (یا پایین بیاورد)، به طوری که حاصلضرب $i_{rms} \mathcal{E}_{rms}$ اساساً ثابت بماند. مبدل جریان متناوب شکل ۳۷-۶ چنین ابزاری است. مبدل که براساس قانون القای فاراده کار می‌کند، هیچ همتای ساده‌ای در جریان مستقیم ندارد. به همین دلیل شبکه‌های AC که تسلا و دیگران به شدت از

بنابر معادله (۳۶-۳۷)، توانی که چشمه نیروی محرکه الکتریکی به مدار می‌دهد وقتی بیشینه است که $\cos \phi = 1$. این وضعیت وقتی پیش می‌آید که مدار صرفاً مقاومتی باشد و حاوی هیچ خازن یا القاگری نباشد، یا اینکه مدار در حالت تشدید باشد که $X_L = X_C$ به طوری که $Z = R$. در این حالت توان میانگین برابر است با

$$P_{av} = \mathcal{E}_{rms} i_{rms} \quad (\text{بار مقاومتی}) \quad (38-37)$$

اگر بار مدار به شدت القایی باشد، که برای موتورها، کمپرسورها، و وسایلی از این نوع اغلب چنین است، توان داده شده به مدار را می‌توان با اضافه کردن بار خازنی به آن بیشینه کرد. شرکت‌های برق اغلب برای رسیدن به این حالت در سرتاسر سیستم انتقال نیرو خازنهایی را قرار می‌دهند.

مسئله نمونه ۳۷-۵ مجدداً مدار شکل ۳۷-۱ را در نظر بگیرید و از همان پارامترهای مسئله نمونه ۳۷-۳ استفاده کنید، یعنی $R = 160 \Omega$ ، $\mathcal{E}_m = 36 \text{ V}$ ، $f = 60 \text{ Hz}$ ، $L = 230 \text{ mH}$ ، $C = 15 \mu\text{F}$. کمیت‌های (الف) نیروی محرکه \mathcal{E}_{rms} ، (ب) جریان i_{rms} ، (ج) ضریب توان، و (د) میانگین توان تلف شده در مقاومت را تعیین کنید.

حل. (الف)

$$\mathcal{E}_{rms} = \mathcal{E}_m / \sqrt{2} = (36 \text{ V}) / \sqrt{2} = 25.5 \text{ V}$$

(ب) در مسئله نمونه ۳۷-۳ دریافتیم که $i_m = 0.196 \text{ A}$. در نتیجه داریم

$$i_{rms} = i_m / \sqrt{2} = (0.196 \text{ A}) / \sqrt{2} = 0.139 \text{ A}$$

(ج) همچنین در مسئله نمونه ۳۷-۳ دیدیم که ثابت فاز ϕ برابر با $29.4^\circ -$ است. از آن‌رو داریم

$$\cos(-29.4^\circ) = 0.871 = \text{ضریب توان}$$

(د) از معادله (۳۲-۳۷) داریم

$$P_{av} = i_{rms}^2 R = (0.139 \text{ A})^2 (160 \Omega) = 3.1 \text{ W}$$

به طریقی دیگر، معادله (۳۶-۳۷) نتیجه می‌دهد

$$P_{av} = \mathcal{E}_{rms} i_{rms} \cos \phi = (25.5 \text{ V})(0.139 \text{ A})(0.871) = 3.1 \text{ W}$$

”نمی‌گیرید.“ از قانون القای فاراده می‌دانیم که نیروی محرکه الکتریکی به‌ازای هر دور \mathcal{E}_T (برابر با $-d\Phi_B/dt$) برای سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه برابر است، زیرا شار مغناطیسی اولیه و ثانویه برابرند. براساس کمیت‌های rms می‌توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{اولیه}} = \left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{\text{ثانویه}} \quad (39-37)$$

یا

$$(\mathcal{E}_T)_{\text{rms, ثانویه}} = (\mathcal{E}_T)_{\text{rms, اولیه}} \quad (40-37)$$

برای هر سیم‌پیچ، نیروی محرکه الکتریکی به‌ازای هر دور برابر است با اختلاف پتانسیل تقسیم بر تعداد دورهای سیم‌پیچ؛ در این صورت معادله (37-40) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

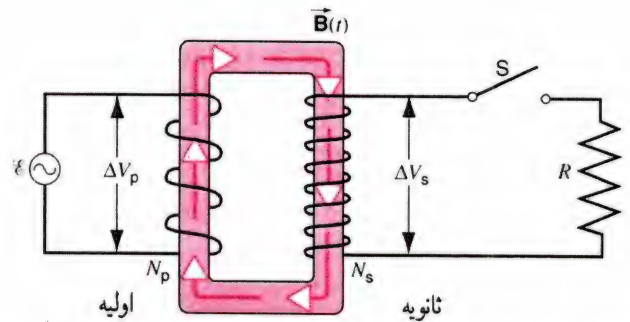
$$\frac{\Delta V_p}{N_p} = \frac{\Delta V_s}{N_s} \quad (41-37)$$

که در اینجا ΔV_p و ΔV_s معرف کمیت‌های rms هستند. از حل این معادله برای ΔV_s ، می‌رسیم به

$$\Delta V_s = \Delta V_p (N_s/N_p) \quad (42-37)$$

اگر $N_s > N_p$ (که در این صورت $\Delta V_s > \Delta V_p$) می‌گوییم که مبدل افزایش‌دهنده داریم؛ اگر $N_s < N_p$ باشد، می‌گوییم مبدل کاهش‌دهنده داریم. در تمام این مدت فرض کردیم مدار ثانویه باز باشد به‌طوری که هیچ توانی از طریق مبدل انتقال پیدا نمی‌کند. حال اگر کلید S را در شکل ۳۷-۶ ببندیم، وضعیت کاربردی‌تری خواهیم داشت که در آن سیم‌پیچ ثانویه به بار مقاومتی R متصل شده است. در حالت کلی، بار مدار ثانویه شامل اجزای القایی و خازنی نیز هست، ولی در اینجا فقط حالت خاص بار مقاومتی محض را بررسی می‌کنیم.

وقتی کلید S را می‌بندیم چندین رویداد پدید می‌آید. (۱) جریان rms به اندازه i_s در مدار ثانویه ظاهر می‌شود و متناظر با آن توان میانگین $i_s^2 R$ در بار مقاومتی مصرف می‌شود. (۲) جریان متناوب ثانویه شار مغناطیسی متناوب مربوط به خودش را در هسته آهنی به‌وجود می‌آورد و این شار (بنابر قانون فاراده و قانون لنز) نیروی محرکه الکتریکی مخالفی را در سیم‌پیچ اولیه القا می‌کند. (۳) اما، ΔV_p نمی‌تواند در پاسخ به این نیروی محرکه الکتریکی مخالف تغییر کند زیرا باید همواره برابر با نیروی محرکه الکتریکی باشد که مولد تأمین می‌کند؛ و بستن کلید S نمی‌تواند این واقعیت را تغییر دهد. (۴) برای تضمین این موضوع، باید یک جریان متناوب جدید i_p در مدار اولیه



شکل ۳۷-۶ یک مبدل ایده‌آل، که دو پیچ را نشان می‌دهد که روی هسته آهنی پیچیده شده است.

آن حمایت می‌کردند*، عملاً جایگزین شبکه‌های توزیع DC شدند که مورد حمایت جدی ادیسون قرار داشتند.

در شکل ۳۷-۶ دو پیچ را نشان داده‌ایم که به دور یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند. سیم‌پیچ اولیه، شامل N_p دور، به یک مولد جریان متناوب با نیروی محرکه الکتریکی \mathcal{E} متصل است که به‌صورت $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ با زمان تغییر می‌کند. سیم‌پیچ ثانویه، شامل N_s دور، تا زمانی که کلید S باز باشد، یک مدار باز است، که در حال حاضر فرض می‌کنیم چنین است. به این ترتیب هیچ جریانی در سیم‌پیچ مدار ثانویه برقرار نیست. علاوه بر آن فرض می‌کنیم که بتوان تمام اجزای مصرف‌کننده، از جمله مقاومت سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه را نادیده گرفت. در واقع، اتلاف انرژی در مبدل‌های با ظرفیت بالا که خوب طراحی شده باشند می‌تواند به مقدار کمی مثلاً در حدود ۱٪ برسد، به‌طوری که فرض داشتن مبدل ایده‌آل چندان هم نامعقول نیست.

در شرایط بالا، سیم‌پیچ مدار اولیه، مانند شکل ۳۷-۳ (الف)، القایی محض است. جریان (خیلی کم) مدار اولیه، که به آن جریان مغناطنده $i_{\text{mag}}(t)$ می‌گوییم، 90° از اختلاف پتانسیل اولیه $\Delta V_p(t)$ عقب می‌افتد؛ ضریب توان (مساوی $\cos \phi$ در معادله ۳۷-۳۶) صفر است، بنابراین هیچ توانی از مولد به مبدل منتقل نمی‌شود.

با این همه، جریان متناوب اولیه کوچک $i_{\text{mag}}(t)$ شار مغناطیسی متناوب $\Phi_B(t)$ را در هسته آهنی القا می‌کند و فرض می‌کنیم که تمام این شار، دورهای سیم‌پیچ ثانویه را به هم پیوند می‌زند. (یعنی، فرض می‌کنیم تمام خط‌های میدان مغناطیسی حلقه‌های بسته‌ای در داخل هسته آهنی تشکیل می‌دهند و هیچ خطی به محیط اطراف

* مقاله زیر را ببینید:

“The Transformer,” by John W. Coltman, *Scientific American*, January 1988, p. 86.

$\Delta V_s = 120 \text{ V}$ برای تعدادی از خانه‌های مجاور تأمین می‌کند. هر دو کمیت مقادیر rms هستند. آهنگ میانگین مصرف انرژی در خانه‌هایی که با این مبدل تغذیه می‌شوند در یک زمان مشخص 78 kW است. فرض کنید مبدل، ایده‌آل بوده، بار مدار مقاومتی و ضریب توان برابر یک باشد. (الف) نسبت دور N_p/N_s در سیم‌پیچ‌های، این مبدل کاهنده چقدر است؟ (ب) جریانهای rms در مدارهای اولیه و ثانویه مدار چیست؟ (ج) بار مقاومتی معادل در مدار ثانویه چقدر است؟ (د) بار مقاومتی معادل در مدار اولیه چقدر است؟

حل. (الف) از معادله (۳۷-۴۲)، داریم

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{\Delta V_p}{\Delta V_s} = \frac{87.5 \times 10^3 \text{ V}}{120 \text{ V}} = 708$$

(ب) از معادله (۳۷-۳۸)، می‌دانیم

$$i_p = \frac{P_{av}}{\Delta V_p} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{87.5 \times 10^3 \text{ V}} = 9.18 \text{ A}$$

و

$$i_s = \frac{P_{av}}{\Delta V_s} = \frac{78 \times 10^3 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 650 \text{ A}$$

(ج) در مدار ثانویه، داریم

$$R_s = \frac{\Delta V_s}{i_s} = \frac{120 \text{ V}}{650 \text{ A}} = 0.185 \Omega$$

(د) در این وضعیت داریم

$$R_p = \frac{\Delta V_p}{i_p} = \frac{87.5 \times 10^3 \text{ V}}{9.18 \text{ A}} = 930 \Omega$$

درستی این نتیجه را می‌توانیم با استفاده از معادله (۳۷-۴۶)، که آن را به صورت زیر می‌نویسیم، تحقیق کنیم

$$R_p = (N_p/N_s)^2 R_s = (708)^2 (0.185 \Omega) = 930 \Omega$$

چندگزینه‌ای

۱-۳۷ جریانهای متناوب

۲-۳۷ سه جزء جداگانه

۱. وقتی که بسامد افزایش می‌یابد کدام یک از کمیت‌های زیر افزایش پیدا می‌کنند؟

(الف) R (ب) L (ج) C (د) X_L (ه) X_C

به وجود آید، که اندازه و ثابت فاز آن درست برابر مقداری است که برای خنثی کردن نیروی محرکه الکتریکی مخالف ناشی از i_s در سیم‌پیچ‌های اولیه لازم است.

به جای تحلیل فرایند نسبتاً پیچیده بالا به طور مفصل، از دیدگاه کلی که اصل پایستگی انرژی در اختیارمان قرار می‌دهد بهره‌برداری می‌کنیم. برای یک مبدل ایده‌آل با بار مقاومتی، از اصل پایستگی انرژی چنین نتیجه می‌گیریم که

$$i_p \Delta V_p = i_s \Delta V_s \quad (۳۷-۴۳)$$

چون معادله (۳۷-۴۲)، اعم از اینکه کلید S در شکل ۳۷-۶ بسته باشد یا نباشد، همواره برقرار است، می‌توان نوشت

$$i_s = i_p (N_p/N_s) \quad (۳۷-۴۴)$$

که ارتباط جریانها را در مبدل مشخص می‌کند.

سرانجام، با علم به اینکه $i_s = \Delta V_s / R$ ، می‌توانیم از معادله‌های (۳۷-۴۲) و (۳۷-۴۴) استفاده کنیم و نتیجه بگیریم

$$i_p = \frac{\Delta V_p}{(N_p/N_s)^2 R} \quad (۳۷-۴۵)$$

این معادله نشان می‌دهد که از دیدگاه مدار اولیه، مقاومت معادل بار، برابر با R نیست بلکه عبارت است از

$$R_{\text{معادل}} = (N_p/N_s)^2 R \quad (۳۷-۴۶)$$

معادله (۳۷-۴۶) عملکرد باز هم متفاوت دیگری را برای مبدل مطرح می‌کند. دیدیم که، برای بیشینه انتقال انرژی از یک جایگاه نیروی محرکه الکتریکی به یک بار مقاومتی، مقاومت مولد باید با مقاومت بار با هم برابر باشند. (تمرین ۱۴ فصل ۳۱ را ببینید.) همین رابطه برای مدارهای AC نیز برقرار است، جز اینکه پاگیری (به جای مقاومت) مولد باید با پاگیری بار همخوان باشد. اغلب، مانند وقتی که می‌خواهیم یک بلندگو را به تقویت‌کننده متصل کنیم، وضعیت موجود با این شرط فاصله بسیار زیادی دارد. پاگیری تقویت‌کننده زیاد و پاگیری بلندگو کم است. می‌توانیم با استفاده از مبدل، با نسبت دور مناسب، پاگیری دو وسیله را همخوان کنیم.

مسئله نمونه ۳۷-۶ یک مبدل روی تیر برق که در مدار اولیه با ولتاژ $\Delta V_p = 87.5 \text{ kV}$ کار می‌کند، انرژی الکتریکی را با ولتاژ

القارگر و خازن، یعنی $(\Delta V_L + \Delta V_C)_{\max}$ ، را اندازه‌گیری

کند، باید منتظر چه نتیجه‌ای باشد؟

(الف) $10^\circ V$ (ب) $7.8 V$ (ج) $7.4 V$ (د) $4.8 V$

(۲) در اندازه‌گیری دامنه \mathcal{E}_m اختلاف پتانسیل دو سر منبع تغذیه

چه انتظاری باید داشته باشد؟

(الف) $18.8 V$ (ب) $13.6 V$ (ج) $10^\circ V$ (د) $4^\circ V$

۷. دانشجویی یک مدار سری RLC درست می‌کند. وقتی

مدار در بسامد f کار می‌کند، او با استفاده از ولت‌سنج AC ،

اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از اجزا را اندازه می‌گیرد و چنین

به‌دست می‌آورد: $(\Delta V_R)_{\max} = 4.8 V$ ، $(\Delta V_L)_{\max} = 2.9 V$ ، و

$(\Delta V_C)_{\max} = 2.0 V$.

(۱) بسامد این مدار باید چگونه تغییر کند تا جریان i_m جاری در

مدار افزایش یابد؟

(الف) f باید افزایش یابد. (ب) f باید کاهش یابد.

(ج) جریان به همین صورت بیشینه است.

(د) برای پاسخگویی به این پرسش به اندازه کافی اطلاعات نداریم.

(۲) اگر بسامد تنظیم شود که جریان در مدار افزایش پیدا کند،

چه تغییری در $(\Delta V_L)_{\max}$ به‌وجود خواهد آمد؟

(الف) $(\Delta V_L)_{\max}$ افزایش خواهد یافت.

(ب) $(\Delta V_L)_{\max}$ کاهش خواهد یافت.

(ج) بدون توجه به هر نوع تغییری در بسامد f ، کمیت $(\Delta V_L)_{\max}$

ثابت باقی می‌ماند.

(د) جریان در همین شرایط بیشینه است.

(ه) برای پاسخگویی به این پرسش به اندازه کافی اطلاعات نداریم.

۸. کدام‌یک از شرایط زیر هرگز در مدار سری RLC روی نخواهد داد؟

(الف) $(\Delta V_R)_{\max} > \mathcal{E}_m$ (ب) $(\Delta V_L)_{\max} > \mathcal{E}_m$

(ج) $(\Delta V_C)_{\max} > \mathcal{E}_m$ (د) $(\Delta V_L)_{\max} > (\Delta V_C)_{\max}$

۴-۳۷ توان در مدارهای AC

۹. در معادله $(35-37)$ وقتی $\phi > 0$ است، چه اتفاقی برای توان

“نایافته یا گمشده” خواهد افتاد؟

(الف) این توان در خازن مصرف شده است.

(ب) این توان در القارگر مصرف شده است.

(ج) این توان در مقاومت مصرف شده است.

(د) هیچ توان “گمشده یا نایافته” ای وجود ندارد، معادله $(35-37)$

همه چیز را به حساب می‌آورد.

۲. برای اینکه از عبور سیگنالهای با بسامد بالا از یک بلندگوی صدای

بم جلوگیری کنیم، کدام جزء مدار بهترین پالایه (فیلتر) را فراهم می‌آورد؟

(الف) خازن (ب) القارگر (ج) مقاومت (د) مبدل

۳. جریان AC از طرف راست به خازن نشان داده‌شده در شکل ۷-۳۷

وارد می‌شود. جریان در طرف راست i_1 و در طرف چپ برابر i_2

است. وقتی که بسامد جریان AC کاهش می‌یابد، i_1 و i_2 چگونه

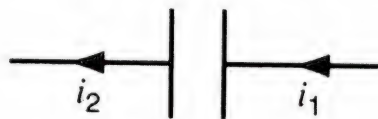
تغییر می‌کنند؟

(الف) i_1 ثابت می‌ماند و i_2 کاهش می‌یابد.

(ب) i_1 کاهش می‌یابد ولی i_2 با آهنگ تندتری کاهش پیدا می‌کند.

(ج) اختلاف $i_1 - i_2$ افزایش می‌یابد.

(د) اختلاف $i_1 - i_2$ ثابت باقی می‌ماند.



شکل ۷-۳۷ پرسش چندگزینیه‌ای ۳.

۴. چه نوع ماده‌ای، اگر در داخل یک القارگر انباشته کنیم، سبب

بیشترین افزایش واکنایی القایی می‌شود؟

(الف) دی‌الکتریک (ب) دیامغناطیس (ج) پارامغناطیس

(د) فرومغناطیس

۳-۳۷ مدار RLC تک‌حلقه‌ای

۵. یک مدار سری RLC به‌وسیله چشمه‌ای $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ تغذیه

می‌شود و در بسامدی کمتر از بسامد تشدید مدار کار می‌کند. تیغه

دی‌الکتریکی را بین صفحه‌های خازن قرار می‌دهیم. جریان i_m چگونه

تغییر می‌کند؟

(الف) i_m افزایش می‌یابد. (ب) i_m کاهش می‌یابد.

(ج) i_m ثابت می‌ماند.

(د) i_m ممکن است افزایش یا کاهش پیدا کند، ولی ثابت نمی‌ماند.

(ه) برای پاسخگویی به این پرسش به اندازه کافی اطلاعات نداریم.

۶. دانشجویی یک مدار سری RLC درست می‌کند. وقتی مدار

در بسامد f کار می‌کند، این دانشجو با استفاده از ولت‌سنج AC ،

اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از اجزا را اندازه می‌گیرد و چنین

به‌دست می‌آورد: $(\Delta V_R)_{\max} = 8.8 V$ ، $(\Delta V_L)_{\max} = 2.6 V$ ، و

$(\Delta V_C)_{\max} = 7.4 V$.

(۱) مدار چنان بسته‌شده که القارگر در مجاورت خازن قرار دارد.

اگر این دانشجو اختلاف پتانسیل دو سر این مجموعه مرکب

۵-۳۷ مبدل

۱۰. وقتی در یک مبدل، تعداد دورهای مدار اولیه را دوبرابر و تعداد دورهای مدار ثانویه را نصف کنیم، چه تأثیری در مقاومت معادل مبدل خواهد گذاشت؟

(الف) مقاومت معادل ۶۴ برابر می‌شود.

(ب) مقاومت معادل ۱۶ برابر می‌شود.

(ج) مقاومت معادل ۴ برابر می‌شود.

(د) مقاومت معادل به $1/4$ مقدار قبلیش کاهش خواهد یافت.

پرسشها

۱. در رابطه $\omega = 2\pi f$ وقتی از دستگاه یکاهای SI استفاده می‌کنیم ω را برحسب رادیان بر ثانیه و f را برحسب هرتز یا چرخه بر ثانیه اندازه می‌گیریم. رادیان مقیاس اندازه‌گیری زاویه است. زاویه چه ارتباطی با جریان متناوب دارد؟

۲. اگر خروجی یک مولد جریان متناوب مانند مولد شکل ۱۳-۳۴ را به یک مدار RLC مانند مدار شکل ۱-۳۷ متصل کنیم، چشمه نهایی انرژی تلف‌شده در مقاومت چیست؟

۳. چرا شبکه‌های توزیع برق بدون جریان متناوب کارایی کمتری دارند؟

۴. در مدار شکل ۱-۳۷، چرا این فرضها که (الف) جریان متناوب معادله (۲-۳۷) همان بسامد زاویه‌ای ω مربوط به نیروی محرکه الکتریکی متناوب معادله (۱-۳۷) را دارد و (ب) زاویه فاز ϕ معادله (۲-۳۷) با زمان تغییر نمی‌کند، فرضهای درستی هستند؟ اگر هر یک از این گزاره‌های (درست) اشتباه بود چه اتفاقی می‌افتاد؟

۵. فازور چه اختلافی با بردار دارد؟ می‌دانیم که، به عنوان مثال، نیروی محرکه الکتریکی، اختلاف پتانسیل، و جریان، کمیت‌های برداری نیستند.

پس چگونه می‌توان ساختارهایی از نوع شکل ۵-۳۷ را توجیه کرد؟
۶. در جزء صرفاً مقاومتی مدار شکل ۲-۳۷، آیا بیشینه مقدار i_m جریان متناوب با بسامد زاویه‌ای نیروی محرکه الکتریکی اعمال‌شده تغییر می‌کند؟

۷. آیا اگر نمودار فازور به جای چرخش در جهت پادساعتگرد، که فرض کردیم، در جهت ساعتگرد بچرخد، هیچ‌یک از مطالب مورد بحث در بخش ۳-۳۷، اعتبار خود را از دست می‌دهد؟

۸. فرض کنید در یک مدار سری RLC بسامد ولتاژ اعمال‌شده را به صورت پیوسته از مقدارهای بسیار کم تا مقدارهای بسیار زیاد تغییر دهیم. ثابت فاز مدار چگونه تغییر خواهد کرد؟

۹. آیا مقاومت جریان متناوب یک قطعه می‌تواند تابع بسامد باشد؟

۱۰. از تحلیل مدار RLC می‌توان با قرار دادن $C = \infty$ رفتار یک مدار RL (بدون خازن) را تعیین کرد، در حالی‌که برای تعیین رفتار مدار RC (بدون القاگر) باید $L = 0$ قرار دهیم. این تفاوت را توجیه کنید.
۱۱. در خلال جنگ جهانی دوم، یک مولد جریان متناوب (AC) در فاصله حدوداً 1600 متری از آزمایشگاهی قرار داشت که برق آن را تأمین می‌کرد. تکنیسینی برای جبران آنچه او آن را "افت بسامد در خط انتقال" مولد به ساختمان آزمایشگاه می‌نامید، سرعت مولد را افزایش می‌داد. در این مورد اظهار نظر کنید.

۱۲. وقتی که سرعت پره‌های یک بادبزن از صفر افزایش می‌یابد مجموعه‌ای از طرحهای ثابت را می‌توان مشاهده کرد مشروط بر اینکه پره‌ها را با نور یک چشمه AC روشن کرده باشیم. این اثر در نور یک لامپ فلئورسان یا نئون بارزتر از لامپی با رشته تنگستن است. این مشاهده‌ها را توضیح دهید.

۱۳. فرض کنید در شکل ۱-۳۷ داریم، $\omega \rightarrow 0$. آیا معادله (۱۹-۳۷) به مقدار مورد انتظار نزدیک می‌شود؟ این مقدار چقدر است؟ در این مورد بحث کنید.

۱۴. به زبان ساده بگویید منظور از اینکه یک جریان متناوب از نیروی محرکه الکتریکی متناوب "جلو" یا "عقب" است، چیست؟

۱۵. همان‌طور که در بخش ۳-۳۷ گفتیم، اگر یک مدار معین "بیشتر القایی باشد تا خازنی"، آنگاه $X_L > X_C$ است. (الف) آیا به این معنی است که، برای یک بسامد زاویه‌ای ثابت، L نسبتاً "بزرگ" و C نسبتاً "کوچک" است، یا اینکه L و C هر دو نسبتاً "بزرگ" اند؟ (ب) به ازای مقدارهای ثابت L و C آیا به این معنی است که ω نسبتاً "بزرگ" یا نسبتاً "کوچک" است؟

۱۶. در مدار سری RLC ، چگونه می‌توان تعیین کرد که بسامد مدار بیشتر یا کمتر از بسامد تشدید است؟

۱۷. این گزاره را نقد کنید: "اگر $X_L > X_C$ است، در آن صورت باید داشته باشیم $L > 1/C$ ".

۱۸. چگونه قاعده‌های کیرشهوف (قاعده‌های حلقه و گره) مدارهای جریان مستقیم باید برای استفاده از مدارهای جریان متناوب اصلاح شوند؟ آیا اصلاً نیازی به این کار هست؟

۱۹. آیا قاعده حلقه و قاعده گره مدارهای چندحلقه‌ای DC در مدارهای چندحلقه‌ای AC هم کاربرد دارند؟

۲۰. در مسئله نمونه ۵-۳۷، اگر (الف) R ، (ب) C ، (ج) L را افزایش دهیم، P_{av} چه تغییری خواهد کرد؟ (د) در هر یک از این سه مورد، زاویه ϕ در معادله (۳۶-۳۷) چگونه تغییر می‌کند؟

۲۱. اگر در مدار شکل ۱-۳۷ داشته باشیم $R = 0$ ، در آن صورت هیچ‌گونه اتلاف توان در مدار نخواهیم داشت. اما نیروی محرکه الکتریکی متناوب و جریان متناوب هنوز برقرارند. جریان انرژی در مدار را در این شرایط بررسی کنید.

۲۲. آیا در مدار AC، توان ریشه میانگین مربعی وجود دارد؟

۲۳. آیا مهندسان نیروگاهها مایلند که ضریب توان پایین یا ضریب توان بالا داشته باشند، یا آیا اصلاً این موضوع برای آنها فرقی می‌کند؟ ضریب توان بین چه مقدارهایی می‌تواند تغییر کند؟ چه چیزی ضریب توان را مشخص می‌کند؟ آیا این کمیت ویژگی مولد است، یا خطوط انتقال، یا به مداری که خطوط انتقال به آن متصل می‌شوند، یا به ترکیبی از همه اینها؟

۲۴. آیا توان لحظه‌ای که یک چشمه جریان متناوب تأمین می‌کند هرگز منفی می‌شود؟ آیا امکان دارد که ضریب توان منفی شود؟ اگر چنین چیزی امکان‌پذیر است، معنی این مقادیرهای منفی چیست؟

۲۵. در یک مدار سری RLC نیروی محرکه الکتریکی، برای یک بسامد کار مشخص، جلوتر از جریان است. اکنون بسامد را اندکی کم می‌کنیم. آیا پاگیری کل این مدار افزایش می‌یابد، کم می‌شود یا ثابت می‌ماند؟

۲۶. اگر ضریب توان (مساوی با $\cos \phi$ در معادله ۳۷-۳۶)) را برای یک مدار RLC مشخص بدانیم، آیا می‌توانیم بگوییم که نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده جلوتر از جریان است یا عقبتر از آن؟ در صورتی که پاسخ مثبت است، این عمل چگونه صورت می‌گیرد؟ اگر پاسخ منفی است، چرا نمی‌توان این کار را انجام داد؟

۲۷. گستره مقادیرهای مجاز زاویه فاز ϕ در معادله ۳۷-۲) چقدر است؟ گستره مقادیرهای مجاز ضریب توان در معادله ۳۷-۳۶ چقدر است؟

۲۸. چرا استفاده از نمادگذاری ریشه میانگین مربعی (rms) برای جریانها و ولتاژهای متناوب سودمند است؟

۲۹. می‌خواهید صورت حساب برق خودتان را کاهش دهید. آیا به یک ضریب توان پایین امید دارید یا به یک ضریب توان بالا یا اینکه اصلاً فرقی نمی‌کند؟ اگر تفاوت می‌کند، آیا در این زمینه اقدامی هست که باید انجام دهید؟ در این باره توضیح دهید.

۳۰. در معادله ۳۷-۳۶) آیا زاویه فاز ϕ ، زاویه بین $\mathcal{E}(t)$ و $i(t)$ است یا بین \mathcal{E}_{rms} و i_{rms} ؟ در این باره توضیح دهید.

۳۱. مبذل یک زنگ اخبار برای rms مدار ورودی اولیه 120 V و rms خروجی ثانویه 6 V طراحی شده است. اگر در زمان نصب این

زنگ برحسب تصادف اتصالهای ورودی و خروجی با هم جابه‌جا شوند، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ آیا برای اینکه از نتیجه آگاه شوید باید منتظر بمانید تا کسی زنگ را به صدا درآورد؟ در این باره بحث کنید.

۳۲. مبذلی در اختیار دارید که در یک جعبه چوبی قرار گرفته است و پایانه‌های ورودی و خروجی (اولیه و ثانویه) این مبذل در دو طرف این جعبه قرار دارد. چگونه می‌توان بدون باز کردن جعبه نسبت تعداد دورهای سیم‌پیچ در مدار اولیه و ثانویه را مشخص کرد؟

۳۳. در مبذل شکل ۳۷-۶، وقتی مدار ثانویه باز است، ارتباط فاز بین (الف) نیروی محرکه الکتریکی اعمال‌شده و جریان اولیه، (ب) نیروی محرکه الکتریکی اعمال‌شده و میدان مغناطیسی موجود در هسته مبذل، و (ج) جریان اولیه و میدان مغناطیسی موجود در هسته مبذل کدام است؟

۳۴. بعضی از کاربردهای مبذل فزاینده کدام است؟ مبذل کاهنده چه کاربردهایی دارد؟

۳۵. چه چیزی مشخص می‌کند که کدام سیم‌پیچ مبذل اولیه است و کدام ثانویه؟ آیا امکان دارد که مبذلی دارای یک سیم‌پیچ اولیه و دو سیم‌پیچ ثانویه باشد؟ آیا ممکن است مبذلی یک سیم‌پیچ ثانویه و دو سیم‌پیچ اولیه داشته باشد؟

۳۶. به جای مقادیر متداول اختلاف پتانسیل و بسامد جریان متناوب در ایالات متحده آمریکا یعنی 120 V و 60 Hz در اروپا از 240 V و 50 Hz استفاده می‌شود. اگر بخواهید از وسایلی که برای برق جریان متناوب با مشخصه‌های آمریکایی طراحی شده‌اند، مانند ساعت، ریش‌تراش برقی، و سشوار در اروپا استفاده کنید، آیا بهره‌برداری از یک مبذل فزاینده ۱ به ۲ کافی است؟ بگویید چرا این اقدام به ظاهر ساده ممکن است کافی باشد یا نباشد.

تمرینها

۱-۳۷ جریانهای متناوب

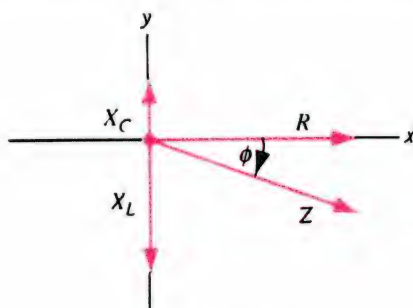
۲-۳۷ سه جزء جداگانه

۱. فرض کنید معادله ۱-۳۷) نیروی محرکه الکتریکی مؤثر موجود در یک خروجی متداول AC با بسامد 60 Hz را نشان دهد. این بسامد با کدام بسامد زاویه‌ای ω متناظر است؟ شرکت برق چگونه این بسامد را برقرار می‌کند؟

۲. واکنایی یک القاگر 45.2 mH برابر $1.28\text{ k}\Omega$ است. (الف) بسامد آن را مشخص کنید. (ب) ظرفیت خازنی با همان واکنایی و در همان

(ج) یک نمودار فازور شبیه شکل ۵-۳۷ (ج) برای حالتی که بسامد بیشتر از بسامد تشدید، برابر با بسامد تشدید و کمتر از بسامد تشدید است، رسم کنید.

۱۰. به صورت ریاضی ثابت کنید که ساختار هندسی زیر به درستی باگیری Z و ثابت فاز ϕ را به دست می دهد. با مراجعه به شکل ۸-۳۷، (۱) در امتداد محور y + پیکانی به طول X_C رسم کنید، (۲) در امتداد محور y - پیکانی با طول X_L بکشید و (۳) پیکانی به طول R در امتداد محور x + رسم کنید. اندازه "بریند" این پیکانها Z است و زاویه (اندازه گیری شده زیر محور x +) این بریند، همان زاویه ϕ است.



شکل ۸-۳۷ تمرین ۱۰.

۱۱. آیا در مدار RLC دامنه ولتاژ دو سر القاگر می تواند از دامنه نیروی محرکه الکتریکی مولد بزرگتر باشد؟ مداری با مشخصه های $C = ۱۳ \mu F$ و $L = ۱۲ H$ ، $R = ۹۶ \Omega$ ، $\mathcal{E}_m = ۱۰ V$ در نظر بگیرید. دامنه ولتاژ دو سر القاگر را در وضعیت تشدید به دست آورید.

۱۲. با استفاده از معادله (۱۸-۳۷)، $\sin \phi$ و $\cos \phi$ را برحسب X_C و X_L ، R به دست آورید. سپس با قرار دادن آنها در معادله (۱۶-۳۷)، معادله (۱۷-۳۷) را به دست آورید.

۱۳. در مسئله نمونه ۳-۳۷، وقتی نیروی محرکه الکتریکی مولد بیشینه است، ولتاژ دو سر (الف) مولد، (ب) مقاومت، (ج) خازن، و (د) القاگر چقدر است؟ (ه) با جمع کردن این مقادیر با علامتهای مناسب ثابت کنید که قاعده حلقه صادق است.

۱۴. یک ترکیب مقاومت-القاگر-خازن، R_1 ، L_1 ، C_1 دقیقاً همان بسامد تشدیدی را دارد که ترکیب دیگر R_2 ، L_2 ، و C_2 حال این دو مجموعه را به صورت سری به هم می بندیم. نشان دهید که این مدار جدید همان بسامد تشدید هر یک از دو مدار جداگانه اولیه را دارد.

۱۵. برای یک مدار RLC ، بیشینه نیروی محرکه الکتریکی مولد $۱۲۵ V$ و بیشینه جریان $۳.۲ A$ است. اگر جریان به اندازه ۵۶.۳°

بسامد چقدر است؟ (ج) اگر بسامد دوبرابر شود، واکنایی القاگر و خازن چقدر خواهد شد؟

۳. (الف) در چه بسامد زاویه ای القاگر $۶۲۳ mH$ و خازن $۱۱۴ \mu F$ واکنایی یکسانی خواهند داشت؟ (ب) این واکنایی چقدر است؟ (ج) نشان دهید که این بسامد برابر است با بسامد طبیعی نوسانهای آزاد LC .
۴. خروجی یک مولد AC به صورت $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ است که در آن $\mathcal{E}_m = ۲۵۰ V$ و $\omega = ۳۷۷ \text{ rad/s}$. این مولد به یک القاگر $۱۲۷ H$ متصل شده است. (الف) بیشینه مقدار جریان چقدر است؟ (ب) هنگامی که جریان بیشینه است، نیروی محرکه الکتریکی مولد چقدر است؟ (ج) هنگامی که نیروی محرکه الکتریکی مولد برابر با $۱۳۸ V$ - است و اندازه آن در حال افزایش است، جریان چقدر است؟ (د) برای شرایط قسمت (ج) آیا مولد انرژی مدار را تأمین می کند یا از بقیه مدار انرژی می گیرد؟

۵. مولد AC تمرین ۴ را به خازنی با ظرفیت $۴۱ \mu F$ متصل می کنیم (الف) بیشینه مقدار جریان چقدر است؟ (ب) وقتی که جریان بیشینه است، نیروی محرکه الکتریکی مولد چقدر است؟ (ج) وقتی نیروی محرکه الکتریکی مولد برابر $۱۳۸ V$ - و از نظر اندازه در حال افزایش است، جریان چقدر است؟ (د) در شرایط قسمت (ج) آیا مولد انرژی مدار را تأمین می کند یا از بقیه مدار انرژی می گیرد؟

۳-۳۷ مدار RLC تک حلقه ای

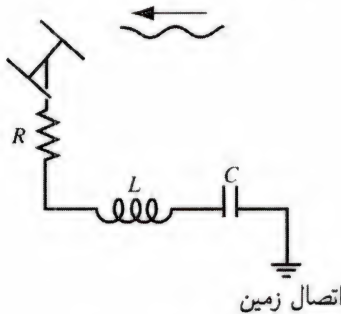
۶. پیچهای با ضریب القای $۸۸۳ mH$ و مقاومت مجهول را همراه با یک خازن $۹۳۷ nF$ به صورت سری به نوسان کننده ای با بسامد ۹۴۱ Hz متصل کرده ایم. زاویه فاز ϕ بین نیروی محرکه الکتریکی اعمال شده و جریان ۷۵° است. مقاومت پیچه را معین کنید.

۷. شکلهای ۵-۳۷ (ب) و ۵-۳۷ (ج) را (به طور تقریبی) مجدداً برای حالتی که $X_C > X_L$ و $X_C = X_L$ رسم کنید.

۸. (الف) کلیه کمیت های مورد نظر در مسئله نمونه ۳-۳۷ را برای $C = ۷ \mu F$ مجدداً محاسبه کنید، سایر کمیتها در آن مسئله نمونه تغییر نمی کنند. (ب) برای این وضعیت جدید یک نمودار فازور در مقیاس مشابه شکل ۵-۳۷ (ج) رسم کرده و دو نمودار را به دقت با هم مقایسه کنید.

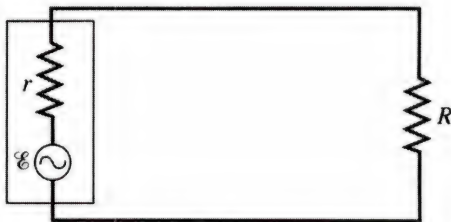
۹. منحنیهای تشدید شکل ۱۳-۳۶ را مورد توجه قرار دهید. (الف) نشان دهید که برای بسامدهای بالاتر از بسامد تشدید مدار به طور کلی انقباضی است و برای بسامدهای پایین تر از بسامد تشدید مدار اساساً خازنی است. (ب) رفتار این مدار در بسامد تشدید چگونه است؟

آن $\mathcal{E}_{\text{rms}} = 9.13 \mu\text{V}$ است. مقدارهای زیر را تعیین کنید: (الف) بسامد موجهای فرودی که آنتن با آن "تنظیم" است، (ب) جریان rms در آنتن، و (ج) اختلاف پتانسیل rms دو سر خازن.



شکل ۹-۳۷ تمرین ۲۱.

۲۳. در شکل ۳۷-۱، نشان دهید که توان مصرف‌شده در مقاومت R وقتی بیشینه است که $R = r$ باشد. در اینجا r مقاومت داخلی مولد AC است. در این کتاب، تا اینجا، به‌طور ضمنی فرض کرده‌ایم که $r = 0$. این موضوع را با وضعیت جریان DC مقایسه کنید؟



شکل ۱۰-۳۷ تمرینهای ۲۳ و ۳۲.

۲۴. در یک مدار RLC ، مانند مدار شکل ۳۷-۱، فرض کنید $R = 50 \Omega$ ، $L = 60 \text{ mH}$ ، $f = 60 \text{ Hz}$ ، و $\mathcal{E}_m = 30 \text{ V}$ است. برای چه مقدارهایی از ظرفیت، میانگین توان تلف‌شده در مقاومت (الف) بیشینه و (ب) کمینه خواهد شد؟ (ج) این توانهای بیشینه و کمینه کدام‌اند؟ (د) زاویه‌های فاز متناظر با آنها چیست؟ (ه) ضریبهای توان متناظر با این حالتها چقدر است؟

۲۵. در شکل ۳۷-۱۱، می‌دانیم که: $R = 150 \Omega$ ، $C = 4.72 \mu\text{F}$ ، $L = 25.3 \text{ mH}$ است. مولد، یک ولتاژ سینوسی $\mathcal{E}(t) = 75 \text{ V (rms)}$ با بسامد $f = 550 \text{ Hz}$ را تأمین می‌کند. (الف) دامنه rms جریان را محاسبه کنید. (ب) ولتاژهای ΔV_{ab} ، ΔV_{bc} ، ΔV_{cd} ، و ΔV_{ad} را تعیین کنید. (ج) میانگین توانی که هر یک از سه جزء مدار مصرف می‌کنند چقدر است؟

از نیروی محرکه الکتریکی مولد جلوتر باشد، (الف) پاگیری و (ب) مقاومت مدار چقدر است؟ (ج) آیا این مدار اساساً خازنی است یا القایی؟

۳۷-۴ توان در مدارهای AC

۱۶. نشان دهید که اگر میانگین روی یک یا چند چرخه کامل گرفته شود، داریم $[\sin^2 \omega t]_{\text{av}} = 1/2$ و $[\sin \omega t \cos \omega t]_{\text{av}} = 0$.
 ۱۷. یک موتور الکتریکی که به منبع تغذیه‌ای با مشخصات 120 V و 60 Hz متصل است با آهنگ 10° اسب بخار $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$ کار مکانیکی انجام می‌دهد. اگر این موتور جریان rms برابر 65 mA بکشد، مقاومت آن برحسب انتقال توان چقدر است؟ آیا این مقاومت همان مقاومت پیچ‌های آن است، که وقتی موتور را از مولد جدا می‌کنیم به وسیله اهم‌سنج اندازه‌گیری می‌شود؟
 ۱۸. نشان دهید که میانگین توان تحویلی به مدار RLC را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$P_{\text{av}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}^2 R / Z^2$$

نشان دهید که این عبارت برای مدار صرفاً مقاومتی، مدار RLC در حالت تشدید، مدار خازنی محض، و مدار صرفاً القایی جوابی منطقی به دست می‌دهد.

۱۹. میانگین توان تلف‌شده در مسئله نمونه ۳۷-۳ را با فرض اینکه (الف) القاگر از مدار حذف شود و (ب) خازن از مدار حذف شود، محاسبه کنید.

۲۰. یک دستگاه تهویه که به برق AC با ولتاژ (rms)، 120 V متصل شده، معادل یک مقاومت 12.2Ω است که به صورت سری به یک القاگر با واکنشی القایی 230Ω متصل شده باشد. (الف) پاگیری دستگاه تهویه را محاسبه کنید. (ب) میانگین توانی که به این وسیله داده می‌شود، تعیین کنید. (ج) مقدار جریان rms این مدار چقدر است؟

۲۱. یک ولت‌سنج AC با پاگیری زیاد را به نوبت به دو سر القاگر، خازن، و مقاومت یک مدار سری RLC که شامل یک چشمه AC با ولتاژ 100 V (rms) است وصل می‌کنیم. این ولت‌سنج در هر سه مورد عدد یکسانی را برحسب ولت نشان می‌دهد. این رقم کدام است؟

۲۲. مدار آنتن FM در شکل ۳۷-۹ را در نظر بگیرید. در این مدار $L = 822 \mu\text{H}$ ، $C = 270 \text{ pF}$ ، و $R = 747 \Omega$. سیگنال رادیویی، در آنتن، نیروی محرکه الکتریکی متناوبی القا می‌کند که برای

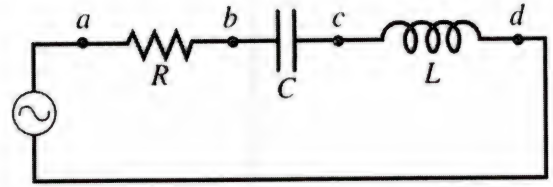
اتصال را می‌توان "پایانه‌های مدار اولیه" و هر دو نقطهٔ اتصالی را "پایانه‌های مدار ثانویه" در نظر گرفت. فهرست تمام نسبت‌هایی را معین کنید، که می‌توان بین ولتاژ مدار اولیه و ولتاژ مدار ثانویه به‌دست آورد.

۳۰. کشاورزی تلمبهٔ آبی را با جریان 3.8 A (rms) به‌کار می‌اندازد. طول خط انتقال از تلمبه تا مبدل 1.2 km است و از دو رشته سیم مسی تشکیل شده که قطر هر یک از آنها 1.8 mm است. دمای محیط 54°C است. در این خط انتقال، چه توانی تلف می‌شود؟
۳۱. یک مهندس برق مبدل ایده‌آلی طراحی می‌کند که برق یک دستگاه تولید پرتو x ، با پتانسیل قلهٔ 74 kV و جریان 270 mA (rms) را تأمین می‌کند. مبدل از یک منبع تغذیه (rms) برابر با 220 V استفاده می‌کند. ولی، او مقاومت سیم‌هایی که منبع تغذیه را به مبدل وصل می‌کنند نادیده می‌گیرد. به هنگام نصب، معلوم می‌شود که مقاومت این سیم‌ها $625 \text{ m}\Omega$ است. برای حفظ همان پارامترهای کار در مبدل، ولتاژ منبع تغذیه را چقدر باید افزایش داد؟

۳۲. در شکل ۳۷-۱۰ فرض کنید که مستطیل طرف چپ، خروجی یک دستگاه تقویت‌کنندهٔ صوتی (با پاگیری زیاد)، با $r = 1000 \Omega$ را نشان دهد. فرض کنید که $R = 10 \Omega$ پیچهٔ یک بلندگو (با پاگیری کم) است. دیدیم که می‌توان از یک مبدل برای "انتقال" مقاومت استفاده کرد و آنها را واداشت تا چنان رفتار کنند که گویی مقاومتشان بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی آنهاست. پیچه‌های مدار اولیه و ثانویهٔ مبدلی را رسم کنید که باید در شکل ۳۷-۱۰ بین "تقویت‌کننده" و "بلندگو" قرار بگیرد تا "پاگیری‌های آنها را همخوان کند". نسبت تعداد دورهای سیم‌پیچ‌های این مبدل باید چقدر باشد؟

مسئله‌ها

۱. خروجی یک مولد AC به‌صورت $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin(\omega t - \pi/4)$ است، که در آن $\mathcal{E}_m = 314 \text{ V}$ و $\omega = 350 \text{ rad/s}$. جریان در این مدار از رابطهٔ $i(t) = i_m \sin(\omega t - 3\pi/4)$ به‌دست می‌آید که در آن $i_m = 622 \text{ mA}$ است. (الف) در چه زمانی، پس از $t = 0$ ، نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد برای اولین بار بیشینه می‌شود؟ (ب) در چه زمانی، پس از $t = 0$ ، جریان برای اولین بار بیشینه می‌شود؟ (ج) مدار به غیر از مولد شامل یک جزء دیگر نیز هست. آیا این جزء خازن، القاگر، یا مقاومت است؟ پاسخ خود را توجیه کنید. (د) پاسخ به قسمت (ج) هر چه هست، مقدار ظرفیت، ضریب القا، یا مقاومت آن چقدر است؟



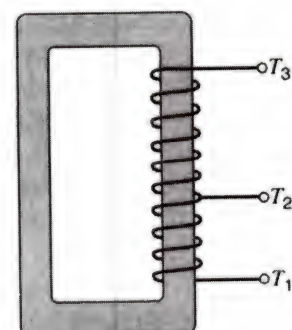
شکل ۳۷-۱۱ تمرین ۲۵.

۲۶. برای یک مدار RLC ، نشان دهید که در یک چرخه با دورهٔ تناوب T (الف) انرژی ذخیره‌شده در خازن تغییر نمی‌کند؛ (ب) انرژی ذخیره‌شده در القاگر تغییر نمی‌کند؛ (ج) مولد انرژی $\mathcal{E}_m i_m \cos \phi$ را تأمین می‌کند؛ (د) مقاومت مقدار انرژی $R i_m^2$ را مصرف می‌کند. نشان دهید، کمیت‌های به‌دست‌آمده در قسمت‌های (ج) و (د) برابرند.

۳۷-۵ مبدل

۲۷. مولدی اختلاف پتانسیل 150 V (rms) را برای پیچهٔ مدار اولیهٔ مبدلی با 65 دور سیم‌پیچ تأمین می‌کند. اگر پیچهٔ مدار ثانویهٔ این مبدل دارای 780 دور سیم‌پیچ باشد، ولتاژ ثانویه چقدر است؟
۲۸. مبدلی دارای 500 دور سیم‌پیچ در مدار اولیه و 10 دور سیم‌پیچ در مدار ثانویه است. (الف) اگر ΔV_p برای مدار اولیه برابر 120 V (rms) باشد، ΔV_s مربوط به مدار ثانویه چقدر است؟ البته، با این فرض که مدار ثانویه باز باشد. (ب) اکنون اگر مدار ثانویه به یک بار مقاومتی 15Ω متصل شود، جریان در سیم‌پیچ‌های مدار اولیه و ثانویه چقدر می‌شود؟

۲۹. در شکل ۳۷-۱۲ یک "مبدل خودکار" را نشان داده‌ایم. این مبدل از یک تک‌پیچه (با یک هستهٔ آهنی) تشکیل شده است. این پیچه دارای سه "نقطهٔ اتصال" است. بین نقطه‌های اتصال T_1 و T_2 پیچه شامل 200 دور و بین نقطه‌های اتصال T_2 و T_3 پیچه شامل 800 دور سیم‌پیچ است. هر دو نقطهٔ اتصال از بین سه نقطهٔ

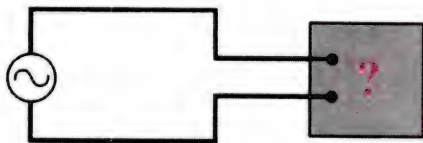


شکل ۳۷-۱۲ تمرین ۲۹.

معمولی (مانند، لامپ روشنایی) می‌توان آن را به هر دو سیم از سه سیم وصل کرد. نشان دهید که اختلاف پتانسیل بین هر دو رشته از این مجموعه سه سیمی (الف) دارای یک نوسان سینوسی با بسامد زاویه‌ای ω است و (ب) دامنه این نوسان برابر $V_m\sqrt{3}$ است.

۶. در شکل ۱۵-۳۷ یک مولد AC را نشان داده‌ایم که از طریق یک جفت پایانه به یک "جعبه سیاه" متصل شده است. این جعبه شامل یک مدار RLC است، حتی ممکن است که شامل یک مدار چندحلقه‌ای باشد، که درباره اجزا و چگونگی قرارگیری (آرایش) آنها اطلاعی نداریم. اندازه‌گیریهای خارج از جعبه نشان می‌دهد که:

$i(t) = (1.2 \text{ A}) \sin(\omega t + 42^\circ)$ و $\mathcal{E}(t) = (75 \text{ V}) \sin \omega t$ است. (الف) ضریب توان این جعبه چقدر است؟ (ب) آیا جریان جلوتر از نیروی محرکه الکتریکی است یا عقب‌تر از آن؟ (ج) آیا سرشت مدار داخل جعبه بیشتر القایی است یا خازنی؟ (د) آیا مدار موجود در جعبه در حالت تشدید است؟ (ه) آیا باید در این جعبه یک خازن وجود داشته باشد؟ یک القاگر چطور؟ یک مقاومت چطور؟ (و) توان میانگینی که مولد به جعبه تحویل می‌دهد چقدر است؟ (ز) چرا برای پاسخگویی به همه این پرسشها نیازی به دانستن بسامد زاویه‌ای ω ندارید؟



شکل ۱۵-۳۷ مسئله ۶.

۷. یک مدار RLC دارای $R = 512 \Omega$ ، $C = 19.3 \mu\text{F}$ ، $L = 988 \text{ mH}$ و $\mathcal{E}_m = 31.3 \text{ V}$ است. (الف) در کدام بسامد زاویه‌ای ω ، جریان مانند منحنیهای تشدید شکل ۱۳-۳۶، به بیشینه مقدارش خواهد رسید؟ (ب) این مقدار بیشینه چقدر است؟ (ج) در کدام دو بسامد زاویه‌ای ω_1 و ω_2 دامنه جریان نصف این مقدار بیشینه می‌شود؟ (د) عرض نسبی $[(\omega_1 - \omega_2)/\omega] =$ منحنی تشدید را به دست آورید.

۸. (الف) نشان دهید که عرض نسبی منحنی تشدید شکل ۱۳-۳۶، با تقریب خوبی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

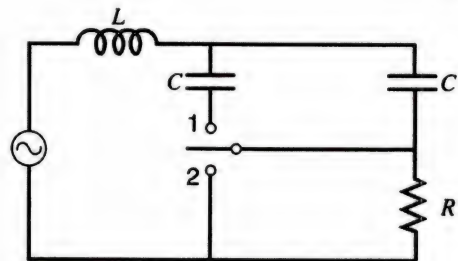
$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\sqrt{3}R}{\omega L}$$

که در اینجا ω بسامد تشدید و $\Delta\omega$ عرض قله تشدید در $i_m(1/2)$ است. توجه کنید که (مسئله ۱۵ فصل ۳۶ را ببینید) این رابطه را می‌توان

۲. کلیه مرحله‌های مسئله ۱ را انجام دهید، بجز اینکه در این حالت جریان را به صورت $i = i_m \sin(\omega t + \pi/4)$ در نظر بگیرید.

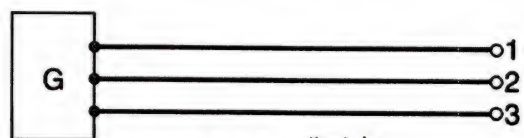
۳. در یک مدار RLC مشخص، که با بسامد 60 Hz کار می‌کند، بیشینه ولتاژ دو سر القاگر دو برابر بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت است، در حالی که بیشینه ولتاژ دو سر خازن همان بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت است. (الف) زاویه تأخیر فاز جریان نسبت به نیروی محرکه الکتریکی چقدر است؟ (ب) اگر بیشینه نیروی محرکه الکتریکی مولد برابر 34.4 V باشد، برای به دست آوردن بیشینه جریان 32.0 mA مقاومت مدار باید چقدر باشد؟

۴. مولد AC شکل ۱۳-۳۷ (بیشینه ولتاژ 170 V را با بسامد 60 Hz تأمین می‌کند. هنگامی که کلید، مطابق نمودار، باز است جریان جاری در مدار 20° از نیروی محرکه الکتریکی مولد جلوتر است. هنگامی که کلید در موقعیت ۱ قرار می‌گیرد جریان، 10° از نیروی محرکه الکتریکی مولد عقب می‌افتد. هنگامی که کلید در موقعیت ۲ قرار می‌گیرد بیشینه جریان 2.82 A می‌شود. مقدارهای L ، R و C را به دست آورید.



شکل ۱۳-۳۷ مسئله ۴.

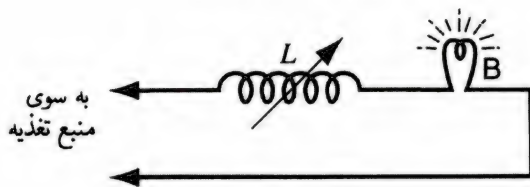
۵. مولد برق سه فاز G ، مولد توان الکتریکی است که، مطابق شکل ۱۴-۳۷، به وسیله سه رشته سیم انتقال پیدا می‌کند. اختلاف پتانسیل (نسبت به یک سطح مرجع مشترک) این سیمها به صورت زیر است: $V_1 = V_m \sin \omega t$ ، $V_2 = V_m \sin(\omega t - 120^\circ)$ ، و $V_3 = V_m \sin(\omega t - 240^\circ)$. برخی تجهیزات صنعتی (مانند موتورها) دارای سه پایانه هستند و طوری طراحی شده‌اند که مستقیماً به این سه رشته سیم وصل می‌شوند. برای استفاده از وسایل دو پایانه‌ای



خط انتقال سه سیمی

شکل ۱۴-۳۷ مسئله ۵.

تأثیر به کار می رود از یک القاگر متغیر L تشکیل شده است که به طور سری، مطابق شکل ۱۶-۳۷، به لامپ B متصل شده است. منبع تغذیه ولتاژ (rms) 120 V با بسامد 60 Hz را تأمین می کند؛ و لامپ با علامت " 120 V ، 1000 W " نشانه گذاری شده است. (الف) اگر بخواهیم که توان مصرف شده در لامپ با ضریب ۵ تغییر کند بیشینه ضریب القای مورد نیاز چقدر است؟ فرض کنید که مقاومت لامپ مستقل از دمای آن باشد. (ب) آیا می توان به جای القاگر از مقاومت متغیر استفاده کرد؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، بیشینه مقاومت مورد نیاز چقدر است؟ چرا این کار انجام نمی شود؟



شکل ۱۶-۳۷ مسئله ۱۱.

مسئله کامپیوتری

۱. مجدداً مسئله نمونه ۳-۳۷ را در نظر بگیرید. با استفاده از روشهای عددی مبتنی بر معادله (۲۵-۳۷)، نمودار جریان بر حسب زمان را ترسیم کنید. برای این منظور اندازه گام زمان را برابر $1/6000\text{ s}$ ($1/1000$) دوره تناوب منبع تغذیه) اختیار کنید و فرض کنید که در $t = 0$ بار روی خازن برابر با صفر است و هیچ جریانی در مدار وجود ندارد. چه مدت وقت لازم است تا جریان به صورت پاسخی به شکل معادله (۲-۳۷) تثبیت شود؟ پاسختان چگونه با جواب تحلیلی مسئله مقایسه می شود؟

به صورت $\sqrt{3}/Q$ نوشت که به روشنی نشان می دهد که یک مدار با " Q ی بالا" دارای یک قله تشدید تیز است، یعنی، برای آن مقدار $\Delta\omega/\omega$ مقداری کوچک است. (ب) از این نتیجه برای بررسی قسمت (د) مسئله ۷ استفاده کنید.

۹. در یک مدار RLC داریم، $R = 160\Omega$ ، $C = 312\mu\text{F}$ ، $L = 920\text{ mH}$ و $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ که در آن $\mathcal{E}_m = 450\text{ V}$ و $\omega = 3000\text{ rad/s}$ است. در لحظه $t = 0.422\text{ ms}$ (الف) آهنگ تأمین انرژی توسط مولد، (ب) آهنگ ذخیره انرژی در خازن، (ج) آهنگ ذخیره انرژی در القاگر، و (د) آهنگ مصرف انرژی در مقاومت را مشخص کنید. (ه) مفهوم نتیجه منفی برای هر یک از قسمتهای (الف)، (ب)، و (ج) چیست؟ (و) نشان دهید که حاصل جمع نتیجه های به دست آمده در قسمتهای (ب)، (ج)، و (د) نتیجه قسمت (الف) را به دست می دهد.

۱۰. نشان دهید که در شکل ۶-۳۷ جریان $i_p(t)$ در مدار اولیه با اتصال مستقیم یک مقاومت R' [مساوی $(R(N_p/N_s))^2$] به دو سر مولد و حذف مدار ثانویه و مبدل، تغییر نخواهد کرد. یعنی، داریم

$$i_p(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R'}$$

به این ترتیب می بینیم که مبدل نه تنها اختلاف پتانسیل و جریان را "منتقل" می کند بلکه مقاومت را نیز انتقال می دهد. در حالت کلی تری، که بار مدار ثانویه در شکل ۶-۳۷ علاوه بر جزء مقاومتی شامل اجزای خازنی و القایی نیز هست، می گوئیم که مبدل پاگیری را انتقال می دهد.

۱۱. یک "کم سوکننده" معمولی که برای کم سو کردن نورهای صحنه در

معادله‌های ماکسول و موجهای الکترومغناطیسی

در این فصل چهار معادله بنیادی نظریه الکترومغناطیس را که با نام معادله‌های ماکسول شناخته شده‌اند، و در فصلهای پیشین تک تک آنها را بررسی کرده‌ایم، جمع‌بندی می‌کنیم. از یک استدلال مبتنی بر تقارن متوجه کمبود یک جمله بسیار مهم در یکی از این معادله‌ها می‌شویم. وقتی این جمله را در معادله مربوط منظور کنیم، این معادله‌ها منجر به پیش‌بینی موجهای الکترومغناطیسی می‌شوند که با سرعت نور انتشار می‌یابند. در این فصل، خواص این موجها را بررسی می‌کنیم که در شناخت پدیده‌های اپتیکی، پخش رادیویی و تلویزیونی و خواص وسیله‌های کاربردی مانند اجاقهای میکروموجی، دارای اهمیت‌اند.

۱-۳۸ معادله‌های بنیادی نظریه

الکترومغناطیس

با آنکه، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی خواص فیزیکی بسیار متفاوتی دارند، در خواص ریاضی آنها شباهتهای زیادی وجود دارد. برای مشاهده این شباهتها، معادله‌های بنیادی الکترومغناطیس را در مورد ناحیه‌ای از فضا به‌کار می‌گیریم که در آنجا میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وجود دارند ولی هیچ‌گونه بار یا جریانی وجود ندارد (ممکن است میدانها از بارها یا جریانهای موجود در ناحیه‌های دیگر فضا پدید آمده باشند).

اگر در این ناحیه رویه بسته‌ای را انتخاب کنیم، می‌توانیم قانون گاوس را برای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به‌کار ببریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1-38)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2-38)$$

روی هر رویه بسته‌ای، انتگرالهای روی سطح میدانهای الکتریکی و مغناطیسی هر دو برابر صفرند، زیرا رویه، حاوی هیچ بار الکتریکی یا قطب مغناطیسی نیست. این دو معادله دقیقاً دارای یک صورت هستند، که تقارن مهمی را بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی نشان می‌دهند. اکنون، در این ناحیه مسیر بسته‌ای را اختیار کرده قانون فاراده و قانون آمپر را در مورد آن مسیرها به‌کار می‌بریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3-38)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (4-38)$$

تقارن بین \vec{E} و \vec{B} ، که در معادله‌های (۱-۳۸) و (۲-۳۸) برقرار بود، به نظر می‌رسد که در معادله‌های (۳-۳۸) و (۴-۳۸) دیگر وجود ندارد. قانون فاراده، معادله (۳-۳۸)، حاکی از آن است که در این ناحیه میدان مغناطیسی متغیر می‌تواند میدان الکتریکی به‌وجود آورد. آیا امکان دارد که میدان الکتریکی متغیر سبب ایجاد میدان مغناطیسی بشود؟

نشان داده‌ایم. جریان i به صفحه سمت چپ این خازن وارد می‌شود (که فرض می‌کنیم حامل بار مثبت است)، و جریانی با همان مقدار i صفحه سمت راست را ترک می‌کند. در شکل ۱-۳۸ (الف) یک حلقه آمپری سیم را احاطه می‌کند و فصل مشترک رویه‌ای را تشکیل می‌دهد که سیم آن را سوراخ کرده است. جریان در سیم میدان مغناطیسی تولید می‌کند؛ در بخش ۵-۳۳ دیدیم که میدان مغناطیسی و جریان به وسیله قانون آمپر به هم مربوط می‌شوند،

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \quad (۵-۳۸)$$

یعنی، انتگرال خطی میدان مغناطیسی پیرامون حلقه با کل جریانی که از سطح محصور به حلقه می‌گذرد متناسب است.

در شکل ۱-۳۸ (ب)، همان حلقه قبلی را داریم ولی سطح محصور به حلقه را چنان کشیده‌ایم که تمامی صفحه طرف چپ خازن را در برگیرد. چون حلقه تغییر نکرده است (و میدان مغناطیسی هم تغییر نکرده است)، قانون آمپر در سمت چپ همان نتیجه قبلی را به دست می‌دهد، ولی سمت راست به نتیجه کاملاً متفاوتی می‌انجامد، که برابر صفر است، زیرا هیچ‌گونه سیم رسانایی از آن عبور نمی‌کند. به نظر می‌رسد که قانون آمپر نقض شده است!

برای اینکه قانون آمپر را به وضع اولیه برگردانیم تا وضعیت مطرح شده در شکل ۱-۳۸ (ب) را به درستی توصیف کند، به نتیجه‌گیری بخش قبل که براساس تقارن حاصل شده است، یعنی: میدان الکتریکی متغیر میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند، تکیه می‌کنیم. در اینجا وضعیت شکل ۱-۳۸ را با دقت بیشتری بررسی می‌کنیم. وقتی بار الکتریکی به خازن منتقل می‌شود، میدان الکتریکی در فضای داخل خازن با آهنگ معین dE/dt تغییر می‌کند. خطهای میدان الکتریکی از سطح شکل ۱-۳۸ (ب) در داخل خازن می‌گذرند؛ این عبور خطهای میدان از این سطح را برحسب شار الکتریکی Φ_E در نظر می‌گیریم، و میدان الکتریکی متغیر باید شار الکتریکی متغیر متناظر با آن، یعنی $d\Phi_E/dt$ ، را به دست دهد.

برای توصیف کمی این اثر جدید، از مقایسه با قانون القای فاراده، معادله (۳-۳۸)، که مبین آن است که میدان مغناطیسی متغیر (سمت راست) سبب ایجاد میدان الکتریکی (سمت چپ) می‌شود، بهره می‌گیریم. همتای تقارنی این گزاره را به صورت زیر می‌نویسیم*

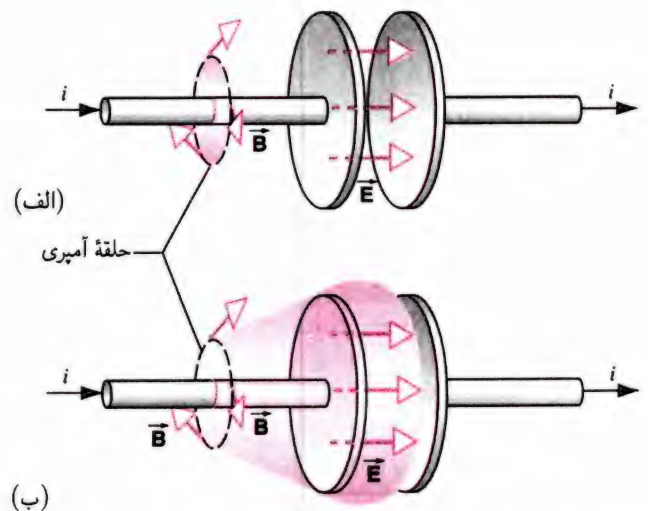
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (۶-۳۸)$$

* سیستم یکاهای SI ایجاب می‌کند که در معادله (۶-۳۸) ثابتهای μ_0 و ϵ_0 را قرار دهیم. در برخی از سیستم یکاها این ثابتها ظاهر نمی‌شوند.

این پرسش نخستین بار توسط ماکسول* مطرح شد. پاسخ صحیح او به این پرسش، جمله گمشده در قانون آمپر را به دست داد که تقارن بین میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در قانون فاراده و قانون آمپر حفظ کرد. این جمله اضافی مسئول وجود موجهای الکترومغناطیسی هستند که ماکسول توانست آن را از نظریه‌اش استخراج کند. اندکی پس از پیش‌بینی او، این موجها کشف و در اختراع رادیو از آنها بهره گرفته شد. اگر بگوییم که تمامی ارتباطات و مخابرات جدید پیامد مستقیم کشف ماکسول هستند، گزافه‌گویی نکرده‌ایم.

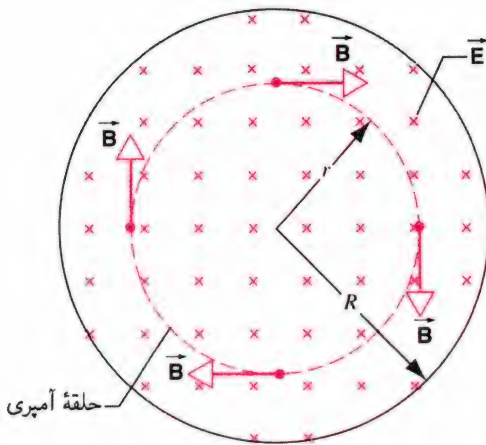
۲-۳۸ میدانهای مغناطیسی القایی و جریان جابه‌جایی

در اینجا شواهد مربوط به فرض بخش قبل را به تفصیل مطالعه می‌کنیم. این فرض چنین بود: میدان الکتریکی متغیر یک میدان مغناطیسی القا می‌کند. با آنکه راهنمای اصلی ما ملاحظه‌های مربوط به تقارن بود، تأییدهای تجربی مستقیم نیز برای آن یافتیم. در شکل ۱-۳۸ (الف) یک خازن را با صفحه‌های موازی دایره‌ای



شکل ۱-۳۸ (الف) یک حلقه آمپری سطحی را محصور می‌کند که یک سیم حامل جریان از آن می‌گذرد. (ب) همان حلقه آمپری رویه‌ای را محصور می‌کند که از فضای بین صفحه‌های خازن می‌گذرد. هیچ جریان رسانی از این رویه نمی‌گذرد.

* جیمز کلارک ماکسول (۱۸۷۹ تا ۱۸۳۱)، فیزیکدان اسکاتلندی، نخستین کسی بود که ساختار ریاضی قانونهای الکترومغناطیس را فراهم آورد. او همچنین مکانیک آماری گازها را گسترش داد و سهم بسیار زیادی در عکس‌برداری رنگی و شناخت حلقه‌های کیوان (زحل) داشت. معادله‌های نظریه الکترومغناطیس به صورت امروزی را ماکسول ارائه نکرد، بلکه فیزیکدان انگلیسی، آلبر هویساید (۱۸۵۰ تا ۱۹۲۵)، که تقارنهای بین \vec{E} و \vec{B} را در آن معادله‌ها شناسایی کرد، آنها را معرفی کرد.



شکل ۲-۳۸ میدان مغناطیسی القایی \vec{B} را که به وسیله میدان الکتریکی متغیر \vec{E} در فضای داخل خازن شکل ۱-۳۸ به وجود آمده است در چهار نقطه نشان داده‌ایم. این شکل را با شکل ۱۵-۳۴ (ب) مقایسه کنید.

می‌بینیم که میدان الکتریکی متغیر میدان مغناطیسی القا می‌کند. شکل ۲-۳۸ را به دقت با شکل ۱۵-۳۴ (ب)، که تولید میدان الکتریکی توسط میدان مغناطیسی متغیر را نشان می‌دهد، مقایسه کنید. در هر دو مورد شار مربوط یعنی Φ_B یا Φ_E افزایش می‌یابد. ولی، آزمایش نشان می‌دهد که خطهای \vec{E} در شکل ۱۵-۳۴ (ب) پادساعتگردند، در حالی که خطهای \vec{B} شکل ۲-۳۸ ساعتگردند. این تفاوت ایجاب می‌کند که علامت منفی معادله (۲-۳۸) از معادله (۶-۳۸) حذف شود.

مسئله نمونه ۱-۳۸ یک خازن با صفحه‌های دایره‌ای موازی مطابق شکل ۱-۳۸ باردار می‌شود. (الف) عبارتی برای میدان مغناطیسی القایی در شعاعهای مختلف r در ناحیه بین صفحه‌های خازن به دست آورید. این عبارت را هم برای $r \leq R$ و هم برای $r \geq R$ در نظر بگیرید. (ب) میدان B را در $r = R$ برای وقتی که $dE/dt = 10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}$ و $R = 5.0 \text{ cm}$ به دست آورید.

حل. (الف) از معادله (۶-۳۸) داریم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

برای $r \leq R$ ، مانند شکل ۲-۳۸، می‌توان نوشت

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt}[(E)(\pi r^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

که از حل آن برای B نتیجه می‌گیریم

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt} \quad (r \leq R)$$

معادله (۶-۳۸) حاکی از آن است که می‌توان میدان مغناطیسی (سمت چپ) را از میدان الکتریکی متغیر (سمت راست) به دست آورد.

وضعیت نشان داده شده در شکل ۱-۳۸ (الف) به وسیله قانون آمپر با معادله (۵-۳۸) توصیف می‌شود، در حالی که وضعیت نشان داده شده در شکل ۱-۳۸ (ب) با معادله (۶-۳۸) توصیف می‌شود. در حالت اول، این جریان عبوری از سطح است که میدان مغناطیسی را به دست می‌دهد، در صورتی که در حالت دوم، تغییر شار الکتریکی گذرنده از سطح است که سبب تولید میدان مغناطیسی می‌شود. به طور کلی، باید هر دو راه تولید میدان مغناطیسی؛ یعنی (الف) میدان ناشی از جریان و (ب) میدان تولید شده توسط شار الکتریکی متغیر را به حساب آوریم، و در نتیجه باید قانون آمپر را به صورت زیر اصلاح کنیم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (۷-۳۸)$$

این تعمیم بسیار مهم قانون آمپر، حاصل کار ماکسول است.

در فصل ۳۳ فرض کردیم که هیچ میدان الکتریکی متغیری وجود ندارد و در نتیجه جمله $d\Phi_E/dt$ در معادله (۷-۳۸) برابر با صفر است. در بحث مربوط به شکل ۱-۳۸ (ب) فرض کردیم که در فضای حاوی میدان الکتریکی هیچ جریان رسانشی وجود نداشته باشد. به این ترتیب در این حالت جمله i در معادله (۷-۳۸) صفر است. اکنون می‌بینیم که هر کدام از این دو وضعیت یک حالت خاص هستند. اگر در شکل ۱-۳۸ (ب) سیمهای بسیار ظریفی دو صفحه را به هم متصل می‌کردند، هر یک از دو جمله موجود در معادله (۷-۳۸) در برقراری میدان مغناطیسی سهیم بودند.

یک روش دیگر تعبیر معادله (۷-۳۸) را در شکل ۲-۳۸ مطرح می‌کند، که در آن میدان الکتریکی موجود بین صفحه‌های خازن شکل ۱-۳۸ را نشان می‌دهد. در این ناحیه، حلقه آمپری را مسیر دایره‌ای در نظر می‌گیریم. در طرف راست معادله (۷-۳۸)، جمله شامل i برابر صفر است، ولی جمله مشتمل بر $d\Phi_E/dt$ صفر نیست. در واقع، اگر وضعیت خطهای نیرو به صورتی باشد که در شکل نشان داده شد شار عبوری از سطح مثبت است و مقدارش افزایش می‌یابد (که متناظر با افزایش میدان الکتریکی است) زیرا بارهای الکتریکی مثبت به صفحه سمت چپ خازن شکل ۱-۳۸ منتقل می‌شود. در این حالت انتگرال خطی \vec{B} پیرامون حلقه نیز باید مثبت باشد و جهت \vec{B} باید به صورتی باشد که در شکل ۲-۳۸ نشان داده‌ایم.

شکل ۲-۳۸ مثال زیبایی از تقارن طبیعت مطرح می‌کند. میدان مغناطیسی متغیر میدان الکتریکی القا می‌کند (قانون فاراده)؛ اکنون

به این ترتیب می‌توانیم بگوییم که میدان مغناطیسی را می‌شود با جریان رسانش i یا با جریان جابه‌جایی i_d تولید و معادله (۶-۳۸) را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + i_d) \quad (۹-۳۸)$$

می‌خواهیم جریان جابه‌جایی i_d را در فضای بین صفحه‌های خازن شکل ۱-۳۸ (ب) محاسبه کنیم. بار روی صفحه‌های خازن یعنی q با میدان الکتریکی در گاف بین صفحه‌ها یعنی E مطابق معادله (۳-۳۰) ($E = \sigma/\epsilon_0$) به هم مربوط می‌شوند

$$q = \epsilon_0 EA$$

مشتق‌گیری از این معادله نتیجه می‌دهد که

$$i = \frac{dq}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

کمیت EA همان شار میدان الکتریکی Φ_E است و در نتیجه داریم

$$i = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

مقایسه این معادله با معادله (۸-۳۸) نشان می‌دهد که

$$i = i_d$$

به این ترتیب، جریان جابه‌جایی در گاف بین صفحه‌های خازن با جریان رسانش در سیمها برابر است.

به این ترتیب مفهوم جریان جابه‌جایی این امکان را فراهم می‌آورد که اعتقاد بر پیوستگی جریان را حفظ کنیم، اصلی که برای جریانهای رسانش پایا در بخش ۱-۳۱ اثبات شد. به عنوان مثال، در شکل ۱-۳۸ (ب)، جریان رسانش i به صفحه مثبت وارد و از صفحه منفی خارج می‌شود. جریان رسانش در گاف خازن پیوسته نیست زیرا هیچ باری در داخل این گاف انتقال پیدا نمی‌کند. با این همه، جریان جابه‌جایی i_d در داخل گاف دقیقاً برابر با i است و از آن رو مفهوم پیوستگی بار را حفظ می‌کند. وقتی خازن کاملاً پر شد، جریان رسانش به صفر فرو می‌افتد (هیچ جریانی در سیمها وجود ندارد). میدان الکتریکی بین صفحه‌ها ثابت می‌شود و از آن رو $dE/dt = 0$ و در نتیجه جریان جابه‌جایی نیز به صفر کاهش پیدا می‌کند.

جریان جابه‌جایی i_d ، که از معادله (۸-۳۸) به دست می‌آید هم جهت دارد و هم اندازه. جهت جریان رسانش i همان جهت بردار چگالی جریان رسانش \vec{j} است. به طور مشابه، جهت جریان جابه‌جایی

برای $r \geq R$ از معادله (۶-۳۸)، داریم

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt}[(E)(\pi R^2)] = \mu_0 \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt}$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt} \quad (r \leq R)$$

(ب) در $r = R$ ، هر دو معادله بالا برای B به نتیجه واحدی می‌انجامند، یا

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 R \frac{dE}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}) (8.9 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ &\quad \times (5.0 \times 10^{-2} \text{m}) (1.0^{12} \text{V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 2.8 \times 10^{-7} \text{T} = 280 \text{ nT} \end{aligned}$$

این نتیجه نشان می‌دهد که میدانهای مغناطیسی القایی در این مثال به اندازه‌ای کوچک‌اند که به ندرت می‌توان آنها را با ابزارهای ساده اندازه گرفت. درست برخلاف میدانهای الکتریکی القایی (قانون فاراده) که می‌توان آنها را به آسانی تشخیص داد. این اختلاف تجربی تا اندازه‌ای مربوط به این واقعیت است که نیروی محرکه الکتریکی القایی را به سهولت می‌توان با بهره‌گیری از پیچیده‌ای که شامل تعداد زیادی دور سیم پیچ است، چند برابر کرد. برای میدانهای مغناطیسی هیچ روش سهلی قابل مقایسه با روش بالا وجود ندارد. در آزمایشهایی که در آنها نوسانهای با بسامد بالا دخیل‌اند، dE/dt می‌تواند بسیار بزرگ باشد، که نتیجه آن میدان مغناطیسی القایی بسیار بزرگتر است.

جریان جابه‌جایی

مقایسه معادله‌های (۵-۳۸) و (۶-۳۸) نشان می‌دهد که جمله $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ دارای ابعاد جریان است. گرچه هیچ‌گونه جابه‌جایی بار در کار نیست، اما نامگذاری آن به جریان جابه‌جایی* چند امتیاز دارد. جریان جابه‌جایی، i_d ، را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (۸-۳۸)$$

* واژه "جابه‌جایی" به دلایل تاریخی مورد استفاده قرار گرفته است. این کاربرد هیچ ربطی به استفاده قبلی ما از واژه جابه‌جایی برای مشخص کردن مکان ذره ندارد.

کامل می‌شود. این معادله‌ها در جدول ۱-۳۸ خلاصه شده‌اند. در این جدول آزمایشهای قاطعی را که به هر یک از معادله‌ها منجر شده است درج کرده‌ایم. این فهرست نشان می‌دهد که معادله‌های ماکسول پیش‌بینیهای نظری صرف نیستند؛ بلکه، برای توجیه نتایج تجربه‌های آزمایشگاهی به‌وجود آمده‌اند.

جنبه‌های متفاوتی از این معادله‌های بسیار شگفت‌آور را باید مورد بررسی قرار دهیم.

۱. تقارن. وارد کردن جمله‌ی مربوط به جریان جابه‌جایی بدون شک سبب می‌شود که معادله‌های III و IV در جدول ۱-۳۸ شباهت بیشتری به هم پیدا کنند و در نتیجه تقارن معادله‌ها بهبود می‌یابد. اگر وجود تک‌بارهای مغناطیسی (تک‌قطبیهای مغناطیسی) به اثبات برسد، معادله‌ها باز هم شباهت بیشتری به هم پیدا می‌کنند. اگر q_m معرف “بار مغناطیسی” باشد، در آن صورت می‌توانیم قانون گاوس برای مغناطیس را به صورت $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \mu_0 q_m$ بنویسیم. این معادله نشان می‌دهد که شار مغناطیسی گذرنده از هر سطح بسته‌ای با بار مغناطیسی خالص موجود در داخل سطح متناسب است. در این حالت معادله‌های I و II مقارنتر خواهند شد.

اگر بتوانیم باریکه‌ای از این بارهای مغناطیسی را به صورت جریان مغناطیسی $i_m = dq_m/dt$ در آوریم، آنگاه می‌توانیم یک جمله به طرف راست معادله III بیفزاییم که نشان می‌دهد جریان مغناطیسی می‌تواند میدان الکتریکی ایجاد کند (البته فرض می‌کنیم که آزمایشهای ما وجود بارها و جریانهای مغناطیسی را تأیید کرده باشد). این عمل سبب می‌شود که معادله‌های III و IV تقارن بیشتری پیدا کنند.

تاکنون هیچ دلیل قاطعی بر وجود تک‌قطبیهای مغناطیسی به دست نیامده است. با این همه، اگر قرار باشد که روزی آنها کشف شوند، اصلاح معادله‌های ماکسول برای منظورکردن اثر آنها، تلاش اندکی طلب می‌کند.

۲. موجهای الکترومغناطیسی. این چهار معادله را به‌طور جداگانه پیش از عصر ماکسول می‌شناختند و بجز جریان جابه‌جایی هیچ پیش‌بینی جدیدی از هیچ‌یک از معادله‌ها به صورت منفرد حاصل نمی‌شود. در بخش بعد نشان خواهیم داد که وقتی این معادله‌ها را با هم ترکیب کنیم، پیش‌بینی جدیدی حاصل می‌شود — وجود موجهای الکترومغناطیسی و مقداری برای سرعت آنها (سرعت سیر نور). این موجها توسط ماکسول پیش‌بینی و ۱۵ سال پس از انتشار نظریه ماکسول، در سال ۱۸۸۸ توسط هاینریش هرتز کشف شدند. بعداً در همین فصل نشان خواهیم داد که این پیش‌بینی از معادله‌های ماکسول حاصل می‌شود.

i_d همان جهت بردار چگالی جریان جابه‌جایی \vec{j}_d است همان‌طور که از معادله (۸-۳۸) استنتاج کردیم، برابر $(d\vec{E}/dt)$ است. به‌کارگیری قاعده دست راست در مورد i_d جهت میدان مغناطیسی مربوط به آن را به دست می‌دهد، درست همان‌طور که جریان رسانش i جهت میدان مغناطیسی را مشخص می‌کند.

مسئله نمونه ۲-۳۸ جریان جابه‌جایی برای وضعیت توصیف‌شده در مسئله نمونه ۱-۳۸ چقدر است؟

حل. از معادله (۸-۳۸)، یعنی تعریف جریان جابه‌جایی، داریم

$$\begin{aligned} i_d &= \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt}[(E)(\pi R^2)] = \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} \\ &= (8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(\pi)(5 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (10^{12} \text{ V/m} \cdot \text{s}) \\ &= 0.70 \text{ A} = 70 \text{ mA} \end{aligned}$$

این جریان، نسبتاً بزرگ است، با این همه در مسئله نمونه ۱-۳۸ دیدیم که این جریان یک میدان مغناطیسی تولید می‌کند که شدت آن فقط 28 nT است. عبور جریانی به شدت 70 mA از یک رشته سیم نازک در نزدیکی سطح آن یک میدان مغناطیسی قوی تولید می‌کند که می‌توان آن را به آسانی با قطب‌نما آشکار ساخت.

این اختلاف ناشی از این نیست که یکی از این دو جریان، جریان رسانشی و دیگری جریان جابه‌جایی است. در شرایط یکسان، هر دو نوع جریان به یک اندازه در تولید میدان مغناطیسی مؤثرند. اختلاف، ناشی از آن است که، در این حالت، جریان رسانش به یک سیم رسانش محدود است ولی جریان جابه‌جایی در سطحی به اندازه سطح صفحه‌های خازن توزیع شده است. به این ترتیب خازن مثل یک “سیم چاق” به شعاع 5 cm عمل می‌کند که حامل یک جریان (جابه‌جایی) به شدت 70 mA است. بیشترین اثر مغناطیسی، که در لبه خازن پدید می‌آید، بسیار کوچکتر از چیزی است که در سطح سیم نازک تولید می‌شود. (مسئله ۲ را نیز ببینید.)

۳-۳۸ معادله‌های ماکسول

با افزودن جمله‌ی مربوط به میدان مغناطیسی القایی (ناشی از جریان جابه‌جایی) در قانون آمپر، چهار معادله بنیادی و اصلی نظریه الکترومغناطیس، که به معادله‌های ماکسول شهرت دارند، اکنون

جدول ۱-۳۸ معادله‌های بنیادی نظریه الکترومغناطیس (معادله‌های ماکسول) الف

شماره	نام	معادله	توصیف‌کننده	آزمایش قاطع	فصل مرجع
I	قانون گاوس در الکتریسیته	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0$	بار و میدان الکتریکی	(الف) بارهای همنام یکدیگر را می‌رانند و بارهای غیرهمنام همدیگر را می‌ربایند، این عمل با عکس مجذور فاصله آنها متناسب است. (ب) بار واقع بر رسانای عایق‌بندی شده روی سطح خارجی آن قرار می‌گیرد.	۲۷
II	قانون گاوس در مغناطیس	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	میدان مغناطیسی	خطهای میدان مغناطیسی حلقه‌های بسته‌ای تشکیل می‌دهند؛ تاکنون هیچ گواهی دال بر وجود تک‌قطبی مغناطیسی به دست نیامده است.	۳۵
III	قانون القای فاراده	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -d\Phi_B/dt$	اثر الکتریکی میدان مغناطیسی متغیر	اگر یک آهنربای میله‌ای را از داخل یک حلقه رسانای بسته بگذرانیم، جریان در حلقه برقرار می‌شود.	۳۴
IV	قانون آمپر (به صورتی که توسط ماکسول بسط داده شد)	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 d\Phi_E/dt$	اثر مغناطیسی جریان یا یک میدان الکتریکی متغیر	(الف) جریان در یک سیم میدان مغناطیسی در نزدیکی سیم ایجاد می‌کند. (ب) سرعت سیر نور را می‌توان از اندازه‌گیریهای صرفاً الکترومغناطیسی محاسبه کرد.	۳۳ ۳۸

الف) این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که هیچ ماده‌ای الکتریکی یا مغناطیسی وجود ندارد.

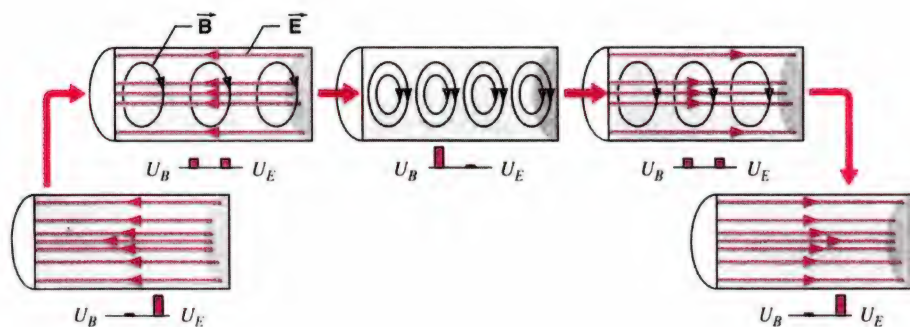
۳. الکترومغناطیس و نسبیت. آنچه درباره معادله‌های ماکسول شگفت‌آور است آن است که آنها کاملاً با نظریه نسبیت خاص سازگارند. برعکس قانونهای نیوتون در مکانیک که برای سرعت‌های نزدیک به سرعت سیر نور نیاز به تغییرات اساسی دارند، معادله‌های ماکسول برای تمام ناظرها، صرف‌نظر از اینکه سرعت نسبی آنها چقدر است، یکسان باقی می‌مانند. در واقع، کشف نسبیت توسط اینشتین مستقیماً از تفکرش درباره قانونهای الکترومغناطیس و معادله‌های ماکسول سرچشمه گرفت.

نوسانهای کاواک (اختیاری)

مواد فراوانی وجود دارند که در آنها معادله‌های ماکسول درک و شناختی نظری از یک وسیله کاربردی یا پدیده را به دست می‌هند. یک مورد خاص از این کاربرد کاواک، فلزی حاوی میدانهای نوسانی الکتریکی و مغناطیسی است.

کاواک نوسانگر الکترومغناطیسی از بسیاری جهتها شبیه کاواک نوسانگر آکوستیکی، مانند لوله بسته آرگ است. وقتی که لوله با یک آشفتگی خارجی به نوسان در می‌آید، می‌توانیم یک موج ایستاده با نوسانهایی در چگالی و سرعت مولکولهای هوا ایجاد کنیم، به طوری که انرژی آکوستیکی در لوله بین انرژی پتانسیل وابسته به حالت‌های تراکم و رقت گاز و انرژی جنبشی گاز متحرک نوسان می‌کند.

کاواک بازآواگر الکترومغناطیسی به صورتی مشابه رفتار می‌کند، بجز آنکه در اینجا، انرژی بین میدانهای مغناطیسی و الکتریکی در یک موج ایستاده الکترومغناطیسی نوسان می‌کند. شکل ۳-۳۸ نمودی از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در یک نیم‌چرخه نوسان نشان می‌دهد. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در تمامی حجم کاواک حضور دارند. چگالیهایی انرژی در هر نقطه‌ای از فضای درون کاواک با معادله‌های (۲۸-۳۰) (یعنی $u_E = 1/2 \epsilon_0 E^2$) و ۲۲-۳۶



شکل ۳-۳۸ یک نیم‌چرخه نوسان در کاواک الکترومغناطیسی. نمودارهای ستونی زیر هر شکل انرژی ذخیره‌شده الکتریکی U_E و مغناطیسی U_B را نشان می‌دهد. خطهای \vec{E} موازی با محور کاواک، و خطهای \vec{B} دایره‌های هم‌مرکزی هستند که مرکزشان روی محور قرار دارد.

$E = 0$ است، یعنی، وقتی که میدان الکتریکی تغییر جهت می‌دهد. به صورتی مشابه، E وقتی بیشینه است که $B = 0$.

معادله‌های (۳۸-۱)، وابستگی میدانهای \vec{E} و \vec{B} به همدیگر را در داخل یک کاواک نشان می‌دهند. میدان الکتریکی متغیر میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد، و میدان مغناطیسی متغیر سبب ایجاد میدان الکتریکی می‌شود. نوسانهای \vec{E} میدان \vec{B} را به وجود می‌آورند و نوسانهای \vec{B} میدان \vec{E} را ایجاد می‌کنند. به این ترتیب، میدانهای نوسانی همدیگر را حفظ می‌کنند، و همین که نوسان ایجاد شد، اگر به خاطر اتلاف مقاومتی در دیواره‌های کاواک یا نشت انرژی از طریق سوراخهای موجود در کاواک نبود، تا ابد ادامه می‌یافت. یک جفت‌شدگی متقابل میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در موجهای الکترومغناطیسی رونده رخ می‌دهد، که این موجها را بعداً در همین فصل مطالعه خواهیم کرد. کاواکهای نوسان‌کننده مانند آنچه در اینجا توصیف کردیم، اساس مگنترون را تشکیل می‌دهند، که در خلال دهه ۱۹۴۰ به عنوان مولد تابش میکروموجی مورد استفاده در رادار، به خدمت گرفته شدند. وسیله دیگری که اساس آن را کاواک تشکیل می‌داد کلاسترئون بود که از آن، جهت تقویت سیگنالهای راداری بازتاب‌شده استفاده می‌شد. (اگر موجها در داخل یک کاواک کلاسترئون با سرعت نور حرکت کنند، می‌توانید برآورد کنید که در یک کاواک با طول چند سانتی‌متر، موجها دارای دوره تناوبی در حدود 10^{-10} s خواهند شد که متناظر با بسامد 10^{10} GHz است.) یک مورد استفاده متداول کلاسترئون، بهره‌گیری از آنها در شتابدهنده‌هایی است که باریکه‌هایی از ذرات باردار با انرژی بالا تولید می‌کنند. در شکل ۳۸-۴ فضای داخل شتابدهنده بیش از سه کیلومتری (دو مایلی) الکترون استانفورد را نشان داده‌ایم، که در آن صدها کاواک بازآواگر پی‌درپی برای رساندن انرژی الکترونها به 5 GeV مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

(یعنی $u_B = B^2 / 2\mu_0$) داده شده‌اند، و انرژیهای ذخیره‌شده کل با انتگرال‌گیری روی تمامی حجم کاواک به دست می‌آید.

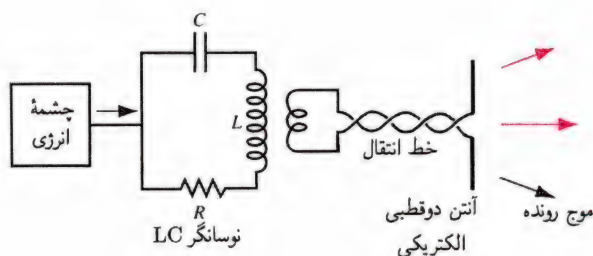
می‌توانیم دو انتهای تخت کاواک را دو صفحه یک خازن در نظر بگیریم که به طور لحظه‌ای بارهای $+q$ و $-q$ روی آنها قرار گرفته‌اند و میدان الکتریکی نشان داده شده در شکل ۳۸-۳ را برقرار می‌کنند. همزمان با نوسان کاواک، بارها در امتداد دیواره رسانا حرکت کرده جهت میدان را برعکس می‌کنند.

اگر در کاواک یک مسیر دایره‌ای در صفحه‌ای موازی با صفحه‌های انتهایی اختیار کنیم، شار الکتریکی گذرنده از سطح محصور توسط این مسیر دایره‌ای تغییر می‌کند. این شار الکتریکی متغیر سبب ایجاد یک میدان مغناطیسی مماس بر دایره می‌شود، که ناشی از جمله‌ای است که ماکسول به قانون آمپر افزود. به صورتی هم‌ارز، می‌توان چنین تصور کرد که جریان جابه‌جایی در داخل فضای کاواک (به موازات خطهای میدان الکتریکی) جاری می‌شود و این جریان جابه‌جایی سبب برقراری خطهای میدان مغناطیسی دایره‌ای می‌شوند، به همان صورتی که جریانهای معمولی در سیمهای مستقیم عمل می‌کنند.

اگر در عوض، یک مسیر مستطیل شکل در صفحه خطهای میدان الکتریکی اختیار کنیم، قانون فاراده نشان می‌دهد که میدان الکتریکی روی آن مسیر به آهنگ تغییر شار مغناطیسی گذرنده از مستطیل بستگی دارد. در نتیجه، دو پاسخ از معادله‌های ماکسول را به دست می‌آوریم:

$$B \propto \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{و} \quad E \propto \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (۳۸-۱۰)$$

توجه کنید که میدان B وقتی به بیشینه مقدارش می‌رسد که میدان الکتریکی با تدریج آهنگ تغییر کند، این حالت وقتی رخ می‌دهد که

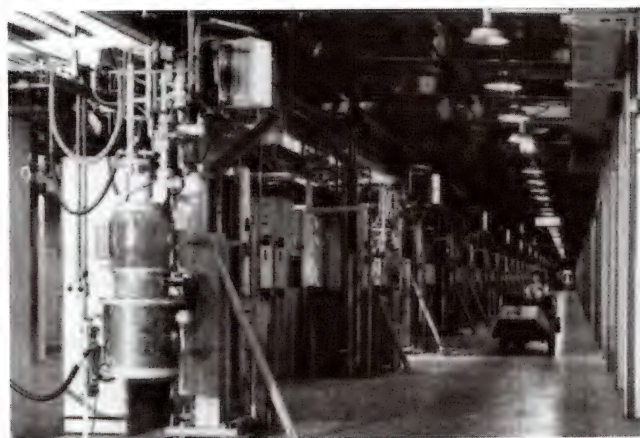


شکل ۵-۳۸ آرایشی برای تولید موج الکترومغناطیسی رونده.

اطلاعات را ارسال کنید. در این حالت، به وسیله موج الکترومغناطیسی علامت می‌دهید. برای تولید این موج، باید بار الکتریکی را شتاب دهید. یعنی، بارهای ساکن و بارهایی که با سرعت ثابت در حرکت‌اند تابش نمی‌کنند؛ بارهای شتابدار تابش می‌کنند. به عبارت دیگر، حرکت یکنواخت بار، معادل جریانی است که برحسب زمان تغییر نمی‌کند و حرکت شتابدار متناظر با جریانی است که برحسب زمان تغییر می‌کند؛ به این ترتیب می‌توان تصور کرد که تابش را جریانهای متغیر در زمان به وجود می‌آورند.

یک روش مناسب برای تولید موج الکترومغناطیسی در آزمایشگاه آن است که جریان در سیمها را برحسب زمان تغییر دهیم. برای سادگی تغییر زمانی را سینوسی در نظر می‌گیریم. در شکل ۵-۳۸ مداری نشان داده‌ایم که می‌توان از آن برای این منظور استفاده کرد. این مدار تشکیل شده است از یک مدار نوسان‌کننده RLC ، همراه با یک چشمه خارجی برای تأمین انرژی که در مدار تلف یا به وسیله تابش منتقل می‌شود. جریان در مدار به صورت سینوسی و با بسامد زاویه‌ای تشدید ω تغییر می‌کند. اگر اتلاف در مقاومت کم باشد این بسامد زاویه‌ای تشدید تقریباً برابر با $1/\sqrt{LC}$ است (بخش ۷-۳۶ را ببینید). این نوسانگر از طریق مبدل به یک خط انتقال می‌پیوندد، که کار رساندن جریان به آنتن را به عهده دارد. [کابل‌های هم‌محور، که حامل سیگنال‌های TV به بسیاری از خانه‌ها هستند، نمونه‌های متداول خطوط انتقال‌اند].

شکل هندسی آنتن ویژگیهای هندسی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تابیده‌شده را مشخص می‌کند. در اینجا یک آنتن دوقطبی را بررسی می‌کنیم که، مطابق شکل ۵-۳۸، می‌توان آن را متشکل از دو قطعه رسانای مستقیم در نظر گرفت. بارها به کمک نوسانگر در این دو قطعه رسانا با بسامد ω به عقب و جلو حرکت می‌کنند. می‌توانیم آنتن را دوقطبی الکتریکی نوسان‌کننده‌ای در نظر بگیریم، که یک شاخه حامل بار لحظه‌ای q و شاخه دیگر حامل بار $-q$ است. بار q

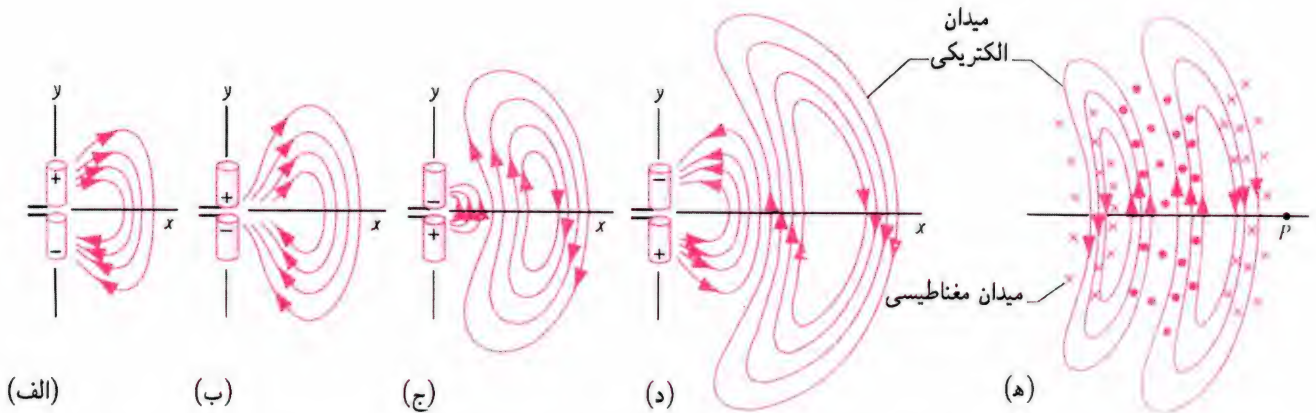


شکل ۴-۳۸ فضای داخلی شتابدهنده خطی ۳٫۲ کیلومتری استانفورد. استوانه بزرگ قائم نشان داده‌شده در شکل یکی از چندین صداکواک بازو اگر الکترومغناطیسی (کلاسترون) است که میدانهای الکتریکی مورد نیاز برای شتاب دادن الکترون‌ها را تأمین می‌کند. هر یک از کلاسترون‌ها توان قله ۶۷ MW را تأمین می‌کند.

۴-۳۸ تولید موج الکترومغناطیسی

موجهای الکترومغناطیسی به وسیله میدانهای الکتریکی و مغناطیسی‌شان انرژی یا تکانه را از یک نقطه از فضا به نقطه‌های دیگر حمل می‌کنند. قبل از اینکه به توصیف ریاضی موجهای الکترومغناطیسی بپردازیم، می‌خواهیم درباره برخی از خواص عمومی که احتمالاً از این موجها انتظار داریم بحث کنیم.

انتظار داریم که چه نوع آرایشی از بارها و جریانها موج الکترومغناطیسی ایجاد کند؟ یک بار الکتریکی ساکن طرحی از خطهای میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. یک بار الکتریکی متحرک با سرعت ثابت علاوه بر خطهای میدان الکتریکی طرحی از خطهای میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد. وقتی حالت پایا برقرار باشد (یعنی، پس از آنکه بار به حرکت در آمد و میدانها در فضا برقرار شدند)، در فضا یک چگالی انرژی وابسته به میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد، ولی چگالی انرژی برحسب زمان ثابت می‌ماند. هیچ سیگنالی، به غیر از آنچه دال بر وجود آن است، از بار الکتریکی به نقطه‌های دور دست منتقل نمی‌شود، هیچ انتقال انرژی یا تکانه‌ای در کار نیست و هیچ تابش الکترومغناطیسی وجود ندارد. از طرف دیگر، اگر بار الکتریکی را پس و پیش می‌کردید می‌توانستید سیگنالهایی را به یک دوست که در فاصله زیادی از شما قرار دارد و مجهز به تجهیزات ضروری جهت آشکارسازی تغییرات میدانهای الکتریکی و مغناطیسی است، ارسال کنید. با یک رمز از پیش تنظیم شده، می‌توانید با حرکت دادن بار الکتریکی با یک آهنگ معین یا در یک جهت مشخص

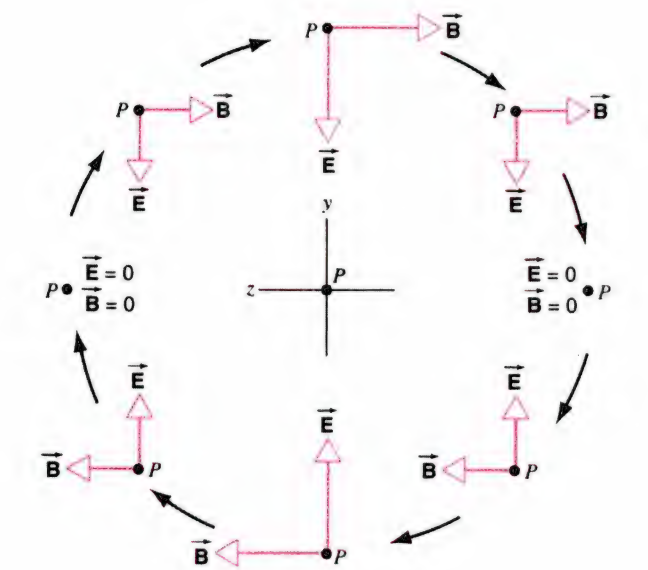


شکل ۶-۳۸ مرحله‌های پی‌درپی گسیل موج الکترومغناطیسی از آنتن دوقطبی. در شکل‌های (الف) تا (د) فقط طرح‌های میدان الکتریکی را نشان داده‌ایم. در شکل (ه) میدان مغناطیسی را عمود بر صفحه شکل نشان داده‌ایم.

برحسب زمان به صورت سینوسی تغییر می‌کند و در هر نیم‌چرخه تغییر علامت می‌دهد. بارها به هنگام عقب و جلو رفتن در آنتن قطعاً شتاب می‌گیرند و در نتیجه آنتن چشمه تابش دوقطبی الکتریکی است. در هر نقطه‌ای از فضا میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وجود دارند که به طور سینوسی با زمان تغییر می‌کنند.*

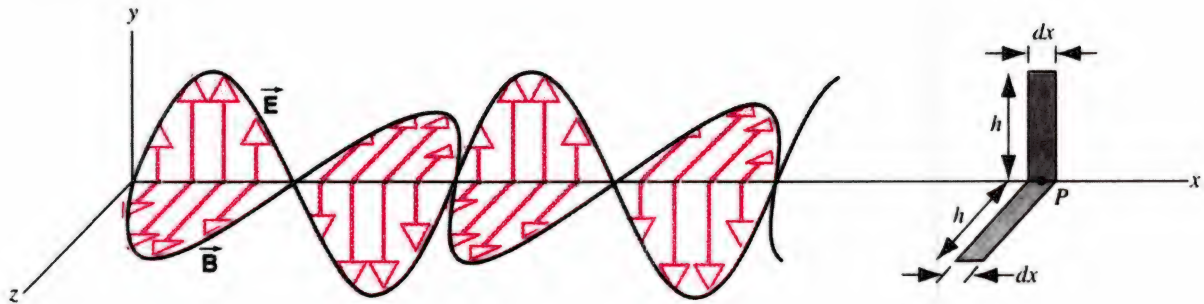
در شکل ۶-۳۸ یک سری “تصویر لحظه‌ای” را نشان داده‌ایم که طرحی اجمالی از چگونگی تشکیل میدان تابشی را مشخص می‌کند. خطهای میدان الکتریکی را می‌توان از موقعیت بارهای مثبت و منفی دوقطبی استنتاج کرد؛ میدان مغناطیسی متناظر با آن را، که در شکل ۶-۳۸ (ه) نشان داده شده است، می‌توان از جریان در رساناها و بهره‌گیری از قاعده دست راست، مشخص کرد. این شکل برشی در صفحه xy است؛ برای دستیابی به تصویر کاملتری از میدان باید تصور کنیم که این شکل حول محور y می‌چرخد. فرض می‌کنیم که میدان را از فاصله‌های دوری که در مقایسه با ابعاد دوقطبی و در مقایسه با طول موج تابش بزرگ است مشاهده کنیم؛ میدانی را که در این شرایط مشاهده می‌شود میدان تابش می‌نامیم. در فاصله‌های کمتر شاهد میدان نزدیک پیچیده‌تری هستیم که اینجا درباره آن صحبت نمی‌کنیم. توجه کنید که میدان از آنتن “جدا می‌شود” و حلقه‌های بسته‌ای را به وجود می‌آورد، که برخلاف میدان ایستای دوقطبی الکتریکی است، که در آن خطهای میدان همواره از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شود.

* اغلب تابشهایی که با آنها مواجه می‌شویم، از موجهای رادیویی تا نور، تا پرتوهای x و پرتوهای گاما، از نوع دوقطبی هستند. آنتنهای رادیو و تلویزیون معمولاً برای انتشار تابش دوقطبی طراحی شده‌اند. از دیدگاه گسیل تابش، تک‌تک اتمها و هسته‌ها را اغلب می‌توان دوقطبیهای نوسان‌کننده در نظر گرفت.

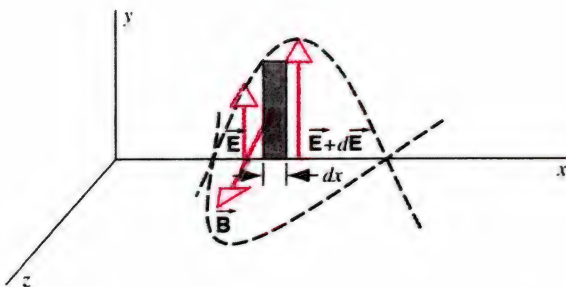


شکل ۷-۳۸ هشت “تصویر لحظه‌ای” پیاپی از موج الکترومغناطیسی تختی که از دوقطبی نوسان‌کننده شکل ۶-۳۸ تابیده و در نقطه P مشاهده شده است. جهت حرکت موج رونده (راستای x شکل ۶-۳۸) به طرف خارج از صفحه شکل است. خطهای میدان \vec{E} عمودی و خطهای میدان \vec{B} افقی‌اند.

دیدگاه معادل دیگری از میدان تابش در شکل ۷-۳۸ ارائه شده است، که رشته‌ای از “تصویرهای لحظه‌ای” میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را که از کنار ناظر مستقر در P واقع بر محور x در شکل ۶-۳۸ می‌گذرند نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم ناظر به اندازه‌ای از دوقطبی دور است که می‌تواند جبهه‌های موج را تخت در نظر بگیرد. مطابق معمول، چگالی خطهای میدان نمایانگر شدت میدان است. به خصوص، توجه کنید که (۱) میدانهای \vec{E} و \vec{B} همفازند (هر دوی آنها در یک لحظه به بیشینه مقدارشان می‌رسند و به طور همزمان صفر می‌شوند)



شکل ۸-۳۸ "تصویر لحظه‌ای" یک موج رونده الکترومغناطیسی در امتداد محور x . این موج به صورت سینوسی تغییر می‌کند. موج را هنگامی مورد توجه قرار می‌دهیم که از نقطه P می‌گذرد. طول بردارهای \vec{E} و \vec{B} فقط تغییرات فضایی آنها را در نقطه‌های مختلف روی محور x نشان می‌دهد. طول مطلق بردارها اختیاری است.



شکل ۹-۳۸ جزئیات مربوط به نوار عمودی شکل ۸-۳۸، هنگامی که موج از این نوار عبور می‌کند.

همین تغییرهای میدانهای \vec{E} و \vec{B} در امتداد هر خط دیگری که به موازات محور x باشد روی می‌دهد؛ یعنی میدانها در هر نقطه‌ای روی محور x همان میدانهای موجود در صفحه‌ای هستند که در آن نقطه بر محور x عمود شده‌اند.

بعداً نشان خواهیم داد که دامنه‌های E_m و B_m به یکدیگر وابسته‌اند. توجه کنید که در نوشتن این معادله‌ها برای اندازه بردارهای \vec{E} و \vec{B} فرض کرده‌ایم که E و B همفازند؛ یعنی، ثابت فاز معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) مقداری یکسان است (که در اینجا این ثابت را صفر اختیار کرده‌ایم). بعداً نشان خواهیم داد که این انتخاب از معادله‌های ماکسول نتیجه می‌شود.

اکنون جزئیات موج را وقتی که از دو نوار مستطیل شکل در نقطه P شکل ۸-۳۸ می‌گذرد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. ارتفاع هر یک از این نوارها h و پهنای آنها dx است؛ یک نوار در صفحه xy قرار دارد (یعنی، صفحه \vec{E}) و دیگری در صفحه xz (صفحه \vec{B}).

نخست نوار موجود در صفحه xy را مورد بررسی قرار می‌دهیم که جزئیات آن در شکل ۹-۳۸ نشان داده شده است. وقتی که موج از این نوار می‌گذرد، خطهای میدان \vec{E} با ضلع بلند این نوار موازی

و (۲) میدانهای \vec{E} و \vec{B} بر یکدیگر عمودند. این نتیجه‌گیریها پیامد تحلیل موجهای الکترومغناطیسی رونده در فضای آزاد با بهره‌گیری از معادله‌های ماکسول هستند که در بخش بعدی بررسی می‌کنیم.

۵-۳۸ موجهای رونده و معادله‌های ماکسول

در بخش پیشین تصویری کیفی از نوع موج رونده الکترومغناطیسی ارائه دادیم. در این بخش توصیف ریاضی این موج را مورد توجه قرارداده نشان می‌دهیم که با معادله‌های ماکسول سازگار است. در انجام این کار، همچنین نشان می‌دهیم که سرعت این موجها در فضای تهی با سرعت سیر نور برابر است، که به این نتیجه‌گیری می‌انجامد که نور خود یک موج الکترومغناطیسی است.

فرض کنید که ناظر واقع در نقطه P شکل ۶-۳۸ در چنان فاصله دوری از دوقطبی نوسان‌کننده قرار دارد که جبهه‌های موجی که از نقطه P (نشان داده شده در شکل ۷-۳۸) می‌گذرند، تخت هستند. خطهای میدان \vec{E} با محور y و خطهای میدان \vec{B} با محور z موازی‌اند. میدانهای \vec{E} و \vec{B} را به صورت متداول ریاضی یک موج سینوسی رونده می‌نویسیم (بخش ۳-۱۸ را ببینید):

$$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t) \quad (۱۱-۳۸)$$

$$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t) \quad (۱۲-۳۸)$$

که در اینجا ω بسامد زاویه‌ای مربوط به دوقطبی نوسان‌کننده است و عدد موج k نیز معنی متداول خود، یعنی $2\pi/\lambda$ ، را دارد. اگر موج با سرعت فاز c انتشار یابد، ω و k با رابطه $c = \omega/k$ به هم مربوط می‌شوند. شکل ۸-۳۸ نوسان سینوسی میدانهای \vec{E} و \vec{B} را برحسب x در یک لحظه مشخص از زمان نشان می‌دهد. در این موج تخت،

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt} \quad (۱۳-۳۸)$$

یا در واقع هر تابع B و E تابعهای متغیرهای x و t هستند (معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) را ببینید). در محاسبه dE/dx فرض می‌کنیم t ثابت است زیرا شکل ۹-۳۸ یک "تصویر لحظه‌ای" است. همچنین، در محاسبه dB/dt فرض می‌کنیم x ثابت باشد، زیرا آنچه مورد نیاز است، همان آهنگ تغییر B در یک موقعیت مکانی مشخص، یعنی نوار در شکل ۹-۳۸، است. مشتقهایی که در این شرایط گرفته می‌شوند مشتقهای جزئی* هستند، و نمادگذاری متفاوتی برای آنها به کار می‌بریم؛ به عنوان مثال، بخشهای ۱۸-۳ و ۱۸-۵ را ببینید. در این نمادگذاری معادله (۱۳-۳۸) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (۱۴-۳۸)$$

علامت منفی در این معادله مناسب و لازم است، زیرا با آنکه E در محل نوار هاشورخورده شکل ۹-۳۸ برحسب x افزایش پیدا می‌کند، B برحسب t کاهش می‌یابد. چون $E(x, t)$ و $B(x, t)$ معلوم هستند (معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) را ببینید)، معادله (۱۴-۳۸) را می‌توان به این صورت نوشت

$$kE_m \cos(kx - \omega t) = \omega B_m \cos(kx - \omega t)$$

اگر در معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) ثابتهای فاز را متفاوت اختیار می‌کردیم، در آن صورت جمله‌های کسینوسی در این معادله غیرهمفاز می‌شدند و امکان نداشت که برای تمام x ها و t ها دو طرف این معادله با هم برابر شوند. معادله (۱۴-۳۸)، که مستقیماً از معادله‌های ماکسول به دست می‌آید نشان می‌دهد که E و B باید همفاز باشند.

با حذف جمله کسینوسی از طرفین معادله بالا می‌رسیم به:

$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c \quad (۱۵-۳۸)$$

نسبت دامنه‌های مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج برابر است با سرعت c موج. از معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) مشاهده می‌کنیم که نسبت دامنه‌ها برابر است با نسبت مقدارهای لحظه‌ای آنها، یا

$$E = cB \quad (۱۶-۳۸)$$

این نتیجه مهم در بخشهای بعدی سودمند خواهد بود.

* در گرفتن مشتق جزئی نسبت به یک متغیر مشخص، مانند $\partial E / \partial x$ ، تمام متغیرهای دیگر (مثلاً y, z ، و t) را ثابت در نظر می‌گیریم.

و خطهای میدان \vec{B} بر سطح نوار عمودند. بنابر قانون فاراده، وقتی موجها می‌گذرند، شار گذرنده از سطح مستطیل شکل تغییر می‌کند و سبب ایجاد یک میدان الکتریکی القایی پیرامون این سطح می‌شود. این میدان الکتریکی القا شده همان میدان الکتریکی مربوط به موج رونده است.

این نوار را در لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که در شکل ۹-۳۸ نشان داده شده است. وقتی که موج به طرف راست می‌رود، شار مغناطیسی برحسب زمان کاهش پیدا می‌کند زیرا میدان \vec{B} مربوط به موجی که وارد نوار می‌شود ضعیفتر است. میدان القا شده \vec{E} باید با این تغییر مخالفت کند، یعنی اگر فرض کنیم مرز مستطیل هاشورخورده یک حلقه جریان باشد، یک جریان القایی پادساعتگرد در آن پدید می‌آید. این جریان سبب القای یک میدان مغناطیسی می‌شود که در داخل مستطیل به طرف خارج از صفحه شکل است. البته در آنجا هیچ حلقه جریانی وجود ندارد، ولی بردارهای \vec{E} نشان داده شده در شکل ۹-۳۸ با این توضیح سازگار است، زیرا میدان الکتریکی قوی‌تر در طرف راست حلقه سبب ایجاد یک جریان خالص پادساعتگرد می‌شود.

با بهره‌گیری از قانون فاراده، $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -d\Phi_B/dt$ ، ابتدا باید انتگرال \vec{E} را گرداگرد حلقه به دست آوریم. انتگرال را با چرخش پادساعتگرد روی محیط حلقه محاسبه می‌کنیم. شاخه‌های بالایی و پایینی مستطیل هیچ سهمی در انتگرال ندارند زیرا در این شاخه‌ها \vec{E} و $d\vec{s}$ برهم عمودند. در این صورت انتگرال چنین می‌شود

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = dE h$$

شار مغناطیسی Φ_B گذرنده از مستطیل عبارت است از*

$$\Phi_B = (B)(dx h)$$

که در اینجا B اندازه بردار \vec{B} در نوار مستطیل شکل و $dx h$ مساحت این نوار است. با مشتق‌گیری از این رابطه داریم

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = h dx \frac{dB}{dt}$$

از قانون فاراده، معادله (۳-۳۸)، داریم

$$dE h = -h dx \frac{dB}{dt}$$

* برای تعیین علامت شار از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم. اگر انگشتان دست راست را در جهتی قرار دهیم که در آن جهت حول مسیر انتگرال‌گیری می‌کنیم، در آن صورت شست دست راست جهتی را مشخص می‌کند که میدان عبوری از سطح محصور، شار مثبتی به دست می‌دهد.

شار Φ_E گذرنده از مستطیل شکل ۳۸-۱۰ برابر است با

$$\Phi_E = (E)(h dx)$$

با مشتق‌گیری بر حسب زمان داریم

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = h dx \frac{dE}{dt}$$

از آن‌رو می‌توانیم قانون آمپر-ماکسول، یعنی معادله (۳۸-۶) را به صورت زیر بنویسیم

$$-h dB = \mu_0 \epsilon_0 \left(h dx \frac{dE}{dt} \right)$$

یا با حذف h از طرفین معادله و جایگزین کردن مشتقهای جزئی، می‌رسیم به

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (۳۸-۱۷)$$

باز هم در این معادله، علامت منفی مناسب و ضروری است، زیرا با آنکه B بر حسب x در موقعیت مستطیل هاشورخورده شکل ۳۸-۱۰ افزایش می‌یابد، E بر حسب t کاهش پیدا می‌کند. از ترکیب این معادله با معادله‌های (۳۸-۱۱) و (۳۸-۱۲) درمی‌یابیم که

$$-kB_m \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \epsilon_0 \omega E_m \cos(kx - \omega t)$$

یا

$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{k}{\mu_0 \epsilon_0 \omega} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c} \quad (۳۸-۱۸)$$

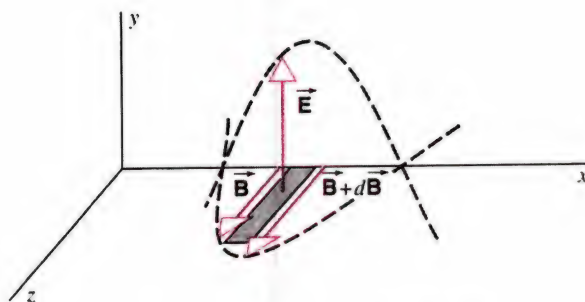
که در اینجا از تساوی $\omega = ck$ استفاده کردیم. از حذف E_m/B_m بین معادله‌های (۳۸-۱۵) و (۳۸-۱۸) نتیجه می‌گیریم

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (۳۸-۱۹)$$

با جایگزین کردن مقادیر عددی، می‌رسیم به

$$c = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)}} \\ = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

که همان سرعت نور در فضای آزاد است! به دست آمدن سرعت سیر نور از ملاحظه‌های الکترومغناطیسی محض یک دستاورد بسیار



شکل ۳۸-۱۰ جزییات نوار افقی شکل ۳۸-۸.

اکنون نوار افقی شکل ۳۸-۸ را، که در صفحه xz قرار می‌گیرد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. جزییات این نوار را در شکل ۳۸-۱۰ نشان داده‌ایم. در این زمان خاص، میدان مغناطیسی \vec{B} در عرض نوار افزایش پیدا می‌کند. شار الکتریکی بر حسب زمان کاهش پیدا می‌کند، زیرا موجی که وارد نمودار می‌شود میدان \vec{E} ضعیف‌تری دارد.

برای اینکه میدانها را در این نوار مورد تحلیل قرار دهیم، به صورت اصلاح‌شده قانون آمپر توسط ماکسول، یعنی معادله (۳۸-۶): $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ ، نیاز داریم. در واقع، شار الکتریکی متغیر (یا جریان جابه‌جایی) گذرنده از سطح مستطیل، میدان مغناطیسی در نوار القا می‌کند؛ این میدان مغناطیسی همان میدان مغناطیسی موج است.

همان‌طور که در مورد میدان \vec{E} در شکل ۳۸-۹ انجام دادیم، در اینجا می‌خواهیم مقدار انتگرال خطی \vec{B} (سمت چپ قانون آمپر-ماکسول) را با چرخش پادساعتگرد گرد مدار محاسبه کنیم. چون در ضلعهای کوتاه نوار \vec{B} و $d\vec{s}$ برهم عمودند، فقط کافی است که ضلعهای بلند نوار را در نظر بگیریم، که در این صورت داریم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -(B + dB)h + Bh = -h dB$$

که در اینجا B مقدار بردار \vec{B} در شاخه سمت چپ نوار است و $B + dB$ مقدار آن در شاخه سمت راست.

توجه کنید که $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ در شکل ۳۸-۹ مثبت است، در حالی که $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ در شکل ۳۸-۱۰ منفی است، با آنکه شارهای متناظر با آنها در هر دو وضعیت افزایش پیدا می‌کند. این رفتار، با اختلاف علامت معادله‌های (۳۸-۳) و (۳۸-۶) و با شکلها، که نشان می‌دهد میدان \vec{E} در شکل ۳۸-۹ و میدان \vec{B} در شکل ۳۸-۱۰ در جهتهای مخالف گرد مدار می‌چرخند، سازگار است.

به‌ازای واحد سطح) اندازه‌گیری می‌شود. اندازه و جهت جریان انرژی را برحسب برداری به نام بردار پوئین‌تینگ \vec{S} ، به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (۲۰-۳۸)$$

نخست خود را متقاعد کنیم که بردار \vec{S} به‌صورتی که در معادله (۲۰-۳۸) تعریف شده است جهت حرکت موج را به‌دست می‌دهد. بنابر قاعده‌های متداول حاصلضرب برداری دو بردار، \vec{S} باید بر صفحه متشکل از بردارهای \vec{E} و \vec{B} عمود باشد و جهت آن از قاعده دست راست مشخص می‌شود. اگر قاعده دست راست را در مورد شکل ۸-۳۸ به‌کار ببرید، مشاهده خواهید کرد که در اولین نیم‌چرخه موج، که \vec{E} در جهت $+y$ و \vec{B} در جهت $+z$ است، حاصلضرب \vec{E} و \vec{B} در جهت $+x$ است، که واقعاً جهت حرکت موج است. در دومین نیم‌چرخه، که \vec{E} در جهت $-y$ و \vec{B} در جهت $-z$ است، حاصلضرب برداری آنها باز هم در جهت $+x$ است.

توجه کنید که موج الکترومغناطیسی را می‌توانید فقط با مشخص کردن میدان \vec{E} آن و جهت حرکتش به‌صورتی منحصر به فرد تعیین کنید. یعنی، با بهره‌گیری از معادله‌های (۱۵-۳۸) و (۲۰-۳۸)، می‌توانیم میدان \vec{B} مربوط به آن را در صورت دانستن میدان \vec{E} و جهت حرکت آن، مشخص کنیم. معادله (۱۵-۳۸) اندازه \vec{B} را به‌دست می‌دهد و معادله (۲۰-۳۸) جهت آن را معین می‌کند.

اکنون می‌خواهیم اندازه بردار \vec{S} را به‌صورتی که در معادله (۲۰-۳۸) تعریف شده است بررسی کنیم و نشان دهیم که توان به‌ازای واحد سطح را برای موج به‌دست می‌دهد. برای موج نشان داده‌شده در شکل ۸-۳۸، اندازه بردار \vec{S} عبارت است از

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB \quad (۲۱-۳۸)$$

که در اینجا S ، E ، و B مقدارهای لحظه‌ای این بردارها در نقطه مشاهده است. با بهره‌گیری از معادله‌های (۱۶-۳۸) و (۱۹-۳۸)، می‌توانیم این معادله را به‌صورت‌های زیر بنویسیم

$$S = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 = \epsilon_0 c E^2 \quad \text{یا} \quad S = \frac{c}{\mu_0} B^2 \quad (۲۲-۳۸)$$

* بردار پوئین‌تینگ به افتخار جان هنری پوئین‌تینگ (۱۸۵۲-۱۹۱۴) که برای اولین بار ویژگیهای آن را بررسی کرد نامگذاری شده است. پوئین‌تینگ یک فیزیکدان بریتانیایی بود که به خاطر بررسیهایش در زمینه الکترومغناطیس و گرانش شهرت داشت.

افتخارآمیز برای نظریه الکترومغناطیس ماکسول است. این پیش‌بینی ماکسول قبل از شناخت امواج رادیویی و قبل از اینکه معلوم شود نور دارای سرشت الکترومغناطیسی است انجام شد. پیش‌بینی او به مفهوم طیف الکترومغناطیسی و کشف امواج رادیویی توسط هاینریش هرتز در سال ۱۸۹۰ میلادی انجامید. این پیش‌بینی امکان بررسی اپتیک را به‌عنوان شاخه‌ای از الکترومغناطیس فراهم آورد و به‌دست آوردن قانونهای بنیادی آن از معادله‌های ماکسول را امکان‌پذیر ساخت.

چون μ_0 دقیقاً برابر با $4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ تعریف شده است و سرعت سیر نور اکنون دارای مقدار دقیق 299792458 m/s است، معادله (۱۹-۳۸) این امکان را فراهم می‌آورد که مقدار تعریف‌شده ϵ_0 را به‌دست آوریم:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0} = 8.854187817 \dots \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

شگفت‌آور اینکه، خود ماکسول نمی‌پنداشت که انتشار موجهای الکترومغناطیسی و پدیده الکترومغناطیس به‌طور کلی با آنچه در شکل ۸-۳۸ مطرح شده است، شباهتی داشته باشد. او مانند تمام فیزیکدانان هم‌عصر خود اعتقاد راسخ داشت که فضا پر از ماده رقیقی به نام اتر است و پدیده‌های الکترومغناطیسی را می‌توان برحسب گردشاره‌های چرخان در این اتر توجیه کرد.

نبوغ ماکسول بود که حتی با داشتن مدلی این چنین مکانیکی در ذهن خود، توانست قانونهای الکترومغناطیس را استنتاج کند که امروزه به نام او خوانده می‌شود. این قانونها، همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم، وقتی سه دهه بعد با مطرح شدن نسبیت خاص اینشتین، نه‌تنها به هیچ تغییری نیاز نداشت بلکه، در واقع با قاطعیت توسط آن نظریه مورد تأیید قرار گرفت. امروزه، همان‌طور که در بخش ۶-۴۱ مورد بررسی قرار گرفته است، دیگر نیازی نیست برای توضیح انتشار امواج الکترومغناطیسی از مفهوم اتر کمک بگیریم.

۳۸-۶ انتقال انرژی و بردار پوئین‌تینگ

موج الکترومغناطیسی، مانند هر موج دیگری می‌تواند انرژی را از یک مکان به مکان دیگر منتقل کند. نوری که از لامپ می‌آید و گرمایی که از آتش تابش می‌شود مثالهای متداول جریان انرژی توسط موجهای الکترومغناطیسی است.

جریان انرژی در موج الکترومغناطیسی معمولاً برحسب آهنگ جریان انرژی به‌ازای واحد سطح (یا، معادل آن، توان الکترومغناطیسی

که در اینجا آهنگ شارش انرژی، یعنی dU/dt ، را با توان P برابر قرار داده‌ایم. معادله (۲۵-۳۸) نشان می‌دهد که اندازه بردار پوینتینگ آهنگ شارش انرژی یا توان بریکای سطح را برای موج به دست می‌دهد. از معادله (۲۵-۳۸) روشن است که یکای SI مربوط به اندازه S ، وات بر مترمربع است.

شدت موج الکترومغناطیسی

معادله (۲۱-۳۸)، ارتباط بین اندازه بردار پوینتینگ در هر مکان را با اندازه‌های بردارهای E و B در آن مکان در یک زمان مشخص به دست می‌دهد. این مقادیر را برحسب زمان بسیار سریع تغییر می‌کنند (یا افت و خیز دارند): مثلاً، بسامد موجهای نوری در حدود 10^{15} Hz است. برای اغلب آشکارسازها (مانند چشم‌انسان)، این افت و خیزها بسیار سریع‌تر از آن‌اند که بتوانیم آنها را مشاهده کنیم. در عوض، میانگین زمانی S را مشاهده می‌کنیم، که عمل میانگین‌گیری روی تعداد بسیار زیادی چرخه صورت می‌گیرد. میانگین زمان S_{av} ، با عنوان شدت I موج، نیز شناخته شده است.

از معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۲۲-۳۸)، داریم

$$I = S_{av} = \frac{1}{\mu_0 c} (E^2)_{av} = \frac{1}{\mu_0 c} E_m^2 [\sin^2(kx - \omega t)]_{av}$$

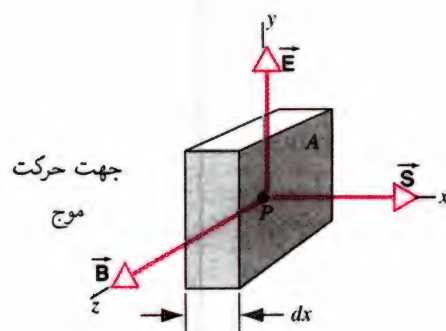
معمولاً، بازه زمانی که در آن عمل میانگین‌گیری انجام می‌دهیم بسیار طولانی‌تر از دوره تناوب یک چرخه است. در این حالت می‌توانیم از اثر کسریک چرخه چشم‌پوشی کنیم و تابع \sin^2 را روی هر تعداد کاملی از چرخه‌ها میانگین بگیریم، که حاصل آن $1/2$ به دست می‌آید و از آن‌رو داریم

$$I = \frac{1}{2\mu_0 c} E_m^2 = \frac{1}{2\mu_0} E_m B_m \quad (26-38)$$

شدت را می‌توان برحسب مقادیرهای ریشه میانگین مربعی (rms) میدانها نیز بیان کرد. می‌دانیم $E_m = \sqrt{2} E_{rms}$ و از اینجا نتیجه می‌گیریم که

$$I = \frac{1}{\mu_0 c} E_{rms}^2 = \frac{1}{\mu_0} E_{rms} B_{rms} \quad (27-38)$$

توجه کنید که اگر مقادیرهای لحظه‌ای میدانها را با مقادیر میانگین (rms) آنها جایگزین کنیم معادله (۲۷-۳۸) شبیه معادله (۲۱-۳۸) است. شکل ۳۸-۸ و معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) موجی را نشان می‌دهند که دامنه‌های E_m و B_m آن به هنگام حرکت موج در هر



شکل ۱۱-۳۸ موج الکترومغناطیسی از حجم کوچکی در اطراف نقطه P می‌گذرد. میدانهای \vec{E} و \vec{B} و بردار پوینتینگ را در لحظه مشخصی از زمان نشان داده‌ایم.

قبلاً چگالی انرژی (انرژی به‌ازای واحد حجم) را در هر نقطه‌ای که میدان الکتریکی یا مغناطیسی وجود داشته باشد معین کرده‌ایم: $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ (معادله ۲۸-۳۰) و $u_B = \frac{1}{2} B^2 / \mu_0$ (معادله ۲۲-۳۶). این معادله‌ها، که برای میدانهای استاتیکی به دست آمده بودند، به همان خوبی برای میدانهای متغیر برحسب زمان کاربرد دارند. وقتی که هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی وجود داشته باشد (مانند آنچه در مورد موج الکترومغناطیسی رخ می‌دهد)، چگالی انرژی کل در هر نقطه، عبارت است از

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{S}{2c} + \frac{S}{2c} = \frac{S}{c} \quad (23-38)$$

که در اینجا از معادله (۲۲-۳۸) برای بیان E^2 و B^2 برحسب S استفاده کردیم. توجه کنید که در معادله (۲۳-۳۸)، داریم $u_E = u_B$. این تساوی در هر جایی که موج می‌رود برقرار است.

در شکل ۱۱-۳۸، میدانهای لحظه‌ای را در حجم کوچکی از فضا که نقطه P را در بر گرفته است، به هنگام عبور موج از این نقطه نشان داده‌ایم. پهنای این حجم در امتداد حرکت موج برابر dx و سطح مقطع عمود بر این راستا برابر با A است. حجم dV را می‌توانیم به صورت $A dx$ بیان کنیم. موج فاصله dx را در زمان $dt = dx/c$ می‌پیماید، که در اینجا c سرعت موج است. انرژی الکترومغناطیسی موجود در هر عنصر حجم dV یعنی dU برابر است با

$$dU = u dV = \frac{S}{c} dV = \frac{S}{c} A dx = S A dt \quad (24-38)$$

در آن صورت اندازه بردار پوینتینگ برابر است با

$$S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \frac{P}{A} \quad (25-38)$$

مقدار ریشه میانگین مربعی میدان الکتریکی، یعنی E_{rms} ، از رابطه بالا چنین به دست می‌آید

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{P\mu_0 c}{4\pi r^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(250 \text{ W})(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(4\pi)(1.8 \text{ m})^2}}$$

$$= 48 \text{ V/m}$$

مقدار ریشه میانگین مربعی میدان مغناطیسی از معادله (۱۵-۳۸) به دست می‌آید که چنین است

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{48 \text{ V/m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$= 1.6 \times 10^{-7} \text{ T} = 0.16 \mu\text{T}$$

توجه کنید که E_{rms} (مساوی 48 V/m) وقتی با معیارهای متداول آزمایشگاهی سنجیده شود قابل ملاحظه است اما B_{rms} (مساوی $0.16 \mu\text{T}$) کاملاً کوچک است. این موضوع به ما کمک می‌کند تا توجیه کنیم چرا اغلب وسایلی که برای آشکارسازی و اندازه‌گیری امواج الکترومغناطیسی به کار می‌روند به مؤلفه الکتریکی موج پاسخ می‌دهند. ولی، این اشتباه است که بگوییم مؤلفه الکتریکی موج الکترومغناطیسی "قوی‌تر" از مؤلفه مغناطیسی است، زیرا نمی‌توانیم کمیت‌هایی که با یکاهای متفاوتی اندازه‌گیری می‌شوند با هم مقایسه کنیم. همان‌طور که قبلاً دیدیم، مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج، تا جایی که به انتشار موج مربوط می‌شود، مبنای مطلقاً واحدی دارند. انرژی‌های میانگین آنها، که می‌توان آنها را با هم مقایسه کرد، دقیقاً با هم برابرند.

۳۸-۷ فشار تابش

وقتی موج الکترومغناطیسی بر جسمی فرود می‌آید، جسم می‌تواند از موج انرژی جذب کند که حاصل این عمل اغلب به صورت افزایش دمای جسم مشاهده می‌شود. در واقع، میدان الکتریکی موج، نیرویی بر الکترون‌ها وارد می‌آورد تا آنها را شتاب دهد. الکترون‌ها می‌توانند، در برخورد با اتم‌های ماده، انرژی خود را به کل جسم منتقل کنند که در نتیجه آن دمای جسم افزایش می‌یابد.

به‌طور اصولی امکان دارد که به خاطر جذب موج الکترومغناطیسی تکانه‌ای به کل جسم انتقال داده شود و این انتقال با وارد آمدن نیرو به

مکانی تغییر نمی‌کند. نور خروجی از لیزر تقریب خوبی از چنین موجی است. مثال دیگری در این مورد، نوری است که از یک چشمه بسیار دور به ما می‌رسد و ما آن را در فاصله‌هایی بسیار کوچکتر از فاصله تا چشمه مشاهده می‌کنیم، مانند نور خورشید. با این همه، اغلب با چشمه‌هایی سروکار داریم که در نزدیکی ما هستند و برای آنها معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) با دامنه‌های ثابت معتبر نیستند. اگر یک چشمه نقطه‌ای موج، مانند لامپ، را در نظر بگیریم که در فاصله‌ای بسیار بزرگتر از ابعاد لامپ مورد مشاهده قرار بگیرد، در آن صورت جبهه‌های موج ناشی از چشمه به صورت کره گسترش می‌یابند و به نظر می‌رسد که چشمه تابشش را با شدت یکسان در همه جهتها گسیل می‌دارد (که به آن گسیل همسانگرد نیز گفته می‌شود).

اگر موجها به هنگام حرکت انرژی از دست ندهند، در آن صورت انرژی مربوط به هر جبهه موج کروی ثابت باقی می‌ماند. یعنی، آهنگی که با آن انرژی از هر رویه کروی، که مرکز آن رویه روی چشمه قرار داشته باشد، می‌گذرد و مستقل از شعاع r کره است. وقتی که r افزایش پیدا می‌کند، کل توان انتقال یافته به وسیله جبهه موج ثابت باقی می‌ماند، ولی توان به‌ازای واحد سطح کاهش پیدا می‌کند، زیرا مساحت رویه کروی افزایش می‌یابد. اگر P برابر با میانگین توان گسیل شده توسط چشمه باشد، آنگاه شدت روی سطح کروی برابر است با توان به‌ازای واحد سطح

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (28-38)$$

شدت موج از یک چشمه نقطه‌ای بر حسب فاصله از چشمه، با تابع $1/r^2$ کاهش پیدا می‌کند. مقایسه معادله‌های (۲۷-۳۸) و (۲۸-۳۸) نشان می‌دهد که دامنه میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متناظر با موج (یعنی E_m و B_m یا E_{rms} و B_{rms}) با تابع $1/r$ کاهش پیدا می‌کند.

مسئله نمونه ۳۸-۳ ناظری در فاصله 1.8 متری از چشمه نوری (که ابعاد آن بسیار کوچکتر از 1.8 m است) قرار دارد که توان خروجی P آن 250 W است. مقدارهای ریشه میانگین مربعی (rms) میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در محل ناظر محاسبه کنید. فرض کنید که چشمه به صورت یکنواخت در همه جهتها تابش می‌کند. حل. از ترکیب معادله‌های (۲۷-۳۸) و (۲۸-۳۸)، می‌رسیم به

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1}{\mu_0 c} E_{rms}^2$$

موج نیرویی بر آن وارد می‌آورد: $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$. شکل ۱۲-۳۸ نشان می‌دهد که این نیرو در امتداد محور $+x$ است، یعنی، در همان جهتی که موج پیش می‌رود. وقتی که \vec{E} و \vec{B} جهتشان برعکس می‌شود، نیروی وارد بر الکترون همچنان در جهت $+x$ باقی می‌ماند. چون \vec{v}_d و \vec{B} بر همدیگر عمودند، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را می‌توانیم به صورت $F_B = ev_d B$ بنویسیم. با جایگزین کردن سرعت سوق از معادله (۲۹-۳۸)، یعنی $v_d = eE/b$ ، می‌رسیم به

$$F_B = ev_d B = \frac{e^2 EB}{b} = \frac{e^2 E^2}{cb} \quad (۳۰-۳۸)$$

که در اینجا تساوی آخر با بهره‌گیری از رابطه $B = E/c$ به دست آمد. اگر این برکه به طور یکنواخت مورد تابش قرار بگیرد و شامل N الکترون باشد، در آن صورت نیروی کل در امتداد x برابر با $F = NF_B$ است. می‌خواهیم آهنگ جذب انرژی از موج توسط برکه را مورد بررسی قرار دهیم. میدان \vec{B} هیچ کاری روی الکترون‌ها انجام نمی‌دهد، زیرا نیروی مغناطیسی همواره عمود است بر راستای حرکت، ولی میدان \vec{E} روی الکترون کار انجام می‌دهد و در نتیجه به آن انرژی منتقل می‌کند. توان (آهنگ انتقال انرژی) داده شده به الکترون به وسیله میدان \vec{E} عبارت است از

$$\frac{dU_e}{dt} = F_E v_d = (eE) \left(\frac{eE}{b} \right) = \frac{e^2 E^2}{b} \quad (۳۱-۳۸)$$

آهنگ کل جذب انرژی برای تمام N الکترون موجود در برکه برابر است با $dU/dt = N dU_e/dt$.

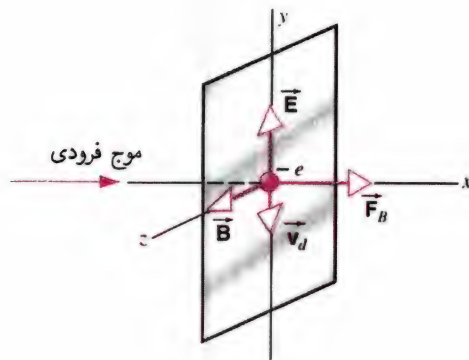
اکنون می‌توانیم عبارتی برای نیروی کل وارد بر برکه برحسب آهنگ جذب انرژی به دست آوریم، که این کار با ترکیب معادله‌های (۳۰-۳۸) و (۳۱-۳۸) انجام می‌شود

$$F = NF_B = \frac{Ne^2 E^2}{cb} = \frac{1}{c} \frac{dU}{dt} = \frac{SA}{c} \quad (۳۲-۳۸)$$

که در اینجا A مساحت کل برکه است. اگر میانگین زمانی تمام کمیتها را معین کنیم، درمی‌یابیم که

$$\frac{F_{av}}{A} = \frac{I}{c} \quad (\text{جذب}) \quad (۳۳-۳۸)$$

معادله (۳۳-۳۸) نشان می‌دهد که فشار کل (نیروی وارد بر واحد سطح) اعمال شده توسط تابش روی برکه متناسب است با شدت I تابش.



شکل ۱۲-۳۸ یک موج نور تخت بر الکترونی در یک برکه نازک با مقاومت ویژه بالا فرود می‌آید. مقدارهای لحظه‌ای \vec{E} ، \vec{B} ، سرعت الکترون \vec{v}_d و نیروی تابش \vec{F}_B نشان داده شده‌اند.

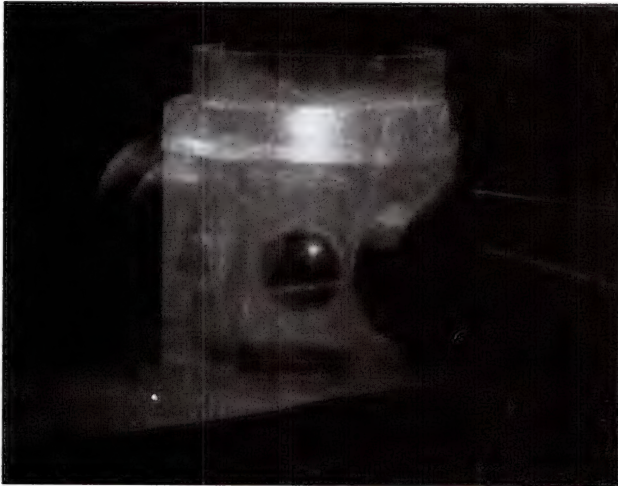
الکترونهای جسم صورت می‌گیرد. در واقع، موج، نیروی خالصی در جهت حرکتش به جسم وارد می‌آورد. این نیرو در حالت کلی بسیار کوچک است. وقتی نور خورشید بر ما می‌تابد، اثر این نیرو را احساس نمی‌کنیم، ولی در آزمایشگاه تحت شرایط دقیقاً کنترل شده می‌توانیم آن را مشاهده کنیم.

در شکل ۱۲-۳۸ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی را که بر یک برکه نازک از ماده‌ای با مقاومت ویژه بالا فرود آمده است نشان داده‌ایم. میدان الکتریکی موج، نیروی $\vec{F}_E = -e\vec{E}$ را بر الکترون‌ها وارد می‌آورد و آنها در جهت مخالف میدان (در جهت $-y$ در شکل ۱۲-۳۸) شتاب می‌گیرند. می‌دانیم که وقتی میدان الکتریکی به یک ماده رسانا اعمال شود، الکترون‌ها سرعت سوق \vec{v}_d را کسب می‌کنند که مقدار آن متناسب با شدت میدان است (مثلاً معادله ۱۹-۲۹ را ببینید). با چشم‌پوشی از جزئیات وابسته به خواص ماده، می‌خواهیم اندازه سرعت سوق را متناسب با نیروی الکتریکی در نظر بگیریم، به طوری که

$$bv_d = eE \quad (۲۹-۳۸)$$

که در اینجا b ضریب تناسب است. این ثابت نقشی مشابه نقش ثابت میرایی ذره‌ای دارد که در یک شاره چسبنده یا گران‌رو حرکت می‌کند. مثالی از این نوع حرکت، همانا سقوط سنگ در یک مخزن روغن است. اگر نیروی میراننده مؤثر (یعنی، مقاومت ویژه) زیاد باشد، در آن صورت سرعت الکترون به طور مداوم نسبت به میدان الکتریکی تنظیم مجدد می‌شود به طوری که معادله (۲۹-۳۸) حتی برای میدان متغیر موج الکترومغناطیسی معتبر باقی می‌ماند.

وقتی که الکترون در امتداد محور y حرکت می‌کند، میدان مغناطیسی

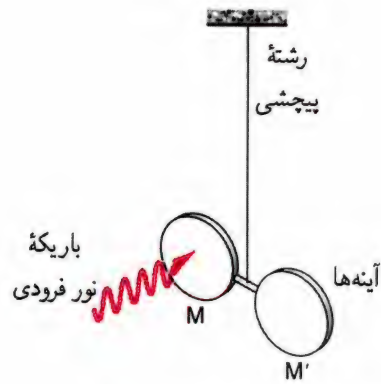


شکل ۳۸-۱۴ یک قطرک بسیار ریز مایع (به قطر کمتر از $10\mu\text{m}$) به وسیله یک باریکه لیزری قائم به حالت تعلیق در آمده است. لوله‌های افقی میکروسکوپیایی هستند که برای مشاهده نور پراکنده شده توسط قطرک به کار گرفته شده‌اند.

بر آینه سبب شد که رشته به اندازه زاویه کوچک θ بچرخد. فشاری که آنها اندازه‌گیری کردند در گستره 10^{-5}N/m^2 ، یا در حدود 10^{-1} برابر کوچکتر از فشار جو، بود. می‌توان تصور کرد که آزمایشگران چه مراقبت خارق‌العاده‌ای باید انجام داده باشند تا بتوانند اثر به این کوچکی را مشاهده کنند. امروزه، لیزرها این امکان را فراهم می‌آورند که به شدت نور بسیار بیشتری دسترسی داشته باشیم و فشار باریکه لیزری می‌تواند یک جسم کوچک را به حالت تعلیق در آورد (شکل ۳۸-۱۴).

با آنکه مشاهده اثر فشار تابش ناشی از نور فرودی بر اجسام معمولی کاری دشوار است، اجسام میکروسکوپی به صورت قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر فشار تابش قرار می‌گیرند. ذرات کوچک غبار جدا شده از دنباله‌دارها تحت تأثیر فشار تابش نور خورشید قرار می‌گیرند. این فشار ذرات غبار را از خورشید می‌راند، که ما آن را به صورت "دنباله" دنباله‌دار مشاهده می‌کنیم (شکل ۳۸-۱۵). حتی پیشنهاد شده است که برگه‌های بسیار بزرگ نازکی از مواد بازتابنده در فضا ساخته شده از آنها به عنوان "بادبان" فضاییما در پهنه خورشیدی استفاده شود.

مسئله نمونه ۳۸-۴ ذره غباری را در نظر بگیرید که از دنباله‌داری جدا شده و در فاصله R از خورشید قرار دارد و از همه سیاره‌ها دور است. با فرض اینکه ذره تمام نور فرودآمده بر خود را جذب کند، شعاع r ذره را معین کنید، به طوری که نیروی ناشی از فشار تابش دقیقاً با ربایش گرانشی خورشید موازنه کند. فرض کنید ذره کروی است



شکل ۳۸-۱۳ آرایشی که نیکولز و هال برای اندازه‌گیری فشار تابش به کار بردند. فشار نور تابیده شده به آینه M سبب می‌شود که رشته به اندازه زاویه کوچکی بچرخد. بسیاری از جزییات مربوط به این آزمایش دقیق و بسیار ظریف از این شکل حذف شده است.

با استفاده از قانون دوم نیوتون به صورت $F = dp/dt$ ، می‌توانیم

معادله (۳۲-۳۸) را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$dp = \frac{dU}{c} \quad \text{یا} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dU}{dt}$$

با انتگرال‌گیری از این رابطه، می‌رسیم به

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} \quad (\text{جذب}) \quad (34-38)$$

این عبارت تغییر در تکانه Δp جسمی را به دست می‌دهد که پس از جذب انرژی ΔU از یک موج الکترومغناطیسی "پس می‌نشیند".

همچنین امکان دارد که یک جسم به جای جذب تابش فرودی آن را بازتاباند. چون موج باید به هنگام بازتابش جهتش را برعکس کند، جسم با دوبرابر تکانه مربوط به حالت جذب پس می‌نشیند. (این مورد شبیه حالتی است که مولکول گازی که به دیواره ظرف فشار وارد می‌آورد در برخورد با تکانه‌اش برعکس می‌شود؛ بخش ۲۲-۲۲ را ببینید.) در مورد بازتابش، هم فشار وارد شده از طرف موج به جسم و هم تکانه اعمال شده بر جسم دوبرابر حالت جذب است:

$$\frac{F_{av}}{A} = \frac{2I}{c} \quad (\text{بازتابش}) \quad (35-38)$$

$$\Delta p = \frac{2\Delta U}{c} \quad (\text{بازتابش}) \quad (36-38)$$

نخستین اندازه‌گیرهای فشار تابش را در سال ۱۹۰۳ میلادی نیکولز و هال* انجام دادند. آنها یک باریکه نور را بر آینه کوچکی تاباندند که مطابق شکل ۳۸-۱۳، به یک رشته پیچشی متصل بود. فشار وارد

* E. F. Nichols and G. F. Hull

جانشانی معادله (۲۸-۳۸) به جای شدت تابش، داریم

$$\frac{P(\pi r^2)}{4\pi R^2 c} = \frac{GmM}{R^2} = \frac{G\rho \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) M}{R^2}$$

از حل این معادله برای r ، نتیجه می‌گیریم

$$r = \frac{3P}{16\pi c G\rho M}$$

مقدارهای مربوط به توان تابش خورشید و جرم آن را می‌توان در پیوست (ج) یافت. از جانشانی مقدارهای عددی، می‌رسیم به

$$r = 1.9 \times 10^{-7} \text{ m} = 0.19 \mu\text{m}$$

وقتی ذرات غبار با این اندازه، دنباله‌دار را ترک کنند، هیچ نیروی خالصی بر آنها وارد نمی‌آید و این ذرات با سرعتی برابر با سرعت دنباله‌دار در زمان ترک آن، در امتداد خط راست به حرکتشان ادامه می‌دهند. چون نیروی گرانش با جرم ذره افزایش می‌یابد (زیرا جرم متناسب با r^3 است) در حالی که نیروی تابش با مساحت سطح مقطع (که متناسب با r^2 است) افزایش پیدا می‌کند، ذرات بزرگتر به سوی خورشید سقوط می‌کنند ولی ذرات کوچکتر از خورشید رانده می‌شوند. طرح خالص برجای مانده از تمام این‌گونه ذرات، دنباله دنباله‌دار را به وجود می‌آورد.



شکل ۱۵-۳۸ دنباله‌دار هیل-بوپ (Hale-Bopp) که دارای دو دنباله است. دنباله روشنتر که در سمت راست قرار دارد ناشی از ذرات غبار است که به وسیله فشار تابش از خورشید رانده می‌شوند. دنباله کم‌سوتر در سمت چپ شکل ناشی از یونهای از دنباله‌دار هستند که به وسیله بارهای خورشیدی (پروتونها و الکترونهای پرسرعتی که خورشید را ترک می‌کنند) شتاب می‌گیرند.

و چگالی آن برابر چگالی ماده تشکیل‌دهنده پوسته زمین، در حدود $3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ، است.

حل. در نگاه اول به نظر می‌رسد که برای حل این مسئله اطلاعات کافی در اختیار نداریم، زیرا فاصله ذره، R ، از خورشید را نمی‌دانیم. ولی، نیروی گرانش و شدت تابش (معادله ۲۸-۳۸)، هر دو بر حسب فاصله به صورت R^{-2} تغییر می‌کنند، و در نتیجه فاصله از خورشید نباید تأثیری در محاسبات ما داشته باشد.

نیروی وارد بر ذره به وسیله فشار نور را می‌توان از معادله (۳۳-۳۸) معین کرد. برای مساحت A که در آنجا نور جذب می‌شود از سطح دایره‌ای πr^2 ذره غبار استفاده می‌کنیم. از برابر قراردادن نیروی ناشی از فشار نور با نیروی گرانشی می‌رسیم به

$$\frac{IA}{c} = \frac{GmM}{R^2}$$

که در اینجا $m (= \rho V)$ جرم ذره غبار است و M جرم خورشید. با

چندگزینه‌ای

۱-۳۸ معادله‌های بنیادی نظریه الکترومغناطیس

۱. علامت منفی در معادله (۳-۳۸) از کجا ناشی می‌شود؟
- (الف) قانون گاوس (ب) قانون فاراده (ج) قانون لنز (د) قانون کول

۲-۳۸ میدانهای مغناطیسی القایی و جریان جابه‌جایی

۲. جریان در یک سیم دراز مستقیم به صورت $i = (4.0 \mu\text{A/s})t$ تغییر می‌کند.

(۱) اندازه جریان جابه‌جایی در این سیم چقدر است؟

$$i_d = 4.0 \mu\text{A} \quad (\text{الف})$$

$$i_d = i = (4.0 \mu\text{A/s})t \quad (\text{ب})$$

(ج) در این سیم هیچ جریان جابه‌جایی وجود ندارد.

(د) برای پاسخگویی به این پرسش به اطلاعات بیشتری نیاز داریم.

(۲) جهت جریان جابه‌جایی کدام است؟

(الف) موازی با جریان اصلی

(ب) پادموازی با جریان اصلی

(ج) هیچ جریان جابه‌جایی وجود ندارد.

۳-۳۸ معادله‌های ماکسول

۳. کدام یک از معادله‌های ماکسول مندرج در جدول ۱-۳۸ از استدلالهای نظری محض به دست آمده‌اند و نیاز به هیچ‌گونه اندازه‌گیری ندارند؟

(الف) هر چهار معادله

(ب) فقط معادله II

(ج) معادله‌های I و II معادله‌های قانون گاوس

(د) هیچ‌کدام

۴. اگر تک‌قطبهای مغناطیسی q_m کشف شده بودند چه جمله‌ای باید به قانون القای فاراده اضافه می‌کردیم؟ فرض کنید جریان مغناطیسی به صورت $i_m = dq_m/dt$ تعریف شده است.

(الف) i_m/ϵ_0 (ب) $-i_m/\epsilon_0$ (ج) $-i_m/\mu_0$ (د) $-\mu_0 i_m$

۴-۳۸ تولید موج الکترومغناطیسی

۵. یک جریان نوسانی در حلقه سیمی که در یک صفحه افقی قرار گرفته موجهای الکترومغناطیسی تابش می‌کند. جهت بردار میدان الکتریکی در ناحیه‌ای که بسیار دور از شمال این حلقه قرار گرفته، کدام است؟

(الف) شمال به جنوب (ب) شرق به غرب (ج) بالا به پایین

۶. موجهای رادیویی AM به وسیله یک آنتن دوقطبی الکتریکی قائم تولید می‌شوند؛ این موجها به وسیله یک سیملوله استوانه‌ای دراز دریافت می‌شوند. برای بهترین "برداشت" یا گرفتن موجهای AM، سیملوله را باید در چه جهتی قرار دهیم؟

(الف) محور سیملوله باید در امتداد قائم باشد.

(ب) محور سیملوله باید افقی بوده به سمت آنتن مخابراتی قرار گرفته باشد.

(ج) محور سیملوله باید افقی بوده در راستای عمود بر آنتن مخابراتی قرار گرفته باشد.

(د) اصلاً مهم نیست که سیملوله در چه امتدادی قرار گرفته است، زیرا سیگنالهای AM همسانگردند.

۵-۳۸ موجهای رونده و معادله‌های ماکسول

۷. معادله (۶-۳۸)، یعنی $E = cB$ ، کدام کمیتها را به هم ارتباط می‌دهد؟

(الف) لحظه‌ای (ب) میانگین (ج) ریشه میانگین مربعی

(د) بیشینه (ه) تمام مقادیرهای بالا برای E و B را.

۶-۳۸ انتقال انرژی و بردار پوئینتینگ

۸. در یک مکان و زمان معین، وقتی میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی به سمت بالاست میدان الکتریکی آن به سمت شمال است. این موج الکترومغناطیسی در چه جهتی پیش می‌رود؟

(الف) شرق (ب) جنوب (ج) غرب (د) پایین

۹. از سه بردار موجود در معادله $\vec{S} = 1/\mu_0 \vec{E} \times \vec{B}$ ، کدام جفت بردارها، برای یک موج الکترومغناطیسی تخت در فضای تهی همواره برهم عمودند؟ (برای این پرسش ممکن است بیش از یک پاسخ صحیح وجود داشته باشد).

(الف) \vec{S} و \vec{E} (ب) \vec{S} و \vec{B} (ج) \vec{E} و \vec{B}

(د) هیچ‌کدام (ه) هر سه بردار باید عمود برهم باشند.

۱۰. یک چشمه تابش الکترومغناطیسی در همه جهتها به طوریکه تابش می‌کند. اندازه شدت میدان الکتریکی آن برحسب فاصله r از چشمه چگونه تغییر می‌کند؟

(الف) برای موج الکترومغناطیسی E_m ثابت است.(ب) E_m متناسب است با $1/r$ (ج) E_m متناسب است با $1/r^2$ (د) E_m متناسب است با $1/r^3$

۷-۳۸ فشار تابش

۱۱. در اندازه‌گیری فشار تابش، یک موج الکترومغناطیسی مجاز است که از آینه بازتاب شود. اگر هنگامی که بسامد موج به نصف کاهش پیدا می‌کند E_{rms} دو برابر شود، در آن صورت فشار تابش به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

(الف) چهار برابر می‌شود. (ب) دو برابر می‌شود.

(ج) ثابت می‌ماند. (د) به نصف کاهش می‌یابد.

پرسشها

۱. به بیان خود توضیح دهید که چرا قانون القای فاراده (جدول ۱-۳۸) را می‌توان با گفتن اینکه "میدان مغناطیسی متغیر، میدان الکتریکی تولید می‌کند" تعبیر کرد.

در معادله‌های II و III "جمله‌های مربوط به قطب مغناطیسی" گم شده‌اند. کدامیک از این موارد نبود تقارن واقعی را نشان می‌دهد؟ اگر تک‌قطبیهای مغناطیسی کشف شوند، برای منظورکردن آنها، چگونه این معادله‌ها را بازنویسی خواهید کرد؟ (راهنمایی: فرض کنید شدت قطب مغناطیسی برابر با q_m ، مانند کوانتوم بار الکتریکی e باشد؛ یکای SI بار q_m چیست؟)

۱۳. معادله‌های ماکسول در جدول ۱-۳۸ با این فرض نوشته شده‌اند که هیچ ماده‌ی الکتریکی وجود ندارد. اگر این محدودیت را برداریم، معادله‌ها را باید به چه صورت بنویسیم؟

۱۴. درباره‌ی یک کاواک بازآواگر آکوستیکی، که اگر در آن هر گونه جریان دوره‌ای انرژی از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر وجود داشته باشد، بحث کنید.

۱۵. یک کاواک بازآواگر آکوستیکی پُر از هوا و یک کاواک بازآواگر الکترومغناطیسی با همان اندازه دارای بسامدهای تشدید هستند که نسبت آنها در حدود 10^6 است. بسامد کدامیک از این دو بیشتر است و چرا؟

۱۶. جدار داخلی اغلب کاواکهای الکترومغناطیسی نقره‌اندود است، چرا؟

۱۷. در چه بخشهایی از چرخه (الف) جریان رسانش و (ب) جریان جابه‌جایی در کاواک شکل ۳-۳۸ برابر با صفر خواهد شد؟

۱۸. تغییرات زمانی بار الکتریکی در نقطه‌های مختلف جداره داخلی کاواک نوسانی الکترومغناطیسی شکل ۳-۳۸ را در یک چرخه کامل بررسی کنید.

۱۹. به تقریب می‌توان گفت که مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی پیشرونده "یکدیگر را تغذیه می‌کنند". معنی این عبارت چیست؟

۲۰. "جریانهای جابه‌جایی در موج الکترومغناطیسی رونده حضور دارند و شاید بتوان مؤلفه مغناطیسی میدان وابسته به موج را به این جریانها مربوط کرد." آیا این گزاره درست است؟ به‌طور مفصل در این مورد بحث کنید.

۲۱. آیا می‌توان موج الکترومغناطیسی را به‌وسیله میدان مغناطیسی منحرف کرد؟ به‌وسیله میدان الکتریکی چطور؟

۲۲. چرا برای درک چگونگی انتشار امواج الکترومغناطیسی به اصلاح ماکسولی قانون آمپر (یعنی، جمله $\epsilon_0 \mu_0 d\Phi_E/dt$ در جدول ۱-۳۸) نیاز داریم؟

۲۳. آیا ممکن است که روزی نظریه الکترومغناطیس بتواند مقدار c

۲. اگر شار یکنواخت Φ_E که از یک حلقه دایره‌ای تخت می‌گذرد برحسب زمان کاهش یابد، میدان مغناطیسی القایی (در صورتی که در امتداد \vec{E} به آن نگاه شود) ساعتگرد است یا پادساعتگرد؟

۳. اگر (همان‌طور که واقعیت دارد) مجموعه یک‌گانه‌ی وجود داشته باشد که در آن ϵ_0 و μ_0 ظاهر نشوند، معادله (۱۹-۳۸) چگونه صادق خواهد بود؟

۴. چرا نشان‌دادن اینکه "میدان مغناطیسی متغیر می‌تواند میدان الکتریکی تولید کند" بسیار ساده است ولی، با استفاده از وسایل ساده، نشان‌دادن اینکه "میدان الکتریکی متغیر می‌تواند میدان مغناطیسی تولید کند" بسیار دشوار است؟

۵. در شکل ۲-۳۸، دایره‌ای به شعاع $R > r$ در نظر بگیرید. چگونه می‌توان پیرامون این دایره، مانند مسئله نمونه ۱-۳۸، میدان مغناطیسی القا کرد؟ بالاخره، در محل این دایره هیچ میدان الکتریکی وجود ندارد و در آنجا $dE/dt = 0$.

۶. در شکل ۲-۳۸، میدان \vec{E} به سمت داخل صفحه شکل است و اندازه آن افزوده می‌شود. حال اگر (الف) \vec{E} به طرف داخل صفحه و کاهش یابد، (ب) \vec{E} به طرف خارج و افزایش یابد، (ج) \vec{E} به طرف خارج و کاهش یابد، و (د) \vec{E} ثابت باقی بماند، جهت میدان \vec{B} را مشخص کنید.

۷. در شکل ۸-۳۶ (ج)، وجود جریان جابه‌جایی برای حفظ پیوستگی جریان در خازن الزامی است. حال با توجه به اینکه هیچ باری روی خازن وجود ندارد، چگونه این جریان می‌تواند وجود داشته باشد؟

۸. (الف) در شکل ۲-۳۸، جهت جریان جابه‌جایی i_d کدام است؟ آیا می‌توانید، در همین شکل، قاعده‌ای بیابید که جهت‌های (ب) \vec{B} و \vec{E} و (ج) \vec{B} و $d\vec{E}/dt$ را به هم مربوط کند؟

۹. در نامیدن جمله $\epsilon_0 d\Phi_E/dt$ در معادله IV جدول ۱-۳۸، به نام "جریان جابه‌جایی" چه مزیتی وجود دارد؟

۱۰. آیا می‌توان جریان جابه‌جایی را با آمپرسنج اندازه‌گیری کرد؟ در این باره توضیح دهید.

۱۱. چرا آشکارسازی میدانهای مغناطیسی ناشی از جریانهای رسانش در سیمها چنین آسان، ولی آشکارسازی آثار مغناطیسی مربوط به جریانهای جابه‌جایی در خازنها چنین دشوار است؟

۱۲. در جدول ۱-۳۸، سه نوع نبود ظاهری تقارن در معادله‌های ماکسول مشهود است. (الف) کمیت‌های ϵ_0 یا μ_0 در معادله‌های I و IV ظاهر می‌شوند ولی در معادله‌های II و III وجود ندارند. (ب) معادله III دارای علامت منفی است ولی معادله IV چنین علامتی ندارد. (ج)

۲. ثابت کنید که در یک خازن با صفحه‌های موازی می‌توان جریان جابه‌جایی را به صورت زیر نوشت

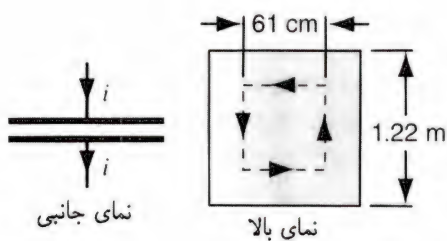
$$i_d = C \frac{dV}{dt}$$

۳. یک خازن تخت به ظرفیت $1 \mu\text{F}$ را در اختیار دارید. چگونه جریان جابه‌جایی لحظه‌ای 1 mA را در فاصله بین صفحه‌های آن برقرار می‌کنید؟

۴. نشان دهید که در مسئله نمونه ۱۳۸-۱، چگالی جریان جابه‌جایی j_d ، برای $r < R$ به صورت زیر است

$$j_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

۵. یک خازن تخت، مانند شکل ۳۸-۱۶، دارای صفحه‌های مربعی به ضلع 1.22 m است. جریانی به شدت 1.84 A به خازن وارد (یا از آن خارج) می‌شود. (الف) جریان جابه‌جایی در ناحیه بین صفحات خازن چقدر است؟ (ب) در این ناحیه dE/dt چقدر است؟ (ج) جریان جابه‌جایی که از مسیر مربع شکل خط چین بین صفحه‌ها می‌گذرد چقدر است؟ (د) مقدار $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ پیرامون این مسیر مربع شکل خط چین چقدر است؟



شکل ۳۸-۱۶ تمرین ۵.

۶. نشان دهید که در مسئله نمونه ۱۳۸-۱، رابطه‌های به دست آمده برای $B(r)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad (r \geq R)$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_d r}{2\pi R^2} \quad (r \leq R)$$

توجه کنید که این رابطه‌ها دقیقاً همان شکل رابطه‌های به دست آمده در فصل ۳۳ را دارند جز اینکه جریان رسانی i در آنها با جریان جابه‌جایی i_d جایگزین شده است.

۷. یک میدان الکتریکی یکنواخت در مدت $15 \mu\text{s}$ به صورتی که در شکل ۳۸-۱۷ نشان داده شده است از شدت اولیه 1.6 MV/m

(یعنی 10^8 V/m) را نه برحسب μ_0 و ϵ_0 بلکه مستقیماً و به صورت عدد بدون توسل به هیچ‌گونه اندازه‌گیری پیش‌بینی کند؟

۲۴. اگر می‌خواستید بردار پوئین‌تینگ را برای نقطه‌های مختلف در داخل و اطراف یک مبدل محاسبه کنید، انتظار داشتید که طرح میدان چگونه باشد؟ فرض کنید یک اختلاف پتانسیل متناوب به سیم‌پیچ اولیه اعمال و یک بار مقاومتی به دو سر سیم‌پیچ ثانویه بسته شده باشد. ۲۵. علاوه بر اندازه‌گیریهایی فشار تابش توسط نیکولز و هال، دو آزمایش تاریخی دیگر را نام ببرید که در آنها از ترازوی پیچشی استفاده شده است. هر دوی این آزمایشها در این کتاب بررسی شده‌اند، یکی در جلد اول و یکی در جلد سوم.

۲۶. آیا یک جسم می‌تواند انرژی نور را بدون انتقال تکانه خطی جذب کند؟ اگر چنین است، مثالی بیاورید. اگر چنین نیست، چگونگی را توضیح دهید.

۲۷. وقتی چراغ‌قوه‌ای را روشن می‌کنید آیا هیچ نیرویی در ارتباط با گسیل نور بر آن وارد می‌شود؟

۲۸. به موجهای الکترومغناطیسی انرژی و تکانه خطی نسبت می‌دهیم. آیا آنها تکانه زاویه‌ای نیز دارند؟

۲۹. رابطه بین شدت I یک موج الکترومغناطیسی و مقدار S بردار پوئین‌تینگ آن، در صورت وجود، کدام است؟

۳۰. وقتی روی ماسه‌های کنار ساحل در آفتاب دراز می‌کشید، چرا نسبت به دریافت انرژی گرمایی بسیار هوشیارید ولی نسبت به دریافت تکانه خطی از همان چشمه کاملاً بی‌تفاوت. آیا این امر واقعیت دارد که هنگام دریافت یک توپ بسیار تند بیس‌بال انتقال انرژی آن را حس می‌کنید ولی متوجه تکانه آن نمی‌شوید؟

۳۱. وقتی یک باریکه نور موازی بر جسمی فرود می‌آید، تکانه منتقل شده به جسم از معادله‌های (۳۴-۳۸) و (۳۶-۳۸) به دست می‌آید. اگر چشمه نور را با سرعت زیاد، شاید با سرعت 10^8 m/s ، به جسم نزدیک یا از آن دور شود آیا باز هم این معادله‌ها معتبرند؟

۳۲. این باور وجود دارد که فشار تابش مسئول ایجاد حد بالایی (در حدود $10^8 M_{\text{sun}}$) برای جرم یک ستاره است. در این باره توضیح دهید.

تمرینها

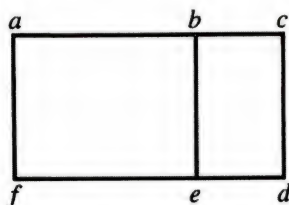
۱۳۸-۱ معادله‌های بنیادی نظریه الکترومغناطیس

۲-۳۸ میدانهای مغناطیسی القایی و جریان جابه‌جایی

۱. در مسئله نمونه ۱۳۸-۱، کجا میدان مغناطیسی القایی برابر نصف مقدار بیشینه آن است؟

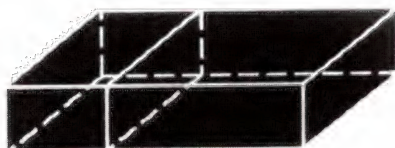
به شعاع R که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت B با آهنگی ثابت تغییر می‌کند.

۱۱. همان‌طور که در شکل ۱۸-۳۸ نشان داده‌ایم دو مسیر بسته مجاور هم یعنی $abefa$ و $bcdeb$ در ضلع be مشترک‌اند. (الف) می‌توانیم معادله III جدول ۱۸-۳۸، یعنی $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -d\Phi_B/dt$ را برای هر یک از دو حلقه بسته به‌طور جداگانه به‌کار ببریم. فقط با استفاده از این نتیجه نشان دهید که معادله III به‌طور خودکار در مسیر مرکب $abcdefa$ برقرار است. (ب) همین کار را با استفاده از معادله IV تکرار کنید. (ج) این رابطه را خاصیت “خودسازگاری” می‌خوانیم؛ چرا معادله‌های ماکسول باید خودسازگار باشند؟



شکل ۱۸-۳۸ تمرین ۱۱.

۱۲. همان‌طور که در شکل ۱۹-۳۸ نشان داده‌ایم دو مکعب مستطیل بسته مجاور هم دارای یک وجه مشترک‌اند. (الف) می‌توانیم معادله I در جدول ۱۸-۳۸، یعنی $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q/\epsilon_0$ را به‌طور جداگانه در مورد هر کدام از دو سطح بسته به‌کار ببریم. فقط با استفاده از این نتیجه نشان دهید که معادله I به‌طور خودکار برای سطح مرکب برقرار است. (ب) همین کار را با استفاده از معادله II تکرار کنید. تمرین ۱۱ را ببینید.



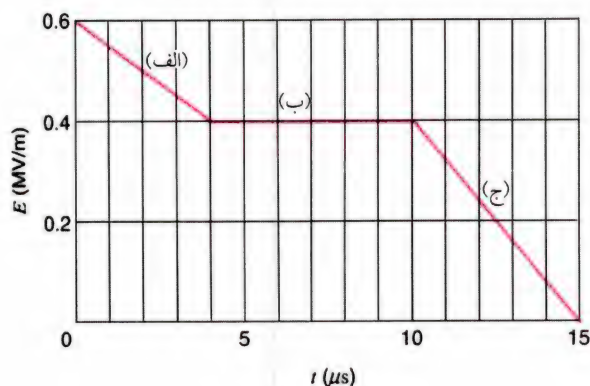
شکل ۱۹-۳۸ تمرین ۱۲.

۱۳. به بیان میکروسکوپی اصل پیوستگی جریان را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\oint (\vec{j} + \vec{j}_d) \cdot d\vec{A} = 0$$

که در اینجا \vec{j} چگالی جریان رسانش و \vec{j}_d چگالی جریان جابه‌جایی است. این انتگرال را باید بتوان روی هر سطح بسته‌ای محاسبه کرد؛ این معادله اساساً حاکی از آن است که هر جریانی که به حجم محصور

به صفر فرو می‌افتد. در هر یک از بازه‌های زمانی (الف)، (ب)، و (ج) که روی شکل مشخص شده است، جریان جابه‌جایی عبوری از ناحیه‌ای به مساحت 1.9 m^2 و عمود بر جهت میدان را محاسبه کنید. (رفتار میدان در انتهای بازه‌ها را نادیده بگیرید.)



شکل ۱۷-۳۸ تمرین ۷.

۸. یک خازن تخت با صفحه‌های دایره‌ای به قطر 21.6 cm ، مطابق شکل ۲۳-۳۸، پر می‌شود. چگالی جریان جابه‌جایی در سرتاسر ناحیه یکنواخت و به طرف داخل صفحه شکل و مقدار آن 1.87 mA/cm^2 است. (الف) میدان مغناطیسی B را، در فاصله $r = 53^\circ \text{ mm}$ از محور تقارن ناحیه، محاسبه کنید. (ب) تغییرات dE/dt را در این ناحیه محاسبه کنید.

۹. فرض کنید که شعاع صفحه‌های دایره‌ای یک خازن تخت، R ، برابر 32.1 mm و فاصله بین صفحه‌ها 4.8° mm باشد. بین صفحه‌های این خازن یک اختلاف پتانسیل سینوسی با بیشینه مقدار 162 V اعمال می‌شود. بیشینه مقدار میدان مغناطیسی القایی در $r = R$ را تعیین کنید.

۳-۳۸ معادله‌های ماکسول

۱۰. عبارتهای مربوط به چهار کمیت زیر را، با در نظر گرفتن هر دو حالت $r < R$ و $r > R$ گردآوری کنید و به‌صورت جدول در آورید. چگونگی به‌دست آوردن این کمیتها را در کنارشان بنویسید و آنها را به‌عنوان کاربردهای جالبی از معادله‌های ماکسول در مورد مسائلی که تقارن استوانه‌ای دارند بررسی کنید. (الف) میدان $B(r)$ برای جریان i در یک رشته سیم دراز به شعاع R . (ب) میدان $E(r)$ برای استوانه درازی به شعاع R و توزیع یکنواخت بار (ج) میدان $B(r)$ برای یک خازن تخت با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع R که در آن میدان E با آهنگی ثابت تغییر می‌کند. (د) میدان $E(r)$ برای یک ناحیه استوانه‌ای

به مؤلفه‌های میدان مغناطیسی این موج را بنویسید. (ب) طول موج این موج را تعیین کنید.

۱۷. یک موج الکترومغناطیسی تخت دارای بیشینه شدت میدان الکتریکی $321 \mu\text{V/m}$ است. بیشینه شدت میدان مغناطیسی آن را تعیین کنید.

۱۸. با شروع از معادله‌های (۱۴-۳۸) و (۱۷-۳۸) نشان دهید که مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی تخت رونده، یعنی $E(x, t)$ و $B(x, t)$ باید در "معادله‌های موج" صدق کنند، یعنی باید داشته باشیم

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

و

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

۱۹. (الف) نشان دهید که معادله‌های (۱۱-۳۸) و (۱۲-۳۸) در معادله‌های موج نمایش‌یافته در تمرین ۱۸ صدق می‌کنند. (ب) نشان دهید که هر عبارتی به صورت $E = E_m f(kx \pm \omega t)$ و $B = B_m f(kx \pm \omega t)$ که در آنها $f(kx \pm \omega t)$ یک تابع دلخواه است، نیز در معادله‌های موج صدق می‌کند.

۶-۳۸ انتقال انرژی و بردار پوئین‌تینگ

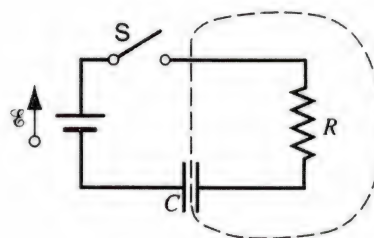
۲۰. با یافتن جهت بردار پوئین‌تینگ، \vec{S} ، نشان دهید که جهت میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در تمام نقطه‌های شکلهای ۶-۳۸، ۷-۳۸ و ۸-۳۸ در تمام زمانها با جهت‌های مفروض انتشار سازگار است.

۲۱. لیزرهای نئودیمیم-شیشه که اخیراً وارد کار شده‌اند می‌توانند توان 10^6 W را در تپهای 1 ns با طول موج $26 \mu\text{m}$ تأمین کنند. در هر تک تپ چه مقدار انرژی موجود است؟

۲۲. یک موج الکترومغناطیسی تخت در جهت y منفی حرکت می‌کند. در یک مکان و زمان مشخص، میدان مغناطیسی در جهت مثبت محور z قرار دارد و اندازه‌اش 28 nT است. جهت و اندازه میدان الکتریکی در آن مکان و در آن زمان کدام است؟

۲۳. نزدیکترین همسایه ستاره‌ای، α -قنطورس، 4.3° سال نوری از ما فاصله دارد. گفته می‌شود که برنامه‌های TV از سیاره‌ها به این ستاره رسیده است و امکان دارد که ساکنان فرضی یک سیاره فرضی که گرد این ستاره می‌چرخد، آن را مشاهده کرده باشند. توان خروجی یک ایستگاه فرستنده TV روی زمین 960 kW است. شدت سیگنال این فرستنده را در ستاره α -قنطورس معین کنید.

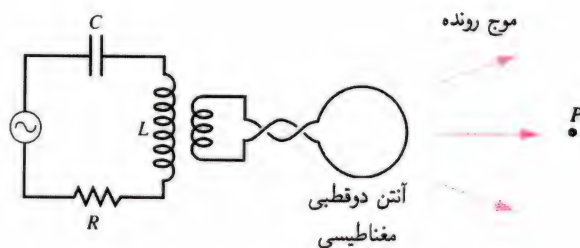
وارد شود باید از آن خارج شود. این معادله را در مورد رویه نشان داده‌شده با خط چین در شکل ۲۰-۳۸، اندک زمانی پس از بسته شدن کلید S به کار ببندید.



شکل ۲۰-۳۸ تمرین ۱۳.

۴-۳۸ تولید موج الکترومغناطیسی

۱۴. در شکل ۲۱-۳۸ یک نوسانگر LC را نشان داده‌ایم که از طریق خط انتقال به آنتنی از نوع دوقطبی مغناطیسی متصل شده است. این آنتن را با شکل ۵-۳۸ مقایسه کنید، که آرایش مشابهی با آنتن دوقطبی الکتریکی دارد. (الف) مبنای نامگذاری این دو نوع آنتن چیست؟ (ب) برای توصیف موج الکترومغناطیسی که از کنار ناظر P در شکل ۲۱-۳۸ می‌گذرد، شکلهای متناظر با شکلهای ۶-۳۸ و ۷-۳۸ را رسم کنید.

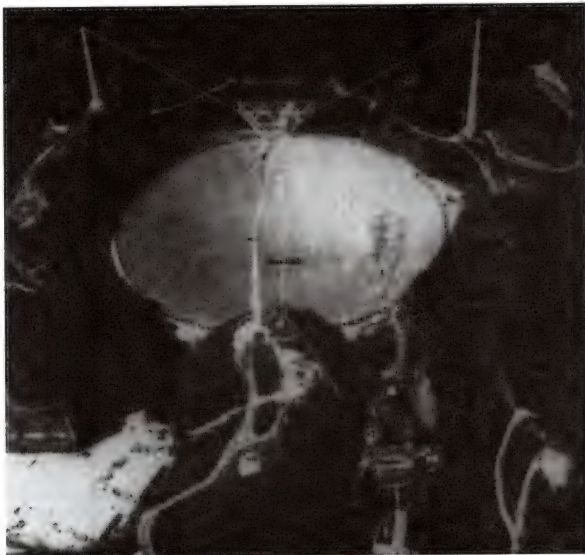


شکل ۲۱-۳۸ تمرین ۱۴.

۱۵. برای ساختن نوسانگری که توان تولید امواج الکترومغناطیسی با طول موج 550 nm (یعنی محدوده نور مرئی) را داشته باشد، چه القاگری باید به یک خازن با ظرفیت 17 pF متصل شود؟ درباره پاسخ خود اظهارنظر کنید.

۵-۳۸ موجهای رونده و معادله‌های ماکسول

۱۶. میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی تخت با مؤلفه‌های زیر مشخص شده است: $E_z = E_0 \sin k(x - ct)$ و $E_y = 0$, $E_x = 0$. که در اینجا $E_0 = 2.34 \times 10^{-4} \text{ V/m}$ و $k = 9.72 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ است. این موج در جهت $+x$ منتشر می‌شود. (الف) رابطه‌های مربوط



شکل ۲۲-۳۸ تمرین ۳۰.

۳۱. هواپیمایی که در فاصله 11.3 km از یک فرستنده رادیویی در پرواز است، سیگنالی با شدت $7.83 \mu\text{W}/\text{m}^2$ دریافت می‌کند. (الف) دامنه میدان الکتریکی این سیگنال در موقعیت هواپیما، (ب) دامنه میدان مغناطیسی در موقعیت هواپیما، و (ج) کل توان ارسال توسط فرستنده را محاسبه کنید، فرض کنید فرستنده در همه جهتها به طور یکنواخت تابش می‌کند.

۳۲. در خلال یک آزمون، یک سیستم رادار مراقبتی ناتو، که در بسامد 12 GHz و با توان خروجی 183 kW کار می‌کند، می‌کوشد که یک هواپیمای تهاجمی "دشمن" را در فاصله 88.2 km آشکار سازد. هواپیمای هدف چنان طراحی شده است که سطح مقطع مؤثر بسیار کوچک 222 m^2 را برای بازتاب امواج رادار داشته باشد. فرض کنید باریکه رادار به صورت همسانگرد روی نیمکره جلویی گسترده شده باشد. البته هم برای ارسال و هم برای بازتاب. جذب انرژی در جو را نادیده بگیرید. برای باریکه بازتابیده که در محل رادار دریافت می‌شود (الف) شدت، (ب) دامنه بردار میدان الکتریکی، و (ج) مقدار ریشه میانگین مربعی میدان مغناطیسی را محاسبه کنید.

۷-۳۸ فشار تابش

۳۳. فرض کنید به مدت 2.5 ساعت در آفتاب دراز کشیده و مساحت 1.3 m^2 را در معرض تابش قرار داده باشید و پرتوهای خورشید با زاویه 90° و شدت $1 \text{ kW}/\text{m}^2$ بر بدن شما فرود می‌آید. فرض کنید پرتوها به طور کامل جذب شوند، در این صورت بدن شما چه تکانه‌ای دریافت کرده است؟

۲۴. (الف) نشان دهید که در موج الکترومغناطیسی تخت رونده شدت میانگین تابش، یعنی میانگین آهنگ انتقال انرژی به ازای واحد سطح از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S_{\text{av}} = \frac{cB_m^2}{2\mu_0}$$

(ب) شدت میانگین موج الکترومغناطیسی تخت رونده‌ای که برای آن B_m ، بیشینه مقدار مؤلفه میدان مغناطیسی، برابر با 10^{-4} T باشد، چقدر است؟

۲۵. شدت تابش مستقیم خورشید، که در جو زمین جذب نشده باشد، در یک روز خاص تابستانی $130 \text{ W}/\text{m}^2$ است. در چه فاصله‌ای از یک بخاری برقی با توان 1 kW باید قرار بگیرید تا همان شدت را احساس کنید. فرض کنید بخاری به طور یکنواخت در همه جهتها تابش می‌کند.

۲۶. ثابت کنید که برای هر نقطه‌ای در موج الکترومغناطیسی، مانند مورد شکل ۳۸-۸، چگالی انرژی ذخیره‌شده در میدان الکتریکی با چگالی انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی برابر است.

۲۷. وقتی مستقیماً 162 m به یک چراغ خیابانی نزدیک می‌شوید شدت نور 1.5° برابر شدت نور در مکان اولیه می‌شود. (الف) فاصله چراغ از مکان اولیه شما چقدر است؟ (لامپ به طور یکنواخت در همه جهتها تابش می‌کند). (ب) آیا می‌توانید توان خروجی لامپ را تعیین کنید؟ اگر نمی‌توانید، توضیح دهید چرا.

۲۸. نور خورشید، درست در بالای جو، با شدت $138 \text{ kW}/\text{m}^2$ با زمین برخورد می‌کند. با فرض اینکه نور خورشید موج تخت باشد (الف) E_m و (ب) B_m را محاسبه کنید.

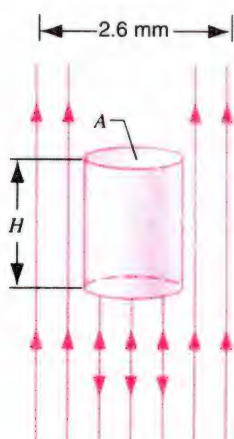
۲۹. بیشینه میدان الکتریکی در فاصله 11.2 m از یک چشمه نور نقطه‌ای $196 \text{ V}/\text{m}$ است. (الف) دامنه میدان مغناطیسی، (ب) شدت، و (ج) توان خروجی چشمه نور را محاسبه کنید.

۳۰. فرانک د. دریک یک پژوهشگر فعال در طرح SETI (در جستجوی هوش فرازمینی) گفته است که رادیو تلسکوپ بزرگی که در آرشیوی پورتوریکو قرار دارد "می‌تواند سیگنالی که توان فقط 1 پیکوات را در کل سطح زمین می‌گستراند آشکار سازد." شکل ۳۸-۲۲ را ببینید. (الف) برای چنین سیگنالی، توان واقعی که آنتن آرشیو دریافت می‌کند چقدر است؟ قطر این آنتن 305 m است. (ب) توان خروجی یک چشمه در مرکز کهکشان راه شیری که بتواند چنین سیگنالی گسیل کند چقدر است؟ فاصله مرکز کهکشان $10^4 \times 23$ سال نوری است. فرض کنید این چشمه در تمام جهتها به صورت یکنواخت تابش می‌کند.

موجود در جریان در بالای سطح است؛ فرض کنید سطح به طور کامل گلوله‌ها را جذب می‌کند. این رفتار را با رفتار نور مقایسه کنید؛ تمرین ۴۰ را ببینید.

۴۲. یک سفینه فضایی کوچک که جرم آن، به همراه سرنشین 1500 kg است، به فضای خارج می‌رود که در آنجا میدان گرانشی ناچیز است. اگر فضاورد یک باریکه لیزر 10^6 W را به کار اندازد، این سفینه به علت نیروی واکنش مربوط به تکانه‌ای که باریکه حمل می‌کند در یک روز چه سرعتی به دست می‌آورد؟

۴۳. توان خروجی یک لیزر 46 W و قطر باریکه آن 2.6 mm است. اگر این باریکه به طور قائم به طرف بالا نشانه‌گیری شود، ارتفاع H یک استوانه کاملاً بازتابنده که بتوان آن را با فشار تابش اعمال شده از طرف باریکه "معلق" نگه داشت چقدر است؟ فرض کنید چگالی استوانه 12 g/cm^3 است. شکل ۲۳-۳۸ را ببینید.



شکل ۲۳-۳۸ تمرین ۴۳

۴۴. در تمرین ۸ فصل ۳ کشتی بادبانی خورشیدی دینا را توصیف کرده‌ایم. این کشتی بادبانی چنان طراحی شده است که با بهره‌گیری از فشار نور خورشید در پهنه سیستم خورشیدی سفر کند. مساحت بادبان 31 km^2 و جرم این کشتی 930 kg است. تحقیق کنید که بیشینه نیروی تابش وارد بر بادبان در فاصله‌ای از خورشید برابر با شعاع مدار زمین 29 N است.

مسئله‌ها

۱. در شکل ۲۴-۳۸ صفحه‌های P_1 و P_2 مربوط به یک خازن تخت دایره‌ای به شعاع R را نشان داده‌ایم. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است این صفحه‌ها به دو رشته سیم دراز مستقیم که در آنها جریان رسانش ثابت i برقرار است متصل شده‌اند. همچنین در این

۳۴. میانگین شدت تابش خورشید که به طور قائم، درست در بالای جو، بر سطح زمین فرود می‌آید 138 kW/m^2 است. (الف) با فرض اینکه تابش به طور کامل جذب شود، چه فشار تابشی بر این سطح وارد می‌شود؟ (ب) این فشار در مقایسه با فشار جو زمین در سطح دریا که برابر 101 kPa است، چگونه ارزیابی می‌شود؟

۳۵. برای متراکم کردن پلاسماهای گازی با فشار تابش از لیزر پرتوان استفاده می‌شود. اگر چگالی الکترون به اندازه کافی زیاد باشد ضریب بازتابش پلاسما برابر واحد است. لیزری که تپهای تابش با توان قله 15 GW تولید می‌کند بر یک پلاسما با چگالی زیاد الکترون به مساحت 1.3 mm^2 متمرکز شده است. فشار وارد بر این پلاسما را مشخص کنید.

۳۶. فشار تابش را در فاصله 150 m تری از یک لامپ 500 W محاسبه کنید. فرض کنید سطحی که بر آن فشار وارد می‌شود در مقابل لامپ قرار گرفته و یک جذب‌کننده کامل است و نیز فرض کنید لامپ به طور یکنواخت در همه جهتها تابش می‌کند.

۳۷. تابش خورشیدی با شدت 138 kW/m^2 به زمین برخورد می‌کند. (الف) با فرض اینکه زمین مانند یک قرص تخت عمود بر پرتوهای خورشید عمل می‌کند و نیز فرض اینکه تمام انرژی فرودی را جذب می‌کند، نیرویی که فشار تابش به زمین وارد می‌کند محاسبه کنید. (ب) با محاسبه نسبت $F_{\text{rad}}/F_{\text{grav}}$ ، این نیرو را با نیروی ربایش گرانشی خورشید مقایسه کنید.

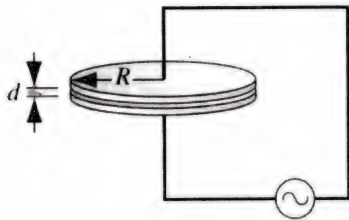
۳۸. نشان دهید که بردار $\epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$ دارای ابعاد [(مساحت·زمان)/(تکانه)] است، در صورتی که $\mu_0^{-1} \vec{E} \times \vec{B}$ دارای ابعاد [(مساحت·زمان)/(انرژی)] است. (به همان ترتیبی که از بردار $\vec{S} = \mu_0^{-1} \vec{E} \times \vec{B}$ برای محاسبه جریان انرژی استفاده می‌شود، می‌توان از بردار $\epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$ برای محاسبه جریان تکانه استفاده کرد.)

۳۹. تابش با شدت I معمولاً بر سطح جسمی فرود می‌آید که کسر f آن را جذب و بقیه را باز می‌تاباند. در این حالت فشار تابش چقدر است؟

۴۰. برای یک موج تخت که به طور قائم بر یک سطح تخت فرود می‌آید، ثابت کنید که فشار تابش وارد بر سطح با چگالی انرژی موجود در باریکه در خارج از آن سطح برابر است. این رابطه، بدون توجه به اینکه چه کسری از انرژی فرودی بازتابش می‌یابد، برقرار است.

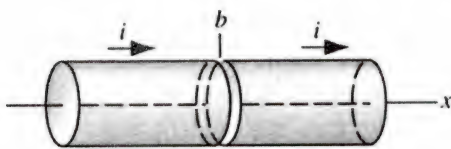
۴۱. برای جریانی از گلوله‌ها که به طور قائم بر یک سطح تخت فرود می‌آیند، ثابت کنید که "فشار" مساوی دو برابر چگالی انرژی جنبشی

مقدار میدان \vec{B} را در فاصله بین صفحه‌ها و به فاصله $r = ۱۸ \text{ cm}$ از مرکز مشخص کنید.



شکل ۲۵-۳۸ مسئله ۳.

۴. در شکل ۲۶-۳۸ میله رسانای استوانه‌ای درازی به شعاع R را نشان داده‌ایم که محور آن بر محور x قرار دارد. یک برش نازک در $x = b$ در میله به وجود آورده‌ایم. جریان رسانش i که با زمان به صورت $i = \alpha t$ افزایش می‌یابد در میله به طرف راست برقرار می‌شود؛ α یک ضریب تناسب (مثبت) است. در لحظه $t = 0$ روی دو رویه بریده شده در نزدیکی $x = b$ هیچ‌گونه باری وجود ندارد. (الف) اندازه بار موجود روی این رویه‌ها را برحسب زمان تعیین کنید. (ب) با استفاده از معادله I جدول ۱-۳۸، مقدار E را در فضای بین دو بخش میله برحسب زمان، تعیین کنید. (ج) خطهای \vec{B} را برای $r < R$ رسم کنید. در اینجا r فاصله نقطه مورد نظر از محور x است. (د) با استفاده از معادله IV جدول ۱-۳۸ مقدار $B(r)$ را در فضای بین دو قسمت بریده شده برای $r < R$ به دست آورید. (ه) جواب قسمت آخر را با $B(r)$ مربوط به داخل میله در $r < R$ مقایسه کنید.



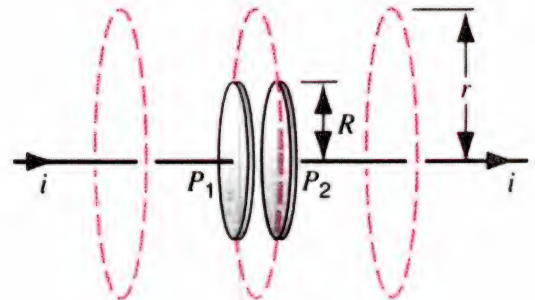
شکل ۲۶-۳۸ مسئله ۴.

۵. اضلاع مکعبی به ضلع a با محورهای x ، y ، و z یک دستگاه مختصات دکارتی موازی است. میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} موازی محور y ، و میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} موازی محور x است. (الف) از دیدگاه بردار پوینتینگ آهنگ عبور انرژی از هر کدام از وجه‌های این مکعب را محاسبه کنید و (ب) آهنگ تغییر احتمالی انرژی ذخیره شده در مکعب را حساب کنید.

۶. یک کاواک الکترومغناطیسی استوانه‌ای به قطر ۴.۸ cm و طول ۷.۳ cm در مد نشان داده شده در شکل ۳-۳۸ نوسان می‌کند. (الف) فرض کنید، برای نقطه‌های واقع بر محور کاواک، $E_m = ۱۳ \text{ kV/m}$.

شکل سه دایره فرضی به شعاع r نشان داده شده‌اند که دوتای آنها در خارج از خازن قرار دارند و یکی در فاصله بین صفحه‌های خازن. نشان دهید که میدان مغناطیسی در محیط هر یک از این دایره‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$



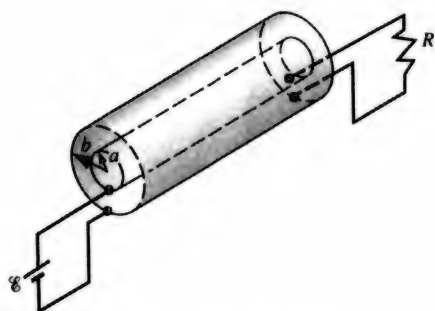
شکل ۲۴-۳۸ مسئله ۱.

۲. در سال ۱۹۲۹ میلادی م. ر. وان کاتونبرگ برای اولین بار موفق به اندازه‌گیری مستقیم جریان جابه‌جایی i_d بین دو صفحه یک خازن با صفحه‌های موازی شد. این خازن، همان‌طور که در شکل ۲-۳۸ پیشنهاد شده، به یک اختلاف پتانسیل متناوب متصل شده بود. او از صفحه‌های دایره‌ای استفاده کرد که شعاع موثر آنها ۴.۰ cm و ظرفیت خازن ۱۰ pF بود. اختلاف پتانسیل اعمال شده دارای بیشینه مقدار ΔV_m برابر با ۱۷۴ kV و با بسامد ۵.۰ Hz بود. (الف) بیشینه جریان جابه‌جایی بین صفحه‌ها چقدر بود؟ (ب) چرا اختلاف پتانسیل تا این حد بالا اختیار شده بود؟ (این اندازه‌گیریها به قدری حساس و دقیق بودند که تنها با گذشت بیش از ۶۰ سال پس از آنکه ماکسول مفهوم جابه‌جایی را اعلام کرد به صورتی مستقیم انجام شد! این آزمایش در شماره ۸ مجله ژورنال دو فیزیک در سال ۱۹۲۹ میلادی توصیف شده است.)

۳. خازن شکل ۲۵-۳۸ از دو صفحه دایره‌ای با شعاع $R = ۱۸.۲ \text{ cm}$ تشکیل و به یک چشمه نیروی محرکه الکتریکی $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ متصل شده است که برای آن $\mathcal{E}_m = ۲۲۵ \text{ V}$ و $\omega = ۱۲۸ \text{ rad/s}$ است. بیشینه جریان جابه‌جایی برابر با $i_d = ۷.۶۳ \mu\text{A}$ است. آثار لبه‌ای میدان الکتریکی روی لبه‌های صفحه‌ها را نادیده می‌گیریم. (الف) بیشینه مقدار جریان چقدر است؟ (ب) بیشینه مقدار $d\Phi_E/dt$ که در آن شار الکتریکی گذرنده در ناحیه بین صفحه‌هاست، چقدر است؟ (ج) فاصله d بین صفحه‌های خازن چقدر است؟ (د) بیشینه

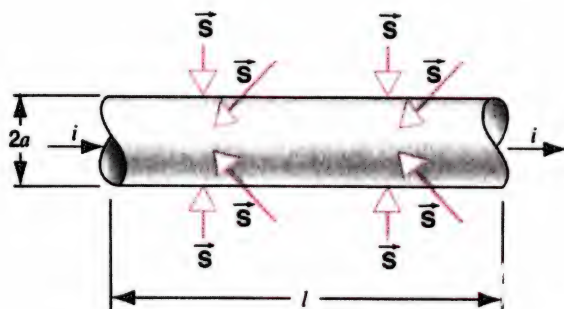
الکتریکی، (ب) میدان مغناطیسی، و (ج) اندازه بردار پوئینتینگ را برای نقطه‌ای روی سطح این سیم محاسبه کنید.

۱۱. یک کابل هم‌محور (با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b) به عنوان خط انتقال بین باتری \mathcal{E} و مقاومت R ، مطابق شکل ۲۸-۳۸ به کار رفته است. (الف) E و B را برای $a < r < b$ محاسبه کنید. (ب) بردار پوئینتینگ \vec{S} را برای $a < r < b$ محاسبه کنید. (ج) با انتگرال‌گیری مناسب بردار پوئینتینگ نشان دهید که کل توانی که از سطح مقطع حلقوی $a < r < b$ می‌گذرد برابر است با \mathcal{E}^2/R . آیا این جواب منطقی است؟ (د) نشان دهید که جهت بردار \vec{S} ، بدون توجه به اینکه باتری چگونه به مقاومت وصل شده است، همواره از باتری به مقاومت است.



شکل ۲۸-۳۸ مسئله ۱۱.

۱۲. در شکل ۲۹-۳۸، یک مقاومت استوانه‌ای به طول l ، شعاع a و مقاومت ویژه ρ را نشان داده‌ایم، که حامل جریان i است. (الف) نشان دهید که بردار پوئینتینگ \vec{S} در سطح مقاومت در همه جا، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، عمود بر سطح است. (ب) نشان دهید که آهنگ جریان انرژی به داخل این مقاومت از طریق جداره استوانه‌ای آن، که با انتگرال‌گیری بردار پوئینتینگ روی این سطح محاسبه می‌شود، برابر است با آهنگ تولید انرژی داخلی.

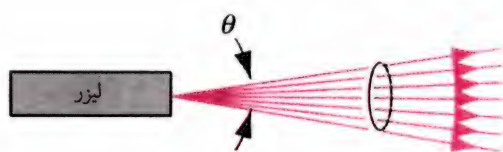


شکل ۲۹-۳۸ مسئله ۱۲.

بسامد نوسان در این کاواک 2.4 GHz است. برای این نقطه‌های محوری، بیشینه آهنگ تغییر $(dE/dt)_m$ چقدر است؟ (ب) فرض کنید میانگین مقدار $(dE/dt)_m$ ، برای تمام نقطه‌های روی سطح مقطع کاواک، نصف مقدار مشخص شده در بالا برای نقطه‌های محوری باشد. با پذیرفتن این فرض، بیشینه مقدار B روی سطح استوانه‌ای کاواک چقدر است؟

۷. شدت میانگین نور خورشید که، به طور عمود، درست در بالای جو زمین فرود می‌آید، در طول سال به علت تغییر فاصله زمین-خورشید، تغییر می‌کند. نشان دهید که تغییرات نسبی سالانه، تقریباً از رابطه $\Delta I/I = 4e$ به دست می‌آید، که در اینجا e خروج از مرکز مدار بیضوی زمین به گرد خورشید است.

۸. تابش گسیل شده از لیزر دقیقاً یک باریکه موازی نیست؛ بلکه باریکه به صورت مخروطی با سطح مقطع دایره است که در فضا گسترده می‌شود. زاویه θ مخروط (شکل ۲۷-۳۸) را زاویه کامل واگرایی باریکه می‌نامیم. یک لیزر آرگون با توان 3.85 kW را که در طول موج 514.5 nm تابش می‌کند در یک آزمایش فاصله‌یابی به طرف ماه نشانه می‌رویم؛ زاویه کامل واگرایی باریکه این لیزر $88 \mu\text{rad}$ است. شدت باریکه را در سطح ماه مشخص کنید.



شکل ۲۷-۳۸ مسئله ۸.

۹. امکان وجود امواج الکترومغناطیسی ساکن زیر را بررسی کنید:

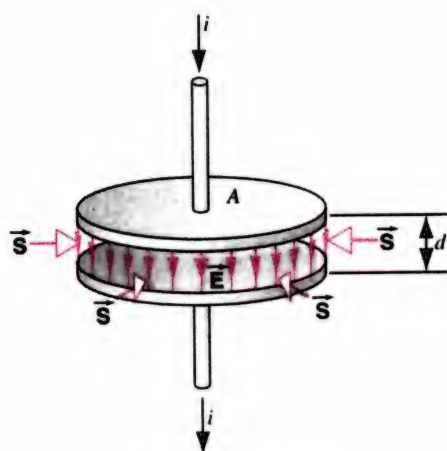
$$E = E_m \sin kx \sin \omega t$$

$$B = B_m \cos kx \cos \omega t$$

(الف) نشان دهید که اگر E_m با B_m رابطه مناسبی داشته باشد و ω هم به طور مناسب به k مربوط شده باشد این رابطه‌ها در معادله‌های (۱۴-۳۸) و (۱۷-۳۸) صدق می‌کنند. این رابطه‌ها کدام‌اند؟ (ب) بردار پوئینتینگ (لحظه‌ای) را مشخص کنید (ج) نشان دهید که میانگین زمانی جریان توان از هر سطحی برابر با صفر است. (د) جریان انرژی را در این وضعیت توصیف کنید.

۱۰. یک رشته سیم مسی (قطر 2.48 mm ؛ مقاومت برابر $1.0^\circ \Omega$ برای 3.0 m سیم) حامل جریان 25.0 A است. (الف) میدان

که میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در فرایند باردار شدن خازن است؛ شکل ۳۸-۲ را ببینید. آثار لبه‌ای خطهای \vec{E} را نادیده بگیرید.)



شکل ۳۸-۳۰ مسئله ۱۴.

۱۵. یک لیزر هلیوم-نئون از نوعی که در اغلب آزمایشگاههای فیزیک یافت می‌شود دارای باریکه‌ای با توان خروجی 5.00 mW در طول موج 633 nm است. این باریکه را یک عدسی در یک لکه دایره‌ای، که قطر مؤثر آن 2.10 طول موج است، متمرکز می‌کند. (الف) شدت باریکه کانونی شده، (ب) فشار تابش وارد بر یک کره بسیار کوچک کاملاً جذب‌کننده که قطر آن با قطر لکه کانونی برابر است، (ج) نیروی وارد بر این کره، و (د) شتاب منتقل شده به کره را محاسبه کنید. چگالی کره را 4.88 g/cm^3 در نظر بگیرید.

۱۶. پیشنهاد شده است که می‌توان یک سفینه فضایی را به وسیله فشار تابش با بهره‌گیری از یک بادبان بزرگ ساخته شده از یک برگه نازک در سیستم خورشیدی به پیش راند. اگر بخواهیم اندازه نیروی تابش برابر با جاذبه گرانشی خورشید باشد، بادبان باید چه اندازه‌ای داشته باشد؟ فرض کنید جرم سفینه + بادبان برابر 1650 kg باشد که بادبان کاملاً بازتابنده است و عمود بر پرتوهای خورشید قرار گرفته است. برای داده‌های مورد نیاز به پیوست ج رجوع کنید.

یعنی داریم

$$\int \vec{S} \cdot d\vec{A} = i^2 R$$

که در اینجا $d\vec{A}$ عنصری از سطح استوانه‌ای است. از دیدگاه بردار پوئین‌تینگ، این بدان معنی است که انرژی که در یک مقاومت به صورت انرژی داخلی پدید می‌آید از سیمهای اتصال وارد آن نمی‌شود بلکه از طریق فضا وارد می‌شود که سیمها و مقاومت را احاطه کرده‌اند.

۱۳. یک موج الکترومغناطیسی تخت، با طول موج 3.18 m در جهت $+x$ در فضای آزاد پیش می‌رود و بردار الکتریکی \vec{E} آن با دامنه 288 V/m ، در امتداد محور y است. (الف) بسامد این موج چقدر است؟ (ب) جهت و دامنه میدان مغناطیسی این موج کدام است؟ (ج) اگر $E = E_m \sin(kx - \omega t)$ باشد، مقادیرهای مربوط به k و ω چقدر است؟ (د) شدت موج را تعیین کنید. (ه) اگر این موج بر یک برگه جذب‌کننده کامل به مساحت 1.85 m^2 فرود آید، با چه آهنگی تکانه به ورقه منتقل خواهد شد و فشار تابش وارد بر برگه چقدر است؟

۱۴. در شکل ۳۸-۳۰ یک خازن با صفحه‌های موازی یا خازن تخت را در حال پر شدن نشان داده‌ایم. (الف) نشان دهید که بردار پوئین‌تینگ \vec{S} در همه جا به صورت شعاعی به طرف داخل استوانه است. (ب) نشان دهید که آهنگ جریان انرژی به این حجم، که با انتگرال‌گیری بردار پوئین‌تینگ روی جدار استوانه‌ای این حجم محاسبه می‌شود، برابر است با آهنگ افزایش انرژی الکتروستاتیکی ذخیره‌شده؛ یعنی،

$$\int \vec{S} \cdot d\vec{A} = Ad \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right)$$

که در اینجا Ad حجم خازن و $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ چگالی انرژی برای تمام نقطه‌های داخل این حجم استوانه‌ای است. این تحلیل نشان می‌دهد که از دیدگاه بردار پوئین‌تینگ، انرژی ذخیره‌شده در خازن نه از طریق سیمها بلکه از طریق فضای اطراف سیمها و صفحه‌ها به آن وارد می‌شود. (راهنمایی: برای یافتن \vec{S} باید ابتدا میدان \vec{B} را تعیین کنیم،

پیوستها

پیوست الف

سیستم بین‌المللی یکاها (SI)^۱

یکاهای اصلی SI

کمیت	یکا	نماد	تعریف
طول	متر	m	"... طول مسیری که نور آن را در خلأ در $\frac{1}{299792458}$ ثانیه طی می‌کند." (۱۹۸۳)
جرم	کیلوگرم	kg	"... جرم نمونه بین‌المللی کیلوگرم." (۱۹۰۱)
زمان	ثانیه	s	"... مدتی برابر با 9192631770 دوره تناوب تابش متناظر با گذار میان دو تراز فوق ریز حالت پایه اتم سزیوم 133 ." (۱۹۶۷)
جریان الکتریکی	آمپر	A	"... جریان ثابتی که اگر در دو سیم راست به طول نامحدود و سطح مقطع دایره‌ای ناچیز که به فاصله یک متر موازی با یکدیگر در خلأ واقع شده‌اند برقرار باشد، نیرویی برابر با 2×10^{-7} نیوتن به‌ازای هر متر از طول سیمها میان آنها ایجاد کند." (۱۹۴۸)
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K	"... دمای مطلق نقطه سه‌گانه آب." (۱۹۶۷)
مقدار ماده	مول	mol	"... مقدار ماده موجود در هر سیستمی که تعداد اجزای بنیادی آن برابر با تعداد اتمهای موجود در 12 گرم 12 کیلوگرم از کربن 12 باشد." (۱۹۷۱)
شدت روشنایی	شمع	cd	"... شدت روشنایی چشمه‌ای که تابش تک‌رنگ با بسامد 540×10^{12} هرتز را در راستای مشخصی گسیل می‌دارد و شدت تابش در آن راستا برابر با $\frac{1}{683}$ وات به‌ازای هر استرادیان است." (۱۹۷۹)

۱. این تعریفها (در تاریخهای نشان داده شده) در "کنفرانس عمومی اوزان و مقیاسها"، که یک مجمع بین‌المللی است، پذیرفته شده‌اند. در این کتاب از کندلا استفاده نمی‌کنیم. برگرفته شده از:

"Guide for the Use of the International System of Units (SI)," National Bureau of Standards Special Publication 811, 1995 edition.

بعضی از یکاهای فرعی SI

کمیت	یکا	نماد	یکای معادل
سطح	مترمربع	m^2	
حجم	مترمکعب	m^3	
بسامد	هرتز	Hz	s^{-1}
چگالی (جرمی)	کیلوگرم بر مترمکعب	kg/m^3	
سرعت	متر بر ثانیه	m/s	
سرعت زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه	rad/s	
شتاب	متر بر مجذور ثانیه	m/s^2	
شتاب زاویه‌ای	رادیان بر مجذور ثانیه	rad/s^2	
نیرو	نیوتون	N	$kg \cdot m/s^2$
فشار	پاسکال	Pa	N/m^2
کار، انرژی، مقدار گرما	ژول	J	$N \cdot m$
توان	وات	W	J/s
مقدار الکتریسیته	کولن	C	$A \cdot s$
اختلاف پتانسیل، نیروی محرکه الکتریکی	ولت	V	$N \cdot m/C$
میدان الکتریکی	ولت بر متر	V/m	N/C
مقاومت الکتریکی	اوم	Ω	V/A
ظرفیت	فاراد	F	$A \cdot s/V$
شار مغناطیسی	وبر	Wb	$V \cdot s$
القابیدگی	هانری	H	$V \cdot s/A$
میدان مغناطیسی	تسلا	T	$Wb/m^2, N/A \cdot m$
آنتروپی	ژول بر کلوین	J/K	
ظرفیت گرمایی ویژه	ژول بر کیلوگرم کلوین	$J/(kg \cdot K)$	
رسانندگی گرمایی	وات بر متر کلوین	$W/(m \cdot K)$	
شدت تابش	وات بر استرادیان	W/sr	

یکاهای مکمل SI

کمیت	یکا	نماد
زاویه	رادیان	rad
زاویه فضایی	استرادیان	sr

پیوست ب

بعضی ثابتهای بنیادی فیزیک*

بهترین مقدار (تا سال ۱۹۹۸)		مقدار محاسباتی	نماد	ثابت
مقدار ^۱	عدم قطعیت ^۲			
دقیق	۲۹۹۷۹۲۴۵۸	$3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$	c	سرعت نور در خلأ
۰.۰۳۹٪	۱.۶۰۲۱۷۶۴۶۲	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$	e	بار بنیادی
دقیق	۸.۸۵۴۱۸۷۸۱۷۶۲	$8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	ϵ_0	ثابت الکتریکی (گذردهی)
دقیق	۱.۲۵۶۶۳۷۰۶۱۴۳	$1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	μ_0	ثابت مغناطیسی (تراوایی)
۰.۰۷۹٪	۹.۱۰۹۳۸۱۸۸	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	m_e	جرم الکترون
۰.۰۰۲۱٪	۵.۴۸۵۷۹۹۱۱۰	$5.49 \times 10^{-4} \text{ u}$	m_e	جرم الکترون ^۳
۰.۰۷۹٪	۱.۶۷۲۶۲۱۵۸	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_p	جرم پروتون
۰.۰۰۰۱۳٪	۱.۰۰۷۲۷۶۴۶۶۸۸	1.0073 u	m_p	جرم پروتون ^۳
۰.۰۷۹٪	۱.۶۷۴۹۲۷۱۶	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_n	جرم نوترون
۰.۰۰۰۵۴٪	۱.۰۰۸۶۶۴۹۱۵۷۸	1.0087 u	m_n	جرم نوترون ^۳
۰.۰۴۰٪	۱.۷۵۸۸۲۰۱۷۴	$1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$	e/m_e	نسبت بار به جرم الکترون
۰.۰۰۲۱٪	۱۸۳۶.۱۵۲۶۶۷۵	1840	m_p/m_e	نسبت جرم پروتون به جرم الکترون
۰.۰۷۸٪	۶.۶۲۶۰۶۸۷۶	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	h	ثابت پلانک
۰.۰۰۷۳٪	۲.۴۲۶۳۱۰۲۱۵	$2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$	λ_e	طول موج کامپتونی الکترون
۱.۷٪	۸.۳۱۴۴۷۲	$8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$	R	ثابت مولی گازها
۰.۰۷۹٪	۶.۰۲۲۱۴۱۹۹	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	N_A	ثابت آووگادرو
۱.۷٪	۱.۳۸۰۶۵۰۳	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	k	ثابت بولتزمن
۱.۷٪	۲.۲۴۱۳۹۹۶	$2.24 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{mol}$	V_m	حجم مولی گاز ایده‌آل در شرایط متعارفی STP ^۴

بهترین مقدار (تا سال ۱۹۸۶)

ثابت	نماد	مقدار محاسباتی	مقدار	عدم قطعیت
ثابت فارادی	F	$9.65 \times 10^4 \text{ C/mol}$	۹۶۴۸۵۳۴۱۵	۰.۰۴۰
ثابت استفان-بولتزمن	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$	۵۶۷۰۴۰۰	۷.۰
ثابت ریذبرگ	R_∞	$1.10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	۱۰۹۷۳۷۳۱۵۶۸۵۴۹	۰.۰۰۰۰۰۰۷۶
ثابت گرانش	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg}$	۶۶۷۳	۱۵۰۰
شعاع بور	a_0	$5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$	۵۲۹۱۷۷۲۰۸۳	۰.۰۰۰۳۷
گشتاور مغناطیسی الکترون	μ_e	$9.28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۹۲۸۴۷۶۳۶۲	۰.۰۴۰
گشتاور مغناطیسی پروتون	μ_p	$1.41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$	۱۴۱۰۶۰۶۶۳۳	۰.۰۴۱
مگنتون بور	μ_B	$9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۹۲۷۴۰۰۸۹۹	۰.۰۴۰
مگنتون هسته	μ_N	$5.05 \times 10^{-27} \text{ J/T}$	۵۰۵۰۷۸۳۱۷	۰.۰۴۰
ثابت ساختار ریز	α	$1/137$	۱/۱۳۷,۰۳۵۹۹۹۷۶	۰.۰۰۳۷
کوانتوم شار مغناطیسی	Φ_0	$2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$	۲۰۶۷۸۳۳۶۳۶	۰.۰۳۹
ثابت فون کلیزینگ (مقاومت هال کوانتیده)	R_K	25800Ω	۲۵۸۱۲,۸۰۷۵۷۲	۰.۰۰۳۷

۱. با همان یکا و همان توان ده مقدار محاسباتی.

۲. قسمت در میلیون.

۳. جرم برحسب یکای (وحدت یافته) اتمی جرم، $1u = 1.66053873 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

۴. شرایط متعارفی (STP) — دما و فشار استاندارد = دمای صفر درجه سلیسیوس و فشار ۱۰ بار.

* برگرفته شده از مرجع زیر:

Peter J. Mohr and Barry N. Taylor, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, vol. 28, no. 6(1999) and *Reviews of Modern Physics*, vol. 72, no.2(2000).

پیوست ج

اطلاعات نجومی

ماه	زمین	خورشید ^۱	خورشید، زمین و ماه ویژگی
7.36×10^{22}	5.98×10^{24}	1.99×10^{30}	جرم (kg)
1.74×10^6	6.37×10^6	6.96×10^8	شعاع متوسط (m)
3340	5520	1410	چگالی متوسط (kg/m^3)
1.67	9.81	274	شتاب ثقل در سطح (m/s^2)
2.38	11.2	618	سرعت گریز (km/s)
27.3	0.997	26 تا 37	دوره تناوب ^۲ چرخش (d)
63.82×10^5	51.50×10^8	42.6×10^{17}	شعاع متوسط مدار (km)
27.3 روز	100 سال	10.8×2.4 سال ^۴	دوره تناوب مداری

۱. توان تابشی خورشید $W \times 10^{26} 3.90$ است؛ با فرض تابش عمودی، انرژی خورشید با آهنگ $\text{W/m}^2 1380$ به بالای جو زمین می‌رسد.

۲. نسبت به ستاره‌های دور.

۳. خورشید که کره‌ای از گاز است—مثل جسم صلب نمی‌چرخد؛ دوره چرخش آن در استوایش ۲۶ روز و در قطب‌هایش ۳۷ روز است.

۴. حول مرکز کهکشان.

۵. حول خورشید.

۶. حول زمین.

برخی از خصوصیات سیاره‌های منظومه شمسی

عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتری	زحل	ارانوس	نپتون	پلوتون	
۵۷٫۹	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۷۸	۱۴۳۰	۲۸۷۰	۴۵۰۰	۵۹۰۰	فاصله متوسط از خورشید (km) ^{۱۰۶}
۰٫۲۴۱	۰٫۶۱۵	۱٫۰۰	۱٫۸۸	۱۱٫۹	۲۹٫۵	۸۴٫۰	۱۶۵	۲۴۸	دوره گردش به دور خورشید (سال)
۵۸٫۷	۲۲۴۳	۰٫۹۹۷	۱٫۰۳	۰٫۴۰۹	۰٫۴۲۶	۰٫۴۵۱	۰٫۶۵۸	۰٫۳۹	دوره چرخش ^۱ (روز)
۴۷٫۹	۳۵٫۰	۲۹٫۸	۲۴٫۱	۱۳٫۱	۹٫۶۴	۶٫۸۱	۵٫۴۳	۴٫۷۴	سرعت مداری (km/s)
< ۲۸°	≈ ۳°	۲۳٫۴°	۲۵٫۰°	۳٫۰۸°	۲۶٫۷°	۹۷٫۹°	۲۹٫۶°	۵۷٫۵°	تمایل محور به مدار
۷٫۰۰°	۳٫۳۹°	—	۱٫۸۵°	۱٫۳۰°	۲٫۴۹°	۰٫۷۷°	۱٫۷۷°	۱۷٫۲°	تمایل مدار به مدار زمین
۰٫۲۰۶	۰٫۰۰۶۸	۰٫۰۱۶۷	۰٫۰۹۳۴	۰٫۰۴۸۵	۰٫۰۵۵۶	۰٫۰۴۷۲	۰٫۰۰۸۶	۰٫۲۵۰	خروج از مرکز مدار
۴۸۸۰	۱۲۱۰۰	۱۲۸۰۰	۶۷۹۰	۱۴۳۰۰۰	۱۲۰۰۰۰	۵۱۸۰۰	۴۹۵۰۰	۲۳۰۰	قطر استوایی (km)
۰٫۰۵۵۸	۰٫۸۱۵	۱٫۰۰۰	۰٫۱۰۷	۳۱۸	۹۵٫۱	۱۴٫۵	۱۷٫۲	۰٫۰۰۲	جرم (نسبت به زمین = ۱)
۵٫۶۰	۵٫۲۰	۵٫۵۲	۳٫۹۵	۱٫۳۱	۰٫۷۰۴	۱٫۲۱	۱٫۶۷	۲٫۰۳	چگالی متوسط (g/cm ^۳)
۳٫۷۸	۸٫۶۰	۹٫۷۸	۳٫۷۲	۲۲٫۹	۹٫۰۵	۷٫۷۷	۱۱٫۰	۰٫۰۳	شتاب ثقل در سطح ^۳ (m/s ^۲)
۴٫۳	۱۰٫۳	۱۱٫۲	۵٫۰	۵۹٫۵	۳۵٫۶	۲۱٫۲	۲۳٫۶	۱٫۳	سرعت گریز (km/s)
°	°	۱	۲	۱۶+ حلقه‌ها	۱۹+ حلقه‌ها	۱۵+ حلقه‌ها	۸+ حلقه‌ها	۱	تعداد قمرهای شناخته شده

۱. نسبت به ستاره‌های دور.

۲. جهت چرخش در خلاف جهت گردش مداری است.

۳. در استوای سیاره.

پیوست د

خواص عناصر

عنصر	نماد	عدد اتمی (Z)	جرم مولی (g/mol)	چگالی (g/cm ³) در ۲۰°C	نقطه ذوب (°C)	نقطه جوش (°C)	گرمای ویژه (J/g°C) در ۲۵°C
آکتینیم	Ac	۸۹	(۲۲۷)	(کلسینه) ۱۰٫۱	۱۰۵۱	۳۲۰۰	۱۲۰°ر
آلومینیم	Al	۱۳	۲۶٫۹۸۱۵	۲٫۶۹۹	۹۶۰	۲۵۱۹	۸۹۷°ر
آمریکیم	Am	۹۵	(۲۴۳)	۱۳٫۷	۱۱۷۶	۲۰۱۱	—
آنتیموان	Sb	۵۱	۱۲۱٫۷۶	۶٫۶۹	۶۳۰٫۶	۱۵۸۷	۲۰۷°ر
آرگون	Ar	۱۸	۳۹٫۹۴۸	$۱۰^{-۳} \times ۱٫۶۶۲۶$	—۱۸۹٫۳	—۱۸۵٫۹	۵۲۰°ر
آرسنیک	As	۳۳	۷۴٫۹۲۱۶	۵٫۷۲	(جو ۲۸) ۸۱۷	(تصعید) ۶۱۴	۳۲۹°ر
استاتین	At	۸۵	(۲۱۰)	—	۳۰۲	۳۳۷	—
باریم	Ba	۵۶	۱۳۷٫۳۳	۳٫۵	۷۲۷	۱۵۹۷	۲۰۴°ر
برکلیم	Bk	۹۷	(۲۴۷)	(برآوردی) ۱۴	۱۰۵۰	—	—
بریلیم	Be	۴	۹٫۰۱۲۲	۱٫۸۴۸	۱۲۸۷	۲۴۷۱	۸۳°ر
بیسموث	Bi	۸۳	۲۰۸٫۹۸۰	۹٫۷۵	۲۷۱٫۴	۱۵۶۴	۱۲۲°ر
بوهریم	Bh	۱۰۷	(۲۶۴)	—	—	—	—
بور	B	۵	۱۰٫۸۱	۲٫۳۴	۲۰۷۵	۴۰۰۰	۱۰۳°ر
برم	Br	۳۵	۷۹٫۹۰۴	(مایع) ۳٫۱۲	—۷٫۲	۵۸٫۸	۲۲۶°ر
کادمیم	Cd	۴۸	۱۱۲٫۴۱	۸٫۶۵	۳۲۱٫۱	۷۶۷	۲۳۲°ر
کلسیم	Ca	۲۰	۴۰٫۰۸	۱٫۵۵	۸۴۲	۱۴۸۴	۶۴۷°ر
کالیفرنیم	Cf	۹۸	(۲۵۱)	—	(برآوردی) ۹۰۰	—	—
کربن	C	۶	۱۲٫۰۱۱	۲٫۲۵	۳۵۵۰	—	۷۰۹°ر
سرم	Ce	۵۸	۱۴۰٫۱۲	۶٫۷۷۰	۷۹۸	۳۴۲۴	۱۹۲°ر
سزیم	Cs	۵۵	۱۳۲٫۹۰۵	۱٫۸۷۳	۲۸٫۴۴	۶۷۱	۲۴۲°ر
کلر	Cl	۱۷	۳۵٫۴۵۳	$۱۰^{-۳} \times ۳٫۲۱۴$ (۰°C)	—۱۰۱٫۵	—۳۴٫۰	۴۷۹°ر

عنصر	نماد	عدد اتمی (Z)	جرم مولی (g/mol)	چگالی (g/cm ^۳) در ۲۰ (°C)	نقطه ذوب (°C)	نقطه جوش (°C)	گرمای ویژه (J/g° · C) در ۲۵ (°C)
کرم	Cr	۲۴	۵۱٫۹۹۶	۷٫۱۹	۱۹۰۷	۲۶۷۱	۰٫۴۴۹
کبالت	Co	۲۷	۵۸٫۹۳۳۲	۸٫۸۵	۱۴۹۵	۲۹۲۷	۰٫۴۲۱
مس	Cu	۲۹	۶۳٫۵۴	۸٫۹۶	۱۰۸۴٫۶	۲۵۶۲	۰٫۳۸۵
کوریوم	Cm	۹۶	(۲۴۷)	(کلسینه) ۱۳٫۵	۱۳۴۵	—	—
دوبنیم	Db	۱۰۵	(۲۶۲)	—	—	—	—
دیسپروسیم	Dy	۶۶	۱۶۲٫۵۰	۸٫۵۵	۱۴۱۲	۲۵۶۷	۰٫۱۷۰
اینشتینیم	Es	۹۹	(۲۵۲)	—	(برآوردی) ۸۶۰	—	—
اربیوم	Er	۶۸	۱۶۷٫۲۶	۹٫۰۷	۱۵۲۹	۲۸۶۸	۰٫۱۶۸
اروپیم	Eu	۶۳	۱۵۱٫۹۶	۵٫۲۴۴	۸۲۲	۱۵۲۹	۰٫۱۸۲
فرمیوم	Fm	۱۰۰	(۲۵۷)	—	۱۵۲۷	—	—
فلوئور	F	۹	۱۸٫۹۹۸۴	$۱۰^{-۳} (۰^{\circ}\text{C})$ ۱٫۶۹۶	۲۱۹٫۶	-۱۸۸٫۱	۰٫۸۲۴
فرانسییم	Fr	۸۷	(۲۲۳)	—	۲۷	۶۷۷	—
گادولینیم	Gd	۶۴	۱۵۷٫۲۵	۷٫۹۰	۱۳۱۳	۳۲۷۳	۰٫۲۳۶
گالیم	Ga	۳۱	۶۹٫۷۲	۵٫۹۰۴	۲۹٫۷۶	۲۲۰۴	۰٫۳۷۱
ژرمانیم	Ge	۳۲	۷۲٫۶۱	۵٫۳۲۳	۹۳۸٫۳	۲۸۳۳	۰٫۳۲۰
طلا	Au	۷۹	۱۹۶٫۹۶۷	۱۹٫۳	۱۰۶۴٫۱۸	۲۸۵۶	۰٫۱۲۹
هافنیم	Hf	۷۲	۱۷۸٫۴۹	۱۳٫۳۱	۲۲۳۳	۴۶۰۳	۰٫۱۴۴
هاسیم	Hs	۱۰۸	(۲۶۹)	—	—	—	—
هلیوم	He	۲	۴٫۰۰۲۶	$۱۰^{-۳}$ ۱٫۶۶۴	۲۷۲٫۲	-۲۶۸٫۹	۵٫۱۹
هولمیم	Ho	۶۷	۱۶۴٫۹۳۰	۸٫۷۹	۱۴۷۴	۲۷۰۰	۰٫۱۶۵
هیدروژن	H	۱	۱٫۰۰۷۹۷	$۱۰^{-۳}$ ۰٫۰۸۳۷۵	۲۵۹٫۳۴	-۲۵۲٫۸۷	۱۴٫۳
ایندیم	In	۴۹	۱۱۴٫۸۲	۷٫۳۱	۱۵۶٫۶	۲۰۷۲	۰٫۲۳۳
ید	I	۵۳	۱۲۶٫۹۰۴۴	۴٫۹۳	۱۱۳٫۷	۱۸۴٫۴	۰٫۱۴۵
ایریدیم	Ir	۷۷	۱۹۲٫۲	۲۲٫۴	۲۴۴۶	۴۴۲۸	۰٫۱۳۱
آهن	Fe	۲۶	۵۵٫۸۴۵	۷٫۸۷	۱۵۳۸	۲۸۶۱	۰٫۴۴۹
کریپتون	Kr	۳۶	۸۳٫۸۰	$۱۰^{-۳}$ ۳٫۴۸۸	۱۵۷٫۴	-۱۵۳٫۲	۰٫۲۴۸
لاتان	La	۵۷	۱۳۸٫۹۱	۶٫۱۴۵	۹۱۸	۳۴۶۴	۰٫۱۹۵
لورنسیوم	Lr	۱۰۳	(۲۶۰)	—	—	—	—
سرب	Pb	۸۲	۲۰۷٫۱۹	۱۱٫۳۵	۳۲۷٫۵	۱۷۴۹	۰٫۱۲۹
لیتیم	Li	۳	۶٫۹۴۱	۰٫۵۳۴	۱۸۰٫۵	۱۳۴۲	۳٫۵۸
لوتتیم	Lu	۷۱	۱۷۴٫۹۷	۹٫۸۴	۱۶۶۳	۳۴۰۲	۰٫۱۵۴
منیزیم	Mg	۱۲	۲۴٫۳۰۵	۱٫۷۴	۶۵۰	۱۰۹۰	۱٫۰۲
منگنز	Mn	۲۵	۵۴٫۹۳۸۰	۷٫۴۳	۱۲۴۴	۲۰۶۱	۰٫۷۹
مایتنریم	Mt	۱۰۹	(۲۶۸)	—	—	—	—
مندلویوم	Md	۱۰۱	(۲۵۸)	—	۸۲۷	—	—
جیوه	Hg	۸۰	۲۰۰٫۵۹	۱۳٫۵۵	-۳۸٫۸۳	۳۵۶٫۷	۰٫۱۴۰
مولیبدن	Mo	۴۲	۹۵٫۹۴	۱۰٫۲۲	۲۶۲۳	۴۶۳۹	۰٫۲۵۱
نئودیمیم	Nd	۶۰	۱۴۴٫۲۴	۷٫۰۰	۱۰۲۱	۳۰۷۴	۰٫۱۹۰
نئون	Ne	۱۰	۲۰٫۱۸۰	$۱۰^{-۳}$ ۰٫۸۳۸۷	-۲۴۸٫۶	-۲۴۶٫۰	۱٫۰۳
نپتونیم	Np	۹۳	(۲۳۷)	۲۰٫۲۵	۶۴۴	۳۹۰۲	۱٫۲۶
نیکل	Ni	۲۸	۵۸٫۶۹	۸٫۹۰۲	۱۴۵۵	۲۹۱۳	۰٫۴۴۴

عنصر	نماد	عدد اتمی (Z)	جرم مولی (g/mol)	چگالی (g/cm ^۳) در ۲۰ (°C)	نقطه ذوب (°C)	نقطه جوش (°C)	گرمای ویژه (J/g°·C) در ۲۵ (°C)
نیوبیم	Nb	۴۱	۹۲٫۹۰۶	۸٫۵۷	۲۴۷۷	۴۷۴۴	۰٫۲۶۵
نیتروژن	N	۷	۱۴٫۰۰۶۷	$۱٫۱۶۴۹ \times ۱۰^{-۳}$	-۲۱۰٫۰	-۱۹۵٫۸	۱٫۰۴
نوبلیوم	No	۱۰۲	(۲۵۹)	—	—	—	—
اسمیم	Os	۷۶	۱۹۰٫۲	۲۲٫۵۷	۳۰۳۳	۵۰۱۲	۰٫۱۳۰
اکسیژن	O	۸	۱۵٫۹۹۹۴	$۱٫۳۳۱۸ \times ۱۰^{-۳}$	-۲۱۸٫۸	-۱۸۳٫۰	۰٫۹۱۸
پادالادیم	Pd	۴۶	۱۰۶٫۴	۱۲٫۰۲	۱۵۵۵	۲۹۶۳	۰٫۲۴۶
فسفر	P	۱۵	۳۰٫۹۷۳۸	۱٫۸۲	۴۴٫۱۵	۲۸۰٫۵	۰٫۷۶۹
پلاتین	Pt	۷۸	۱۹۵٫۰۸	۲۱٫۴۵	۱۷۶۸	۳۸۲۵	۰٫۱۳۳
پلوتونیم	Pu	۹۴	(۲۴۴)	۱۹٫۸۴	۶۴۰	۳۲۲۸	۰٫۱۳۰
پولونیم	Po	۸۴	(۲۰۹)	۹٫۳۲	۲۵۴	۹۶۲	—
پتاسیم	K	۱۹	۳۹٫۰۹۸	۰٫۸۶	۶۳٫۲۸	۷۵۹	۰٫۷۵۷
پرازئودیمیم	Pr	۵۹	۱۴۰٫۹۰۷	۶٫۷۷۳	۹۳۱	۳۵۲۰	۰٫۱۹۳
پرومتیم	Pm	۶۱	(۱۴۵)	۷٫۲۶۴	۱۰۴۲	۳۰۰۰ (برآوردی)	—
پروتاکتینیم	Pa	۹۱	(۲۳۱)	۱۵٫۴ (کلسینه)	۱۵۷۲	—	—
رادیوم	Ra	۸۸	(۲۲۶)	۵٫۰	۷۰۰	۱۱۴۰	—
رادون	Rn	۸۶	(۲۲۲)	$۹٫۹۶ \times ۱۰^{-۳}$ (°C)	-۷۱	-۶۱٫۷	۰٫۰۹۴
رنیم	Re	۷۵	۱۸۶٫۲	۲۱٫۰۲	۳۱۸۶	۵۵۹۶	۰٫۱۳۷
رودیم	Rh	۴۵	۱۰۲٫۹۰۵	۱۲٫۴۱	۱۹۶۴	۳۶۹۵	۰٫۲۴۳
روبییدیم	Rb	۳۷	۸۵٫۴۷	۱٫۵۳	۳۹٫۳۱	۶۸۸	۰٫۳۶۳
روتیم	Ru	۴۴	۱۰۱٫۰۷	۱۲٫۴۱	۲۳۳۴	۴۱۵۰	۰٫۲۳۸
رادرفوردیم	Rf	۱۰۴	(۲۶۱)	—	—	—	—
ساماریوم	Sm	۶۲	۱۵۰٫۳۵	۷٫۵۲	۱۰۷۴	۱۷۹۴	۰٫۱۹۷
اسکاندیم	Sc	۲۱	۴۴٫۹۵۶	۲٫۹۹	۱۵۴۱	۲۸۳۶	۰٫۵۶۸
سیبورگیوم	Sg	۱۰۶	(۲۶۶)	—	—	—	—
سلنیم	Se	۳۴	۷۸٫۹۶	۴٫۷۹	۲۲۱	۶۸۵	۰٫۳۲۱
سیلیسیوم	Si	۱۴	۲۸٫۰۸۶	۲٫۳۳	۱۴۱۴	۳۲۶۵	۰٫۷۰۵
نقره	Ag	۴۷	۱۰۷٫۶۸	۱۰٫۴۹	۹۶۱٫۸	۲۱۶۲	۰٫۲۳۵
سدیم	Na	۱۱	۲۲٫۹۸۹۸	۰٫۹۷۱	۹۷٫۷۲	۸۸۳	۱٫۲۳
استرونتیم	Sr	۳۸	۸۷٫۶۲	۲٫۵۴	۷۷۷	۱۳۸۲	۰٫۳۰۱
گوگرد	S	۱۶	۳۲٫۰۶۶	۲٫۰۷	۱۱۵٫۲	۴۴۴٫۶	۰٫۷۱۰
تانتال	Ta	۷۳	۱۸۰٫۹۴۸	۱۶٫۶	۳۰۱۷	۵۴۵۸	۰٫۱۴۰
تکنسیم	Tc	۴۳	(۹۸)	۱۱٫۵ (کلسینه)	۲۱۵۷	۴۲۶۵	—
تلور	Te	۵۲	۱۲۷٫۶۰	۶٫۲۴	۴۴۹٫۵	۹۸۸	۰٫۲۰۲
تربیم	Tb	۶۵	۱۵۸٫۹۲۴	۸٫۲۳	۱۳۵۶	۳۲۳۰	۰٫۱۸۲
تالیم	Tl	۸۱	۲۰۴٫۳۸	۱۱٫۸۵	۳۰۴	۱۴۷۳	۰٫۱۲۹
توریم	Th	۹۰	(۲۳۲)	۱۱٫۷۲	۱۷۵۰	۴۷۸۸	۰٫۱۱۳
تولیم	Tm	۶۹	۱۶۸٫۹۳۴	۹٫۳۲	۱۵۴۵	۱۹۵۰	۰٫۱۶۰
قلع	Sn	۵۰	۱۱۸٫۷۱	۷٫۳۱	۲۳۱٫۹۳	۲۶۰۲	۰٫۲۲۸
تیتان	Ti	۲۲	۴۷٫۸۸	۴٫۵۴	۱۶۶۸	۳۲۸۷	۰٫۵۲۳
تنگستن	W	۷۴	۱۸۳٫۸۵	۱۹٫۳	۳۴۲۲	۵۵۵۵	۰٫۱۳۲
اورانیم	U	۹۲	(۲۳۸)	۱۸٫۹۵	۱۱۳۵	۴۱۳۱	۰٫۱۱۶
وانادیم	V	۲۳	۵۰٫۹۴۲	۶٫۱۱	۱۹۱۰	۳۴۰۷	۰٫۴۸۹
ژنون	Xe	۵۴	۱۳۱٫۳۰	$۵٫۴۹۵ \times ۱۰^{-۳}$	-۱۱۱٫۷۵	-۱۰۸٫۰	۰٫۱۵۸

عنصر	نماد	عدد اتمی (Z)	جرم مولی (g/mol)	چگالی (g/cm ^۳) در ۲۰ (°C)	نقطه ذوب (°C)	نقطه جوش (°C)	گرمای ویژه (J/g° · C) در ۲۵ (°C)
آنانیلیم	Ununnilium*	۱۱۰	(۲۷۱)	—	—	—	—
آناناونیم	Ununonium*	۱۱۱	(۲۷۲)	—	—	—	—
آنانبیم	Ununbium*	۱۱۲	(۲۷۷)	—	—	—	—
آنانکوادیم	Ununquadium*	۱۱۴	(۲۸۵)	—	—	—	—
آنان هگزیم	Ununhexium*	۱۱۶	(۲۸۹)	—	—	—	—
آنان اکتیم	Ununoctium*	۱۱۸	(۲۹۳)	—	—	—	—
ایتریم	Ytterbium	۷۰	۱۷۳٫۰۴	۶٫۹۶۶	۸۱۹	۱۱۹۶	۰٫۱۵۵
ایتریم	Yttrium	۳۹	۸۸٫۹۰۵	۴٫۴۶۹	۱۵۲۲	۳۳۴۵	۰٫۲۹۸
روی	Zinc	۳۰	۶۵٫۳۹	۷٫۱۳۳	۴۱۹٫۵۳	۹۰۷	۰٫۳۸۸
زیرکونیم	Zirconium	۴۰	۹۱٫۲۲	۶٫۵۰۶	۱۸۵۵	۴۴۰۹	۰٫۲۷۸

مقادیر مربوط به جرمهای مولی متناظر است با جرم یک مول از اتمهای آن عنصر. برای گازهای دو اتمی (H_۲، O_۲، N_۲، و سایر) جرم یک مول از مولکولها دو برابر مقدار مندرج در جدول است.

اعداد داخل پرانتز در ستون جرم مولی عبارتند از اعداد جرمی طولانی عمرترین ایزوتوپهای عناصر رادیواکتیو.

همه خواص فیزیکی مربوط به فشار یک اتمسفرند، مگر طور دیگری مشخص شده باشد.

اطلاعات مربوط به گازها فقط برای گازهایی معتبرند که در حالت مولکولی عادی خودشان مثل H_۲، He، O_۲، Ne و غیره باشند. مقادیر گرمای ویژه گازها در فشار ثابت محاسبه شده‌اند.

* این نامها، نامهای موقتی این عناصر هستند.

منبع:

Handbook of Chemistry and Physics, 79th edition (CRC Press, 1998).

جدول تناوبی عناصر

* کشف این عناصر گزارش شده ولی فعلاً برای آنها نامی انتخاب نشده است. نمادهای نشان داده شده در اینجا معرف نامهای موقتی این عناصر هستند.

پیوست و

ذرات بنیادی

۱. ذرات بسیط

لیتونها

ذره	نماد	پادذره	بار (e)	اسپین ($\hbar/2\pi$)	جرم سکون (MeV)	عمر متوسط (s)	محصولات نوعی واپاشی
الکترون	e^-	e^+	-۱	۱/۲	۰٫۵۱۱	∞	
نوترینوی الکترون	ν_e	$\bar{\nu}_e$	۰	۱/۲	$< ۰٫۰۰۰۰۰۱۵$	∞	
موئون	μ^-	μ^+	-۱	۱/۲	۱۰۵٫۷	$۲٫۲ \times 10^{-6}$	$e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
نوترینوی موئون	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	۰	۱/۲	$< ۰٫۱۹$	∞	
تاو	τ^-	τ^+	-۱	۱/۲	۱۷۷۷	$۲٫۹ \times 10^{-13}$	$\mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$
نوترینوی تاو	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	۰	۱/۲	< ۱۸	∞	

کوارکها

طعم	نماد	پادذره	بار (e)	اسپین ($\hbar/2\pi$)	جرم سکون ^۱ (MeV)	خواص دیگر
بالا	u	\bar{u}	+۲/۳	۱/۲	۳	$C = S = T = B = ۰$
پایین	d	\bar{d}	-۱/۳	۱/۲	۶	$C = S = T = B = ۰$
افسون	c	\bar{c}	+۲/۳	۱/۲	۱۳۰۰	$(C) = +۱$
شگفتی	s	\bar{s}	-۱/۳	۱/۲	۱۲۰	$(S) = -۱$
سر	t	\bar{t}	+۲/۳	۱/۲	۱۷۴۰۰۰	$(T) = +۱$
ته	b	\bar{b}	-۱/۳	۱/۲	۴۳۰۰	$(B) = -۱$

ذرات میدان

ذره	نماد	برهم‌کنش	بار (e)	اسپین ($\hbar/2\pi$)	جرم سکون (GeV)
گراویتون ^۲		گرائش	۰	۲	۰
بوزون ضعیف	W^+W^-	ضعیف	± ۱	۱	۸۰٫۴
بوزون ضعیف	Z^0	ضعیف	۰	۱	۹۱٫۲
فوتون	γ	الکترومغناطیسی	۰	۱	۰
گلوئون	g	قوی (رنگ)	۰	۱	۰

۲. بعضی ذرات مرکب

باریونها

ذره	نماد	محتوای کوارکی	پادذره	بار (e)	اسپین ($\hbar/2\pi$)	جرم سکون (MeV)	عمر متوسط (s)	واباشی نوعی
پروتون	p	uud	\bar{p}	+۱	۱/۲	۹۳۸	$> 10^{32}$	$\pi^0 + e^+ (?)$
نوترون	n	udd	\bar{n}	۰	۱/۲	۹۴۰	۸۸۷	$p + e^- + \bar{\nu}_e$
لاندا	Λ^0	uds	Λ^0	۰	۱/۲	۱۱۱۶	2.6×10^{-10}	$p + \pi^-$
اومگا	Ω^-	sss	$\bar{\Omega}^-$	-۱	۳/۲	۱۶۷۲	8.2×10^{-11}	$\Lambda^0 + K^-$
دلتا	Δ^{++}	uuu	$\bar{\Delta}^{++}$	+۲	۳/۲	۱۲۳۲	5.7×10^{-24}	$p + \pi^+$
افون لاندا	Λ_c^+	udc	$\bar{\Lambda}_c^+$	+۱	۱/۲	۲۲۸۵	1.9×10^{-13}	$\Lambda^0 + \pi^+$

مزونها

ذره	نماد	محتوای کوارکی	پادذره	بار (e)	اسپین ($\hbar/2\pi$)	جرم سکون (MeV)	عمر متوسط (s)	واباشی نوعی
پیون	π^+	$u\bar{d}$	π^-	+۱	۰	۱۴۰	2.6×10^{-8}	$\mu^+ + \nu_\mu$
پیون	π^0	$u\bar{u} + d\bar{d}$	π^0	۰	۰	۱۳۵	8.4×10^{-17}	$\gamma + \gamma$
کائون	K^+	$u\bar{s}$	K^-	+۱	۰	۴۹۴	1.2×10^{-8}	$\mu^+ + \nu_\mu$
کائون	K^0	$d\bar{s}$	K^0	۰	۰	۴۹۸	0.9×10^{-10}	$\pi^+ + \pi^-$
رو	ρ^+	$u\bar{d}$	ρ^-	+۱	۱	۷۷۰	4.4×10^{-24}	$\pi^+ + \pi^-$
مزون D	D^+	$c\bar{d}$	D^-	+۱	۰	۱۸۶۹	1.1×10^{-12}	$K^- + \pi^+ + \pi^+$
پی سای	ψ	$c\bar{c}$	ψ	۰	-۱	۳۰۹۷	7.6×10^{-21}	$e^+ + e^-$
مزون B	B^+	$u\bar{b}$	B^-	+۱	۰	۵۲۷۹	1.6×10^{-12}	$D^- + \pi^+ + \pi^+$
اوپسیلون	Υ	$b\bar{b}$	Υ	۰	۱	۹۴۶۰	1.3×10^{-20}	$e^+ + e^-$

۱. چون تا به حال کوارک آزاد مشاهده نشده، اندازه‌گیری جرم سکون کوارکها در حالت آزاد هم ممکن نبوده است. جرمهای سکونی که در این جدول آمده‌اند، جرمهای مؤثرند و مربوط به کوارکهایی هستند که ذرات مرکب را می‌سازند و به آنها مقیدند.

۲. انتظار می‌رود چنین ذراتی وجود داشته باشند ولی هنوز مشاهده نشده‌اند.

منبع:

“Review of Particle Properties,” *European Physical Journal C*, vol. 15(2000).

پیوست ز

ضرایب تبدیل

زیر گرفته شده است.

G. Shortley and D. Williams, *Elements of Physics*,
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971.

ضرایب تبدیل را می‌توان مستقیماً از جدولها خواند. به عنوان مثال،
دور ۲۷۷۸×۱۰^{-۲} = درجه ۱، پس دور $۱۶۷ \times ۲۷۷۸ \times ۱۰^{-۲}$ = ۱۶۷° .
کمیت‌های SI با حروف سیاه نشان داده شده‌اند و بخشی از آنها از کتاب

زاویه مسطحه

rev	rad	"	'	°	
۲۷۷۸×۱۰^{-۲}	$۱٫۷۴۵ \times ۱۰^{-۲}$	۳۶۰۰	۶۰	۱	یک درجه =
$۴٫۶۳۰ \times ۱۰^{-۵}$	$۲٫۹۰۹ \times ۱۰^{-۴}$	۶۰	۱	$۱٫۶۶۷ \times ۱۰^{-۲}$	یک دقیقه =
$۷٫۷۱۶ \times ۱۰^{-۷}$	$۴٫۸۴۸ \times ۱۰^{-۶}$	۱	$۱٫۶۶۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۲٫۷۷۸ \times ۱۰^{-۴}$	یک ثانیه =
۰٫۱۵۹۲	۱	$۲٫۰۶۳ \times ۱۰^۵$	۳۴۳۸	$۵۷٫۳^\circ$	یک رادیان =
۱	۶٫۲۸۳	$۱٫۲۹۶ \times ۱۰^۶$	$۲٫۱۶ \times ۱۰^۴$	۳۶۰	یک دور =

زاویه فضایی

۱ کره = ۴π استرادیان = رادیان ۱۲٫۵۷

طول

mil	ft	in	km	m	cm	
$۶٫۲۱۴ \times ۱۰^{-۶}$	$۳٫۲۸۱ \times ۱۰^{-۲}$	۰٫۳۹۳۷	$۱۰^{-۵}$	$۱۰^{-۲}$	۱	یک سانتی‌متر =
$۶٫۲۱۴ \times ۱۰^{-۴}$	۳٫۲۸۱	۳۹٫۳۷	$۱۰^{-۳}$	۱	۱۰۰	یک متر =
۰٫۶۲۱۴	۳۲۸۱	$۳٫۹۳۷ \times ۱۰^۴$	۱	۱۰۰۰	۱۰۵	یک کیلومتر =
$۱٫۵۷۸ \times ۱۰^{-۵}$	$۸٫۳۳۳ \times ۱۰^{-۲}$	۱	$۲٫۵۴۰ \times ۱۰^{-۵}$	$۲٫۵۴۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۲٫۵۴۰$	یک اینچ =
$۱٫۸۹۴ \times ۱۰^{-۴}$	۱	۱۲	$۳٫۰۴۸ \times ۱۰^{-۴}$	۰٫۳۰۴۸	۳۰٫۴۸	یک فوت =
۱	۵۲۸۰	$۶٫۳۳۶ \times ۱۰^۴$	۱٫۶۰۹	۱۶۰۹	$۱٫۶۰۹ \times ۱۰^۵$	یک مایل =

یک یارد = ۳ فوت
یک راد = ۱۶٫۵ فوت
یک میل = $۱۰^{-۲}$ اینچ
۱ نانومتر = $۱۰^{-۹}$

یک سال نوری = $۹٫۴۶۰ \times ۱۰^{۱۲}$ کیلومتر
یک پارسک = $۳٫۰۸۴ \times ۱۰^{۱۳}$ کیلومتر
یک فائوم = ۶ فوت
یک شعاع بور = $۵٫۲۹۲ \times ۱۰^{-۱۱}$ متر

یک آنگستروم = $۱۰^{-۱۰}$ متر
یک مایل دریایی = ۱۸۵۲ متر = ۱٫۱۵۱ مایل = ۶۰۷۸ فوت
یک فرمی = $۱۰^{-۱۵}$ متر

مساحت

in ²	ft ²	cm ²	m ²	
۱۵۵۰	۱۰۷۶	۱۰ ^۴	۱	یک متر مربع =
۰٫۱۵۵۰	۱۰۷۶×۱۰^{-۳}	۱	$۱۰^{-۴}$	یک سانتی متر مربع =
۱۴۴	۱	۹۲۹۰	۹۲۹۰×۱۰^{-۲}	یک فوت مربع =
۱	۹۹۴۴×۱۰^{-۳}	۹۴۵۲	۹۴۵۲×۱۰^{-۴}	یک اینچ مربع =

یک مایل مربع = ۲۷۸۸×۱۰^۷ فوت مربع = ۶۴۰ ایکر
 یک بارن = $۱۰^{-۲۸}$ مترمربع
 ۱ ایکر = ۴۳۵۶۰ فوت مربع
 ۱ هکتار = $۱۰^۴$ مترمربع = ۲٫۴۷۱ ایکر

حجم

in ³	ft ³	li	cm ³	m ³	
۶۱۰۲×۱۰^۴	۳۵٫۳۱	۱۰۰۰	$۱۰^۶$	۱	یک متر مکعب =
۶۱۰۲×۱۰^{-۲}	۳۵۳۱×۱۰^{-۵}	۱۰۰۰×۱۰^{-۳}	۱	$۱۰^{-۶}$	یک سانتی متر مکعب =
۶۱۰۲	۳۵۳۱×۱۰^{-۲}	۱	۱۰۰۰	۱۰۰۰×۱۰^{-۳}	یک لیتر =
۱۷۲۸	۱	۲۸٫۳۲	۲۸۳۲×۱۰^۴	۲۸۳۲×۱۰^{-۲}	یک فوت مکعب =
۱	۵۷۸۷×۱۰^{-۴}	۱۶۳۹×۱۰^{-۲}	۱۶۳۹	۱۶۳۹×۱۰^{-۵}	یک اینچ مکعب =

یک گالن مایع آمریکایی = ۴ کوارت مایع آمریکایی = ۸ پینت آمریکایی = ۱۲۸ اونس مایع آمریکایی = ۲۳۱ اینچ مکعب
 یک گالن امپریال انگلیسی = ۲۷۷٫۴ اینچ مکعب = ۱٫۲۰۱ گالن مایع آمریکایی

جرم

ton	lb	oz	u	slug	kg	g	
$۱٫۱۰۲ \times ۱۰^{-۶}$	$۲٫۲۰۵ \times ۱۰^{-۳}$	۳۵۲۷×۱۰^{-۲}	$۶٫۰۲۲ \times ۱۰^{۲۳}$	$۶٫۸۵۲ \times ۱۰^{-۵}$	۰٫۰۰۱	۱	یک گرم =
$۱٫۱۰۲ \times ۱۰^{-۳}$	۲٫۲۰۵	۳۵٫۲۷	$۶٫۰۲۲ \times ۱۰^{۲۶}$	$۶٫۸۵۲ \times ۱۰^{-۲}$	۱	۱۰۰۰	یک کیلوگرم =
$۱٫۶۰۹ \times ۱۰^{-۲}$	۳٫۲۱۷	۵۱٫۴۸	$۸٫۷۸۶ \times ۱۰^{۲۷}$	۱	۱۴۵۹	۱۴۵۹×۱۰^۴	یک اسلاگ =
$۱٫۸۳۰ \times ۱۰^{-۳۰}$	$۳٫۶۶۲ \times ۱۰^{-۲۷}$	$۵٫۸۵۷ \times ۱۰^{-۲۶}$	۱	$۱٫۱۳۸ \times ۱۰^{-۲۸}$	$۱٫۶۶۱ \times ۱۰^{-۲۷}$	$۱٫۶۶۱ \times ۱۰^{-۲۴}$	یک u =
$۳٫۱۲۵ \times ۱۰^{-۵}$	$۶٫۲۵۰ \times ۱۰^{-۲}$	۱	$۱٫۷۱۸ \times ۱۰^{۲۵}$	$۱٫۹۴۳ \times ۱۰^{-۳}$	$۲٫۸۳۵ \times ۱۰^{-۲}$	۲۸٫۳۵	یک اونس =
۰٫۰۰۰۰۵	۱	۱۶	$۲٫۷۳۲ \times ۱۰^{۲۶}$	$۳٫۱۰۸ \times ۱۰^{-۲}$	۰٫۴۵۳۶	۴۵۳٫۶	یک پوند =
۱	۲۰۰۰	۳۲×۱۰^۴	$۵٫۴۶۳ \times ۱۰^{۲۹}$	۶۲٫۱۶	۹۰۷٫۲	۹۰۷۲×۱۰^۵	یک تن =

یک تن متریک = ۱۰۰۰ کیلوگرم

کمیت‌هایی که در نواحی سایه‌دار آمده‌اند یکای جرم نیستند، ولی غالباً به این عنوان به‌کار می‌روند. مثلاً وقتی می‌نویسیم $۲٫۲۰۵ \text{ lb} = ۱ \text{ kg}$. به این معناست که در شرایط متعارف شتاب گرانی ($g = ۹٫۸۰۶۶۵ \text{ m/s}^2$)، یک کیلوگرم جرمی است که ۲٫۲۰۵ پوند وزن دارد.

چگالی

lb/in ³	lb/ft ³	g/cm ³	kg/m ³	slug/ft ³	
$۱٫۸۶۲ \times ۱۰^{-۲}$	۳۲٫۱۷	۰٫۵۱۵۴	۵۱۵٫۴	۱	یک اسلاگ بر فوت مکعب =
$۳٫۶۱۳ \times ۱۰^{-۵}$	$۶٫۲۴۳ \times ۱۰^{-۲}$	۰٫۰۰۱	۱	$۱٫۹۴۰ \times ۱۰^{-۳}$	یک کیلوگرم بر متر مکعب =
$۳٫۶۱۳ \times ۱۰^{-۲}$	۶۲٫۴۳	۱	۱۰۰۰	۱٫۹۴۰	یک گرم بر سانتی متر مکعب =
$۵٫۷۸۷ \times ۱۰^{-۴}$	۱	$۱٫۶۰۲ \times ۱۰^{-۲}$	۱۶۰۲	$۳٫۱۰۸ \times ۱۰^{-۲}$	یک پوند بر فوت مکعب =
۱	۱۷۲۸	۲۷٫۶۸	$۲٫۷۶۸ \times ۱۰^۴$	۵۳٫۷۱	یک پوند بر اینچ مکعب =

کمیت‌هایی که در نواحی سایه‌دار آمده‌اند چگالی وزنی هستند و به این جهت، از نظر ابعادی با چگالیهای جرمی متفاوت‌اند. به جدول جرم رجوع کنید.

زمان

s	min	h	d	y	
$3,156 \times 10^7$	$5,259 \times 10^5$	$8,766 \times 10^3$	365,2	1	یک سال =
$8,640 \times 10^4$	1440	24	1	$2,738 \times 10^{-3}$	یک روز =
3600	60	1	$4,167 \times 10^{-2}$	$1,141 \times 10^{-4}$	یک ساعت =
60	1	$1,667 \times 10^{-2}$	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,901 \times 10^{-6}$	یک دقیقه =
1	$1,667 \times 10^{-2}$	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,157 \times 10^{-5}$	$3,169 \times 10^{-8}$	یک ثانیه =

سرعت

cm/s	mi/h	m/s	km/h	ft/s	
30,48	0,6818	0,3048	1,097	1	یک فوت بر ثانیه =
27,78	0,6214	0,2778	1	0,9113	یک کیلومتر بر ساعت =
100	2,237	1	3,6	3,281	یک متر بر ثانیه =
44,70	1	0,4470	1,609	1,467	یک مایل بر ساعت =
1	$2,237 \times 10^{-2}$	0,01	$3,6 \times 10^{-2}$	$3,281 \times 10^{-2}$	یک سانتی متر بر ثانیه =

یک نات = یک مایل دریایی بر ساعت = 1,688 فوت بر ثانیه
یک مایل بر دقیقه = 88,00 فوت بر ثانیه = 60,00 مایل بر ساعت

نیرو

kgf	gf	pdl	lb	N	dyn	
$1,020 \times 10^{-6}$	$1,020 \times 10^{-3}$	$7,233 \times 10^{-5}$	$2,248 \times 10^{-6}$	10^{-5}	1	یک دین =
0,1020	1020	7,233	0,2248	1	10^5	یک نیوتون =
0,4536	453,6	32,17	1	4,448	$4,448 \times 10^5$	یک پوند =
$1,410 \times 10^{-2}$	14,10	1	$3,108 \times 10^{-2}$	0,1383	$1,383 \times 10^4$	یک پوندال =
0,001	1	$7,093 \times 10^{-2}$	$2,205 \times 10^{-3}$	$9,807 \times 10^{-3}$	980,7	یک گرم نیرو =
1	1000	70,93	2,205	9,807	$9,807 \times 10^5$	یک کیلوگرم نیرو =

کمیت‌هایی که در نواحی سایه‌دار آمده‌اند، یکای نیرو نیستند ولی غالباً به این عنوان به کار می‌روند. برای نمونه، اگر بنویسیم یک گرم نیرو " = 980,7 دین، منظورمان این است که در شرایط متعارف شتاب گرانی ($g = 980,665 \text{ m/s}^2$)، یک گرم جرم تحت تأثیر یک نیروی 980,7 دین قرار دارد.

فشار

lb/ft ²	lb/in ²	Pa	cm - Hg	اینچ آب	dyn/cm ²	atm	
2116	14,70	$1,013 \times 10^5$	76	40,68	$1,013 \times 10^6$	1	یک اتمسفر =
$2,089 \times 10^{-3}$	$1,405 \times 10^{-5}$	0,1	$7,501 \times 10^{-5}$	$4,015 \times 10^{-2}$	1	$9,869 \times 10^{-7}$	یک دین بر سانتی متر مربع =
0,202	$3,613 \times 10^{-2}$	249,1	0,1868	1	2491	$2,458 \times 10^{-2}$	یک اینچ آب ¹ در 4 درجه سلسیوس =
27,85	0,1934	1333	1	0,353	$1,333 \times 10^4$	$1,316 \times 10^{-2}$	یک سانتی متر جیوه ¹ در صفر درجه سلسیوس =
$2,089 \times 10^{-2}$	$1,450 \times 10^{-4}$	1	$7,501 \times 10^{-4}$	$4,015 \times 10^{-3}$	10	$9,869 \times 10^{-6}$	یک پاسکال =
144	1	$6,895 \times 10^3$	0,171	27,68	$6,895 \times 10^4$	$6,805 \times 10^{-2}$	یک پوند بر اینچ مربع =
1	$6,944 \times 10^{-3}$	47,88	$3,591 \times 10^{-2}$	0,1922	478,8	$4,725 \times 10^{-4}$	یک پوند بر فوت مربع =

۱. هر جا که شتاب گرانی دارای مقدار متعارف 980,665 متر بر مجذور ثانیه است.
یک میلی بار = 10^3 دین بر سانتی متر مربع = 10^2 پاسکال
یک تور = 1 میلی متر جیوه
یک بار = 10^6 دین بر سانتی متر مربع = ۱ مگاپاسکال

انرژی، کار، گرما

u	kg	MeV	eV	kW · h	cal	J	hp · h	ft · lb	erg	Btu	
۷۰۷۰×۱۰^{-۱۲}	۱.۱۷۴×۱۰^{-۱۲}	۶.۵۸۵×۱۰^{-۱۵}	۶.۵۸۵×۱۰^{-۲۱}	۲.۹۳۰×۱۰^{-۴}	۲۵۲۰	۱۰۵۵	۳.۹۲۹×۱۰^{-۴}	۷۷۷.۹	۱.۰۵۵×۱۰^{-۱۰}	۱	یکای انگلیسی گرما =
۶۷۰.۲×۱۰^{-۱۲}	۱.۱۱۳×۱۰^{-۲۴}	۶.۲۴۲×۱۰^{-۵}	۶.۲۴۲×۱۰^{-۱۱}	۲.۷۷۸×۱۰^{-۱۲}	۲۳۸۹	$۱۰^{-۷}$	۳.۷۲۵×۱۰^{-۱۴}	۷.۳۷۶×۱۰^{-۸}	۱	۹.۴۸۱ $\times ۱۰^{-۱۱}$	یک ارگ =
۹۰.۳۷×۱۰^{-۹}	۱.۵۰۹×۱۰^{-۱۷}	۸.۴۶۴×۱۰^{-۱۲}	۸.۴۶۴×۱۰^{-۱۸}	۳.۷۶۶×۱۰^{-۷}	۳.۲۳۸×۱۰^{-۷}	۱.۳۵۶	۵.۰۵۱×۱۰^{-۷}	۱	۱.۳۵۶×۱۰^{-۷}	۱.۲۸۵×۱۰^{-۲}	یک فوت پوند =
۱.۷۹۹×۱۰^{-۱۶}	۲.۹۸۸×۱۰^{-۱۱}	۱.۶۷۶×۱۰^{-۱۹}	۱.۶۷۶×۱۰^{-۲۵}	۰.۷۴۵۷×۱۰^{-۵}	۶.۴۱۳	۲.۶۸۵	۱	۱.۹۸۰×۱۰^{-۶}	۲.۶۸۵×۱۰^{-۱۲}	۲۵۴۵	یک اسب بخار ساعت =
۶۷۰.۲×۱۰^{-۹}	۱.۱۱۳×۱۰^{-۱۷}	۶.۲۴۲×۱۰^{-۱۲}	۶.۲۴۲×۱۰^{-۱۸}	۲.۷۷۸×۱۰^{-۷}	۰.۲۳۸۹×۱۰^{-۶}	۱	۳.۷۲۵×۱۰^{-۷}	۰.۷۳۷۶×۱۰^{-۷}	$۱۰^{-۷}$	۹.۴۸۱ $\times ۱۰^{-۴}$	یک ژول =
۲.۸۰۶×۱۰^{-۱۰}	۴.۶۶۰×۱۰^{-۱۷}	۲.۶۱۳×۱۰^{-۱۳}	۲.۶۱۳×۱۰^{-۱۹}	۱.۱۶۳×۱۰^{-۶}	۱	۴.۱۸۶	۱.۵۶۰×۱۰^{-۶}	۳.۰۸۸×۱۰^{-۶}	۴.۱۸۶×۱۰^{-۷}	۳.۹۶۹×۱۰^{-۲}	یک کالری =
۲.۴۱۳×۱۰^{-۱۶}	۴.۰۰۷×۱۰^{-۱۱}	۲.۲۴۷×۱۰^{-۱۹}	۲.۲۴۷×۱۰^{-۲۵}	۱	۸.۶۰۰×۱۰^{-۵}	۳.۶	۱.۳۴۱×۱۰^{-۶}	۲.۶۵۵×۱۰^{-۶}	۳.۶×۱۰^{-۱۳}	۳۴۱۳	یک کیلووات ساعت =
۱.۰۷۴×۱۰^{-۹}	۱.۷۸۳×۱۰^{-۳۶}	$۱۰^{-۶}$	۱	۴.۴۵۰×۱۰^{-۲۶}	۳.۸۲۷×۱۰^{-۲۰}	۱.۶۰۲×۱۰^{-۱۹}	۵.۹۶۷×۱۰^{-۲۶}	۱.۱۸۲×۱۰^{-۱۱}	۱.۶۰۲×۱۰^{-۱۲}	۱.۵۱۹×۱۰^{-۲۲}	یک الکترون ولت =
۱.۰۷۴×۱۰^{-۳}	۱.۷۸۳×۱۰^{-۳۰}	۱	$۱۰^{-۶}$	۴.۴۵۰×۱۰^{-۲۰}	۳.۸۲۷×۱۰^{-۱۴}	۱.۶۰۲×۱۰^{-۱۳}	۵.۹۶۷×۱۰^{-۲۰}	۱.۱۸۲×۱۰^{-۱۳}	۱.۶۰۲×۱۰^{-۶}	۱.۵۱۹×۱۰^{-۱۶}	یک مگا الکترون ولت =
۶۰.۲۲×۱۰^{-۲۶}	۱	۵.۶۱۰×۱۰^{-۲۹}	۵.۶۱۰×۱۰^{-۳۵}	۲.۴۹۷×۱۰^{-۱۰}	۲.۱۴۶×۱۰^{-۱۶}	۸.۹۸۷×۱۰^{-۱۶}	۳.۳۴۸×۱۰^{-۱۰}	۶.۶۲۹×۱۰^{-۱۶}	۸.۹۸۷×۱۰^{-۲۳}	۸.۵۲۱×۱۰^{-۱۳}	یک کیلوگرم =
۱	۱.۶۶۱×۱۰^{-۲۷}	۹۳۲.۰×۱۰^{-۸}	۹.۳۲×۱۰^{-۱۷}	۴.۱۴۶×۱۰^{-۱۷}	۳.۵۶۴×۱۰^{-۱۱}	۱.۴۹۲×۱۰^{-۱۰}	۵.۵۵۹×۱۰^{-۱۷}	۱.۱۰۱×۱۰^{-۱۰}	۱.۴۹۲×۱۰^{-۳}	۱.۴۱۵×۱۰^{-۱۲}	یکای جرم اتمی =

کمیت‌هایی که در نواحی سایه‌دار آمده‌اند یکاهای خاص انرژی نیستند ولی به مناسبت در اینجا ذکر شده‌اند. این کمیتها از فرمول هم‌ارزی نسبیتی جرم-انرژی $E = mc^2$ به‌دست می‌آیند و انرژی آزاد شده را هنگام تبدیل کامل یک کیلوگرم یا یک یکای جرم اتمی (u) به‌انرژی، به‌دست می‌دهند.

توان

W	kW	cal/s	hp	ft · lb/s	Btu/h	
۰.۲۹۳۰	۲.۹۳۰×۱۰^{-۴}	۶.۹۹۸×۱۰^{-۲}	۳.۹۲۹×۱۰^{-۴}	۰.۲۱۶۱	۱	یک یکای انگلیسی گرما بر ساعت =
۱.۳۵۶	۱.۳۵۶×۱۰^{-۳}	۰.۳۲۳۹	۱.۸۱۸×۱۰^{-۳}	۱	۴.۶۲۸	یک فوت-پوند بر ثانیه =
۷۴۵.۷	۰.۷۴۵۷	۱۷۸.۱	۱	۵۵۰	۲۵۴۵	یک اسب بخار =
۴.۱۸۶	۴.۱۸۶×۱۰^{-۳}	۱	۵.۶۱۵×۱۰^{-۳}	۳.۰۸۸	۱۴.۲۹	یک کالری بر ثانیه =
۱۰۰۰	۱	۲۳۸.۹	۱.۳۴۱	۷۳۷.۶	۳۴۱۳	یک کیلووات ساعت =
۱	۰.۰۰۱	۰.۲۳۸۹	۱.۳۴۱×۱۰^{-۳}	۰.۷۳۷۶	۳.۴۱۳	یک وات =

میدان مغناطیسی

میلی‌گاوس	تسلا (T)	گاوس	
۱۰۰۰	$۱۰^{-۴}$	۱	۱ گاوس =
$۱۰^{-۷}$	۱	$۱۰^{-۴}$	۱ تسلا =
۱	$۱۰^{-۷}$	۰.۰۰۱	۱ میلی‌گاوس =

شار مغناطیسی

ماکسول	وبر (W)	
۱	$۱۰^{-۸}$	۱ ماکسول =
$۱۰^{-۸}$	۱	۱ وبر =

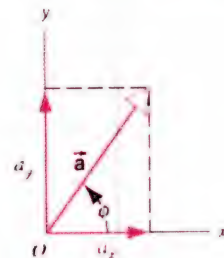
پیوست ح

بردارها

ح ۱- مؤلفه‌های بردار

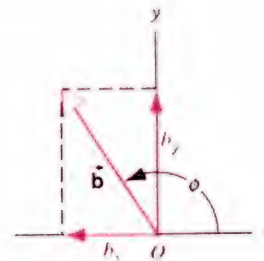
$$a_x = a \cos \phi \quad a_y = a \sin \phi$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \tan \phi = a_y / a_x$$



$$b_x = b \cos \phi (< 0)$$

$$b_y = b \sin \phi (> 0)$$



$$a_x = a \sin \theta \cos \phi$$

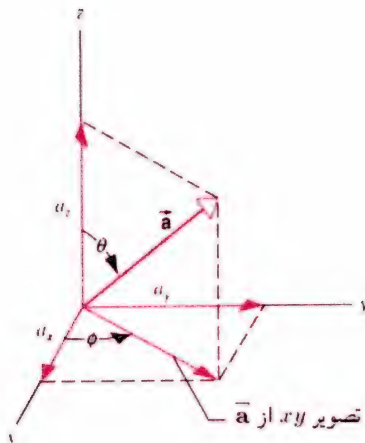
$$a_y = a \sin \theta \sin \phi$$

$$a_z = a \cos \theta$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

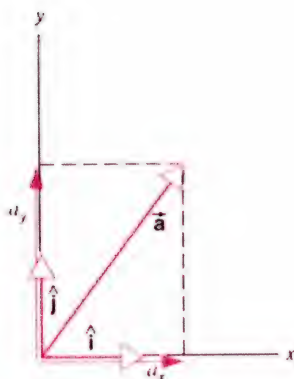
$$\tan \phi = a_y / a_x$$

$$\cos \theta = a_z / a$$



ح ۲- بردارهای یکه دکارتی دوبعدی

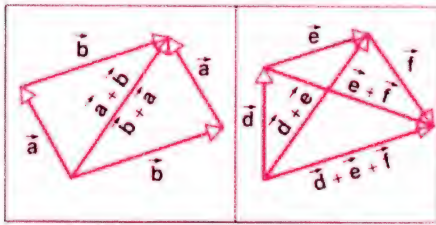
$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$



سه‌دکارتی سه‌بعدی

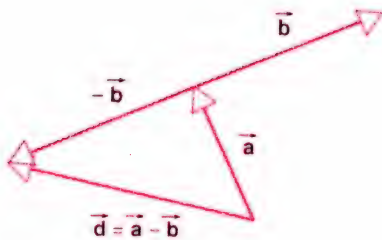
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (\text{قانون جابه‌جایی})$$

$$\vec{d} + (\vec{e} + \vec{f}) = (\vec{d} + \vec{e}) + \vec{f} \quad (\text{قانون انجمنی})$$

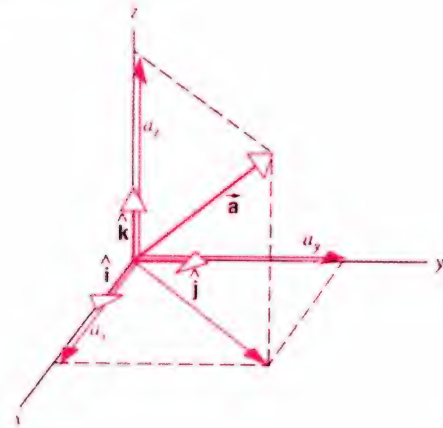


$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

$$d_x = a_x - b_x \quad d_y = a_y - b_y$$

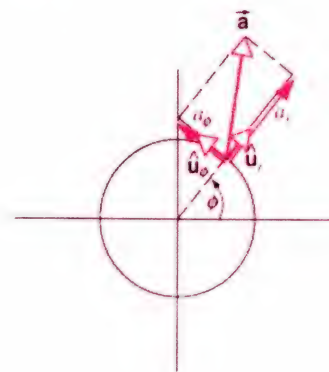


$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$



قطبی دوبعدی

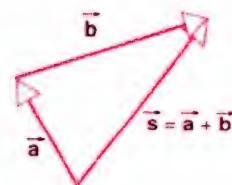
$$\vec{a} = a_r \hat{u}_r + a_\phi \hat{u}_\phi$$



ح ۳- جمع بردارها

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

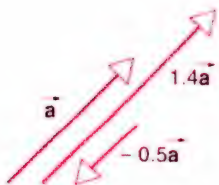
$$s_x = a_x + b_x \quad s_y = a_y + b_y$$

ح ۴- ضرب بردارها
ضرب بردار در یک اسکالر

$$\vec{b} = c \vec{a}$$

$$b_x = ca_x \quad b_y = ca_y$$

$$b = |c|a$$



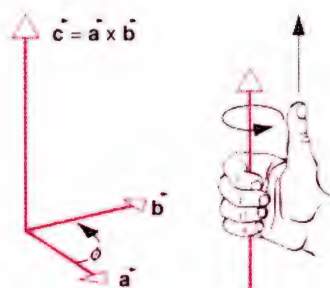
ضرب داخلی (یا اسکالر) دو بردار

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi = a(b \cos \phi) = b(a \cos \phi)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{j} +$$

$$(a_x b_y - a_y b_x)\hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c})$$

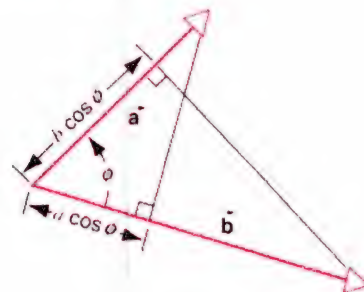
$$(s\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (s\vec{b}) = s(\vec{a} \times \vec{b}) \quad (s = \text{یک اسکالر})$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$



ضرب خارجی (۱ برداری) دو بردار

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \theta$$

جهت \vec{c} بر \vec{a} و \vec{b} عمود است و با قاعده دست راست تعیین می‌شود.

$$\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

پیوست ط

فرمولهای ریاضی

هندسه

دایره‌ای به شعاع r : محیط $= 2\pi r$ ؛ مساحت $= \pi r^2$
 کره‌ای به شعاع r : مساحت $= 4\pi r^2$ ؛ حجم $= \frac{4}{3}\pi r^3$
 استوانه قائمی به شعاع r و ارتفاع h :
 مساحت $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ؛ حجم $= \pi r^2 h$
 مثلثی با قاعده a و ارتفاع h : مساحت $= \frac{1}{2}ah$

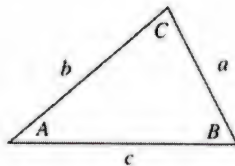
در مثلث

زاویه‌های A, B, C مقابل اضلاع a, b, c هستند.

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



معادله درجه دو

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نشانه‌ها و نمادهای ریاضی

$=$ مساوی است با

\approx تقریباً مساوی است با

\sim از مرتبه بزرگی است

\neq مساوی نیست با (متفاوت است با)

\equiv یکسان است با، طبق تعریف عبارت است از، متحد است با

$>$ بزرگتر است از (\gg خیلی بزرگتر است از)

$<$ کوچکتر است از (\ll خیلی کوچکتر است از)

\geq بزرگتر است یا مساوی است با (یا کوچکتر نیست از)

\leq کوچکتر است یا مساوی است با (یا بزرگتر نیست از)

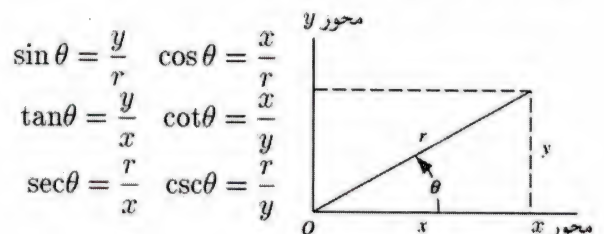
\pm به اضافه یا منهای ($\sqrt{4} = \pm 2$)

\propto متناسب است با

\sum علامت جمع

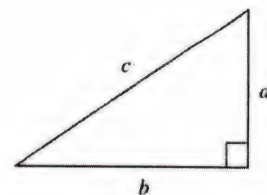
\bar{x} مقدار متوسط x (همچنین x_{av})

توابع مثلثاتی زاویه θ



قضیه فیثاغورس

$$a^2 + b^2 = c^2$$



اتحادهای مثلثاتی

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

بسط نمایی

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

بسط لگاریتمی

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots (|x| < 1)$$

بسط مثلثاتی (θ برحسب رادیان)

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

بسط دوجمله‌ای

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots (x^2 < 1)$$

$$(1 \pm x)^{-n} = 1 \mp \frac{nx}{1!} + \frac{n(n+1)x^2}{2!} + \dots (x^2 < 1)$$

مشتقها و انتگرالها

در آنچه در اینجا می‌آید، u و v تابعی از x هستند و a و m مقادیر ثابت‌اند. به هر یک از انتگرالهای نامعین باید یک ثابت (اختیاری) انتگرال‌گیری اضافه کرد.

۱. $\frac{dx}{dx} = 1$	۱. $\int dx = x$
۲. $\frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$	۲. $\int au \, dx = a \int u \, dx$
۳. $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$	۳. $\int (u+v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$
۴. $\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$	۴. $\int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} (m \neq -1)$
۵. $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$	۵. $\int \frac{dx}{x} = \ln x $
۶. $\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$	۶. $\int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx$
۷. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$	۷. $\int e^x \, dx = e^x$
۸. $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$	۸. $\int \sin x \, dx = -\cos x$
۹. $\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$	۹. $\int \cos x \, dx = \sin x$
۱۰. $\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$	۱۰. $\int \tan x \, dx = -\ln \cos x$
۱۱. $\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$	۱۱. $\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$
۱۲. $\frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x$	۱۲. $\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$
۱۳. $\frac{d}{dx} \csc x = -\cot x \csc x$	۱۳. $\int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
۱۴. $\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$	۱۴. $\int x e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax}$
۱۵. $\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx}$	۱۵. $\int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3}(a^2 x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
۱۶. $\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx}$	۱۶. $\int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
	۱۷. $\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} \, dx = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$
	۱۸. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^2}} = \frac{\pm x}{a^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}}$

پیوست ی

برندگان جایزه نوبل

به خاطر کشف پرتوهای x	(۱۸۴۵ - ۱۹۲۳) Wilhelm Konrad Röntgen	ویلهلم کنراد رونتگن	۱۹۰۱
به خاطر پژوهشهایشان درباره اثر میدان مغناطیسی بر پدیده‌های تابشی.	(۱۸۵۳ - ۱۹۲۸) Hendrik Antoon Lorentz	هندریک آنتون لورنتس	۱۹۰۲
	(۱۸۶۵ - ۱۹۴۳) Pieter Zeeman	پیتر زیمان	
به خاطر کشف پرتوایی طبیعی.	(۱۸۵۲ - ۱۹۰۸) Antoine Henri Becquerel	آنتوان هانری بکرل	۱۹۰۳
به خاطر پژوهشهای مشترکشان درباره پدیده‌های تابشی‌ای که توسط بکرل کشف شده بود.	(۱۸۵۹ - ۱۹۰۶) Pierre Curie	پیر کوری	
	(۱۸۶۷ - ۱۹۳۴) Marie Skłodowska-Curie	ماری اسکودوسکا-کوری	
به خاطر پژوهشهایش در مورد چگالی گازهای مهم و همچنین به خاطر کشف آرگون.	(۱۸۴۲ - ۱۹۱۹) Lord Rayleigh (John William Strutt)	لرد ریلی (جان ویلیام استرات)	۱۹۰۴
به خاطر کارهایش در مورد پرتوهای کاتودی.	(۱۸۶۲ - ۱۹۴۷) Philipp Eduard Anton von Lenard	فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد	۱۹۰۵
به خاطر پژوهشهای نظری و تجربی‌اش در مورد رسانایی الکتریکی گازها.	(۱۸۵۶ - ۱۹۴۰) Joseph John Thomson	جوزف جان تامسون	۱۹۰۶
به خاطر طراحی اسبابهای اندازه‌گیری دقیق اپتیکی و پژوهشهایی که به کمک آنها انجام داد.	(۱۸۵۲ - ۱۹۳۱) Albert Abraham Michelson	آلبرت آبراهام مایکلسون	۱۹۰۷
به خاطر ابداع روش باز تولید رنگها با نورنگاری بر پایه پدیده‌های تداخلی.	(۱۸۴۵ - ۱۹۲۱) Gabriel Lippmann	گابریل لیپمان	۱۹۰۸
به خاطر سهمی که در تکمیل تلگراف بی‌سیم داشتند.	(۱۸۷۴ - ۱۹۳۷) Guglielmo Marconi	گولیلمو مارکونی	۱۹۰۹
	(۱۸۵۰ - ۱۹۱۸) Carl Ferdinand Braun	کارل فردیناند براون	
به خاطر کارش در مورد معادله حالت گازها و مایعات.	(۱۸۳۷ - ۱۹۳۲) Johannes Diderik van der Waals	یوهانس دیدریک وان در والس	۱۹۱۰
به خاطر تحقیقاتش درباره قوانین حاکم بر تابش گرمایی.	(۱۸۶۴ - ۱۹۲۸) Wilhelm Wien	ویلهلم وین	۱۹۱۱
به خاطر اختراع تنظیم‌کننده‌های خودکار، که در فانوسهای دریایی و راهنماهای شناور به کار می‌رود.	(۱۸۶۹ - ۱۹۳۷) Nils Gustaf Dalen	نیلس گوستاو دالن	۱۹۱۲

به‌خاطر پژوهشهایش در مورد خواص ماده در دماهای پایین، که علاوه بر نتایج دیگر منجر به تولید هلیوم مایع هم شد.
به‌خاطر کشف پراش پرتوهای x از بلورها.

به‌خاطر خدماتشان در تحلیل ساختارهای بلوری به‌وسیله پرتوهای x.

به‌خاطر کشف پرتوهای x مشخصه عناصر.

به‌خاطر کشف کوانتومهای انرژی.

به‌خاطر کشف اثر دوپلر در پرتوهای مثبت و شکافتگی خطوط طیفی در میدانهای الکتریکی.

به‌خاطر کشف نابهنجاریها در آلیاژهای فولادی نیکل، که امکان اندازه‌گیریهای دقیقی را در فیزیک فراهم کرد.
به‌خاطر خدماتش به فیزیک نظری، و به‌ویژه به‌خاطر کشف اثر فوتوالکتریک.

به‌خاطر تحقیقاتش در مورد ساختار اتمها و تابشهای ناشی از آنها.

به‌خاطر تحقیقاتش در مورد بار الکتریکی بنیادی و اثر فوتوالکتریک.

به‌خاطر کشفها و پژوهشهایش در زمینه طیف‌نمایی پرتو ایکسی.

به‌خاطر کشف قوانین حاکم بر برخورد الکترون با اتم.

به‌خاطر تحقیقاتش در مورد ساختار ناپیوسته ماده و به‌خصوص کشف تعادل ته‌نشینی.

به‌خاطر کشف اثری که به نام خودش معروف شد.

به‌خاطر ابداع روش مرئی کردن مسیر ذرات باردار با چگالیدن بخار.

به‌خاطر تحقیق در باره پدیده گرمایونی و به‌خصوص به‌خاطر کشف قانونی که به نام خودش معروف شد.
به‌خاطر کشف خصلت موجی الکترون.

به‌خاطر کارهایش در مورد پراکنش نور و کشف اثری که به نام خود او معروف شد.

به‌خاطر سهم مهمی که در ابداع مکانیک کوانتومی داشته است.

۱۹۱۳	هایک کامرلینگ اونس	(۱۸۵۳ - ۱۹۲۶)
	Heike Kamerlingh Onnes	
۱۹۱۴	ماکس فون لاو	(۱۸۷۹ - ۱۹۶۰)
	Max von Laue	
۱۹۱۵	ویلیام هنری براگ	(۱۸۶۲ - ۱۹۴۲)
	William Henry Bragg	
	ویلیام لارنس براگ	(۱۸۹۰ - ۱۹۷۱)
	William Lawrence Bragg	
۱۹۱۷	چارلز گلوور بارکلا	(۱۸۷۷ - ۱۹۴۴)
	Charles Glover Barkla	
۱۹۱۸	ماکس پلانک	(۱۸۵۸ - ۱۹۴۷)
	Max Planck	
۱۹۱۹	یوهانس اشتارک	(۱۸۷۴ - ۱۹۵۷)
	Johannes Stark	
۱۹۲۰	شارل ادوارد گیوم	(۱۸۶۱ - ۱۹۳۸)
	Charles Edouard Guillaume	
۱۹۲۱	آلبرت اینشتین	(۱۸۷۹ - ۱۹۵۵)
	Albert Einstein	
۱۹۲۲	نیلس بور	(۱۸۸۵ - ۱۹۶۲)
	Niels Bohr	
۱۹۲۳	رابرت اندروز میلیکان	(۱۸۶۸ - ۱۹۵۳)
	Robert Andrews Millikan	
۱۹۲۴	کارل مان‌گتورگ زیگبان	(۱۸۸۶ - ۱۹۵۴)
	Karl Manne George Siegbahn	
۱۹۲۵	جیمز فرانک	(۱۸۸۲ - ۱۹۶۴)
	James Franck	
	گوستاو هرتز	(۱۸۸۷ - ۱۹۷۵)
	Gustav Hertz	
۱۹۲۶	ژان باتیست پرن	(۱۸۷۰ - ۱۹۴۲)
	Jean Baptiste perrin	
۱۹۲۷	آرتور هالی کامپتون	(۱۸۹۲ - ۱۹۶۲)
	Arthur Holly Compton	
	چارلز تامسون ریز ویلسون	(۱۸۶۹ - ۱۹۵۹)
	Charles Thomson Rees Wilson	
۱۹۲۸	اوئن ویلانز ریچاردسون	(۱۸۷۹ - ۱۹۵۹)
	Owen Willans Richardson	
۱۹۲۹	لویی-ویکتور دوبروی	(۱۸۹۲ - ۱۹۸۷)
	(Prince) Louis-Victor de Broglie	
۱۹۳۰	چاندرا سکارا ونکاتا رامن	(۱۸۸۸ - ۱۹۷۰)
	(Sir) Chandrasekhara Venkata Raman	
۱۹۳۲	ورنر هایزنبرگ	(۱۹۰۱ - ۱۹۷۶)
	Werner Heisenberg	

به‌خاطر کشف و ابداع شکلهای جدید و پربار نظریه اتمی.	اروین شرودینگر (۱۸۸۷ - ۱۹۶۱) Erwin Schrodinger	۱۹۳۳
	پاؤل آدرین موریس دیراک (۱۹۰۲ - ۱۹۸۴) Paul Adrien Maurice Dirac	
به‌خاطر کشف نوترون.	جیمز چادویک (۱۸۹۱ - ۱۹۷۴) James Chadwick	۱۹۳۵
به‌خاطر کشف تابش کیهانی.	ویکتور فرانتس هس (۱۸۸۳ - ۱۹۶۴) Victor Franz Hess	۱۹۳۶
به‌خاطر کشف پوزیترون.	کارل دیوید آندرسون (۱۹۰۵ - ۱۹۹۱) Carl David Anderson	
به‌خاطر کشف تجربی پراش الکترونها توسط بلورها.	کلینتون جوزف دیویسون (۱۸۸۱ - ۱۹۵۸) Clinton Joseph Davisson	۱۹۳۷
	جورج پاگت تامسون (۱۸۹۲ - ۱۹۷۵) George Paget Thomson	
به‌خاطر نشان دادن پرتوزایی مصنوعی بعضی عناصر در اثر دریافت تابش نوترون، و کشف بعضی واکنشهای هسته‌ای که با تاباندن نوترونهای کند ایجاد می‌شود.	انریکو فرمی (۱۹۰۱ - ۱۹۵۴) Enrico Fermi	۱۹۳۸
به‌خاطر اختراع و تکمیل سیکلوترون و نتایج حاصل از آن، به‌خصوص در باره عناصر پرتوزای مصنوعی.	ارنست اورلاندو لارنس (۱۹۰۱ - ۱۹۵۸) Ernest Orlando Lawrence	۱۹۳۹
به‌خاطر سهمش در ابداع روش پرتو مولکولی و به‌خاطر کشف گشتاور مغناطیسی پروتون.	اوتو اشترن (۱۸۸۸ - ۱۹۶۹) Otto Stern	۱۹۴۳
به‌خاطر ابداع روش تشدید برای ثبت خواص مغناطیسی هسته‌های اتمی.	ایزیدور ایزاک رابی (۱۸۹۸ - ۱۹۸۸) Isidor Isaac Rabi	۱۹۴۴
به‌خاطر کشف اصل طرد، که به اصل پائولی هم معروف است.	ولفگانگ پائولی (۱۹۰۰ - ۱۹۵۸) Wolfgang Pauli	۱۹۴۵
به‌خاطر اختراع وسیله‌ای برای تولید فشارهای فوق‌العاده زیاد و کشفهایی که از این طریق در زمینه فیزیک فشارهای بالا داشته است.	پرسی ویلیامز بریجمن (۱۸۸۲ - ۱۹۶۱) Percy Williams Bridgman	۱۹۴۶
به‌خاطر پژوهشهایش در مورد فیزیک جو بالایی، به‌خصوص به‌خاطر کشف لایه معروف به اپلتون.	سر ادوارد ویکتور اپلتون (۱۸۹۲ - ۱۹۶۵) Sir Edward Victor Appleton	۱۹۴۷
به‌خاطر تکمیل روش اتاقک ابر ویلسون، و واقعیهایی که به وسیله این روش در زمینه‌های فیزیک هسته‌ای و تابش کیهانی کشف کرد.	پاتریک مینارد استوارت بلاکت (۱۸۹۷ - ۱۹۷۴) Patrick Maynard Stuart Blackett	۱۹۴۸
به‌خاطر پیشگویی وجود مزونها بر پایه تحقیقات نظری‌اش در باره نیروهای هسته‌ای.	هیدکی یوکاوا (۱۹۰۷ - ۱۹۸۱) Hideki Yukawa	۱۹۴۹
به‌خاطر تکمیل روش نورنگاشتی مطالعه فرایندهای هسته‌ای و کشفهایش در مورد مزونها با استفاده از این روش.	سیسل فرانک پاول (۱۹۰۳ - ۱۹۶۹) Cecil Frank Powell	۱۹۵۰
به‌خاطر کار پیشگامانه‌شان در مورد استحاله هسته‌های اتمی به‌وسیله ذرات اتمی شتابدار.	جان داگلاس کاکرافت (۱۸۹۷ - ۱۹۶۷) (Sir) John Douglas Cockcroft	۱۹۵۱
	ارنست توماس سینتون والتون (۱۹۰۳ - ۱۹۹۵) Ernest Thomas Sinton Walton	
به‌خاطر طرح روشهای نو برای آزمایشهای دقیق مغناطیسی هسته‌ای و کشفهای مربوط به آن.	فلیکس بلوخ (۱۹۰۵ - ۱۹۸۳) Felix Bloch	۱۹۵۲

- ادوارد میلز پورسل (۱۹۱۲ - ۱۹۹۷)
Edward Mills Purcell
- ۱۹۵۳ فریتس زرنیکه (۱۸۸۸ - ۱۹۶۶)
Frits Zernike
- ۱۹۵۴ ماکس بورن (۱۸۸۲ - ۱۹۷۰)
Max Born
- والتر بوث (۱۸۹۱ - ۱۹۵۷)
Walther Bothe
- ۱۹۵۵ ویلیز اوژن لمب (۱۹۱۳ -)
Willis Eugene Lamb
- پولی کارپ کوش (۱۹۱۱ - ۱۹۹۳)
Polykarp Kusch
- ۱۹۵۶ ویلیام شاکلی (۱۹۱۰ - ۱۹۸۹)
William Shockley
- جان باردین (۱۹۰۸ - ۱۹۹۱)
John Bardeen
- والتر هاووزر براتین (۱۹۰۲ - ۱۹۸۷)
Walter Houser Brattain
- ۱۹۵۷ چن نینگ یانگ (۱۹۲۲ -)
Chen Ning Yang
- تسونگ دائولی (۱۹۲۶ -)
Tsung Dao Lee
- ۱۹۵۸ پاول آلکسیویچ چرنکوف (۱۹۰۴ - ۱۹۹۰)
Pavel Aleksejevic Cerenkov
- ایلیا میخائیلویچ فرانک (۱۹۰۸ - ۱۹۹۰)
Il'ja Michajlovic Frank
- ایگور ایوانویچ تام (۱۸۹۵ - ۱۹۷۱)
Igor Evgen'evic Tamm
- ۱۹۵۹ امیلیو جینو سگری (۱۹۰۵ - ۱۹۸۹)
Emilio Gino Segre
- اوئن چمبرلین (۱۹۲۰ -)
Owen chamberlian
- ۱۹۶۰ دونالد آرتور گلیر (۱۹۲۶ -)
Donald Arthur Glaser
- ۱۹۶۱ روبرت هوفستاتر (۱۹۱۵ - ۱۹۹۰)
Robert Hofstadter
- رودولف لودویگ موسباتر (۱۹۲۹ -)
Rudolf Ludwig Mössbauer
- ۱۹۶۲ لف داویدویچ لاندائو (۱۹۰۸ - ۱۹۶۸)
Lev Davidovic Landau
- ۱۹۶۳ یوجین پال وینگر (۱۹۰۲ - ۱۹۹۵)
Eugene Paul Wigner
- به‌خاطر ارائه روش تباین فاز، به‌خصوص به‌خاطر اختراع میکروسکوپ تباین فاز.
به‌خاطر پژوهشهای بنیادی‌اش در مکانیک کوانتومی، به‌خصوص به‌خاطر تعبیر آماری تابع موج.
به‌خاطر ابداع روش تطابق و کشفهایش با استفاده از این روش.
به‌خاطر کشفهایش در مورد ساختار ریز طیف هیدروژن.
به‌خاطر تعیین دقیق گشتاور مغناطیسی الکترون.
به‌خاطر پژوهشهایشان در بارهٔ نیمرساناها و کشف اثر ترانزیستور.
به‌خاطر پژوهش بنیادی‌شان در مورد قوانین پارتیه که منجر به کشفهای مهمی در مورد ذرات بنیادی شد.
به‌خاطر کشف و تعبیر اثر چرنکوف.
به‌خاطر کشف پادپروتون.
به‌خاطر اختراع اتاقک حباب.
به‌خاطر مطالعات بدیع‌اش در مورد پراکنش الکترون در هسته‌های اتمی و کشفهایش در بارهٔ ساختار نوکلئونها.
به‌خاطر تحقیقاتش در مورد جذب تشدید پرتوهای گاما و کشف اثری در همین زمینه که به نام خود او معروف شده است.
به‌خاطر نظریه‌های بدیع‌اش در بارهٔ مادهٔ چگال، به‌خصوص در مورد هلیوم مایع.
به‌خاطر سهمش در تدوین نظریهٔ هستهٔ اتم و ذرات بنیادی، به‌خصوص از طریق کشف و کاربرد اصول بنیادی تقارن.

به‌خاطر کشف‌هایشان در مورد ساختار پوسته‌ای هسته.	ماریا جو پرت مایر Maria Goeppert Mayer (۱۹۰۶ - ۱۹۷۲)
	جی. هانس. دی. یسن J. Hans D. Jensen (۱۹۰۷ - ۱۹۷۳)
به‌خاطر کارهای اساسی در زمینه الکترونیک کوانتومی، که منجر به ساخت نوسانگرها و تقویت‌کننده‌ها بر پایه اصل میز-لیر شد.	چارلز تاونز Charles H. Townes (۱۹۱۵ -)
	نیکولای باسوف Nikolai G. Basov (۱۹۲۲ -)
	الکساندر پرو خوروف Alexander M. Prochorov (۱۹۱۶ -)
به‌خاطر تحقیقات بنیادی‌شان در زمینه الکتروپنایمیک کوانتومی که پیامدهای ژرفی در فیزیک ذرات بنیادی داشت.	سن-ایتیر و توماناگا Sin- Itiro Tomonaga (۱۹۰۶ - ۱۹۷۹)
	جولیان شوینگر Julian Schwinger (۱۹۱۸ - ۱۹۹۴)
	ریچارد فاینمن Richard P. Feynman (۱۹۱۸ - ۱۹۸۸)
به‌خاطر کشف و توسعه روشهای اپتیکی برای مطالعه تشدید هرتزی در آنها.	آلفرد کاستلر Alfred Kastler (۱۹۰۲ - ۱۹۸۴)
به‌خاطر مشارکتهایش در نظریه واکنشهای هسته‌ای، به‌خصوص کشف‌هایش در مورد تولید انرژی در ستاره‌ها.	هانس آلبرشت بته Hans Albrecht Bethe (۱۹۰۶ -)
به‌خاطر سهم تعیین‌کننده‌اش در توسعه فیزیک ذرات بنیادی، به‌خصوص با کشف تعداد زیادی از حالت‌های تشدید.	لوئیس آلوارز Luise W. Alvarez (۱۹۱۱ - ۱۹۸۸)
به‌خاطر مشارکتش در طبقه‌بندی ذرات بنیادی و برهم‌کنشهای آنها، و کشف‌هایش در این مورد.	مورای گل-مان Murray Gell-Mann (۱۹۲۹ - ۱۹۹۵)
به‌خاطر کار اساسی و کشف‌هایش در زمینه مغناطویدرودینامیک، با کاربردهای مفید در فیزیک پلاسما.	هانس آلون Hannes Alfvén (۱۹۰۸ -)
به‌خاطر پژوهش بنیادی و کشف‌هایش در باره پادفرومغناطیس و فری مغناطیس، با کاربردهای مهمی در فیزیک حالت جامد.	لویی نل Louis Néel (۱۹۰۴ -)
به‌خاطر کشف اصول تمام‌نگاری (هولوگرافی).	دنيس گابور Dennis Gabor (۱۹۰۰ - ۱۹۷۹)
به‌خاطر پرداختن نظریه‌ای برای ابررسانایی	جان باردین John Bardeen (۱۹۰۸ - ۱۹۹۱)
	لئون کوپر Leon N. Cooper (۱۹۳۰ -)
	رابرت شریف J. Robert Schrieffer (۱۹۳۱ -)
به‌خاطر کشف پدیده تونل‌زنی در نیمرساناها.	لئو ایزاکی Leo Esaki (۱۹۲۵ -)
به‌خاطر کشف پدیده تونل‌زنی در ابررساناها.	ایوار گیاور Ivar Giaever (۱۹۲۹ -)
به‌خاطر پیشگویی نظری خصوصیات عبور ابر جریان از سد تونلی.	برایان جوزفسون Brian D. Josephson (۱۹۴۰ -)

- ۱۹۷۴ آنتونی هیویش (۱۹۲۴ -)
Antony Hewish
مارتین رایل (۱۹۸۴ - ۱۹۱۸)
(Sir) Martin Ryle
۱۹۷۵ آگه بور (۱۹۲۲ -)
Aage Bohr
بن ماتلسون (۱۹۲۶ -)
Ben Mottelson
جیمز رینواتر (۱۹۸۶ - ۱۹۱۷)
James Rainwater
۱۹۷۶ برتون ریشر (۱۹۳۱ -)
Burton Richter
ساموئل چائوچونگ تینگ (۱۹۳۶ -)
Samuel Chao Chung Ting
۱۹۷۷ فیلیپ وارن اندرسون (۱۹۲۳ -)
Philip Warren Anderson
نویل فرانسیس موت (۱۹۹۶ - ۱۹۰۵)
Nevil Francis Mott
جان هاسبروگ وان ولک (۱۹۸۰ - ۱۸۹۹)
پیتر کاپیتزا (۱۹۸۴ - ۱۸۹۴)
۱۹۷۸ Peter L. Kapitza
آرنو پنزیاس (۱۹۲۶ -)
Arno N. Penzias
رابرت وودرو ویلسون (۱۹۳۶ -)
Robert Woodrow Wilson
۱۹۷۹ شلدون لی گلاشو (۱۹۳۲ -)
Sheldon lee Glashow
عبدالسلام (۱۹۹۶ - ۱۹۲۶)
Abdus Salam
استیون واینبرگ (۱۹۳۳ -)
Steven Weinberg
۱۹۸۰ جیمز کرونین (۱۹۳۱ -)
James W. Cronin
وال فیچ (۱۹۲۳ -)
Val L. Fitch
۱۹۸۱ نیکولاس بلومبرگن (۱۹۲۰ -)
Nicolaas Bloembergen
آرتور لئونارد شاؤلو (۱۹۹۹ - ۱۹۲۱)
Arthur Leonard Schawlow
کای زیگبان (۱۹۹۹ - ۱۹۱۸)
Kai M. Siegbahn
۱۹۸۲ کنت گدیس ویلسون (۱۹۳۶ -)
Kenneth Geddes Wilson
- به‌خاطر کشف تپ‌اخترها.
- به‌خاطر کار پیشگامانه‌اش در زمینه نجوم رادیویی.
- به‌خاطر کشف ارتباط میان حرکت جمعی و حرکت ذره، و تدوین نظریه‌ای در مورد ساختار هسته اتم بر این اساس.
- به‌خاطر کشف یک ذره بنیادی مهم (به‌طور مستقل).
- به‌خاطر تحقیقات نظری بنیادی‌شان درباره ساختار الکترونی سیستمهای مغناطیسی و سیستمهای نامنظم.
- به‌خاطر ابداعات و کشفهای اساسی در فیزیک دماهای پایین.
- به‌خاطر کشف تابش میکروموجی زمینه کیهانی.
- به‌خاطر تدوین مدل وحدت‌یافته نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی، و به‌خاطر پیشگویی وجود جریانهای خشی.
- به‌خاطر کشف موارد نقض اصول تقارن بنیادی در واپاشی مزونهای K ی خشی.
- به‌خاطر سهمشان در تکمیل طیف‌نمایی لیزری.
- به‌خاطر کارهایش در پیشبرد طیف‌نمایی الکترونی با توان تفکیک زیاد.
- به‌خاطر ابداع روشی برای تحلیل پدیده‌های بحرانی.

به‌خاطر مطالعات نظری‌اش دربارهٔ ساختار و تحول ستاره‌ها.	سوبرامانیان چاندراسکار (۱۹۱۰ - ۱۹۹۵) Subrahmanyan Chandrasekhar	۱۹۸۳
به‌خاطر مطالعاتش در مورد تشکیل عناصر شیمیایی در عالم.	ویلیام فاؤلر (۱۹۱۱ - ۱۹۹۵) William A. Fowler	
به‌خاطر سهم تعیین‌کننده‌شان در "پروژهٔ بزرگ" که به کشف ذرات میدانی W و Z منجر شد.	کارلو روبیا (۱۹۳۴ -) Carlo Rubbia	۱۹۸۴
	سایمون وان درمیر (۱۹۲۵ -) Simon Van Der Meer	
به‌خاطر کشف اثر کوانتومی هال.	کلاؤس فون کلیتسینگ (۱۹۴۳ -) Klaus von Klitzing	۱۹۸۵
به‌خاطر اختراع میکروسکوپ الکترونی.	ارنست روسکا (۱۹۰۶ - ۱۹۸۸) Ernst Ruska	۱۹۸۶
به‌خاطر اختراع میکروسکوپ الکترونی تونلی روبشی.	گرد بینینگ (۱۹۴۷ -) Gerd Binnig	
	هاینریش روهرر (۱۹۳۳ -) Heinrich Rohrer	
به‌خاطر کشف ابررسانایی گرم.	کارل آلكس مولر (۱۹۲۷ -) Karl Alex Müller	۱۹۸۷
	گئورگ بدنورز (۱۹۵۰ -) J. Georg Bednorz	
به‌خاطر آزمایشهایشان با باریکه‌های نوترینو و کشف نوترینوی موئون.	لیون لدرمن (۱۹۲۲ -) Leon M. Lederman	۱۹۸۸
	ملوین شوارتز (۱۹۳۲ -) Melvin Schwartz	
	جک استینبرگر (۱۹۲۱ -) Jack Steinberger	
به‌خاطر ابداع فنی برای دام‌اندازی اتمهای منفرد	هانس دهملت (۱۹۲۲ -) Hans G. Dehmelt	۱۹۸۹
	ولفگانگ پاؤل (۱۹۱۳ - ۱۹۹۳) Wolfgang Paul	
به‌خاطر کشفهایش در زمینهٔ طیف‌نمایی تشدید اتمی، که به‌ساخت میرزهیدروژن و ساعت اتمی منجر شد.	نورمن رمزی (۱۹۱۵ -) Norman F. Ramsey	
به‌خاطر آزمایشهایشان دربارهٔ پراکنش الکترونها از هسته‌ها، که حاکی از حضور کوارک در نوکلئونهاست.	ریچارد تیلور (۱۹۲۹ -) Richard E. Taplor	۱۹۹۰
	جرومی فريدمن (۱۹۳۰ -) Jerome I. Friedman	
	هنری کندال (۱۹۲۶ - ۱۹۹۹) Henry W. Kendall	
به‌خاطر کشفهایی در مورد آرایش مولکولها در موادی مثل بلورهای مایع، ابررساناها، و پولیمرها.	پی‌یر ژیل دژن (۱۹۳۲ -) Pierre-Gilles de Gennes	۱۹۹۱
به‌خاطر موفقیت‌هایش در طراحی آشکارسازهای الکترونیکی سریع برای ذرات پرانرژی	ژرژ شارپاک (۱۹۲۴ -) Georges Charpak	۱۹۹۲

برای کشف و تفسیر اولین تپاختر دوتایی	۱۹۴۱-	جوزف ا. ج تیلور	۱۹۹۳
	۱۹۵۰-	راسل ا. هالس	
برای توسعه روشهای پراکندگی نوترون	۱۹۱۸-	برترام ان. بروکهاوس	۱۹۹۴
	۱۹۱۵-	کلیفورد جی. شول	
برای کشف لپتون تاو	۱۹۲۷-	مارتین ال. پرل	۱۹۹۵
برای آشکارسازی نوترینو	۱۹۱۸ - ۱۹۹۸	فردریک راینس	
برای کشف آبرشارگی در ^3He	۱۹۳۱-	دیوید ام. لی	۱۹۹۶
	۱۹۴۵-	داگلاس ام. اوشراف	
	۱۹۳۷-	رابرت سی. ریچاردسون	
برای توسعه روشهای خنکسازی و بهدام انداختن آنها با نور لیزر	۱۹۴۸-	استیون چو	۱۹۹۷
	۱۹۳۳-	کلود کوهن-تانوچی	
	۱۹۴۸-	ویلیام دی. فیلیپس	
برای کشف شکل جدیدی از شارۀ کوانتومی با برانگیختگیهای دارای بار کسری	۱۹۵۰-	رابرت بی. لافلین	۱۹۹۸
	۱۹۴۹-	هورست ال. استورمر	
	۱۹۳۹-	دانیل سی. دزویی	
برای توضیح ساختار کوانتومی برهمکنشهای الکتروضعیف در فیزیک	۱۹۴۶-	گراؤس توفت	۱۹۹۹
	۱۹۳۹-	مارتینوس ج. جی. فلتمن	
برای توسعه نیمرساناهای با ساختار ناهمگن	۱۹۳۰-	ژورس ای. آلفروف	۲۰۰۰
بهکار رفته در سرعتهای زیاد و اوپتو، الکترونیک.	۱۹۲۸-	هربرت کرومر	
برای نقش او در اختراع مدار یکپارچه	۱۹۲۳-	جک اس. کیلیبی	

پاسخ به تمرینها و مسئله‌های فرد

فصل ۲۵

تمرینها

۱. 50°C . ۳. 274N . ۵. (الف) 177N ؛ (ب) 307N .
 ۷. $q_1 = -4q_2$. ۹. 245N ، در امتداد نیمساز زاویه.
 ۱۱. در نقطه‌ای به فاصله 823cm از بار مثبت و 144cm از بار منفی. ۱۵. (الف) $\vec{F} = F_z \hat{k}$.
 (ب) $(2q_0 q / 4\pi\epsilon_0 R^2)[1 - (z^2/(z^2 + R^2))^{1/2}](z/|z|)\hat{k}$.
 ۱۷. در امتداد محور y در فاصله $(y^2 + y^2 L^2/4)^{1/4}$.
 (الف) در سمت راست بار q_1 یا (ب) در سمت چپ بار q_0 .
 ۱۹. $F_z = -(q_0 \lambda / 2\pi\epsilon_0)[1/y - 1/(y^2 + L^2/4)^{1/2}]$.
 ۲۱. (الف) بور؛ (ب) نیتروژن؛ (ج) کربن. ۲۳. 289nN .
 ۲۵. 38N . ۲۷. 8m زیر الکترون. ۲۹. 134MC .
 ۳۱. (الف) 571TC ، نه؛ (ب) 598 تن متریک.

مسئله‌ها

۱. (ب) موازی با \vec{p} . ۳. (الف) $(R^2 + z^2)^{3/2}$.
 (ب) $(R^2 + z^2)^{3/2} / (2\pi\epsilon_0 R(q_1 - q_2))$. ۵. q در $z = +2a$ و $z = -2a$ ، $z = -4a$ در $z = +a$ و $z = -a$ ، $z = 0$ در $z = 0$.
 ۱۱. صفحه بالایی؛ 4.6cm . ۱۳. $2pE \cos \theta$.
 ۱۵. (الف) $8q/\pi\epsilon_0 a^3$.

فصل ۲۷

تمرینها

۱. $78\text{mN} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. ۳. (الف) $-\pi R^2 E$ ؛ (ب) $\pi R^2 E$.
 ۵. $208\text{kN} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. ۷. $q/6\epsilon_0$. ۹. $46\mu\text{C}$.
 ۱۳. (الف) 322nC ؛ (ب) 143nC . ۱۵. (الف) صفر؛ (ب) σ/ϵ_0 .
 به سمت چپ؛ (ج) صفر.
 ۱۷. $19\mu\text{C}/\text{m}^3$. ۱۹. 13nC .
 ۲۱. (الف) $219\text{MN}/\text{C}$ ، شعاعی به طرف خارج؛
 (ب) $436\text{kN}/\text{C}$ ، شعاعی به طرف داخل.

۲۳. 979cm . ۲۵. (ب) $r/2\epsilon_0$. ۲۷. (الف) $452\text{nC}/\text{m}^2$.
 (ب) $511\text{kN}/\text{C}$. ۲۹. (الف) $53\text{MN}/\text{C}$ ؛ (ب) $60\text{N}/\text{C}$.

مسئله‌ها

۳. $5.11\text{nC}/\text{m}^2$. ۵. (الف) $q/2\pi\epsilon_0 Lr$ ، شعاعی به سمت داخل؛

مسئله‌ها

۱. $100\mu\text{C}$ و $300\mu\text{C}$ ، ولی با علامت مخالف.
 ۳. (الف) یک بار $4q/9$ باید روی پاره‌خطی که دو بار مثبت را به هم وصل می‌کند قرار داده شود، و در فاصله $L/3$ از بار q .
 ۵. (ب) 296cm . ۷. $q = Q/2$. ۹. $(\pi^3 m\epsilon_0 d^3 / 2qQ)^{1/2}$.
 ۱۱. $a/\sqrt{2}$.

فصل ۲۶

تمرینها

۱. $105\text{mN}/\text{C}$ ، به سمت غرب. ۳. $203\text{nN}/\text{C}$ ، بالا.
 ۵. 144pC .

۷. $195\text{kN}/\text{C}$. ۹. 30 . ۱۳. $R/\sqrt{3}$. ۱۵. (الف) 104nC .
 (ب) $10^{17} \times 10^{31}$ ؛ (ج) 496×10^{-6} . ۱۷. (الف) 650cm ؛

(ب) $-q$ روی هر دو سطح داخلی و خارجی؛ (ج) $q/2\pi\epsilon_0 Lr$ ، شعاعی به سمت خارج.

۷. (الف) $\lambda/2\pi\epsilon_0 r$ ؛ (ب) صفر. ۹. 27eV .

۱۱. (الف) $q/4\pi\epsilon_0 r^2$ ؛ (ب) $q/4\pi\epsilon_0 r^2$ ؛ (ج) فقط در داخل خود پوسته؛ (د) بله، بارها روی سطوح القا شده‌اند؛ (ه) نه؛ (ز) نه.
۱۳. $q/2\pi a^2$. ۱۹. (الف) $-Q$ ؛ (ب) $-Q$ ؛ (ج) $-(Q+q)$ ؛ (د) بله.

فصل ۲۸

تمرینها

۱. (الف) 484keV ؛ (ب) صفر.

۳. (الف) 272fJ ؛ (ب) 10^{-31}kg ، با ضریبی در حدود ۳ خطا دارد. ۵. (الف) 3eV ؛ (ب) 3MeV .

۷. (الف) 3GJ ؛ (ب) 71km/s ؛ (ج) 10^4kg .

۹. 26km/s . ۱۱. (الف) 272eV ؛ (ب) -272eV ؛

(ج) 136eV ؛ (د) 136eV . ۱۳. (الف) 244keV/m ؛

(ب) 293keV . ۱۵. (الف) 132MV/m ؛ (ب) 843keV/m .

۱۷. (الف) 32MeV . ۱۹. (الف) -385keV ؛ (ب) -385keV .

۲۱. 1nC . ۲۳. 637MV .

۲۵. (الف) $qd/2\pi\epsilon_0 a(a+d)$.

۲۷. (الف) 276MV ؛ (ب) 527J ؛ (ج) 735J .

۲۹. 186pJ . ۳۱. 746V/m . ۳۳. $2/3 \times 10^{21}\text{V/m}$.

۳۵. 292V/m . ۳۷. (الف) 246V ؛ (ب) 246V ؛

(ج) صفر. ۴۳. (الف) -115mV ؛ (ب) 181nVm .

۴۵. (الف) 364nC ؛ (ب) 125nC/m^2 .

۴۷. (الف) کره بزرگ: 386nC ، کره کوچک: 186nC ؛

(ب) هر کدام 284kV .

۴۹. (الف) $110\mu\text{C}$ ، $1\mu\text{C}$ ؛ (ب) $75\mu\text{Cm}^2$.

$75\mu\text{C/m}^2$.

مسئله‌ها

۱. (الف) 256kV ؛ (ب) 745eV .

۳. $(qQ/4\pi\epsilon_0)(1/r_1 - 1/r_2)$.

۵. 217d . ۷. (الف) $562\mu\text{m}$ ؛ (ب) 813V .

۹. (الف) -540nm ؛ (ب) 900nm ؛ (ج) نه

۱۳. (الف) $[(L^2 + y^2)^{1/2} - y]$ ؛ (ب) $[(k/4\pi\epsilon_0)(L^2 + y^2)^{1/2} - y]$ ؛ (ج) $75L$.

۱۵. $10^{-8} \times 2.0$. ۱۷. (الف) صفر؛ (ب) صفر؛

(ج) صفر؛ (د) صفر؛ (ه) صفر.

فصل ۲۹

تمرینها

۱. (الف) 1.33kC ؛ (ب) 10^{21} .

۳. (الف) 9.41A/m^2 ، شمال. ۵. 400mm .

۷. 67A ، به سمت پایانه منفی.

۹. (الف) 654nA/m^2 ؛ (ب) 834MA .

۱۱. 525min . ۱۳. 59Ω .

۱۵. (الف) 15kA ؛ (ب) 53MA/m^2 ؛

(ج) $110\text{n}\Omega \cdot \text{m}$ ، پلاتین. ۱۹. ۳.

۲۱. (الف) 600mA ؛ (ب) 159nV ؛ (ج) $212\text{n}\Omega$.

۲۳. $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. ۲۵. (الف) مس: 553A/cm^2 ، آلومینیم:

495g ؛ (ب) مس: 1kg ، آلومینیم: 495g .

۲۷. (الف) $852\text{k}\Omega$ ؛ (ب) $451\mu\text{A}$.

۲۹. (الف) 10^5N/C ؛ (ب) $765 \times 10^6\text{N/C}$ ؛

(ج) 10^{-5}C/m^2 .

۳۱. (الف) $(3 \times 10^6\text{V/m})R$.

مسئله‌ها

۱. 71ms . ۳. (الف) $380\mu\text{V}$ ؛ (ب) منفی؛

(ج) 43 دقیقه. ۵. (الف) $950\mu\text{C}$ ؛ (ب) 158C .

۷. (الف) 250C . ۹. 54Ω . ۱۱. (الف) نقره؛ (ب) $608\text{n}\Omega$.

۱۳. 360 . ۱۵. $R = (\rho/4\pi)(1/a - 1/b)$.

فصل ۳۰

تمرینها

۱. 75pC . ۳. 325mC . ۵. 546pF .

۷. (الف) 845pF ؛ (ب) 191cm^2 . ۹. 9090 .

۱۱. $717\mu\text{F}$. ۱۳. (الف) $24\mu\text{F}$ ؛ (ب) $480\mu\text{C}$ ؛ $q_4 = q_6$ ؛

(ج) $\Delta V_6 = 80\text{V}$ ، $\Delta V_4 = 120\text{V}$.

۱۵. (الف) $d/3$ ؛ (ب) $3d$.

۱۷. (الف) $942\mu\text{C}$ ؛ (ب) 914V . ۲۱. 264 ریال.

۲۳. (الف) 286pF ؛ (ب) 179nC ؛ (ج) $59\mu\text{J}$ ؛

(د) 482kV/m . ۲۵. 41mJ/m^3 .

۲۹. 389 . ۳۱. ورقه میکا. ۳۳. 863nF .

۳۵. (الف) 730pF ؛ (ب) 28kV .

۴۷. $۲.۳۵\text{M}\Omega$ (الف)؛ ۹۵۵nA (ب)؛ $۱.۰۸\mu\text{W}$ (ج)
 ۴۹. $۲.۷۴\mu\text{W}$ (د)؛ $۳.۸۲\mu\text{W}$ (ه)

مسئله‌ها

۱. کابل. ۳. (الف) $۱۵\text{k}\Omega$ ؛ (ب) ۴۰۰mV ؛ (ج) ۰.۲۶%
 ۵. (الف) $\rho_A = ۱۶۳\text{n}\Omega \cdot \text{m}$ ؛ $\rho_B = ۷۴۸\text{n}\Omega \cdot \text{m}$ ؛ (ب) $j_A = j_B = ۶۲.۳\text{kA/cm}^2$ ؛ $E_A = ۱۰۲\text{V/m}$ ؛ $\Delta V_A = ۴۳۵\text{V}$ ؛ $E_B = ۴۶۶\text{V/m}$ ؛ $\Delta V_B = ۱۹۵\text{V}$
 ۷. (الف) $۳R/۴$ ؛ (ب) $۵R/۶$
 ۹. (الف) موازی؛ (ب) ۷۲۰Ω ، ۱۴۴Ω
 ۱۱. ۰.۴۵A ، ۲۷.۴cm/s
 ۱۷. (الف) ۱.۳۷L ؛ (ب) ۰.۷۳A ، $۱۹. RC \ln 2$

فصل ۳۲

تمرینها

۱. $۱ : +$ ، $۲ : -$ ، $۳ : ۰$ ، $۴ : -$
 ۳. (الف) ۳.۴km/s ، ۵.۰×۱۰^۹
 ۹. (الف) ۳۴mm ؛ (ب) ۲.۶keV
 ۱۱. (الف) $۱۰^۷\text{m/s}$ ؛ (ب) ۱.۱mm ، ۰.۳۱۶mm
 ۱۳. (الف) ۲۶۰km/s ؛ (ب) ۱۱ns ؛ (ج) ۱۴keV
 (د) ۷۰kV
 ۱۵. (الف) K_p ؛ (ب) $K_p/۲$ ، $۱۷. \sqrt{2}r_p$ ؛ (ب) r_p
 ۱۹. (الف) $۹۹۹۹۲۸c$ ، ۰.۲۱ یک ذره آلفا.
 ۲۳. ۲۴۰m ، ۰.۲۵ ، ۳۷cm/s
 ۲۹. ۴۶۷mA ؛ از چپ به راست.
 ۳۱. (الف) ۳۳۰MA ؛ (ب) $۱۰^{۱۷}\text{W}$ ، $۱.۱ \times ۱۰^{۱۷}\text{W}$
 ۳۳. $\hat{k}(-۰.۴۱۴\text{N})$ ، ۰.۳۵ (الف) صفر، ۱۳۸N ، ۰.۱۳۸N
 ۳۷. (الف) ۲۰ دقیقه؛ (ب) $۵۹\text{N} \cdot \text{m}$ ، $۰.۵۹\text{N} \cdot \text{m}$

مسئله‌ها

۱. $\hat{k}(۰.۷۵\text{T})$ ، ۳ (الف) به طرف شرق؛
 (ب) $۱۰^{۱۴}\text{m/s}^2 \times ۶.۲۷$ ؛ (ج) ۲.۹۸mm
 ۷. (الف) $B\Delta x(qm/2\Delta V)^{1/2}$ ؛ (ب) ۷.۹۱mm
 ۹. (الف) $-q$ ؛ (ب) $\pi m/qB$
 ۱۱. (الف) ۷۸۶ns ؛ (ب) ۹.۱۶cm ؛ (ج) ۳.۲۰cm
 ۱۵. ۴.۲C ، ۱۹.۶۳A

۳۷. (الف) $A/(d-b)$ ؛ ϵ_0 ؛ (ب) $d/(d-b)$ ؛

(ج) $q^2b/2A\epsilon_0$ ، به داخل کشیده می‌شود.

۳۹. (الف) ۱۳.۴kV/m ؛ (ب) ۱۶nC ؛ (ج) ۵.۰۲nC

مسئله‌ها

۵. (الف) ۴۵.۴V ؛ (ب) $۵۲.۷\mu\text{C}$ ؛ (ج) $۱۴۶\mu\text{C}$
 ۷. (الف) ۵۰V ؛ (ب) صفر.
 ۹. (الف) $q_1 = ۹.۰\mu\text{C}$ ، $q_2 = ۱۶\mu\text{C}$ ، $q_3 = ۹.۰\mu\text{C}$ ؛ (ب) $q_1 = ۸.۴۰\mu\text{C}$ ، $q_2 = ۱۶.۸\mu\text{C}$ ، $q_3 = ۱۰.۸\mu\text{C}$ ، $q_4 = ۱۴.۴\mu\text{C}$
 ۱۱. (الف) ۲.۰J
 ۱۳. (الف) $r^4/\epsilon_0\pi^2$ ؛ (ب) $R/\epsilon_0\pi$ ؛ $e^2/4\pi\epsilon_0$
 (ج) ۱.۴۰fm ، ۱۷.۶۳kV
 ۲۱. (الف) $2\Delta V$ ؛ (ب) $\epsilon_0 A(\Delta V)^2/2d$ ؛ $U_i = \epsilon_0 A(\Delta V)^2/2d$ ؛ $U_f = \epsilon_0 A(\Delta V)^2/2d$
 ۲۳. (الف) ۸۵.۶pF ؛ (ب) ۱۱۹pF ؛ (ج) ۱.۰۳nC ، ۱.۰۳nC ؛ (د) ۹.۸۶kV/m ؛ (ه) ۲.۰۵kV/m ؛ (و) ۸۶.۶V ؛ (ز) ۱۷.۰nJ

فصل ۳۱

تمرینها

۱. ۱.۰۶kJ ، ۱۳.۳ ساعت، ۳۸ دقیقه، ۵.۱۰V ، $-$
 ۷. (الف) ۱۴Ω ؛ (ب) ۳۵mW
 ۹. (الف) ۴۴.۲V ؛ (ب) ۲۱.۴V ؛ (ج) چپ.
 ۱۱. $\mathcal{E}/7R$ ، $۱۳. i_1 = ۶۶۸\text{mA}$ ، i_2 پایین،
 $i_2 = ۸۵.۷\text{mA}$ ، بالا، $i_3 = ۵۸۲\text{mA}$ ، بالا؛ (ب) -۳.۶۰
 ۱۵. (الف) ۳.۴A ؛ (ب) ۲۹V ؛ (الف) ۵۹A ؛ (ب) ۱.۷V
 ۱۷. ۴.۰Ω ، ۱۲Ω ، ۱۹.۷۵V
 ۲۱. ۲۶۲Ω یا ۳۸۲Ω
 ۲۳. (الف) ۱۳۱Ω ؛ (ب) ۴۷.۵mA ، $i_1 = ۲۱.۲\text{mA}$ ، $i_2 = ۱۴.۴\text{mA}$ ، $i_3 = ۱۱.۹\text{mA}$
 ۲۵. (الف) $R/2$ ؛ (ب) $۵R/۸$ ، ۱۸kC
 ۳۱. (الف) ۱.۰۳kW ؛ (ب) ۱۴۵۳ ریال.
 ۳۳. (الف) R_2 ؛ (ب) R_1
 ۳۵. (الف) ۱۶۳۶۸ ریال؛ (ب) ۵۲۹Ω ؛ (ج) ۴۳۵mA
 ۳۷. (الف) $۱۰^{۱۱} \times ۲.۸۸$ ؛ (ب) $۲۴.۰\mu\text{A}$ ؛ (ج) ۱.۴kW
 ۲۳. ۱mW ، ۳۹.۱m ؛ (الف) ۶.۱m ؛ (ب) ۱۳m
 ۴۳. ۴.۶۱ ، ۴۵.۲ ؛ (الف) ۲.۰s ؛ (ب) ۴۴mV

فصل ۳۳

تمرینها

۱. (الف) 10^8 m/s . ۳. $3 \times 10^8 \text{ m/s}$. ۵. 12 nT . ۷. (الف) 324 fN ، موازی با جریان؛ (ب) 324 fN ، شعاعی به سمت خارج؛ (ج) صفر. ۹. 3° A ، پادموازی.
۱۱. (الف) $2.43 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ ؛ (ب) 46 cm .
۱۳. $(1/b - 1/a)(\mu_0 i \theta / 4\pi)$ ، به طرف خارج از صفحه.
۱۵. $(\mu_0 i / 2\pi w) \ln(1 + w/d)$ ، بالا.
۱۹. (الف) $68 \mu\text{T}$ ؛ (ب) $9.3 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$.
۲۱. $606 \mu\text{N}$ ، به سمت مرکز مربع. ۲۳. (ب) 2.3 km/s .
۲۷. 109 m . ۳۱. (الف) $-2.5 \mu\text{T} \cdot \text{m}$ ؛ (ب) صفر.
۳۳. (الف) $\mu_0 i r / 2\pi c^2$ ؛ (ب) $\mu_0 i / 2\pi r$ ؛ (ج) $(\mu_0 i / 2\pi r)[(a^2 - r^2)/(a^2 - b^2)]$ ؛ (د) صفر.
۳۵. $3i_0 / 8$ ، به طرف داخل صفحه. ۳۷. (الف) منفی؛ (ب) 9.7 cm .

مسئله‌ها

۱. $\frac{1}{4} n i a^2 \sin(2\pi/n)$. ۵. $8N\mu_0 i / 5\sqrt{5}R$.
۷. (الف) $(2\mu_0 i / 3\pi L)(2\sqrt{2} + \sqrt{10})$ ؛ (ب) بیشتر.
۹. 272 A . ۱۳. $\mu_0 i r^2 / 2\pi a^3$.

فصل ۳۴

تمرینها

۱. $57 \mu\text{Wb}$. ۳. (الف) 31 mV ؛ (ب) راست به چپ.
۵. (الف) $12 \text{ m}\Omega$ ؛ (ب) 1.27 T/s . ۷. (ب) 58 mA .
۹. $497 \mu\text{W}$. ۱۱. (ب) نه. ۱۳. 600 nV .
۱۵. صفر. ۱۷. $iLBt/m$ ، به طرف دورتر از G.
۲۱. $25 \mu\text{C}$. ۲۳. (الف) $(\mu_0 i a / 2\pi) \ln(1 + b/D)$ ؛ (ب) 6.3 rev/s . ۲۵. $\mu_0 i a b v / 2\pi R D(D + b)$.
۲۷. 5.5 kV . ۲۹. $a: -1.2^\circ \text{ mV}$ ، $b: -2.79 \text{ mV}$.
- 1.59 mV . ۳۱. (الف) $4.53 \times 10^7 \text{ m/s}^2$ ، به سمت راست؛ (ب) صفر؛ (ج) $4.53 \times 10^7 \text{ m/s}^2$ ، به طرف چپ.
۳۳. (الف) 15° .

مسئله‌ها

۱. (الف) $28.2 \mu\text{V}$ ؛ (ب) از c به b.
۵. 8° mV ، ساعتگرد. ۷. 455 V . ۱۱. $(\text{Bar})^2 \omega t$.
۱۵. (الف) 34 V/m ؛ (ب) 10^{12} m/s^2 ؛ (ج) 6° .

فصل ۳۵

تمرینها

۱. (الف) $(-2.86 \text{ A} \cdot \text{m}^2) \hat{k}$. ۳. $1 \times 10^9 \text{ A}$.
- (ب) $(1.1^\circ \text{ A} \cdot \text{m}^2) \hat{k}$. ۵. (ب) $i a^2$. ۷. $1/2\pi i(a^2 + b^2)$.
۹. (الف) 514 GV/m ؛ (ب) 1.9° mT . ۱۳. 24 mJ/T .
۱۵. 58 K . ۱۷. (الف) 15° T ؛ (ب) 45° T .
۱۹. بله. ۲۱. (الف) $3^\circ \mu\text{T}$ ؛ (ب) 10^{-29} J .
۲۳. (الف) 18° km ؛ (ب) 2.3×10^{-5} . ۲۵. 166° km .
۲۷. $61 \mu\text{T}$ ، 84° . ۲۹. 3 Wb . ۳۱. $(\mu_0 i L / \pi) \ln 3$.

مسئله‌ها

۳. (ب) K_i/B ، برخلاف میدان؛ (ج) 312 A/m .

فصل ۳۶

تمرینها

۱. 10° nWb . ۳. 261 mH/m .
۵. (الف) 6° mH ؛ (ب) 12° . ۷. 7.87 H . ۱۱. 29.8Ω .
۱۳. (الف) 478 mH ؛ (ب) 2.42 ms . ۱۵. $42 \text{ V} + (2^\circ \text{ V/s})t$.
۱۷. 12 A/s . ۱۹. (الف) 3.33 A ؛ $i_1 = i_2$ ؛ (ب) 455 A ، $i_1 = i_2 = 0$ ؛ (ج) $i_2 = 1.82 \text{ A}$ ، $i_1 = 0$ ؛ (د) $i_2 = 1.82 \text{ A}$ ، $i_1 = 0$ ؛ (ه) 1° V ؛ (و) 2° A/s ؛ II. (الف) 2° A ؛ (ب) 1° A ؛ (ج) 3° A ؛ (د) 1° V ؛ (ه) صفر؛ (و) صفر.
۲۳. (الف) 13.2 H ؛ (ب) 124 A . ۲۵. 632 MJ/m^3 .
۲۷. 15° MV/m . ۲۹. (الف) 117 H ؛ (ب) 225 mJ .
۳۱. 10^{15} J . ۱۲. 33.3 A . ۳۵. 38 mH .
۳۹. (الف) 893 rad/s ؛ (ب) $7^\circ 3 \text{ ms}$ ؛ (ج) $24.1 \mu\text{F}$.
۴۱. (الف) $8 \mu\text{s}$ ؛ (ب) 164 kHz ؛ (ج) $3^\circ 4 \mu\text{s}$.
۴۳. (الف) نه؛ (ب) 1 kHz ؛ (ج) 16 nF .
۴۵. (الف) 58° rad/s ؛ (ب) 1.1 ms .
۴۷. (الف) $q_m / \sqrt{3}$ ؛ (ب) 152° .
۴۹. (الف) $1:6$ ؛ (ب) 36 pF ، 22° mH .
۵۱. (الف) $18^\circ \mu\text{C}$ ؛ (ب) $T/8$ ؛ (ج) 67 W .
۵۳. $(L/R) \ln 2$. ۵۵. 2.96Ω .

مسئله‌ها

۹. (الف) $\mu_0 i^2 N^2 / 8\pi^2 r^2$ ؛ (ب) $(\mu_0 N^2 h i^2 / 4\pi) \ln(b/a)$.
۱۳. (الف) صفر؛ (ب) $2i$.

فصل ۳۷

تمرینها

۱. 377 rad/s . ۳. (الف) 375° rad/s ; (ب) 23.4Ω .

۵. (الف) 391 mA ; (ب) صفر; (ج) 32.6 mA .

(د) تأمین انرژی. ۱۱. $1 \text{ kV} (> \mathcal{E}_m)$.

۱۳. (الف) 36° V ; (ب) 27.4 V ; (ج) 17° V ; (د) 8.4 V .

۱۵. (الف) 391Ω ; (ب) 217Ω ; (ج) خازنی.

۱۷. 177Ω . ۱۹. (الف) 182 W ; (ب) 313 W .

۲۱. 10° V . ۲۵. (الف) 249 A ; (ب) $37.4, 153, 218, 65^\circ$.

75° ولت; (ج) $P_R = 93^\circ \text{ W}$, $P_C = P_L = 0$.

۲۷. 1.8 kV . ۲۹. فزاینده: ۵, ۴, ۲۵, ۱۸, ۲۵, ۸, ۲۵, ۲, ۸.

۳۱. 4° V .

مسئله‌ها

۱. (الف) 673 ms ; (ب) 11.2 ms ; (ج) القایی; (د) 144 mH .

۳. (الف) 45° ; (ب) $76^\circ \Omega$.

۷. (الف) 229° rad/s ; (ب) 11 A ; (ج) 224.5 rad/s .

(د) 233.5 ; 39° .

۹. (الف) 412 W ; (ب) -169 W ; (ج) 437 W ; (د) 143 W .

۱۱. (الف) 764 mH ; (ب) 178Ω .

فصل ۳۸

تمرینها

۱. 10 cm و 25 cm . ۳. پتانسیل بین صفحه‌ها را با آهنگ

1 kV/s تغییر می‌دهیم. ۵. (الف) 184 A ; (ب) $140 \text{ GV/m} \cdot \text{s}$;

(ج) 46° mA ; (د) $578 \text{ nT} \cdot \text{m}$.

۷. (الف) 84 A ; (ب) صفر; (ج) 3 A . ۹. 27 pT .

۱۵. 10^{-21} H . ۵. $5^\circ \times 10^{-21} \text{ H}$. ۱۷. 7 pT . ۲۱. 10° kJ .

۲۳. $4.62 \times 10^{-29} \text{ W/m}^2$.

۲۵. 78 cm . ۲۷. (الف) 883 m ; (ب) نه.

۲۹. (الف) 53 nT ; (ب) 5° mW/m^2 ; (ج) 8° W .

۳۱. (الف) 768 mV/m ; (ب) 256 pT ; (ج) 12.6 kW .

۳۳. 7 MPa . ۳۵. $43 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

۳۷. (الف) 586 MN ; (ب) 10^{-14} .

۳۹. 49° nm . ۴۳. $I(2-f)/c$.

مسئله‌ها

۳. (الف) $763 \mu\text{A}$; (ب) $862 \text{ kV} \cdot \text{m/s}$; (ج) 3.48 mm ;

(د) 5° pT . ۵. (الف) $\pm Eba^2/\mu_0$ برای وجه‌های موازی با

صفحه xy , صفر برای هر یک از چهار وجه دیگر; (ب) صفر.

۹. (الف) $\omega/k = c$, $E_m = cB_m$;

(ب) $S = (E_m^2/4\mu_0 c) \sin^2 \omega t \sin^2 kx$.

۱۱. (الف) $B = \mu_0 \mathcal{E}/2\pi Rr$, $E = \mathcal{E}/r \ln(b/a)$;

(ب) $S = \mathcal{E}^2/2\pi Rr^2 \ln(b/a)$.

۱۳. (الف) 943 MHz ; (ب) 96° nT ; $+z$;

(ج) 198 m^{-1} , 593 Mrad/s ; (د) 110 W/m^2 ;

(ه) 678 nN ; 367 nPa .

۱۵. (الف) 36° GW/m^2 ; (ب) 12° Pa ; (ج) 167 pN ;

(د) 278 km/s^2 .

نمایه

- آب، نمونه‌ای از دی‌الکتریک قطبی ۱۴۳-۱۴۲
 آلترناتور اتومبیل ۲۸۷
 آمپر(یکا) ۱۳۲
 نیروی بین جریانهای موازی، در تعریف ۲۵۶
 آمپرسنج، اصل ۲۳۲-۲۲۹
 آنتن ۳۹۳
 آنتن دوقطبی ۳۹۳
 آینه مغناطیسی ۲۲۳-۲۲۲
 ابرخازنها ۱۵۷
 اتم، مدل هسته‌ای ۵۲-۵۰
 اثر هال ۲۲۷-۲۲۴
 کوآنتیده ۲۲۶
 اختلاف پتانسیل هال (ولتاژ هال) ۲۲۵
 آرستد، هانس کریستین ۲۴۴
 القاگر(ها) ۳۳۷
 پیوند شار ۳۳۸
 حاوی مواد مغناطیسی ۳۴۰
 القاوری ۳۳۸-۳۳۷
 چنبره ۳۳۹
 در مدارهای LC ۳۴۷-۳۵۳
 در مدارهای LR ۳۴۳-۳۴۱
 سیملوله ۸۳۹
 محاسبه ۳۳۸
 و چگالی انرژی در میدان مغناطیسی ۳۴۵-۳۴۶
 و ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی ۳۴۳-۳۴۵
 القایش، باردار کردن به‌وسیله ۱۱
- الکترودینامیک کوانتومی ۶
 الکتروستاتیک ۸
 پایستگی انرژی در ۹۸-۹۶
 گرانش و ۲۲-۲۰
 الکترومغناطیس ۵-۵
 جریان جابه‌جایی در ۳۹۰-۳۸۹
 معادله‌های ماکسول ۶، ۳۲۹، ۱۸۷
 ناوردایی تبدیل لورنتس ۲۶۵، ۲۹۵
 نسبیت خاص ۲۶۵
 و چارچوبهای مرجع ۲۶۵-۲۶۳
 الکترونهای رسانش ۱۰، ۱۳۸
 انرژی پتانسیل الکتریکی ۹۸-۹۱
 خازن ۱۶۳-۱۶۱
 انرژی تفکیک ۹۶
 انرژی یونش ۹۶
 اینشتین، آلبرت
 درباره الکترودینامیک اجسام متحرک ۲۶۵
 باتریها ۱۸۴-۱۸۲
 بار آزاد ۱۶۵
 بار الکتریکی ۶
 الکترون ۸-۶
 باردار کردن به‌وسیله القا ۱۱
 باردار کردن به‌وسیله تماس ۱۱
 بنیادی ۹
 پایستگی ۲۲
 توزیع پیوسته ۱۶

- پتانسیل الکتریکی ۱۰۵-۱۰۸
میدان الکتریکی ۳۸-۴۱
جریان شار، شباخت ۱۵۴
چگالی ۱۶
خالص ۸
روی سطحهای رسانا ۷۶
قطبش ۱۱-۱۲
کوانتیده ۸
متحرک
مغناطیس و ۲۱۴-۲۱۵
میدان مغناطیسی ۲۴۴-۲۴۸
نیروی مغناطیسی وارد بر ۲۱۵-۲۲۰
مثبت و منفی ۷
نقطه‌ای ۱۳
نیروهای ۸
یکای اندازه‌گیری ۸
بار بنیادی ۸
اندازه‌گیری ۴۶-۴۷
بار سطحی، القایی ۱۶۵
بار(های) نقطه‌ای ۱۳
انرژی پتانسیل سامانه‌ای از ۹۷-۹۸
پتانسیل ناشی از ۱۰۲-۱۰۵
پتانسیل ناشی از مجموعه‌ای از ۱۰۳-۱۰۴
در میدان الکتریکی ۴۴-۴۸
میدانهای الکتریکی ناشی از ۳۵-۳۸
بارهای القاشده سطحی ۱۶۵، ۱۴۱
بتاترون ۲۹۱
بردار پوئینتینگ ۳۹۸-۴۰۰
برگه باردار، نامتناهی/یکنواخت
خطوط میدان ۴۱
قانون گاوس اعمال شده در مورد ۷۲
میدان الکتریکی ۴۰
بسامه سیکلوترون ۲۲۰
بسامه طبیعی، مدار RLC ۳۵۲
بسط برحسب چندقطبیه ۱۰۵
بور، نظریه ۲۴۱
پاد ذره‌ها ۹
پارامغناطیس ۳۱۶، ۳۲۱-۳۱۹
پاگیری
مولد ۳۷۷
پایستگی انرژی، در الکتروستاتیک ۹۶-۹۷
پایستگی بار الکتریکی ۲۲، ۱۸۱-۱۸۲
پتانسیل الکتریکی ۱۰۰-۹۸
رساناهای باردار ۱۱۲-۱۴
محاسبه آن از میدان الکتریکی ۱۰۱-۱۰۰
- میدان الکتریکی محاسبه شده از ۱۱۰-۱۰۸
پرستلی، ژوزف، آزمایشهای پرستلی با بار الکتریکی ۸۱
پسماند ۳۲۲
و حوزه‌های مغناطیسی ۳۲۴-۳۲۲
پلازما(ها) ۲۲۲
پل و تستون ۲۲۰ (مسئله ۱۲)
پلیمپتون و لوتون، آزمایشهای، با بار الکتریکی ۸۱
پوزیترون ۹
پوسته بار، یکنواخت کروی، میدان الکتریکی ۴۱-۴۰
پوسته کروی باردار، یکنواخت
قانون گاوس به‌کار گرفته شده در مورد ۷۳
میدان الکتریکی ۴۰
نیروی وارد بر بار نقطه‌ای در ۲۰
پوئینتینگ، جان هنری ۳۹۸
پیچه هلمهولتز ۲۷۴ (مسئله ۱)
پیکوفاراد(یکا) ۱۵۴
تابش
الکترومغناطیسی ۳۹۴-۳۹۳
دوقطبی الکتریکی ۳۹۴
تامسون، جی. جی. ۵۰
تبدیل لورنتس، و ناوردایی قوانین الکترومغناطیس ۲۹۵-۲۶۵
تخلیه هاله‌ای ۱۱۳
ترازوی پیچشی ۱۲
تراوایی ۳۱۸
مواد پارامغناطیسی ۳۱۹
مواد دیامغناطیسی ۳۱۹
ترمز کردن مغناطیسی ۲۸۵
تریتوم ۲۳
تسلا(یکا) ۲۱۷
تقسیم‌کننده ولتاژ ۱۸۷
تک‌قطبی(های) ۱۰۵
مغناطیسی ۲۱۴، ۳۲۸
و معادله‌های ماکسول ۳۹۱-۳۹۰
تنش الکتروستاتیک ۱۷۷
توزیع خطی بار، یکنواخت
پتانسیل الکتریکی ۱۰۵
قانون گاوس اعمال شده بر ۷۱
میدان الکتریکی ۳۸
نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای در ۱۸
توزیع یکنواخت
پتانسیل الکتریکی ۱۰۵
حلقه باردار ۴۰-۳۹
نیروی وارد بر بار نقطه‌ای ۱۸
ثابت الکتریکی ۱۳
ثابت تراوایی ۲۴۷

- ثابت دی الکتریک ۱۴۱
ثابت زمانی القایی ۳۴۲
ثابت زمانی خازنی ۱۹۸
ثابت فون کلیتسینگ ۲۲۷
ثابت کوری ۳۲۰
ثابت کولن ۱۳
ثابت مغناطیسی ۲۴۷
جاری شدن گرما، جریان الکتریکی، و تشابه ۱۳۷
جریان الکتریکی ۱۸۰-۱۸۲، ۱۳۱
اثر میدان مغناطیسی بر ۲۲۷-۲۲۹
در حلقه ۲۲۹
در سیم مستقیم ۲۲۷-۲۲۹
القایی ۲۷۸
جریانهای گردابی ۲۸۴
قانون فاراده و ۲۷۸-۲۸۰
قانون لنز و ۲۸۴
گرمایش ژول به وسیله ۲۸۴
تعریف ۱۳۱
جهت ۱۸۱
چگالی ۱۳۲
و سرعت سوق ۱۳۲-۱۳۴
رفتار گذرای ۱۸۱
میدان مغناطیسی ۲۴۸-۲۵۲
در چنبره ۲۶۲
در حلقه ۲۵۱
در سیم مستقیم ۲۴۹
در سیملوله ۲۵۶-۲۵۸
در سیمهای موازی ۲۵۲-۲۵۶
و شارش گرما، مقایسه ۱۳۷
یکای ۱۳۲
جریان جابه جایی ۳۸۹-۳۹۰
جریان متناوب (AC) ۲۸۶-۲۸۸، ۳۶۶-۳۶۷
میدلهای ۳۷۵
و روابط ولتاژ، فاز، و دامنه ۳۶۶
جریانهای گردابی ۲۸۴-۲۸۵
جسم متصل شده به زمین ۱۰
چارچوب (های) مرجع
الکترومغناطیس ۲۶۳-۲۶۵
چارقطنی الکتریکی ۳۸، ۵۶ (مسئله ۱۱)، ۶۰ (مسئله ۴)
پتانسیل ناشی از ۱۰۵
چگالی بار ۱۶
چگالی بار خطی ۱۷
چگالی جریان ۱۳۲
و سرعت سوق ۱۳۲-۱۳۳
چگالی حجمی بار ۱۷
- چگالی سطحی بار ۱۷
چنبره، ضریب القا ۳۳۹
حالتهای گذار ۳۳۶
حلقه آمبری ۲۶۰-۲۶۱
حلقه جریان الکتریکی
گشتاور دوقطبی مغناطیسی ۳۱۱
میدان مغناطیسی ۳۱۱
حوزه های مغناطیسی ۳۲۳
پسماند و ۳۲۳
خازن (ها)
اتصال سری ۱۵۸
اتصال موازی ۱۵۷-۱۵۸
استوانه ای ۱۵۶
با دی الکتریک ۱۶۳
باردار کردن ۱۹۸
با صفحه های موازی (تخت) ۱۵۵
تخلیه ۱۹۹
کروی ۱۵۶
خط انتقال ۳۹۳
خطوط میدان الکتریکی ۴۱-۴۴
خواص ۴۲
سطحهای هم پتانسیل ۱۱۱-۱۱۲
شار و ۶۸-۶۹
نمایش نموداری ۴۱
دمای کوری ۳۲۲
دنباله دار دارای دو دنباله ۴۰۳
دوقطبی الکتریکی ۳۶-۳۸
پتانسیل ناشی از ۱۰۴-۱۰۵
خطوط میدان ۴۱-۴۴
در میدان الکتریکی ۴۸-۵۰
انرژی پتانسیل ۴۹
گشتاور نیروی وارد بر ۴۸
دوقطبی مغناطیسی ۳۱۳، ۹۵۲
میدان مغناطیسی ۳۱۱
نیروهای وارد بر دوقطبی، در یک میدان غیر یکنواخت ۳۱۳
دی الکتریکهای غیر قطبی ۱۴۲
دیامغناطیس ۳۱۶، ۳۲۱
دیراک، پل ۳۲۸
ذرات باردار
چرخنده ۲۲۰-۲۲۴
مغناطیس و بارهای متحرک ۲۱۴-۲۷۶، ۲۴۴-۲۴۷
نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک ۲۱۵-۲۲۰
رادرفور، ارنست
آزمایشهای پراکندگی ذره آلفا ۵۱
به عنوان بنیانگذار فیزیک اتمی و هسته ای ۵۲

- رساناها ۱۰-۱۲، ۱۲۸
 باردارشده، پتانسیل الکتریکی ۱۱۴-۱۱۲
 در یک میدان الکتریکی
 در شرایط استاتیک ۱۳۱-۱۲۹
 در شرایط دینامیک ۱۳۴-۱۳۱
 میدان الکتریکی در خارج ۸۰-۷۷
 و قانون گاوس ۸۰-۷۶
 رولند، هنری ۲۴۴
 زمین
 کمربندهای تابشی وان آلن ۲۲۳
 مستندات زمین‌شناختی میدان مغناطیسی ۳۲۵
 میدان مغناطیسی ۲۱۲
 زیمنس (یکا) ۱۳۴
 سرعت سوق و چگالی جریان ۱۳۴-۱۳۲
 سرعت‌گزین ۲۱۹
 سطح گاوسی ۶۹
 و کاربرد قانون گاوس ۷۱
 سطوحهای هم‌پتانسیل ۱۱۲-۱۱۰
 سیاره‌ها، میدان مغناطیسی ۳۲۷-۳۲۴
 سیکلوترون ۲۲۲-۲۲۰
 بسامد ۲۲۰
 شرط تشدید در ۲۲۱
 سیملوله ۲۵۶
 القابیدگی ۳۳۹
 میدان مغناطیسی ۲۵۸-۲۵۶
 سینکروترون ۲۲۲
 شار ۶۴
 الکتریکی ۶۹-۶۶
 پیوندهای ۳۳۸
 قاعده دست‌راست برای علامت ۳۹۶
 مغناطیسی ۲۸۰-۲۷۸
 قانون فاراده و قانون لنز برای ۲۲۸
 میدانهای الکتریکی القاشده به‌وسیله ۲۹۲-۲۸۸
 و جریانهای گردابی ۲۸۶-۲۸۴
 یکای ۲۷۹
 شتابنده (ها) ۲۲۲-۲۲۰
 الکتروستاتیک ۱۱۵-۱۱۴
 سیکلوترون ۲۲۲-۲۲۰
 شتابنده خطی استنفورد ۳۹۲
 شتابنده‌های ذرات
 بتاترون ۲۹۱
 سیکلوترون ۲۲۲-۲۲۰
 سینکروترون ۲۲۲
 شرط تشدید مدار RLC ۳۵۳
 شمارگر گایگر ۹۰ (مسئله ۱۰)
- ضریب Q ۳۶۴
 طول انقباض‌یافته ۲۶۴
 طیف‌سنج جرم بن بریج ۲۴۰
 ظرفیت ۱۵۴-۱۵۲
 ضریب تناسب ۱۵۳
 محاسبه ۱۵۷-۱۵۵
 معادل ۱۵۷
 یکای ۱۵۴
 عایق (ها) ۱۱-۱۰
 در میدان الکتریکی ۱۴۳-۱۴۰
 فاراد (یکا) ۱۵۴، ۲۷۷
 فاراده، مایکل
 تحقیق درباره مواد دی‌الکتریک در خازنها به‌وسیله ۱۶۳
 کشف دیامغناطیس توسط ۳۲۱
 کشف قانون القا توسط ۲۷۷-۲۷۸
 مفهوم ظرفیت معرفی شده توسط ۱۵۴
 مفهوم میدان الکتریکی معرفی شده توسط ۴۱
 و انجام آزمایش با بار الکتریکی ۸۱
 فرانکلین، بنیامین
 آزمایشهای او با بار الکتریکی ۸۰
 زدن برجسب مثبت/منفی بر بار الکتریکی توسط ۷
 فروریزش ۱۲۹، ۱۴۱
 فرومغناطیس ۳۱۶
 فشار تابش ۴۰۳-۴۰۰
 اندازه‌گیری ۴۰۲
 و تشکیل دنباله دنباله‌دار ۴۰۳-۴۰۲
 قاعده اول کیرشهوف ۱۸۲
 قاعده حلقه ۱۸۵
 قاعده دست راست
 به‌کار گرفته شده در قانون فاراده درباره القایش ۲۸۲
 درباره علامت شار ۳۹۶
 قاعده دوم کیرشهوف ۱۸۲
 قاعده نقطه اتصال ۱۸۲
 قانون آمپر ۲۶۰-۲۵۹
 قانون اهم ۱۳۷-۱۳۵
 در سطح میکروسکوپی ۱۴۰-۱۳۸
 قانون بیو-ساوار ۲۴۱
 کاربردهای ۲۴۹
 قانون فاراده، درباره القا ۲۸۰-۲۷۸
 پیامدهای کاربردی ۲۸۸-۲۸۶
 در چارچوب مرجعهای لخت ۲۹۵-۲۹۳
 کاربرد قاعده دست راست در ۲۸۳-۲۸۱
 میدانهای الکتریکی القایی و ۲۹۲-۲۸۸
 و جهت جریان الکتریکی ۲۸۰
 قانون کوری ۳۲۰

- قانون کولن ۱۵-۱۳
 آزمونهای تجربی ۸۲-۸۰
 در برابر قانون گاوس ۶۵-۶۳
 صورت برداری ۱۶-۱۴
 قانون گاوس ۶۹
 آزمون تجربی ۸۲-۸۰
 درباره مغناطیس ۳۲۹-۳۲۷
 در برابر قانون کولن ۶۳
 کاربرد (های) ۷۶-۷۱
 در مورد بار خطی ۷۲-۷۱
 در مورد بار روی یک پوسته کروی ۷۲
 در مورد بار روی یک ورق ۷۲
 در مورد توزیع بار متقارن کروی ۷۳
 و رساناها ۸۰-۷۶
 و شار خالص گذرنده از سطح بسته ۶۴
 و شار میدان الکتریکی گذرنده از یک سطح بسته ۶۶
 و قانون کولن ۸۰
 و مواد دی الکتریکی ۱۶۷-۱۶۵
 قانون لنز ۲۸۰
 قرص باردار الکتریکی، یکنواخت
 پتانسیل الکتریکی ۱۰۵
 میدان الکتریکی ۳۹
 نیروی وارد بر بار نقطه‌ای ۱۹
 قضایای پوسته، الکتروستاتیک ۲۰
 قطبش ۱۴۳-۱۴۱
 بارهای الکتریکی ۱۴۳-۱۴۱
 قطبهای مغناطیسی ۲۱۵
 قاعده برهم‌کنش ۲۱۵
 کلاسترئون ۳۹۲
 کمربندهای تابشی وان‌آلن ۲۲۳
 کنش از دور ۳۲
 کوره القایی ۲۸۴
 کوری
 ثابت ۳۲۰
 دما ۳۲۲
 قانون ۳۲۰
 کولن (یکا) ۸
 کولن، شارل آ. ۱۲
 گاز الکترونی ۱۳۸
 گالوانومتر، اصول ۲۳۱
 گاوس، کارل فردریش ۶۹
 گذردهی
 فضای آزاد ۱۴۲
 مواد ۱۴۲
 گرانش و الکتروستاتیک ۲۰
- گرمایش ژول ۱۹۶
 به وسیله جریان الکتریکی القایی ۲۸۴
 گشتاور چارقفی الکتریکی ۱۰۵
 گشتاور دوقطبی
 القایی ۱۴۱
 الکتریکی ۳۶
 مغناطیسی ۲۵۲
 القایی ۳۱۵-۳۱۴
 حلقه جریان ۳۱۱
 مقادیر برگزیده ۳۱۳
 گیلبرت، ویلیام ۳۲۴
 لنز، هاینریش ۲۸۰
 ماکسول، جیمز کلارک ۳۸۷
 و تعمیم قانون آمپر ۳۸۸
 مبدل ۳۷۷-۳۷۵
 افزاینده ۳۷۶
 کاهنده ۳۷۶
 مدار (های) الکتریکی
 LC ۳۴۷
 نوسانهای میرا و واداشته در ۳۵۳-۳۵۱
 LR ۳۴۳-۳۴۱
 RC ۱۸۶، ۲۰۰-۱۹۷
 RLC ۳۵۱
 اتصال موازی ۱۸۲
 القاگرها در ۳۴۱
 انتقال انرژی در ۱۹۵
 پتانسیل، اختلاف در ۱۸۶
 مستقل از مسیر ۷۰۶
 تحلیل ۱۹۰-۱۸۴
 جریان متناوب ۳۸۶-۳۶۵
 جریان مستقیم (DC) ۲۱۱-۱۸۰
 جریان الکتریکی در ۱۸۲-۱۸۰
 جهت جریان در ۱۸۵
 روش اختلاف پتانسیل در تحلیل ۱۸۲
 قاعده حلقه در تحلیل ۱۸۵
 قاعده نقطه اتصال در تحلیل ۱۸۲
 مقاومت داخلی نیروی محرکه الکتریکی در ۱۹۰-۱۸۷
 میدانها در ۱۹۰
 نیروی محرکه الکتریکی در ۱۸۴-۱۸۲
 مدار LC ۳۴۹-۳۴۷
 بسامد طبیعی ۳۵۲
 بسامد نوسان ۳۵۱-۳۴۹
 شرط تشدید ۳۵۳
 نوسان‌کننده و مشابه سازی آن با حرکت هماهنگ ساده ۳۴۹
 مدار RLC ۳۵۳-۳۵۱، ۳۷۳-۳۷۰

- ۳۹۲ مگنترون
 ۳۲۲ منحنی پسماند
 ۱۴۱ مواد خطی
 ۱۴۱-۱۴۳ مواد دی الکتریک
 ۱۶۳-۱۶۷ در خازنها
 ۱۶۷-۱۶۷ و قانون گاوس
 ۱۲۹ مواد فرو الکتریک
 ۳۱۹-۳۲۳ مواد مغناطیسی
 ۳۴۰ در القاگرها
 ۲۸۸ موتور الکتریکی، اجزای اصلی
 موج (ها)
 ۳۹۳ الکترومغناطیسی
 ۳۹۸ انتقال انرژی به وسیله
 ۳۹۳-۳۹۵ ایجاد
 ۳۹۹-۴۰۰ شدت
 ۴۰۰-۴۰۳ فشار وارد شده به وسیله
 ۳۹۵-۳۹۸ معادله های ماکسول و
 مولد
 ۲۸۶-۲۸۸ اجزای اصلی
 ۳۷۷ پائیری
 ۳۰۸ مولد هم قطب (مولد هم قطب)
 ۳۱ میدان استاتیکی
 ۳۱ میدان اسکالر (نرده ای)
 ۳۲ میدان الکتریکی
 ۲۸۸-۲۹۲ القایی
 ۴۴-۴۸ بار نقطه ای در
 ۳۵-۳۸ بارهای نقطه ای
 ۱۰۰-۱۰۲ پتانسیل الکتریکی محاسبه شده از
 ۵۰ پراکندگی ذرات به وسیله
 ۲۱۸-۲۲۰ ترکیب میدان مغناطیسی
 ۶۶ چشمه ها و چاهکهای
 ۴۱-۴۴ خطوط
 ۱۳۰-۱۳۱ در خارج رسانا
 ۱۹۰-۱۹۲ در مدارها
 ۳۶-۳۷ دوقطبی
 ۴۸-۵۰ دوقطبی در
 ۱۶۰-۱۶۳ ذخیره انرژی
 رساناها در
 ۱۲۹-۱۳۱ شرایط استاتیکی
 ۱۳۱-۱۳۲ شرایط دینامیکی
 ۶۶-۶۹ شار
 ۱۴۰-۱۴۳ عایقها در
 ۳۳ محاسبه
 ۱۰۸-۱۱۰ از پتانسیل الکتریکی
 ۴۷ نایکخواخت، حرکت در
- ۳۵۲ بسامد طبیعی
 پائیری
 ۳۷۲-۳۷۳ تحلیل دیفرانسیلی
 ۳۷۰ تحلیل مثلثاتی
 ۳۷۱-۳۷۲ تحلیل نموداری
 ۳۷۰-۳۷۲ تک حلقه ای
 ۳۷۴ توان در
 ۳۵۳ شرط تشدید
 ۳۵۱-۳۵۳ نوسانهای میرا و واداشته در
 مدار جریان متناوب
 ۳۷۰-۳۷۳ تک حلقه ای
 ۳۷۳-۳۷۵ توان در
 ۳۶۷ جزء القایی
 ۳۶۷ جزء خازنی
 ۳۶۷ جزء مقاومت
 ۳۷۵ ضریب توان
 ۱۳۸ مدل الکترون-آزاد، درباره رسانش الکترون در فلزها
 معادله های ماکسول
 الکترومغناطیس ۳۹۱
 به عنوان معادله های بنیادی الکترومغناطیس ۳۸۶
 پیش بینی موج الکترومغناطیسی از ۳۹۰
 تک قطبیهای مغناطیسی ۳۹۰
 جنبه های تقارنی ۳۹۰
 سازگاری آن با نظریه نسبیت خاص ۳۹۱
 قانون آمپر ۲۵۹، ۳۸۶، ۳۹۰
 قانون فاراده ۲۲۸، ۳۸۶، ۳۹۱
 قانون گاوس برای الکتریسیته ۳۹۱
 قانون گاوس برای مغناطیس ۳۹۱
 موجهای رونده ۳۹۵-۳۹۸
 مغناطش ۳۱۷-۳۱۹
 مقدار اشباع ۳۲۱
 مغناطوستاتیک ۲۴۷-۲۴۸
 مغناطیس
 اتمی ۳۱۵
 بردارهای میدان در ۲۱۵
 سیاره ها ۳۲۴-۳۲۷
 و ذرات باردار متحرک ۲۱۴
 هسته ای ۳۱۷-۳۱۵
 مقاومت دی الکتریک ۱۴۱
 مقاومت ویژه (یا رسانندگی) ۱۳۵
 مقاومت ویژه، یکا ۱۳۴
 مقاومت هال ۲۲۶
 مقاومتها
 به صورت سری ۱۹۲
 به صورت موازی ۱۹۲

- نمونه‌های ۳۵-۳۲
نیروی وارد بر بار نقطه‌ای ۳۴
میدان برداری ۳۲
شار ۶۶-۶۴
میدان تابشی، الکترومغناطیسی ۳۹۵-۳۹۴
میدان گرانش، زمین ۳۲
میدان متغیر در زمان ۳۱
میدان مغناطیسی
اثر آن بر جریان الکتریکی ۲۳۲-۲۲۷
در حلقه ۲۳۲-۲۲۹
در سیم مستقیم ۲۲۹-۲۲۷
اثر هال ۲۲۷-۲۲۶
انرژی ذخیره‌شده در ۳۴۵-۴۴۳
ترکیبی با میدان الکتریکی ۲۱۸
جریان الکتریکی ۲۴۸
در چنبره ۲۶۲
در حلقه ۲۵۱
در سیم مستقیم ۲۴۹، ۲۶۰
در سیملوله ۲۵۸-۲۵۶، ۲۶۱
در سیمهای موازی ۲۵۶-۲۵۲
چگالی انرژی ۳۴۷-۳۴۵
دوقطبی ۳۱۳
ذرات باردار متحرک ۲۴۵
قانون آمپر برای محاسبه ۲۵۹
کاربردهای ۲۶۳-۲۶۰
قانون بیوساوار برای محاسبه ۲۴۹
کاربردهای ۲۴۹
مقادیر نوعی ۲۱۷
نایکناخت
حرکت در ۲۲۳
گیراندازی ذره ۲۲۹
میدان نزدیک ۳۹۴
میرایی مغناطیسی ۳۰۱ (پرسش ۲۵)
میکروفاراد (یکا) ۱۵۴
نظریه الکترومغناطیس، تکوین (بسط) ۶
نظریه نسبیت خاص در تکوین نظریه الکترومغناطیس ۶
و چارچوبهای مرجع در الکترومغناطیس ۲۹۵
نمودار فازور ۳۶۷
نوسانگر
الکترومغناطیسی ۳۴۷
کاواک الکترومغناطیسی ۳۹۲
نوسانگر الکترومغناطیسی ۳۴۹
- نوسانگر کاواکی الکترومغناطیسی ۳۹۳-۳۹۲
نوسانهای الکترومغناطیسی
خواص کتی ۳۵۱-۳۴۹
خواص کیفی ۳۴۹-۳۴۷
میرا و واداشته ۳۵۱
واداشته و تشدید ۳۵۳-۳۵۲
نوسانهای کاواک ۳۹۱
نیروهای الکتریکی ۸، ۱۶-۱۵
نیروی بارهای الکتریکی ۸، ۱۵
نیروی قوی ۹۶
نیروی لورنتس ۲۲۰-۲۱۸
نیروی محرکه الکتریکی
القایی ۲۷۹-۲۷۸
اختلاف پتانسیل ۲۹۱-۲۹۰
حرکتی ۲۸۶-۲۸۳
کاربردهای عملی ۲۸۶
میدانهای الکتریکی ۲۸۸
برگشت‌پذیری ۱۸۴
مقاومت داخلی ۱۹۰-۱۸۷
نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک ۲۲۰-۲۱۵
نیکولز، ای. اف. ۴۰۲
نیمرسانهای نوع- n ۱۳۴
واکنایی القایی ۳۶۸
واکنایی خازنی ۳۶۹
وامغناطیدگی بی‌دررو ۳۲۱
وان دوگراف، رابرت جی. ۱۱۴
ویر(یکا) ۲۷۹
ولتاژ ۹۹
ولت‌سنج ۲۳۲
ویژه طول ۲۶۴
هال، ادوین ۲۲۴
هال، جی. اف. ۴۰۲
هانری(یکا) ۲۷۷، ۳۳۸
هانری، ژوزف ۲۷۷، ۳۳۸
هرتز، هاینریش ۳۹۰، ۳۹۸
هسته ۵۰
بار الکتریکی ۵۰، ۵۲
هم‌پتانسیلها، نزدیک رسانا ۱۳۰
هیوساید، آلیور ۳۸۷
یون(ها) ۱۲۹
یونش ۱۲۹

در ویراست اخیر این کتاب درسی شناخته شده با ارائه مثالهای عملی بیشتر تلاش شده است، بی آنکه به سطح درس یا جدی بودن محتوای آن آسیبی برسد، قابل فهم بودن مطالب آن برای دانشجویان افزایش یابد. برای این منظور، با استفاده از پژوهشهای آموزش فیزیک، بسیاری از مطالب ویراست قبلی بازنویسی یا بازآرایی شده اند تا متن درسی جذاب تر، مفیدتر، و زودپای تری در اختیار دانشجویان و مدرسان قرار بگیرد.

ISBN : 978-964-01-1345-5



9 789640 113455

Physics

Volume 3